

# 第一章 静态特性

## § 1.1 静态与准静态加载

要了解材料的疲劳问题,必须以静态应力-应变特性曲线的广博知识为基础<sup>[1], [3]</sup>。必须知道有关拉压特性、断裂特性以及由拉伸状态卸载接着又施加压缩载荷的准静态特性等。

基本的应力-应变关系是用承受轴向载荷的构件确定的(如图4所示)。下列定义<sup>[59]</sup>与目前的讨论有关:

$$\text{工程应力} \quad s = \frac{P}{A_0} \quad (1)$$

$$\text{工程应变} \quad e = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (2)$$

$$\text{真实应力} \quad \sigma = \frac{P}{A_i} \quad (3)$$

$$\text{真实应变} \quad \epsilon = \ln \frac{L_i}{L_0} \quad (4)$$

因为  $d\epsilon = dL_i/L_i$ , 式中脚注  $i$  指瞬时值, 在塑性变形时, 我们可以假设体积不变, 即  $A_0 L_0 = A_i L_i$ , 因此

$$\epsilon = \ln \frac{A_0}{A_i} = 2 \ln \frac{d_0}{d_i} \quad (5)$$

或  $L_i = L_0 + eL_0$ , 即

$$\frac{L_i}{L_0} = 1 + e \quad (6)$$

于是得

$$\epsilon = \ln(1 + e) \quad (7)$$

与

$$\sigma = S(1 + e) \quad (8)$$

(7)式是基于应变均匀一致的假设(无颈缩)得出的,(8)式则需要体积不变和应变均匀一致两个假设。

图5示出材料在载荷逐渐增加情况下的特性,图中虚线为延性金属的工程应力-应变曲线。这条曲线对于了解材料的机械性能有一定作用,这里不讨论这条曲线。图中实线为同一种金属的真实应力-应变曲线。曲线开始的直线部分代

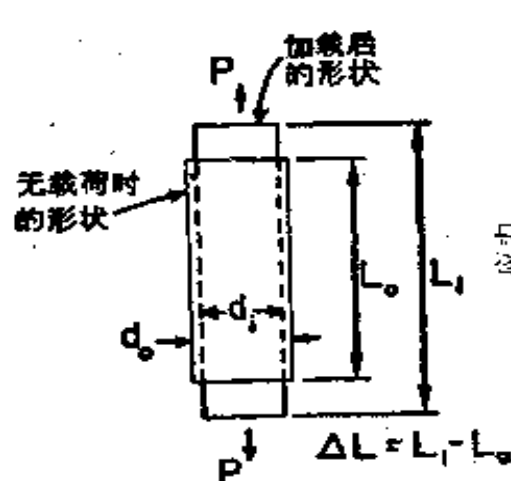


图4 承受轴向载荷的试件模型

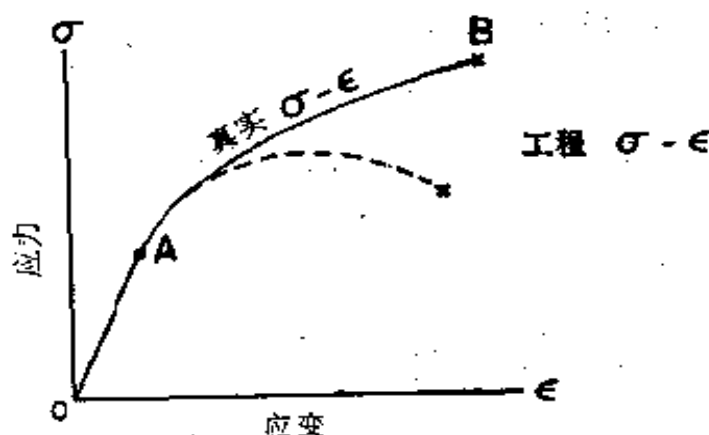


图5 单调应力-应变曲线

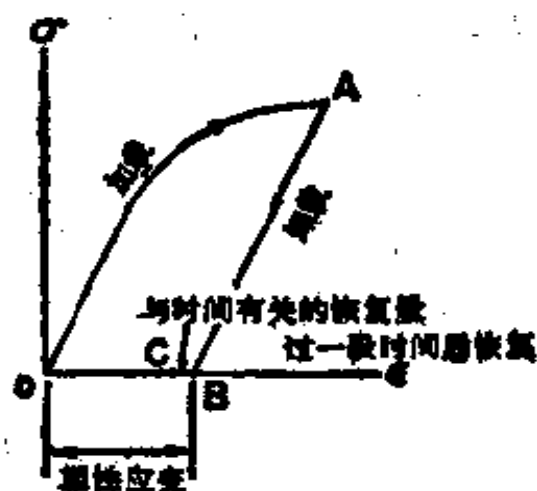


图6 在大变形之后接着卸载

表材料的弹性特性,而在A点以上有塑性变形产生。塑性变形是非弹性的永久变形,当载荷卸除后,这个永久变形就会明显看出来,如图6所示。卸载曲线平行于初始弹性线。

有时,我们还能观察到滞弹性应变,这部分应变过一定时间后能够恢复。图6表示从A点刚刚卸载完的时候,残余应变在B点。过相当长时间后,应变减小至C点。因此,真实塑性应变为不可恢复的部分 $\overline{OC}$ 。滞弹性一般不用应力或应变来度量或定义,而用能量、相角或对数减量来表示<sup>[1]</sup>。在循环变形中,滞弹性的作用主要在极长寿命的情况下才表现出来。这里不准备进一步讨论滞弹性,因为疲劳损伤概念是以循环塑性变形为基础的。

现在回过头来讨论图5中的真实应力-应变曲线。强调一下真实 $\sigma$ - $\epsilon$ 曲线代表真实应力与真实总应变的关系也许是有帮助的。在试验中直接测量的正是这些量。用来测量应变的仪器只能读出总应变,如果不作进一步处理的话,就不能区分出这个应变中的各个分量。

从数学上来说,真实总应变的两个分量如下:

$$\text{弹性应变分量} \quad \epsilon_e = \frac{\sigma}{E} \quad (9)$$

$$\text{塑性应变分量} \quad \epsilon_p = \left(\frac{\sigma}{K}\right)^{1/n} \quad (10)$$

(9)式为虎克定律。(10)式是根据描述应变硬化材料中有关应力与塑性应变关系的幂定律:  $\sigma = K\epsilon_p^n$  求得的,式中K为强度系数,n为应变硬化指数。因此,总应变为

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K}\right)^{1/n} \quad (11)$$

式中 $\epsilon_e$ 为可恢复的应变,而 $\epsilon_p$ 为不可恢复的应变。根据(11)式,图5中O与B之间的每一个点都有这样两个应变分量。

在  $O$  与  $A$  之间弹性应变是主要的,在这个范围内,很难测量出塑性应变。然而,在大量弹性材料中,曾经在应力低至只有几磅/英寸<sup>2</sup>的情况下,测量到塑性应变。因此,我们必须作出这样的假设:在任何材料中,任何一个有限的应力都会产生一个有限的塑性变形(至少在局部区域内),尽管我们还不能将这些极小量的应变记录下来。了解这个概念对学习疲劳损伤基本原理至关重要,下面我们还要对此作进一步介绍。

(11)式的另一种提法是,图5中  $O$  至  $B$  之间每一个点都有一个立即可以恢复的弹性应变存在。事实上,随着应力逐渐增加至  $B$  点,弹性应变也逐渐增大。在直线部分中,这一点是很明显的,但在非直线部分中就不易看出。这一提法在图7中用图解表示。这个图可作如下解释。

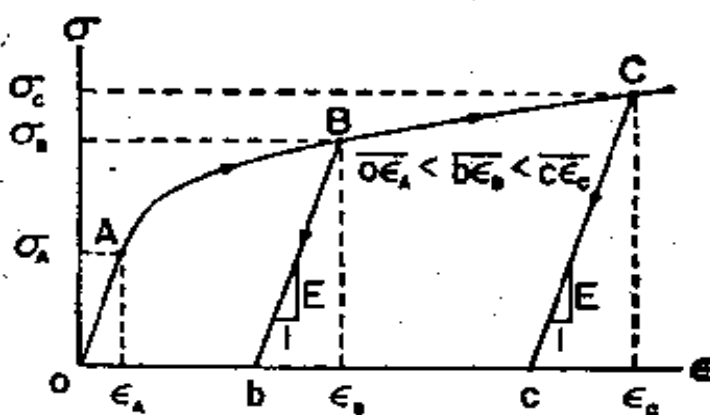


图7 在不同变形后的弹性恢复

当将材料加载到  $\sigma_A$  时,总应变为  $\epsilon_A$ 。如果从  $\sigma_A$  处卸载,材料基本上回到  $O$  点。因此,可恢复的应变为  $O\epsilon_A$ 。

当载荷加至  $\sigma_B$  时,总应变为  $\epsilon_B$ 。由  $B$  处卸载时,材料的应变减小至  $b$  点,可恢复应变为  $b\epsilon_B$ 。应变  $O\epsilon_B$  是不可恢复的,这是由实际应变达到  $\epsilon_B$  时所引起的塑性应变。

载荷加至  $\sigma_C$  的情况与加载到  $B$  处的情况,在性质上是一

样的。应变  $\overline{ce}$  是可恢复的，塑性应变为  $\overline{Oc}$ 。对于曲线上任一点都可以作出类似于这样的描述。

图 7 所示的三个三角形是几何相似的，其斜边的斜率都等于弹性模量。每个竖直边为那个特定点的应力，而水平边为其对应的弹性应变。重要的是，如果已知材料在任何一点的应力  $\sigma$  与总应变  $\epsilon$ ，即可用下式算出其塑性应变  $\epsilon_p$ ：因为  $\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p$ ，

$$\epsilon_p = \epsilon - \epsilon_e = \epsilon - \frac{\sigma}{E} \quad (12)$$

下面用弹簧受力变形这个例子来说明图 7 中所提出的问题的物理意义。图 8 示一原始长度为  $L_0$ ，加载后长度为  $L_1$  的弹簧。在载荷比较小时，我们可以预期在卸载后，弹簧会恢复到原始长度  $L_0$ ，但在载荷足够大时，就会引起一个永久变形（大小等于  $L_2 - L_0$ ），这也是不奇怪的，如图 8c 所示。这个最简单的实验能够表明，只有在长度  $L_1$ （在载荷作用下）超过最后永久伸长长度  $L_2$  时， $L_2$  才会大于  $L_0$ 。换言之，即使是一个承受过超载的弹簧似乎也有一定的剩余弹性恢复力。

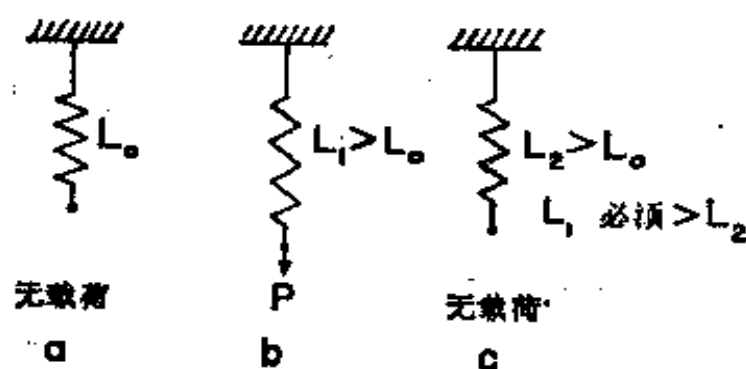


图 8 产生永久变形必须有过应变的例子

在单调变形中最难理解的方面也许是，弹性应变与塑性应变都随应力的增加而增大，如图 7 所示。为易于了解此种

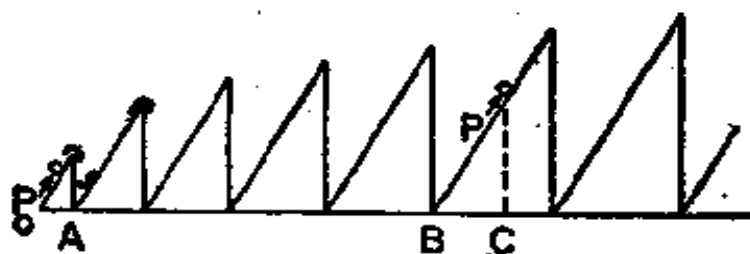


图9 塑性变形与弹性恢复过程的模型

特性,可以提出下列粗略的模型。

我们来研究图9中一组相似三角形的锯齿形模型,并设想连接锯齿尖端的一根光滑曲线就是应力-应变曲线。从O点出发,把一个球推上一个比一个高的斜坡。在每个斜坡上,球对地平线O有一势能,一旦去掉推动力P让球掉回地平线时,这个能量的大部分是可以恢复的。在到A点之前,球总是可以靠其自重回到O点,这就对应于应力-应变曲线开始部分的完全弹性特性。超过A点后的情况变得较为复杂,当把推动力P去掉时,只有总位移中的一部分能够恢复。例如,如果把球推过B点到达C点,在力P作用时,总位移为 $\overline{OC}$ 。如果把力P去掉,球将落回至B点, $\overline{OB}$ 即为永久位移量。通过图9各三角形的最高点,即可作出类似图7的曲线。如果我们从两个图形中任何一个的原点出发,离原点越远,则可恢复的位移和不可恢复的位移都将变得越大。

上面的讨论可以进一步用以处理真实材料的变形,这些材料显然不会象图9所示的模型那样不连续。为此,我们来研究三个取自图9的相同的锯齿模型,并以小的偏置量把它们彼此叠加在一起,如图10所示。为了模拟一个多晶体材料,这种偏置是必需的,因为这种材料中晶粒的方向是随机的(图11),并且在载荷作用下相应地表现出非均匀性的特征。假定在每个斜坡上把球自左往右推的过程中,使三个球始终

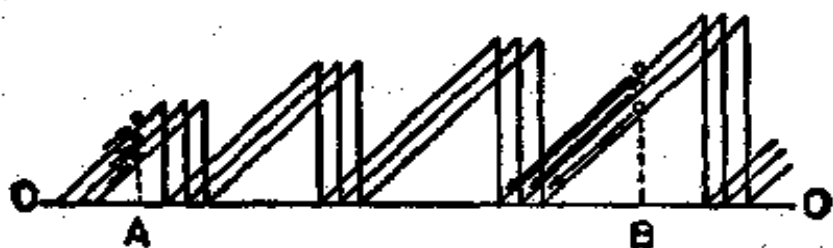


图 10 复杂变形与恢复过程的模型

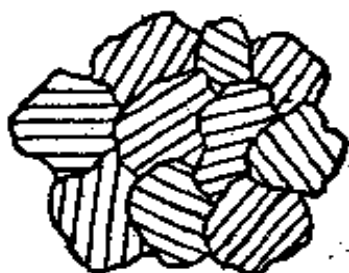


图 11 多晶体材料的晶粒结构

保持在同一竖直线上,这意味着它们的总位移一样。开始时,所有的各个位移都是可恢复的,如图 10 中的  $A$  点所示。图 10 中  $B$  点的情形更加值得注意,因为这里最低的球可能低于  $A$  点处最高的那个球。但就平均而言,  $B$  点的升高量与位移量都比  $A$  点大,就可恢复的部分平均而言,同样要比  $A$  点大。图 11 所示的材料以同一方式变化。在一给定的总变形中,局部应力与局部应变不是均匀的。然而,对外加载荷的总反应以及在去掉载荷后的变形恢复,可用上面有关图 7 的讨论来描述:

这样来模拟弹性与塑性变形自然是过于简单化了。对材料机械性能作更精确的分析就要求熟悉位错理论及其它关于金属缺陷的机理。关于这一方面的技术文献是很多的,这些文献在不同复杂程度上研究这些课题,有兴趣的读者可参阅文献[11]或[63]将会得到很大的帮助。

在研究了有关卸载的问题后,可以进一步讨论一次或两

次反向加载的问题。由于这是介于简单拉伸或压缩试验以及完全循环加载之间的一种加载过程，所以可以称之为准静态加载过程。在某种意义上，这种加载过程包含了在完成第一次完全循环之前材料能够经受到的每一种可能的应力-应变情况。在理解材料的疲劳损伤累积时，材料的准静态特性起着重要的作用。

图 12 示出这种准静态加载过程可能出现的一种方式。先将材料拉伸到  $A$  点，然后卸载，材料基本上沿着弹性线到达  $B$  点。如立即再加上拉伸载荷，将沿着同一条线从  $B$  至  $A$ ，反之，如果在  $B$  点反向加载，即由拉伸变为压缩，应力-应变曲线将立即偏离弹性线，如图中  $BC$  段所示。与从  $O$  至  $A$  第一次加载的曲线相对比，较早出现的  $BC$  段的非弹性特性不过是到达  $A$  点之前那部分塑性变形的结果。在文献 [11,63] 中讨论鲍氏效应 (Bauschinger effect) 时，对这个现象作了更为详尽的论述。

反向塑性变形的一个意义重大的结果是造成拉伸和压缩应力与应变的各种可能的组合。设拉伸应力与应变为正，压缩应力与应变为负。图 13 示出了各个符号可应用的范围。图

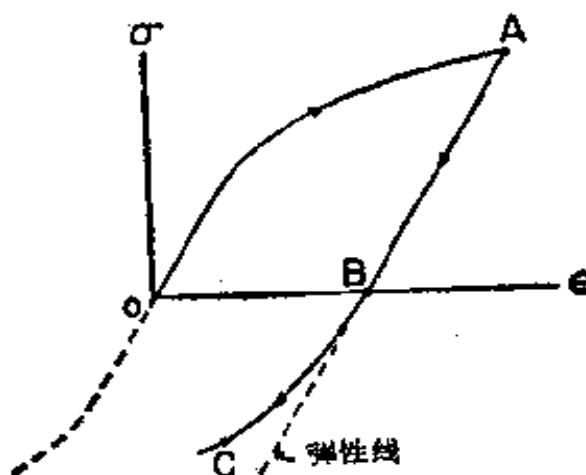


图 12 在大的拉伸变形后施加压缩载荷



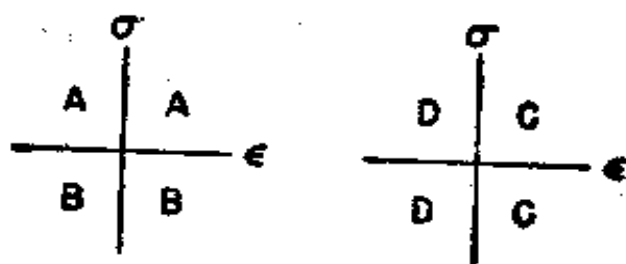


图13 应力与应变的符号规则

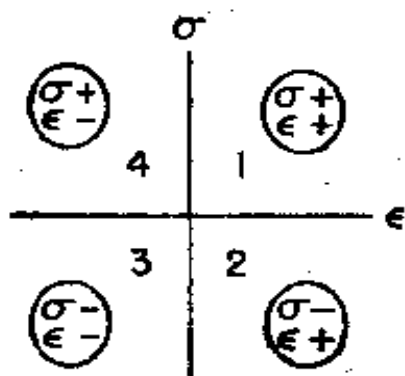


图14 应力-应变平面的象限

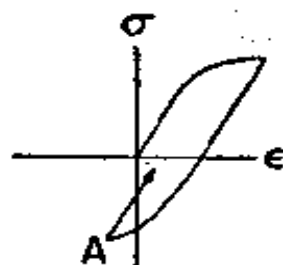


图15 加载进入第二象限的一种途径

14 示出了各种应力-应变可能的组合方式。下面将讨论这些可能的组合在疲劳中的意义。

应力-应变符号是不能任意组合的。一个没有用过的材料可以从0点“开始”进入第一或第三象限，但绝不会进入第二或第四象限。可以以两种途径到达各偶数象限，但必须经过塑性变形。已经到过第一象限的，可以到达第二象限\*，如图12所示；也可以经由第一、第二到第三象限再回到第二象限，如图15所示，在此图中，从A点卸载后，重新沿着弹性线回到第二象限。同样地，只有下列情况之一才有可能进入第四象限\*：已经到过第三象限之后(图16)；或是经第三、四象

\* 这里所说的第二象限是通常所说的第四象限，这里所说的第四象限是通常所说的第二象限，见图14。——译者注

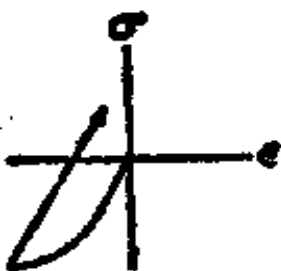


图 16 由压缩状态卸载加上  
拉伸载荷进入第四象限

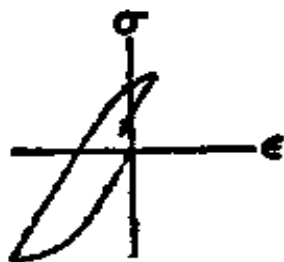


图 17 由拉伸状态卸载  
进入第四象限

限到达第一象限之后(图 17)。概括来说,要进入第二象限必须在第一象限内有塑性应变;要进入第四象限必须在第三象限内有塑性应变。

## §1.2 断裂与韧性

任何材料都可以加载至断裂点,任何材料,甚至是最脆的材料,在变形至断裂的过程中都要吸收一些能量。在单调拉伸到断裂的试验中所得到的数据,在疲劳分析与估算疲劳寿命中都是重要的,因为用这种比较简单、迅速与便宜的方法可以得到很有用的材料特性。为了给疲劳分析作准备,必须定义并阐明与单调断裂有关的三个材料常数。

在图 18 中,在试件行将断裂的瞬间,真实应力为  $\sigma_f$ , 真实总应变为  $\epsilon_{ft}$ 。我们必须借助在这瞬间的总应变,因为这时试件尚未断开,因而两个应变分量都存在。当试件完全断裂时,应力降低到零,应变降低到  $\epsilon_f$ , 这是断裂后的塑性应变。我们可以把这个过程看作由于受载试件断裂因而从 A 点卸载的过程。当然,弹性应变(等于  $\epsilon_{ft} - \epsilon_f$ )因构件断裂而得到恢复。

量  $\sigma_f$  与  $\epsilon_f$  称为材料的断裂强度与断裂延性,对于一种给

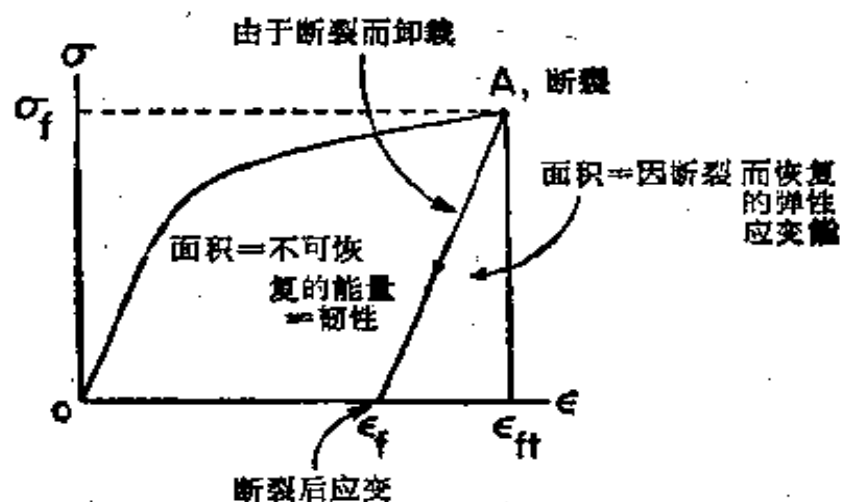


图 18 断裂后的应变以及韧性的定义

定的材料,这两个量都被假设为常量。必须指出,经常会把 $\sigma_f$ 与 $\sigma_{jt}$ 混同。其误差大小取决于材料的断裂强度、弹性模量及延性。

材料的韧性,即吸收能量的能力,是材料抵抗断裂的一个重要因素。这可以根据应力和塑性应变两种观点来考虑。在弹性线很陡与应力水平很高的情况下,弹性应变能<sup>[4]</sup>——即

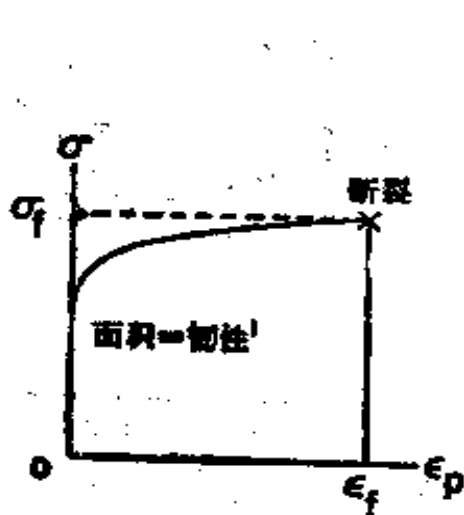


图 19 应力对到断裂时塑性应变的曲线

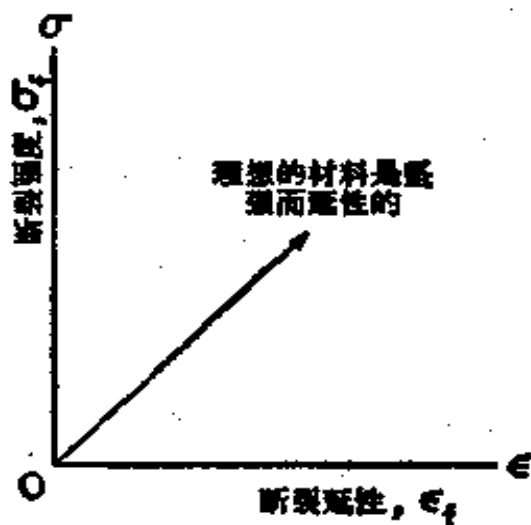


图 20 合乎要求的强度与延性的组合

应力-应变曲线直线部分下面的面积——是高的。可惜,即使这个能量值很高却不能有助于韧性,因为所有这些都是可以恢复的能量。吸收能量要通过塑性变形。应力-应变曲线下面的面积是以单位体积的能量为单位的,因此,曲线塑性部分下面面积大的材料是韧性材料。

材料力学教科书<sup>[4]</sup>上通常将韧性定义为在工程应力-应变曲线下面的面积,实际上这种做法不能提供准确的结果。在确定韧性时,使用真实应力-应变曲线要好得多,尽管这样做仍可能由于包含了可恢复的能量而引入较大的误差。为了进行准确的疲劳损伤分析,必须使用由单调试验得来的最精确的数据。因此,对于图 18 所示的真实应力-应变曲线,韧性小

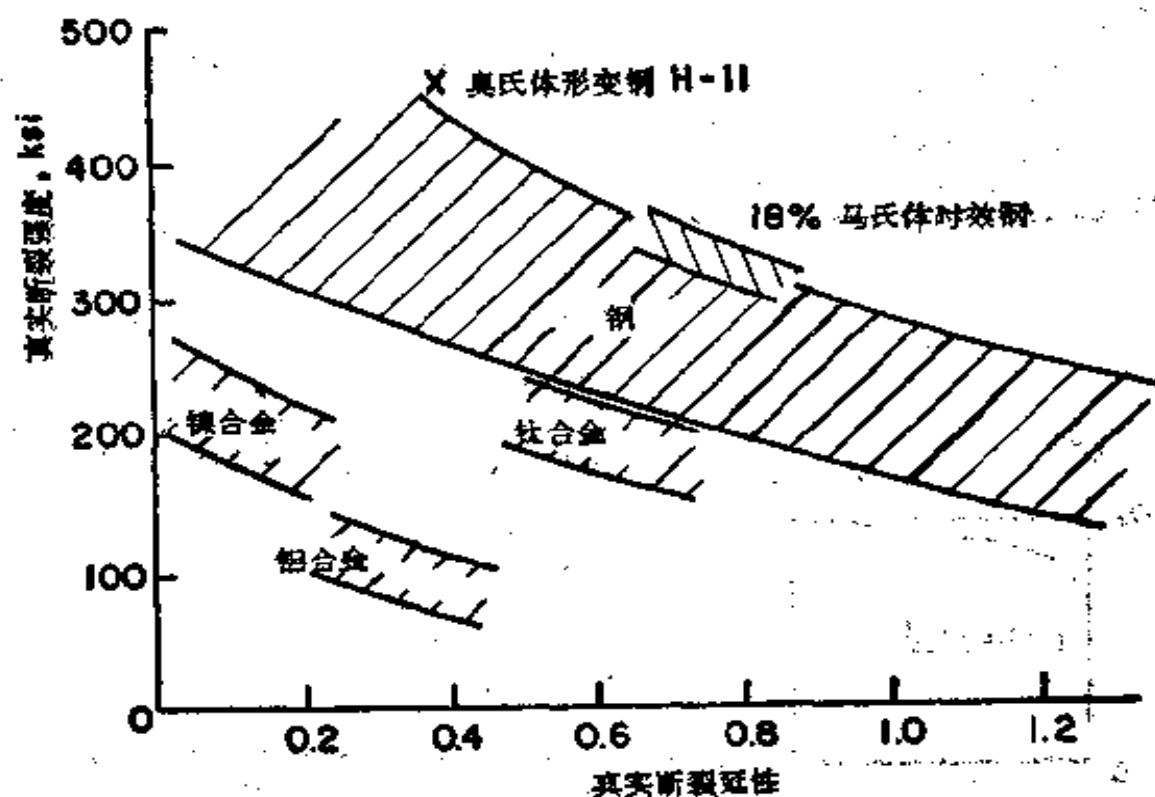


图 21 几种金属可以达到的单调强度与延性 (蒙美国材料试验学会同意, 引自 Landgraf; 金属与合金的高疲劳强度)

于该曲线下的总面积。请注意在  $\sigma_f$  到  $\sigma_{f1}$  上面的三角形面积代表着材料在行将断裂之前的弹性应变能，这部分能量由于在断裂时卸载而得到恢复。另一种定义“真实”韧性的方法是直接画出真实应力对塑性应变的曲线，如图 19 所示，并算出这条曲线下面的面积。

凭想象，似乎一种材料只要有了大的韧性值就是非常合乎需要的了。而实际上，只有当这种大的韧性是由于兼有高强度与高延性而得到的，才是最好的，如图 20 所示。情况确实如此，因为假如高的韧性主要是由于高延性而得，那将意味着强度低，因而抵抗变形的能力差。在许多实际情况下，即使能避免断裂也不允许有大的变形（不管是弹性变形还是塑性变形）。图 21 示出几种金属之间的比较以及与图 20 所示的理想特性之间的比较。当然，这样一幅图不足以作为选择结构材料的依据。另外一些因素，例如成本和比强度也应该好好考虑。

## 第二章 循环载荷

对材料疲劳中应力与应变的了解,大体上有两个方面.首先,我们必须对加在材料上的循环载荷情况要有一全面的了解.一般来说,这不是一件困难的工作,但在有些情况下,譬如说,构件的几何形状很复杂时,就不是一个简单问题了.其次,我们应该认识到,每一种材料都有它自己的“个性”,它们以各自的方式对各种特定的外加载荷情况作出响应.对这些可能的响应常常很难作出令人满意的描述,或者说,到最近为止还没有满意的结果可资利用.通常对材料疲劳的缺乏了解,大都是由于缺少材料“响应”方面的知识造成的.

### § 2.1 循环加载情况

最简单的加载情况是周期地、均匀而重复地施加的载荷,如图 22 所示.在简单的情况下,加载函数可以是力、应力、位移,也可以是应变.在本书中,最常用的是应力与应变,因为它们最能表明材料的特性.为了对性能作出简单的描述,在循环加载过程中,常常控制其中一个量,使其峰值保持不变,而使另一个量按照材料的特性变化.在许多普通的疲劳问题中,载荷的波形不是一个决定性的变量,注意力应放在载荷的上下峰值上.一个很实用的想法是把这上下极限看作是边界“墙”.不管控制哪个因素(应力或应变),在材料被推向一个墙之后,作用力就反向,让材料与另一堵墙相碰,如图 22 所示.  $A, B$  两点之间的一个完整的循环包括载荷两次反向.

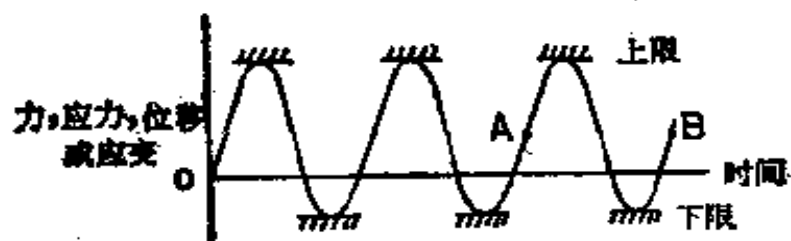


图 22 循环加载的示意图

下面的讨论常常要涉及图 23 与 24 中的符号。峰间值为应力或应变振程，而振程的一半乃是应力或应变幅。可以把应变符号改变为表示塑性应变的  $\Delta\epsilon_p$  或弹性应变的  $\Delta\epsilon_e$ 。两个峰值之间的中线到零线的距离称为平均应力  $\sigma_m$  或平均应变  $\epsilon_m$ 。完全对称循环指的是  $\sigma_m$  或  $\epsilon_m$  为零，或两者同时为零。如无特别规定，在本书中所用的都是完全对称循环。

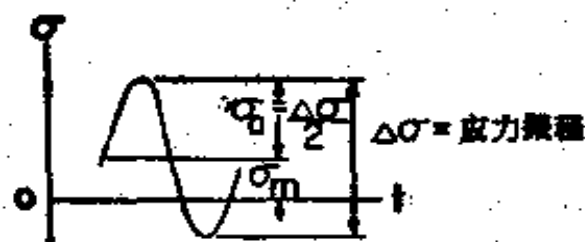


图 23 循环应力的定义

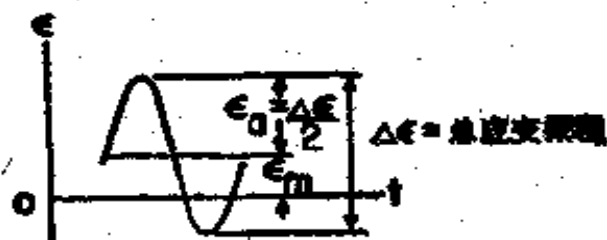


图 24 循环应变的定义

当材料在弹性范围内承受循环载荷时，应力与应变彼此以弹性模量线性相关，只要测得其中一个就可以知道另一个（图 25）。这种表面上看起来简单的情况，实际上有着极其严

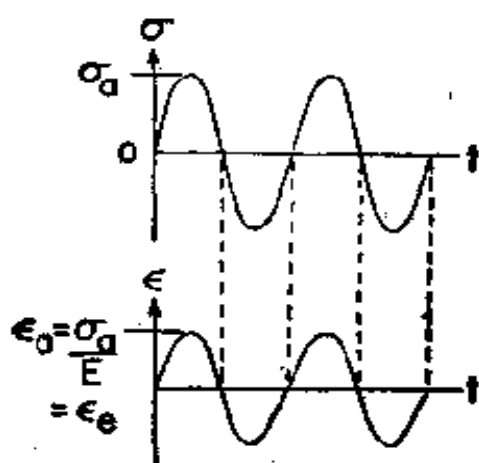


图 25 在弹性范围内循环应力与应变的相位关系

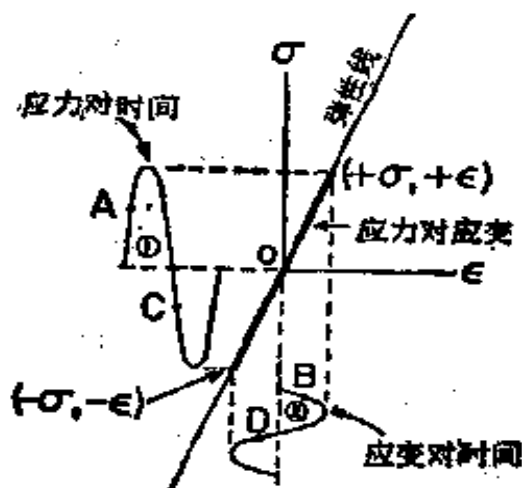


图 26 表示弹性特性的循环应力-应变曲线

格的限制，这在后面将要讨论到。现在让我们继续来讨论图 25 所示的线性特性。

可以从图 25 取用两个函数，并消去它们之间的时间变量，得出应变作为循环变化应力的函数关系。这等于画出循环变化的应力对于每一瞬时由应力引起的应变的曲线。图 26 表明如何利用应力-应变曲线中的直线部分来作出这种曲线。假设函数 1 是加在材料上的一个完全的循环应力。函数 2 为相应的循环应变，在每一瞬间的应变值可以利用弹性模量算得，也可以用图解的方法根据弹性线的投影求得。例如，B 点与 D 点分别为 A 点与 C 点投射在弹性线上的水平分量。当然，我们也可以把这个过程倒过来，即利用图中所示的循环应变得得到与函数 1 相同的循环应力。

在示波器上或在 X-Y 记录仪上同时并相互关联地记录应力与应变信号就会实际看到上述过程。不管加上的是图 26 上哪一个函数，应力对应变信号将从点 O 变到  $(+\sigma, +\epsilon)$  回到 O，再从 O 到  $(-\sigma, -\epsilon)$  并回到 O。如果在所示两极限之间连续循环，则应力-应变信号将沿着图 26 中的粗线来回移



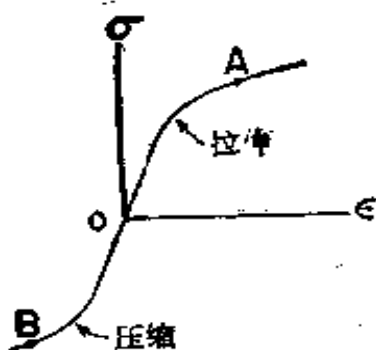


图 27 理想的拉伸与压缩应力-应变曲线

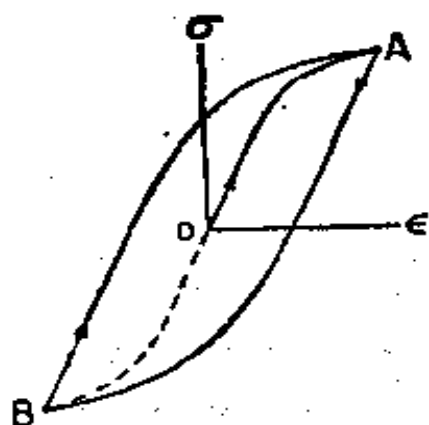


图 28 迟滞迴线的产生

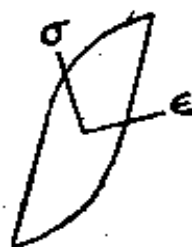


图 29 一个完整的迟滞迴线

动。我们可以说,点  $O, (+\sigma, +\epsilon)$  与  $(-\sigma, -\epsilon)$  是在一条循环应力-应变曲线上。这一概念往后还要进一步展开。

产生非弹性变形的载荷使材料的应力-应变特性曲线较之图 26 中的复杂得多, 其特性乃是前面已经讨论过的准静态加载过程的推广。假设材料的拉伸与压缩应力-应变曲线如图 27 所示。图中的点  $A$  与  $B$  表示应力与应变数值相同的两个点, 图 28 示出这种材料的理想加载程序。由点  $O$  至  $A$  拉伸载荷增加。通过由  $A$  点卸载, 并反过来施加压缩载荷而到达  $B$  点。再由  $B$  点卸载, 并反过来施加拉伸载荷, 又重新到达  $A$  点, 继续上述过程, 就可以反复地由  $A$  点到达  $B$  点又回到  $A$  点。沿着这条路线完整地往返一次画出的一条曲线 (图 29) 称为迟滞迴线。在循环加载时, 迟滞迴线是在应力与应变的

基础上描述材料特性的最好方法。应该认识到不管迴线图  
的尺寸如何，这种迴线示出材料中某一个点的经历。因此材  
料内两个相邻微体的迴线可以是不同的。

迟滞迴线最重要的性质并非是它能显示出循环变化的应  
力，而是通过它能测量出每一次循环中的塑性应变。循环塑  
性应变是重复反向而不可恢复的应变。这种概念可以用图  
30 所示两排相同原子的模型来解释。在无外力作用于原子  
上时，它们安于其所在位置上(图 30a)。在剪力  $\tau$  作用下，如  
果原子  $A$  能越过原子  $B$  所形成的障碍，接着又越过原子  $D$  所  
形成的障碍等等，平行的两排原子就能彼此作相对错动。一  
排原子安处在邻排原子之间的凹沟里。我们假定上排原子向  
右错动三个原子间距(图 30b)，这时去掉剪力。由于所有原子  
安于这个位置，位移是不可恢复的，我们称它为塑性应变。然  
而，我们可以在相反方向施加一个剪力，把上排原子推回原来  
位置。于是，其最后的排列(图 30c)虽与开始时(图 30a)一  
样，但总的塑性应变是六个原子间距。当然，最后的结果是

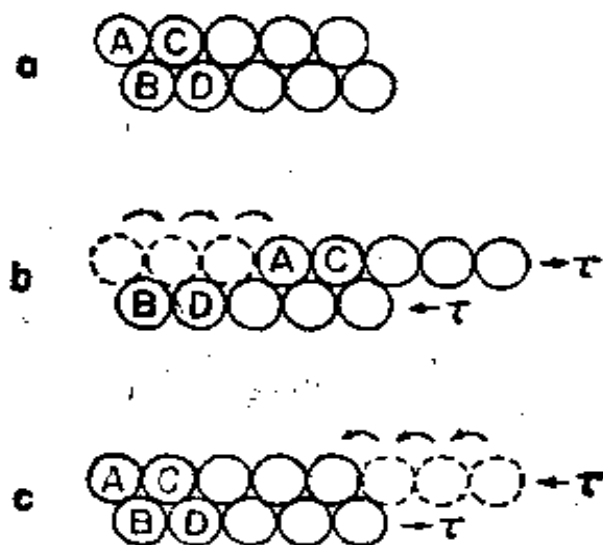


图 30 循环反复塑性变形的模型

位移为零,并且不能指示出先前的经历. 对于在图 30 中一个完整的载荷循环来说,塑性变形可以用三个原子间距的峰值偏移,或用总的距离——六个原子间距来计量. 虽然这两个值指的是同样一个完整的循环,但后面将会看到它们可能引起某些混乱并可能导致出错.

再说一遍,这里提出的模型是高度理想化了的. 在实际的工程材料中,位错的存在对塑性变形有很大的影响. 循环变形反过来对位错的数目与分布也有很大影响. 这种相互作用与疲劳损伤形成与累积的机理有密切关系. 这些机理的细节,研究者仍各持己见. 但在这里完全可以说,不管这些机理的确切细节究竟如何,循环塑性应变是一个可测量的物理量,用它同疲劳损伤相联系比用出现在疲劳问题中的其它因素好得多.

为了对迟滞回线作定量的描述,我们考虑图31中所用的符号. 假定这条回线是对称于 $\sigma$ - $\epsilon$ 坐标的原点的. 从回线上任何一点开始,沿着回线顺时针方向转一圈回到原来的起始

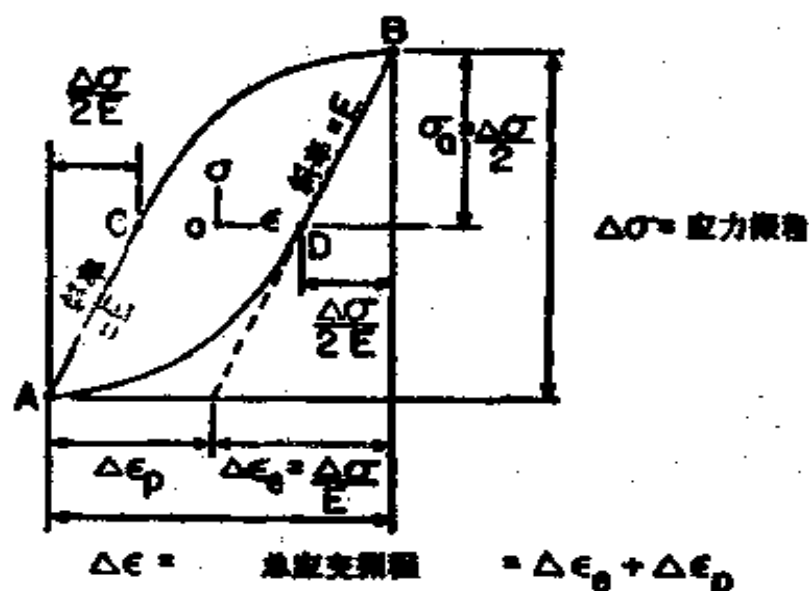


图 31 与迟滞回线有关的物理量的定义

点,就算一个完整的循环。不管起始点或控制条件如何,迴线的顶点  $A$  与  $B$  代表着这个循环中应力与应变的极限。如在静载变形中那样,总应变是由弹性应变与塑性应变组成的。每一次循环的总弹性应变为  $\Delta\epsilon_e = \Delta\sigma/E$ 。另一种说法是,在每一个完整的循环中,有两次卸载,每一次卸载,应力由顶点  $A$  或  $B$  的峰值变到零。根据图 31,每一次恢复的弹性应变等于  $\Delta\sigma/2E$ ,所以两次的弹性应变应为  $\Delta\epsilon_e$ 。于是,塑性应变振幅  $\Delta\epsilon_p = \Delta\epsilon - \Delta\epsilon_e$ ,也可以用中截面  $C, D$  两点之间的迟滞迴线的宽度更清楚地表示出来。

有关迟滞迴线的上述描述方法是遵照一般公认的习惯,但它并不完全恰当。困难在于被当作“每次循环的”各个物理量,只要加载半个循环即能得到。例如,为得到  $\Delta\sigma$  或  $\Delta\epsilon$ ,不需要围绕迴线整个一周,只要从  $A$  进行到  $B$  或从  $B$  进行到  $A$  即可给出。因此,  $\Delta\epsilon_p$  不是整个循环而是半个循环的塑性应变。换言之,如果我们从  $A$  点开始到  $B$  点停止,累积塑性应变为  $\Delta\epsilon_p$ ,而从  $B$  点回到  $A$  点,材料又经受同样的塑性应变。这类似于图 30 中所描述的经历。然而,一个完整地画出的迟滞迴线仍然不失为一种很好的描述,利用图 31 那样完整的迟滞迴线和把各重要的术语当作每次循环的物理量,使我们能够避免其它可能的误解。在作精密的分析工作时,应该记住这些术语的真实含义。

在迟滞迴线内的面积是每次循环时所作的功,或每次循环时所消耗的能量。这个能量的计算不会发生混淆,因为在这种情况下,已自动地把反向的塑性应变计算在内了。我们可以在图 31 中从  $A$  到  $B$  在两条独立的路线之间直接进行积分,也可以按图 32 所示分两步积分。在点  $C, B$  与  $D$  之间的面积是由拉应力在从  $C$  到  $D$  引起塑性变形时所作的功。点  $D, A$  与  $C$  之间的面积是由压应力使材料从  $D$  回到  $C$  引起塑

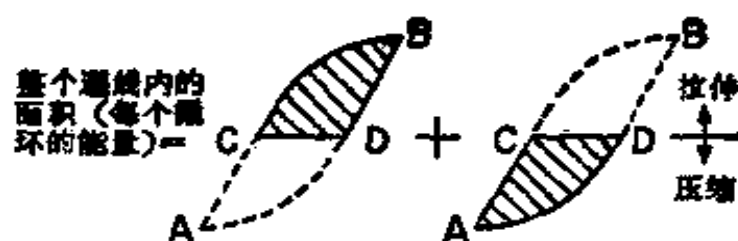


图 32 迟滞迴线能量的相加性质

性变形时所作的功。

对于给定的应力或应变振幅,迟滞迴线\*给出每次循环大约要消耗多少能量。在低应力时,迴线窄,面积小;而在高应力时,迴线宽,面积大。在图 26 中说明在低应力时的完全弹性特性,看来好象是极限情况。在这种情况下,迴线宽度为零,它退化为一条直线。可是,事实上有理由认为,即使在靠近零应力处也会产生一些塑性变形,因而我们应该假设在所有有限应力的情况下,迟滞迴线有一个有限的宽度。图 26 中的粗实线是一极窄的迟滞迴线,由于应变函数放大率低而无法将两根线区别开来。现有的测试仪器有它的局限性,但能够证明材料的疲劳总是由每次循环中出现的——至少会在局部地区出现的——塑性应变引起的。由于循环塑性变形在疲劳中的重要性,为方便起见,常常用比较宽的迟滞迴线进行讨论,即使其尺寸并不真实。

循环应力和应变的实际测量或控制,其范围从几乎不可能进行测量或控制到易于进行测量与控制。例如,在缺口根部与其它横剖面突然改变这样一类复杂几何形状的邻近处,测量与控制循环应变仍然是不可能的。可以用比较简单的试件来得出富有意义的结果,只是因为在这种试件中,应力与应

\* 原文为“单调应力-应变曲线”,似为“迟滞迴线”之误。——译者注



图 33 带有测量轴向应变引伸计的实验室试件

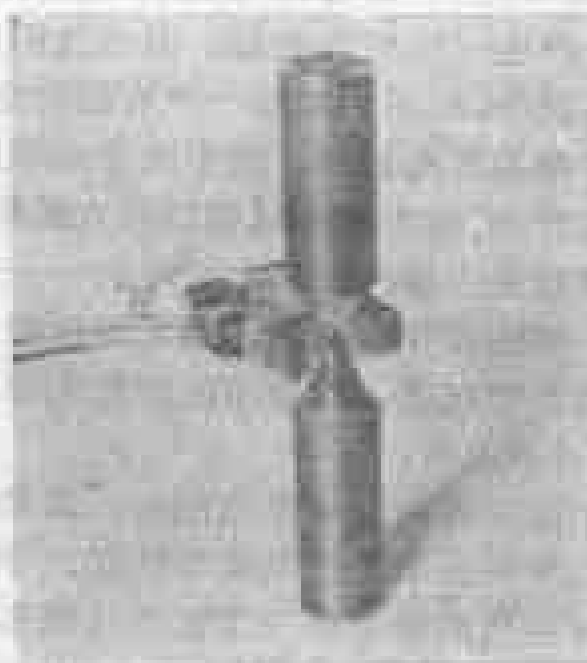


图 34 带有轴向应变式引伸计的实验室试件

变不会急剧地改变。图 33 示出一个典型的、简单的、准备用作轴向拉压试验的实验室试件。试件的加大部分用于装夹。

均匀收缩的部分用作测量应力-应变,并使最后破坏局限在这一部分内。在分析这种试件的特性时,假设:(1)在试件收缩段中任一横剖面上的应力都是同样大小的均匀应力;(2)在收缩段中任一点处轴向应变都是相同的。当这些假设能成立时,就能记录下材料的真实迟滞迴线,尽管一条迴线只是用到材料的一个无限小的微体上,而这样的无限小微体目前我们还不能记录。我们能做的是测量出最小横剖面面积上的平均应力以及相当长的收缩段上的平均应变。对于极短的或者受其它限制的试件,也可以用径向应变来画迟滞迴线。图 33 与 34 为安装在实验室试件上的测量应变的引伸计的照片。关于近代试验方法更详细的情况可参看文献[42]。

## § 2.2 材料的循环-相关特性

在讨论迟滞迴线概念时已经指出,材料要按某种方式对一特定的载荷情况作出响应。一般来说,这种响应并非对每次循环都是不变的。响应变化的两个极端情况是循环-相关硬化与循环-相关软化(并不总是直接对应于标准的压痕硬度值)。这些将要联系到外加载荷情况进行讨论。

### 控制应力

可能出现的循环-相关响应是在图 35 示出的两个极端情况之间。控制函数是使应力幅  $\sigma_a$  保持不变。独立变量——应变具有和外加载荷同样的频率,但其振幅不是常值。在循环-相关硬化的情况中,材料抵抗变形的能力是随着循环次数的增加而增大,以致在相同的应力下,应变变得愈来愈小。以后将要证明,在这种情况下,正切模量增大。这个变化过程类似于单调变形中的冷作硬化。应变峰值的包络线(图 35b 中的

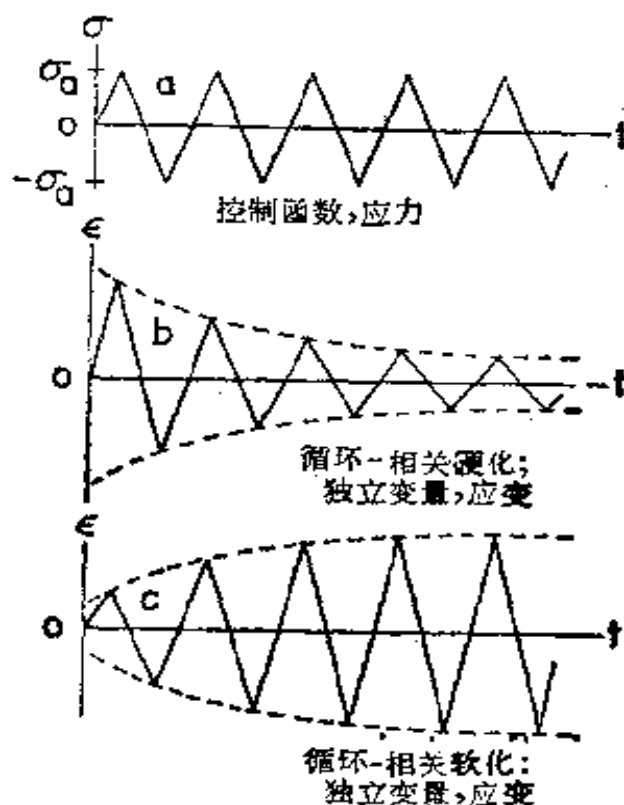


图 35 在控制应力下, 材料的循环-相关响应

虚线)是一个指数函数, 大部分变化在循环早期出现。通常, 在给定应力下, 超过疲劳寿命的一半, 应变振幅就不再有什么变化了。

循环-相关软化是材料对变形的抵抗能力逐渐减小。在控制应力下, 可以从应变在指数包络线下随着循环次数增加而不断增大明显地看出这一点。如果每次循环的应变值占到单调拉伸断裂应变的大部分时, 上面讲的这种情况就很容易变得不稳定。控制函数本身也可掺合到问题中去, 因为只有在小变形时, 才容易做到真正的控制应力, 在材料中形成裂缝时, 应力就不容易控制了。因此, 在某些情况(颈缩、有裂缝、有缺陷)下, 即使原来打算控制应力, 但实际上的控制函数是控制载荷。这个问题可比拟为在一根线下面挂一个重物。重量是靠在线内产生的内力而不是靠线内的应力水平来支持



的，应力水平取决于横剖面面积可能改变的大小。在循环载荷情况下亦是如此，只有力和面积都知道时，应力才能知道。

## 控制应变

另一种控制函数是使图 36a 中的应变幅值  $\epsilon_a$  保持不变。独立变量——应力在所示的两个极端的包络线下变化。循环-相关硬化(图 36b)意味着抵抗变形的能力增大了，因而，为了把材料压、拉到同样的应变极限时所需的应力愈来愈大。尽管其包络线和控制应力下循环软化的包络线相似，但它的意义和应力控制循环软化的失控情况不一样。在这种情况下，如果材料(高强度、脆性)对高应力水平敏感就会出现问題。

循环-相关软化使材料更容易变形。因此，在控制应变

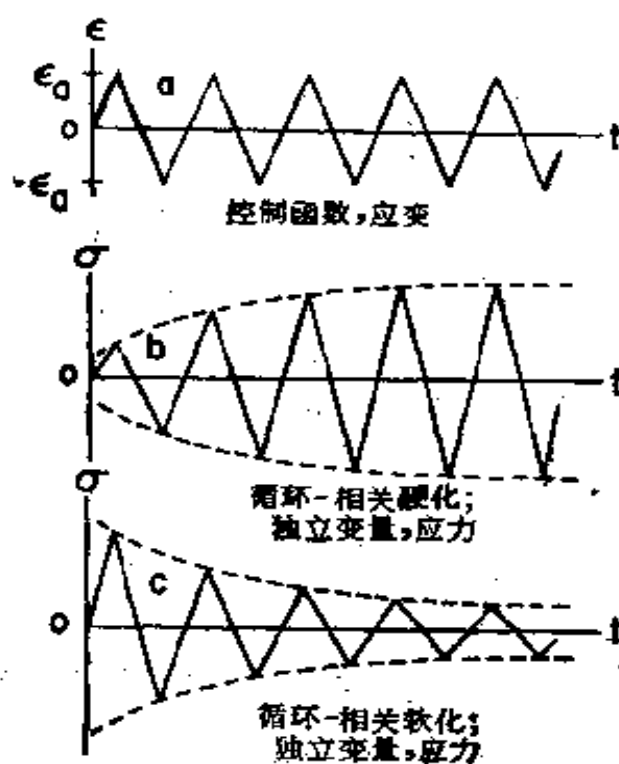


图 36 在控制应变下，材料的循环-相关响应

下,随着循环次数的增加,达到同样的应变极限所需的应力变得愈来愈小(图 36c)。如同在控制应力下那样,在一给定的循环应变水平下,超过寿命的一半以后,应力幅就不再会出现什么进一步的调整了。

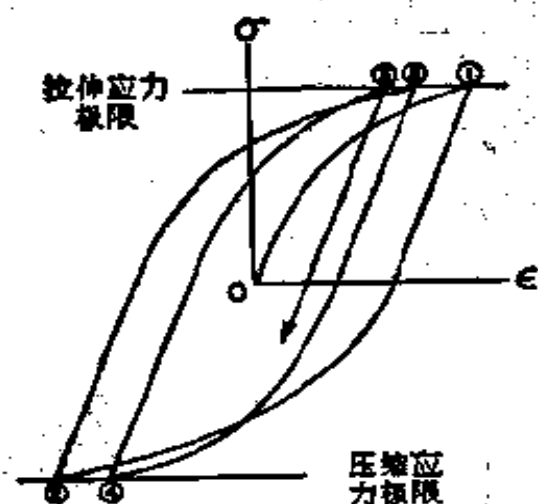
### § 2.3 具有循环-相关特性的迟滞迴线

上面讨论的情况也可以在应力-应变图上表示出来。本节中广泛使用早先介绍过的概念,即控制的极限好比两堵墙,迫使材料在其间往返。同时,允许材料在它需要的任何地方“碰撞”墙来作出它自己的响应。

在控制应力的情况下,墙是水平的,如图37所示。可以使材料从应力-应变座标的原点出发向拉伸方向加载。材料在用序号 1 表示的应变处达到拉伸极限。从 0 到 1 的这段曲线与单调应力-应变曲线一致。在 1 以后,材料经受一相反方向的载荷,把它送到点 2, 等等。相继的序号表示依次到达载荷极限处的应变。当曲线没有精确地回到原来的出发点时,就说它是迟滞迴线似乎有点不大确切,但通常因差别很小,所以也可以这样讲。而且一个不完善的迟滞迴线仍然能足以表示材料的性能。重要的是,迴线的宽度( $\Delta\epsilon_p$ )随着循环次数的增加而逐渐减小直至在半寿命前的某个地方逐渐呈现出一个十分稳定的迴线形状。

在图38中示出在相同类型控制应力情况下的循环-相关软化。同样,到达控制极限处的各应变也用序号标出,但现在的应变随着循环次数的增加而增大。图 39 清楚地表明这个过程失去控制的性质,该图是根据试验数据绘出的。很明显,应力幅是小于拉伸屈服强度的。

竖直的墙用来表示控制应变,曲线与墙相碰的点(应力



**图 37 在控制应力与循环-相关硬化下的应力-应变图**

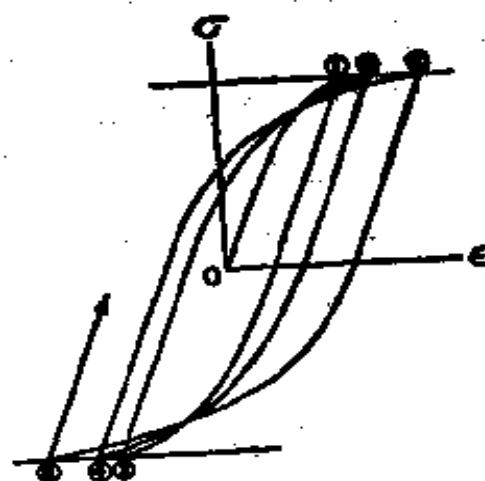


图 38 在控制应力与循环-相关  
软化下的应力-应变图

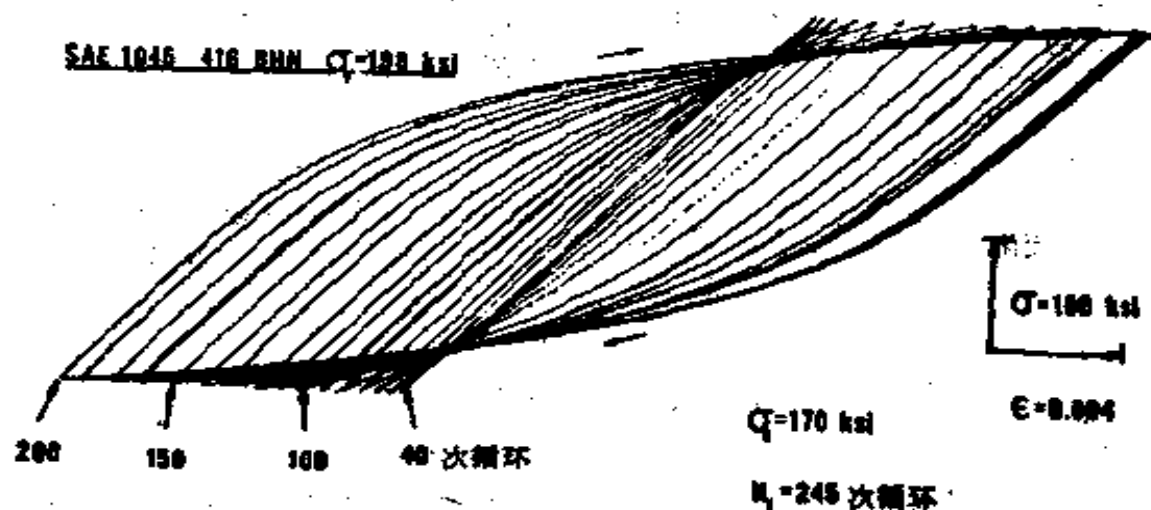


图 39 在控制应力与循环-相关软化下的迟滞遍线 (引自 Morrow, Halford 与 Millan: 钢的疲劳强度为最大时的最佳硬度)

水平)取决于材料的特性。图 40 描述循环-相关硬化的情况。相继的序号表示随着循环次数增加达到应变极限时的应力水平。因为硬化意味着抵抗变形的阻力增大,所以使材料从一个应变极限压、拉到另一个应变极限所需的应力逐渐增大。

从每个迴线顶点的卸载是沿着弹性斜线进行的，因此随着循环次数的增加，每次循环的塑性应变在减小。

图 41 示出在控制应变下的循环-相关软化。这时材料抵抗变形的阻力逐渐减小，达到应变极限所需要的应力变得愈来愈小。与此同时，每个循环的塑性应变增大。

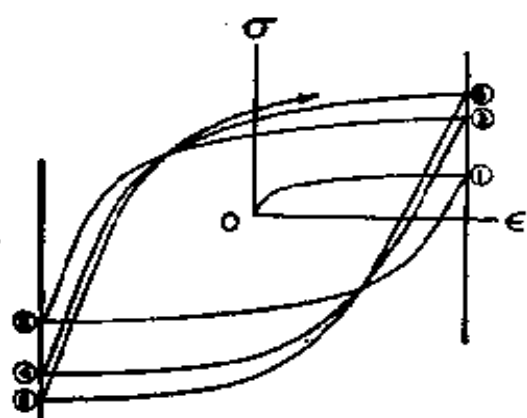


图 40 在控制应变与循环-相关硬化下的应力-应变图

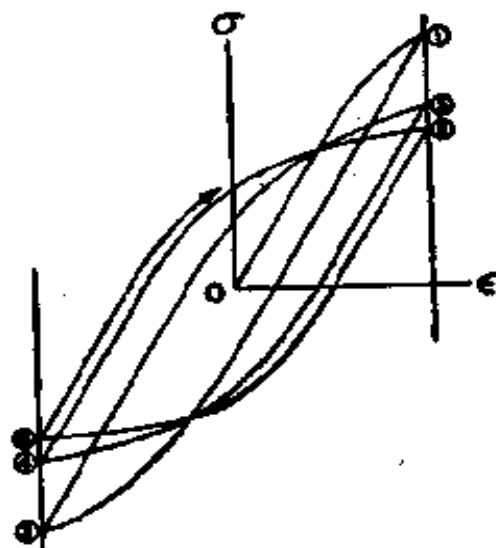


图 41 在控制应变与循环-相关软化下的应力-应变图

## § 2.4 材料循环特性的定性预测

某种材料是循环硬化还是循环软化，主要取决于材料的初始状态，有时还取决于外加循环载荷的大小。由于初始状态不同，一种给定的材料可能是循环硬化的，也可能是循环软化的，如图 42 所示。从图 42 中看出，退火状态的 OFHC 铜以很快的速率循环硬化，但在冷作状态下则是循环软化的。同一种金属只要循环次数改变一点，就能获得各种居间的初始硬度，如图 42b 所示。这种中间范围用一个初始应变硬化指数  $n$  来表示，对于金属来说，这个近似范围约为 0.10 至 0.20。

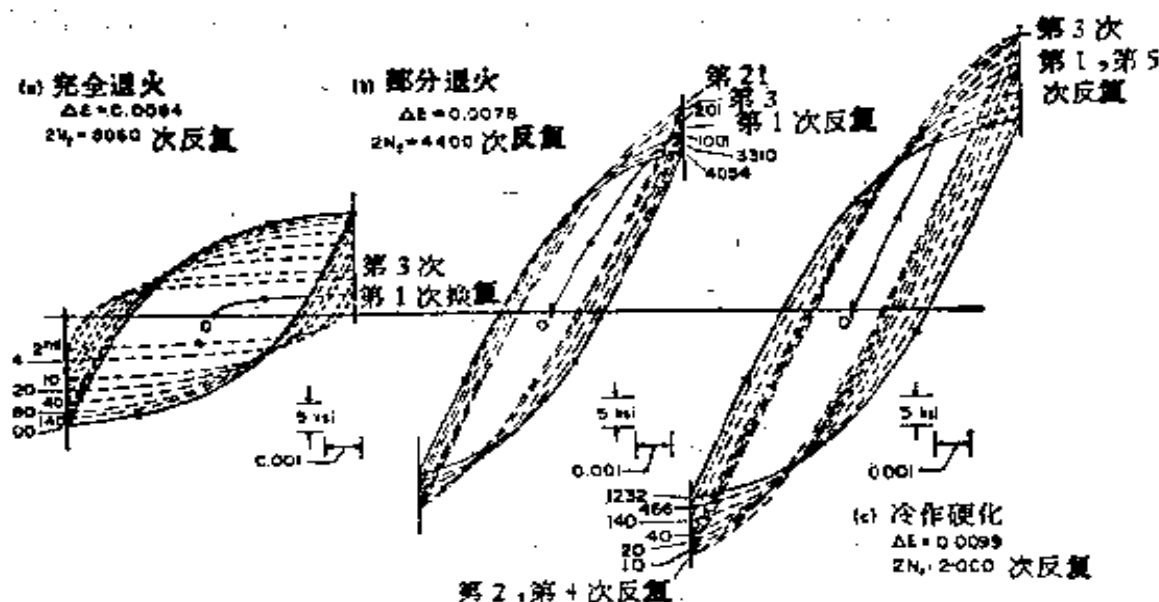


图 42 材料的初始状态在循环应力-应变特性中的作用: (a) 完全退火, 显示出循环硬化; (b) 部分退火; (c) 严重的冷作硬化, 显示出循环软化。(蒙美国材料试验学会同意, 根据 Taler 文章引自 Morrow: 内摩擦、阻尼与循环塑性变形)

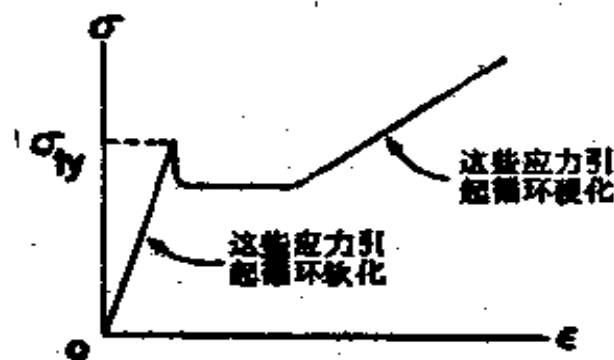


图 43 低碳钢的循环特性与载荷范围的关系

当  $\sigma$  高于这个范围, 金属为循环硬化, 而当  $\sigma$  低于这个范围时则为循环软化。

在给定的金属中, 有时可以看到由于循环载荷不同造成材料的响应不同。例如, 我们来研究一种低碳钢, 其单调应力-应变曲线示于图 43 中。在循环应力幅( $\sigma_a$ ) 低于拉伸屈服

应力( $\sigma_{cy}$ )时,这种钢趋向于循环软化;当循环应力在冷作硬化范围之内时,在同样的钢中引起循环硬化。

## § 2.5 机械性能的循环-相关改变

在上面讨论的基础上,仔细地研究循环载荷可能引起的机械性能的改变是合理的<sup>[43,54]</sup>。下述相当简单的一个试验提供了寻找这种机械性能改变的另一个令人信服的论据。取若干个化学成分、尺寸、形状与初始状态相同的金属试件,用其中一些试件建立单调应力-应变曲线,如图44中实线所示。同一组中的另一些试件经受循环载荷,在给定的载荷幅值下,大概加载到疲劳寿命的一半。在经受了这些循环之后,使试件恢复到零应力、零应变的状态(后面将说明如何做到这一点)。此刻,在这些试件与未经用过的试件之间的差别仅在于这些试件曾经有过循环变形的经历。然后再将这样处理过的试件进行单调的拉伸试验,并将其应力-应变曲线与未经用过的试件的曲线画在一起。这两批试件的曲线有可能是重合的,这就说明金属是循环稳定的。如曲线高于原始的单调拉伸曲线(如图44中曲线B),则表明金属为循环硬化的;如低于原始的曲线(如图44中曲线C),表明金属为循环软化。

把按上述步骤找到的应力-应变曲线称为循环应力-应变曲线是适当的。还有一些方法<sup>[34,37]</sup>可以用来确定循环应力-应变曲线,用不同的方法得到的结果有一些小的区别。就所有的情况来说,主要关心的是材料在经受了循环载荷但尚未破坏时的抵抗变形的能力(或正切模量)。抵抗变形的能力的改变会是很大的,这种改变自然对疲劳设计有重大的实际意义。图45与46示出几种金属的单调应力-应变曲线与循环应力-应变曲线。为了正确评价这些曲线的意义,让我们详细

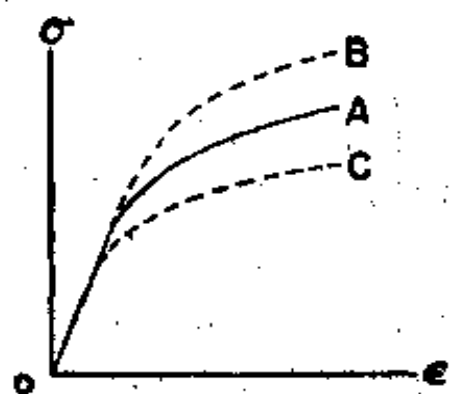


图 44 应力-应变曲线的循环-相关改变。A 为单调拉伸曲线；B 为循环硬化；C 为循环软化

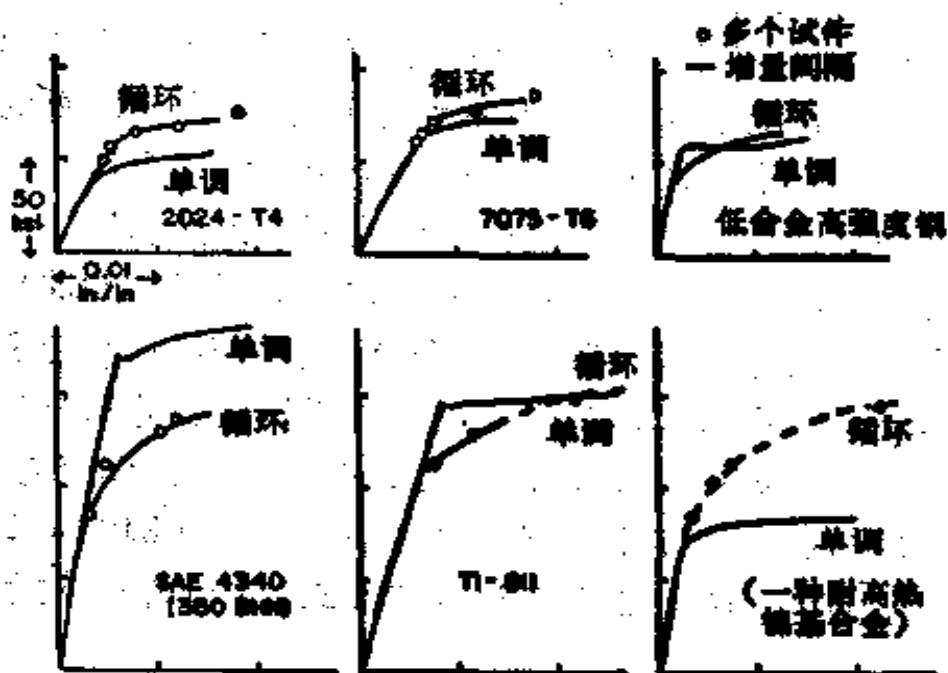


图 45 循环应力-应变曲线的一些实例(蒙美国材料试验学会同意, 引自 Landraf: 金属与合金中的高疲劳强度)

研究图 46 中最后一个图(布氏硬度 380)。在单调拉伸时, 这种材料的屈服强度大约为 200 千磅/英寸<sup>2</sup>, 在设计中把工作应力定为 150 千磅/英寸<sup>2</sup>看来是安全的。不久以前, 所有的设计方法都是基于这种不致破坏的安全概念, 甚至在今天

还有许多设计是以这种思想为指导的。可是，对于本例中所用的钢来说，设计者就大错特错了。他原指望在 150 千磅/英寸<sup>2</sup>的应力下，大概有 0.005 英寸/英寸的完全弹性应变，但是材料会沿着循环应力-应变曲线作出响应，这样应变将是他原来指望值的两倍，其中一半便是塑性应变。除了可能产生的应变太大这一问题以外，在控制循环载荷下，情况会逐渐恶化（由于循环软化而失去控制的情况），结果导致过早地破坏。根据上面的讨论，必须记住下面的结论：一般来说，由一给定的应力产生的应变，（尤其）与材料先前经受过的循环载荷有关。

用多级试验法<sup>[34,37]</sup>可快速测定材料的循环应力-应变曲线。举例来说，这种试验可以从小的应变幅开始，此后幅值以小的增量递增。在每个应变水平上，为得到一个稳定的迟滞迴线要进行足够次数的循环（但不宜过多，以免产生严重的疲劳损伤），并把迴线记录下来。把在每个应变水平上得到的迴线画在同一个具有公共  $\sigma$ - $\epsilon$  坐标系统的图上。然后用一光滑曲线把各稳定迴线的顶点连接起来，如图 47 所示。此曲线即是循环应力-应变曲线，可以用一个类似于单调应力-应变曲线的方程把它表示出来。总应变还是由弹性应变分量与塑性应变分量组成： $\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p$ 。因此，在图 47 中循环应力-应变曲线上任一点  $A$  的弹性应变分量为  $\sigma_a/E$ 。其塑性应变分量类似于单调应变中塑性应变部分的形式（(11)式）。对于静态情况，

$$\epsilon_p = \left(\frac{\sigma}{K}\right)^{1/n} = \epsilon_f \left(\frac{\sigma}{\sigma_f}\right)^{1/n} \quad (13)$$

因为  $K = \sigma_f/\epsilon_f^n$ ，这意味着  $\epsilon_p = (\sigma/K)^{1/n}$  在断裂的瞬间也是正确的，这里  $\sigma = \sigma_f$ ， $\epsilon_p = \epsilon_f$ 。循环应力-应变曲线的塑性部分，我们可以指望能够用类似于(13)式的形式表达出来，但那时常数  $K$ ， $\epsilon_f$ ， $\sigma_f$  与  $n$  可能是不同的。为了反映出静态应力-



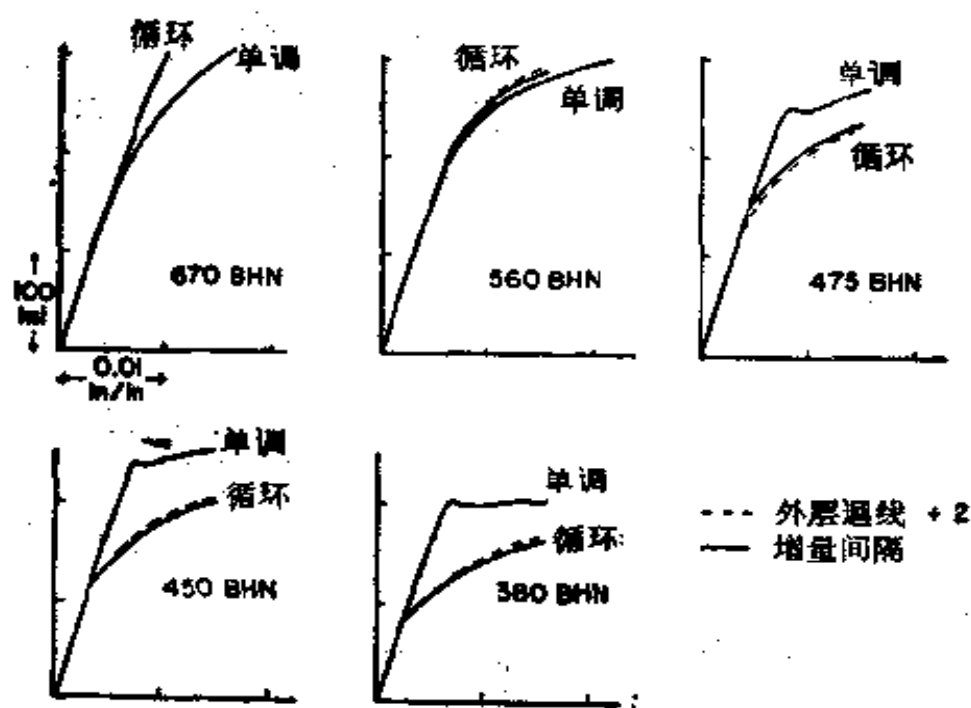


图 46 硬度对 SAE4142 钢的循环应力-应变曲线的影响(蒙美国材料试验学会同意,引自 Landgraf; 金属与合金中的高疲劳强度)

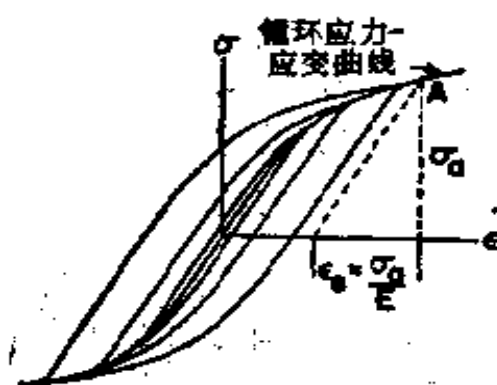


图 47 确定循环应力-应变曲线的一种方法

应变特性与循环应力-应变特性在概念上的相似,这些常数分别用  $\epsilon'_f$ ,  $\sigma'_f$  与  $n'$  来表示。我们称  $\epsilon'_f$  为疲劳-延性系数,  $\sigma'_f$  为疲劳强度系数,  $n'$  为循环应变硬化指数。如果舍去有矛盾的数据,则可以假设:  $\epsilon'_f \approx \epsilon_f$  与  $\sigma'_f \approx \sigma_f$ 。(关于估计  $\epsilon'_f$  与  $\sigma'_f$  的

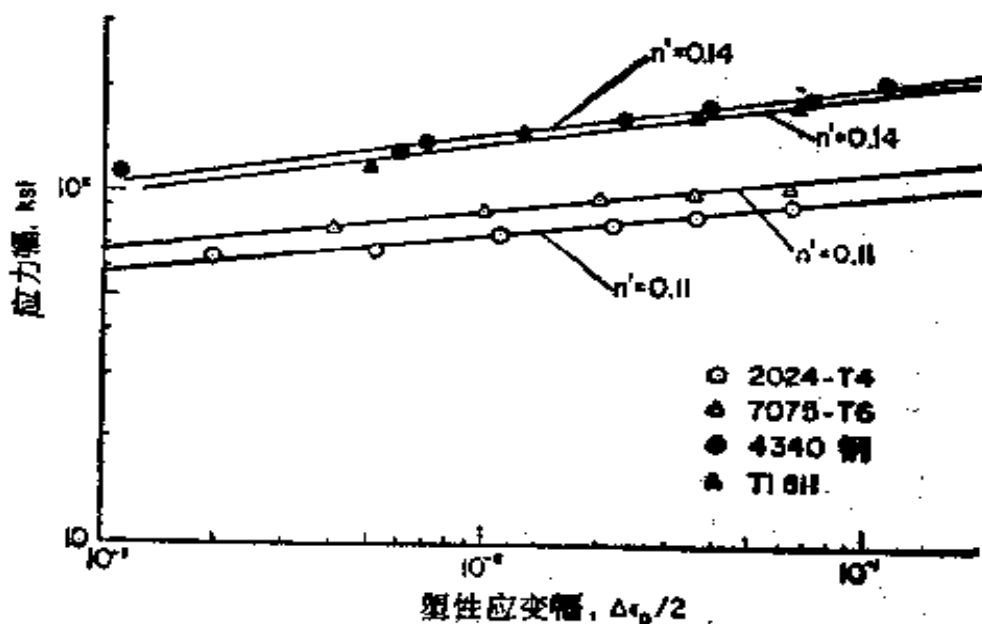


图 48 用实验方法测定循环应变硬化指数(蒙美国材料试验协会同意,引自 Endo 与 Morrow: 典型的飞机用金属材料的循环应力-应变与疲劳性能)

各种方法的梗概,可参阅文献[34])。对金属来说,从  $n$  到  $n'$  的变化是这样的: 初始的  $n$  低时 ( $n < 0.10$ ),  $n$  将加大; 初始的  $n$  高时 ( $n > 0.20$ ),  $n$  将减小。图 48 示出求  $n'$  值的方法, 循环对主要的机械性能的影响概括在表 1 中。

联系循环应变与循环应力的最终一般数学表达式写成  $\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p$  的形式<sup>[43]</sup>:

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\sigma_a}{E} + \epsilon_f' \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_f'} \right)^{1/n'} \quad (14)$$

总应变幅等于弹性应变幅与塑性应变幅之和。必须记住, (14) 式是不完全准确的, 因为它描述的是材料处于循环稳定状态时的性能。按照定义, 这种稳定状态即使有的话, 也是很少的(对于原始稳定的材料也许可能)。为了说明这个问题, 我们来研究图 49 中一种软化金属的单调应力-应变曲线与循环应力-应变曲线。根据循环曲线, 对应于应力幅为  $\sigma_a$  的总应

表1 机械性能的循环-相关改变

机械性能	循环的影响
$E$ , 弹性模量 硬度 $S_{1/2}$ , 拉伸屈服点 <sup>a</sup> $S_{y,0.2}$ , 偏移屈服强度 $S_u$ , 强度极限	影响可忽略不计 这些性质都是可变的, 因为它们与能够出现塑性变形的难易程度有关, 并且都会由于循环而产生潜在的改变. 如果金属是循环硬化的, 它们将会增大; 如果金属是循环软化的, 它们将会减小; 如果金属原来就处于稳定状态, 则它们保持不变. 可以用金属的原始的 $n$ 值与 $S_u/S_{y,0.2}$ 比值来估计该金属是循环硬化还是软化.
$\sigma_f$ , 真实断裂强度 $\epsilon_f$ , 真实断裂延性 $\%RA$ , 截面积收缩率	这些性质可以归入断裂性质一类, 因为它们是衡量断裂强度的尺度. 它们可能由于循环而有些微改变, 但不致达到可变特性改变的那种程度 <sup>b</sup> .
$n$ , 应变硬化指数	这也是一种可变特性, 并且由于循环会产生很大的变化. 所有金属在循环加载后, 其循环应变硬化指数看起来都调整到 $0.10 < n' < 0.20$ . 如果 $n$ 原来是低的(高度硬化的金属), 在循环载荷下, $n$ 将增大; 如果 $n$ 原来是高的, $n$ 将减小. $n$ 值在 0.10 至 0.20 范围内, 只有微小的改变.

来源: 蒙美国材料试验学会同意, 引自 Raske 与 Morrow: “低循环疲劳试验手册”.

a 屈服点现象可能由于循环应力而消失. 在低于屈服点经过若干次循环后, 迟滞迴线可能敞开, 同时屈服点消失, 这表明循环软化. 在较高的循环应变时, 同一种金属可能硬化.

b 已经有许多关于疲劳试件与部件的“延性消耗”与“剩余强度”损失的研究. 这些研究业已发现, 直到疲劳的最后阶段(这时已有相当大的裂缝), 强度与延性才剧烈地减少.

变幅为  $\Delta\epsilon/2$ , 并且有一个相当大的迟滞迴线. 然而, 在循环开始阶段, 至少在头半次循环的时候, 材料的特性由单调应力-应变曲线正确地描绘出来. 在早期阶段, 迴线的宽度可能测量不出来, 总应变基本上是全弹性的. 只是在经过若干次循环之后, 循环应力-应变曲线才变得能够应用. 预循环的次数是任意的, 通常为在给定载荷水平下所估算疲劳寿命的 20%

至 50% 之间,最常用的是半寿命,这一方面是为了方便,同时也是因为循环调整的指数性质使得在后半个寿命内通常只有很小变化的缘故。

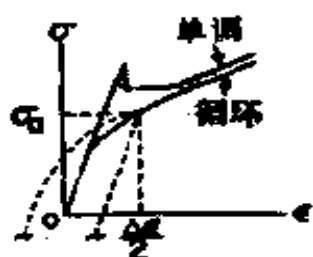


图 49 从单调应力-应变曲线逐渐改变到循环应力-应变曲线

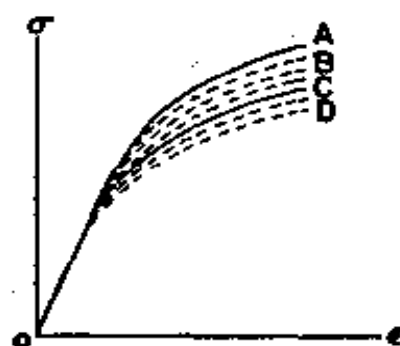


图 50 应力-应变特性曲线的不稳定性: A 为单调应力-应变曲线; B 为半寿命前的曲线; C 为半寿命处的“稳定”曲线; D 为半寿命后的曲线

根据以上讨论得出的教益是,对于一给定材料,循环应力-应变曲线的唯一性是以应力-应变特性曲线是稳定的这样一个人为的规定为前提的。事实上,存在着无数的循环应力-应变曲线,如图 50 所示。在目前,或在可预见的将来,可得到的数据不允许对循环应力-应变特性曲线作这样仔细的描述。在大多数实际场合中,可能也没有这种必要。然而,需要的是,循环可能使应力-应变特性曲线显著改变的总的评价\*。为此目的,半寿命处或者甚至比半寿命还短处,得到的稳定曲线是极有用的。

\* 原文中 *strong chance* 似为 *strong change* 之误。——审者注

### 第三章 疲 劳 寿 命

自上一世纪下半叶以来，已经积累了大量的疲劳寿命数据。大多数试验得出的中等寿命和长寿命数据画成应力幅对最终寿命的曲线，通常称为  $S-N$  曲线。图 51 示出这样一条曲线的略图。对于钢，在应力水平到达疲劳极限之前，随着应力的降低寿命稳定地增加，应力低于疲劳极限时，寿命显然变成无限长。在有色金属中，没有观察到这样一个疲劳极限，而

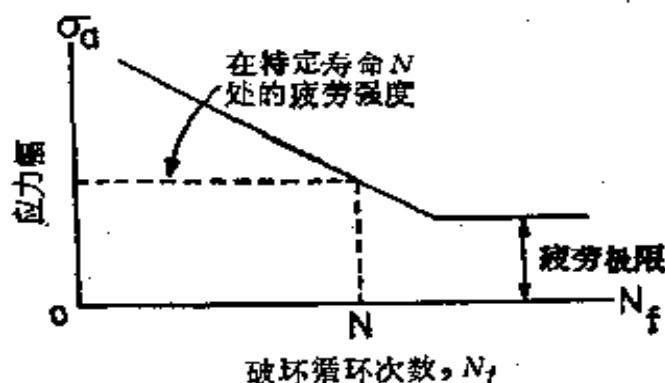


图 51 应力-寿命曲线, 或  $S-N$  曲线

是使用疲劳强度的概念：金属“生存”到某一个特定的循环次数（一般为  $10^8$ ）时的应力水平。疲劳强度是对材料承受循环载荷能力的一种随意的描述方式。例如人们可以说同一种金属在  $10^6$  次循环时的疲劳强度为 80 千磅/英寸<sup>2</sup>，而在  $10^7$  次循环时的疲劳强度为 12 千磅/英寸<sup>2</sup>。

一个真正的疲劳极限的概念是有几分靠不住的。不是所有的金属都显示出有这样一个极限，这一事实表明，它可能是一个虚构的量；有的金属只是不曾或不便试验到足够多的循

环次数。黑色金属在低应力时，应变时效的进程有推迟或弥补循环塑性应变损伤作用的趋势。其结果是否是无限长寿命这一点并不重要。重要的是在用疲劳极限代替早期的成见时，应该花更多的时间来了解应力-应变概念，在所有的疲劳问题中，这个概念具有统一的意义。

在处理  $S-N$  曲线时，无论如何要提一下关于构成曲线的各个数据点的分散性问题。在这里只要说一下分散是随着寿命范围的增大而增大这一点就可以了<sup>[63]</sup>。在  $10^6$  次循环范围内，同一个应力水平下观察到的寿命相差两、三倍是极其寻常的。这里所以要讨论这个问题是想提请注意疲劳问题的指数性质。例如，用一个二百万次循环的寿命来代替所要求的一百万次循环寿命粗听起来是不准确的，但在对数坐标图中，如在图 51 中，这点偏差并不显得严重。通常把寿命曲线画在对数坐标纸上，而且分散必须联系寿命曲线总的式样加以研究。显示出指数特性的疲劳性能的其他重要方面有：前面讨论过的循环硬化与软化速率，以及图 52 所示的裂缝扩展的加速特性。

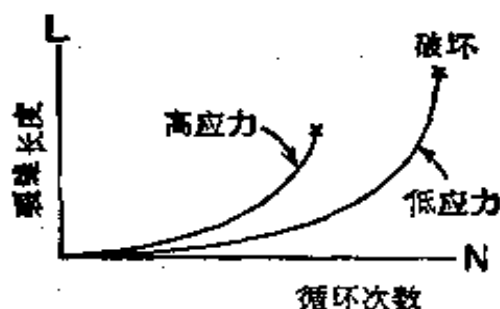


图 52 疲劳裂缝的生长率

在五十年代，建立了低循环疲劳试验的领域（ $<50,000$  次循环），此后得到了稳步地发展<sup>[3,5,40,42]</sup>。这是因为在讨论短寿命这类问题时， $S-N$  曲线是不能满足要求的。人们发现，控制应变最接近实际上存在的情况，并可以避免通常在控制高

循环应力水平发生的不稳定情况和失控情况。图 53 示出一条典型的总应变对寿命的曲线。这个图定性地说明了塑性应变程度随寿命范围变化的情况,与人们从单调应力-应变曲线或  $S-N$  曲线所得到的结论丝毫没有区别。在试图作出定量分析之前,这里先定性地讨论问题,因为它直接影响到我们对疲劳问题的了解。许多对疲劳问题进行研究和工作的人认为,只要把主要精力放在高循环疲劳问题上就行了,没有多少理由要去了解低循环疲劳。对这两个寿命范围各自的疲劳损伤机理有着许多争论,但从应力与应变的力学观点来看,这些机理可以统一起来。这就是,疲劳损伤是由循环塑性应变引起的,不同寿命范围之间仅有的重大差别是循环塑性应变程度上的不同。对此,已经提到过一些证据,今后还将更多地讲到它。

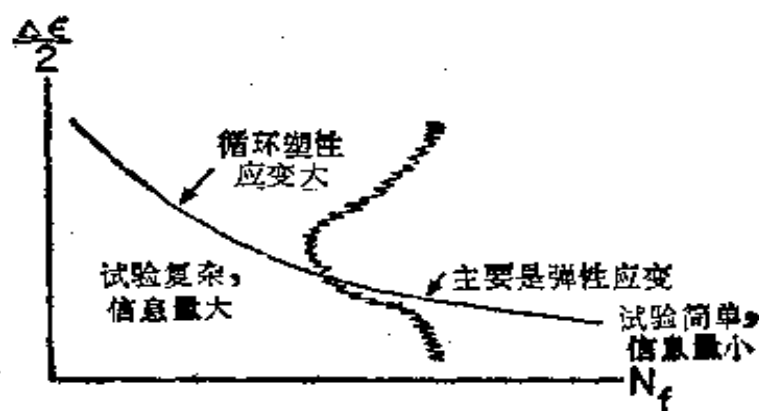


图 53 应变-寿命曲线

必须补充的是,某些人不愿意研究低循环疲劳是由于这种课题比较复杂。譬如说,为取得数据,需要如图 54 所示的专门的试验设备、测量与记录仪器。与旋转或平板弯曲试验设备及相应的试验方法比较起来,现在在疲劳研究方面的人力、物力上的投资看来确实惊人。然而,在知识方面的收获足

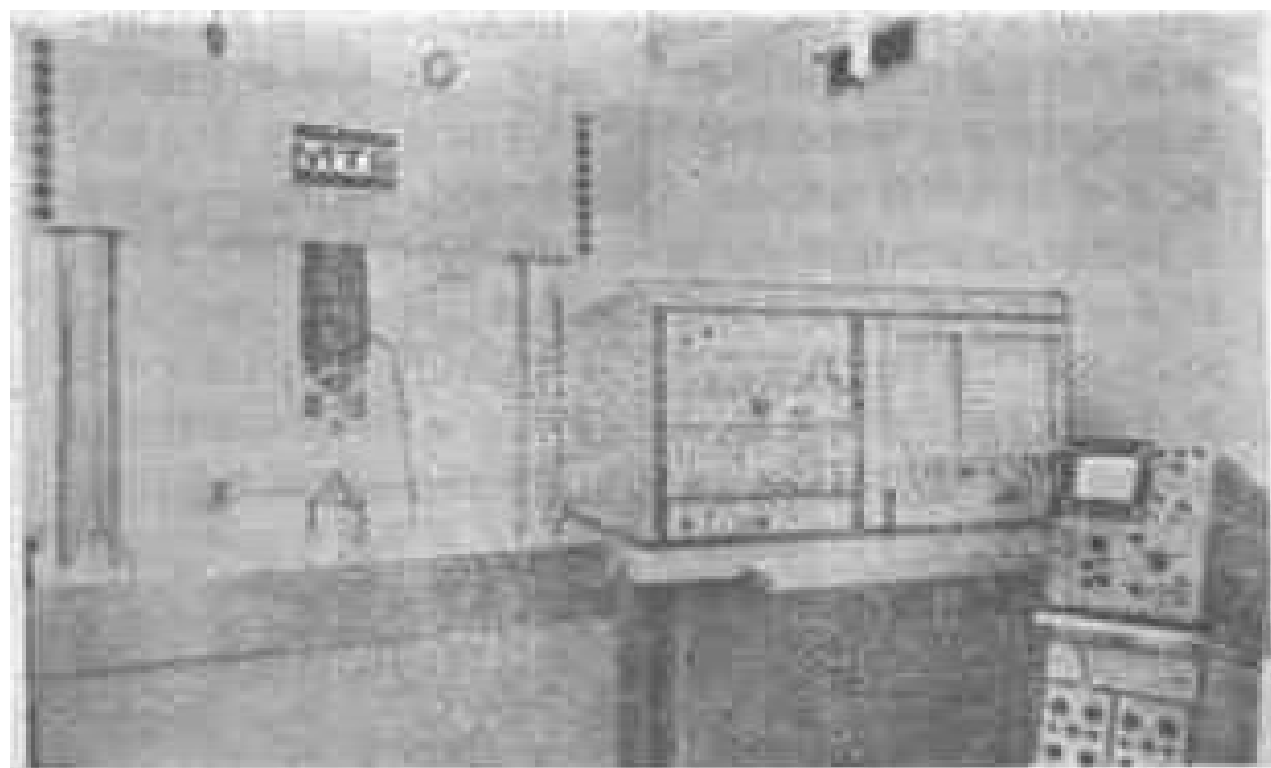


图 54 控制与测量循环应力、应变或挠度的试验设备

以证明这些努力是值得的，不管是高循环疲劳还是低循环疲劳领域，都能从广泛地理解原来未知的事物中得到好处。

### § 3.1 应变-寿命曲线的分析

疲劳寿命通常以循环次数  $N_f$  给出，但在某些场合下，把循环看成是由载荷反复造成的较为有用，所以一次循环总是包括两次反复。以反复次数为单位的寿命写成  $2N_f$ ，本书将经常用到这个符号。当然，曲线在对数座标图上的斜率不会由于系数变为 2 而受到影响。

对总应变-寿命曲线(图 53)进行的分析是以(14)式为基础的。每一个总应变值是由弹性分量与塑性分量所组成，所以在任一给定寿命处存在着这两个分量。在图 55 中给出这



样一个例子,假定在总应变幅为 0.6% 时的疲劳寿命为 10,000 次循环。根据实际测量可以知道,总应变中三分之一为塑性应变幅,其余三分之二,即 0.4% 为弹性应变幅。于是,我们可以反过来证明并声称,对同一种材料,只要循环弹性应变幅等于 0.4%,其寿命将是 10,000 次循环。同样,只要知道塑性应变幅为 0.2%,就可以断定它的寿命为 10,000 次循环。

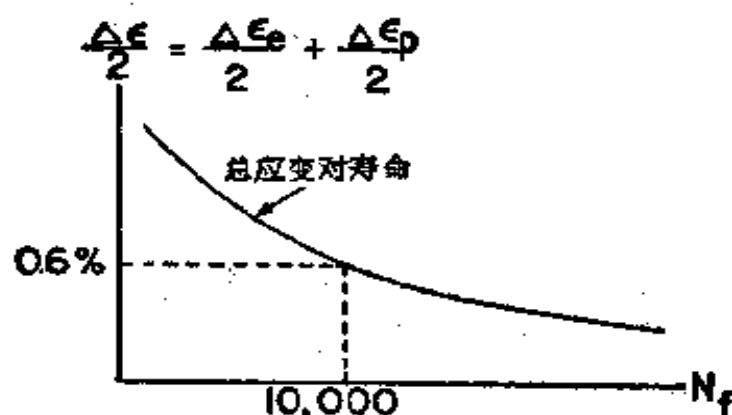


图 55 循环应变各分量的例子

因而,通过指定一个单一的弹性应变幅或塑性应变幅就可以在全部寿命范围内得到每个特定的寿命循环次数。因此,在总应变-寿命曲线的同一张图上可以画出弹性应变-寿命曲线与塑性应变-寿命曲线。在对数坐标图上,弹性曲线与塑性曲线看来是一根相当直的线,如图 56 所示。由于应用了 (14) 式,这些曲线不是彼此无关的。譬如在寿命  $N$  处画的一根垂直线就把各个应变联系了起来。每一个应变幅  $\epsilon_e$ ,  $\epsilon_p$  与  $\epsilon$  是相对于零应变而言的,而零应变没有在对数坐标轴上表示出来。因此,在图 56 的图形中  $\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p$  的关系不明显,但将  $\epsilon_e$  与  $\epsilon_p$  彼此正确地叠加即得到总应变值  $\epsilon$ 。

从图 56 这类复合图中可以得到若干重要的性质。在塑性应变分量-寿命曲线(图 57a)中,我们找到所谓的疲劳延性

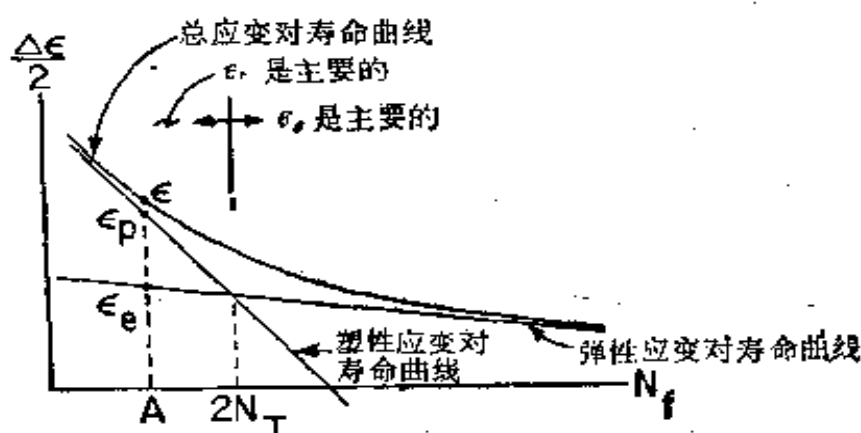


图 56 应变分量的叠加

性质；从弹性应变分量-寿命曲线中找到所谓的疲劳强度性质。为直接表示出强度参数，很容易地把后一条曲线变换成为应力-寿命曲线，如图 57 b 所示。在反复次数为 1 时，我们是在处理一个单调拉伸试验而不是精确地处理疲劳问题。所以在这个“寿命”处所显示的断裂性质是  $\sigma_f$  与  $\sigma'_f$ 。然而，如果正如人们始终期望的，在疲劳断裂与单调断裂之间有密切的联系的话，就应该能够把循环曲线外推，并发现截距  $\epsilon'_f$  与  $\sigma'_f$  分别和  $\epsilon_f$  与  $\sigma_f$  重合。在图 57 的例子中，就重合得非常之好，但我们并非总是这样碰巧。图 58 与 59 表明，线性外推到反复次数为 1 得到的  $\epsilon'_f$  与  $\sigma'_f$  值不一定与单调拉伸试验的数据  $\epsilon_f$  与  $\sigma_f$  一致。

图 56 与 57 中的直线可以用幂函数来描述，它们的一般形式在疲劳问题中具有相当大的普遍意义。塑性线由下式给出：

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \epsilon'_f (2N_f)^c \text{ 或 } 2N_f = \left( \frac{\Delta \epsilon_p}{2\epsilon'_f} \right)^{\frac{1}{c}} \quad (15)$$

式中  $c$  为疲劳延性指数。(15)式通常称为 Manson-Coffin 低循环疲劳方程<sup>[48]</sup>。

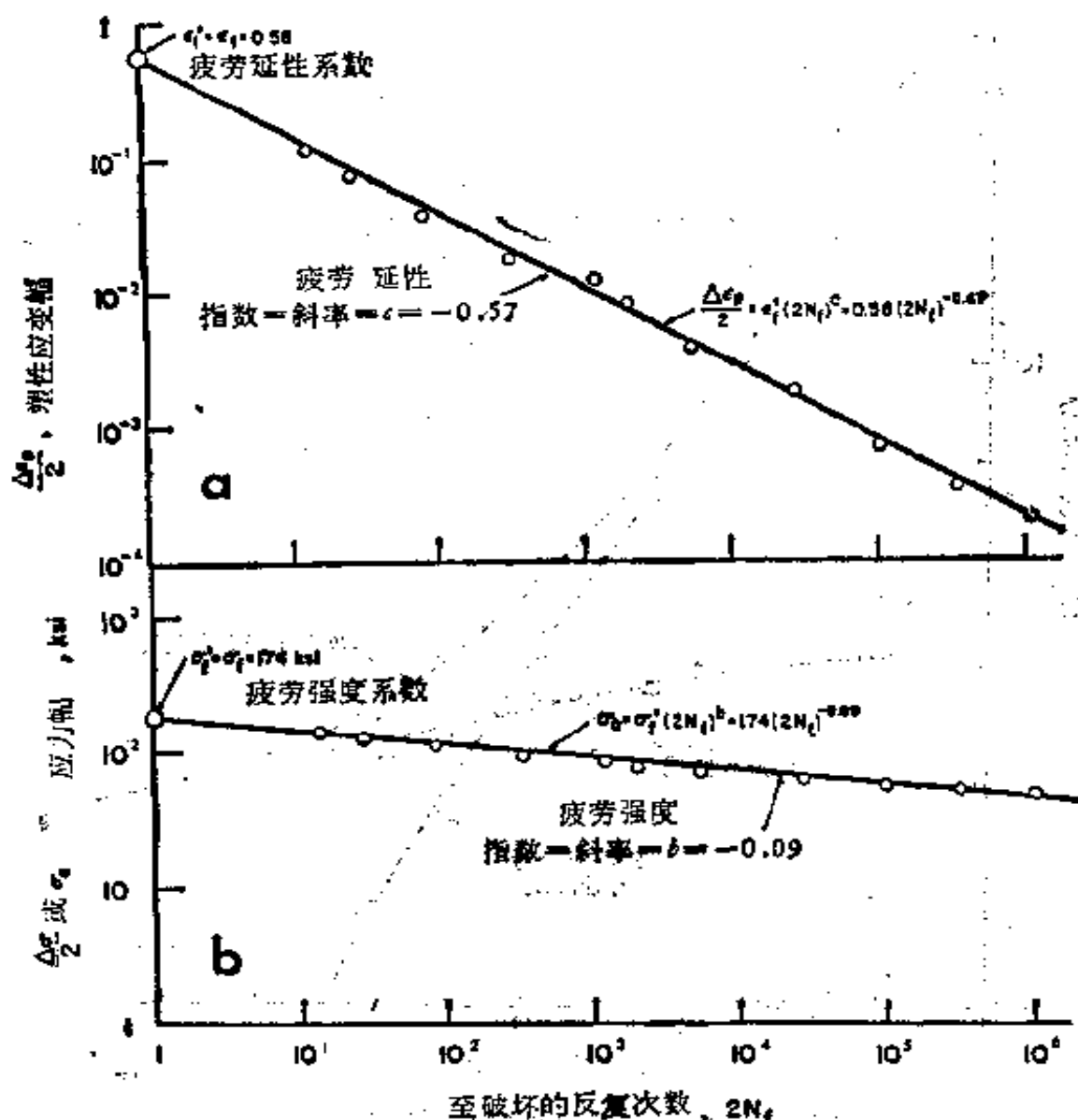


图 57 SAE4340 钢的疲劳性质: (a) 疲劳延性性质; (b) 疲劳强度性质(蒙美国材料试验学会同意, 引自 Morrow: 内摩擦、阻尼与循环塑性)

图 57 b 表示的疲劳强度性能可以用一类似的简单公式描述:

$$\sigma_a = \sigma'_f(2N_f)^b \text{ 或 } 2N_f = \left(\frac{\sigma_s}{\sigma'_f}\right)^{1/b} \quad (16)$$

上式是由(15)式与(14)式中的塑性应变分量合并而得。所得

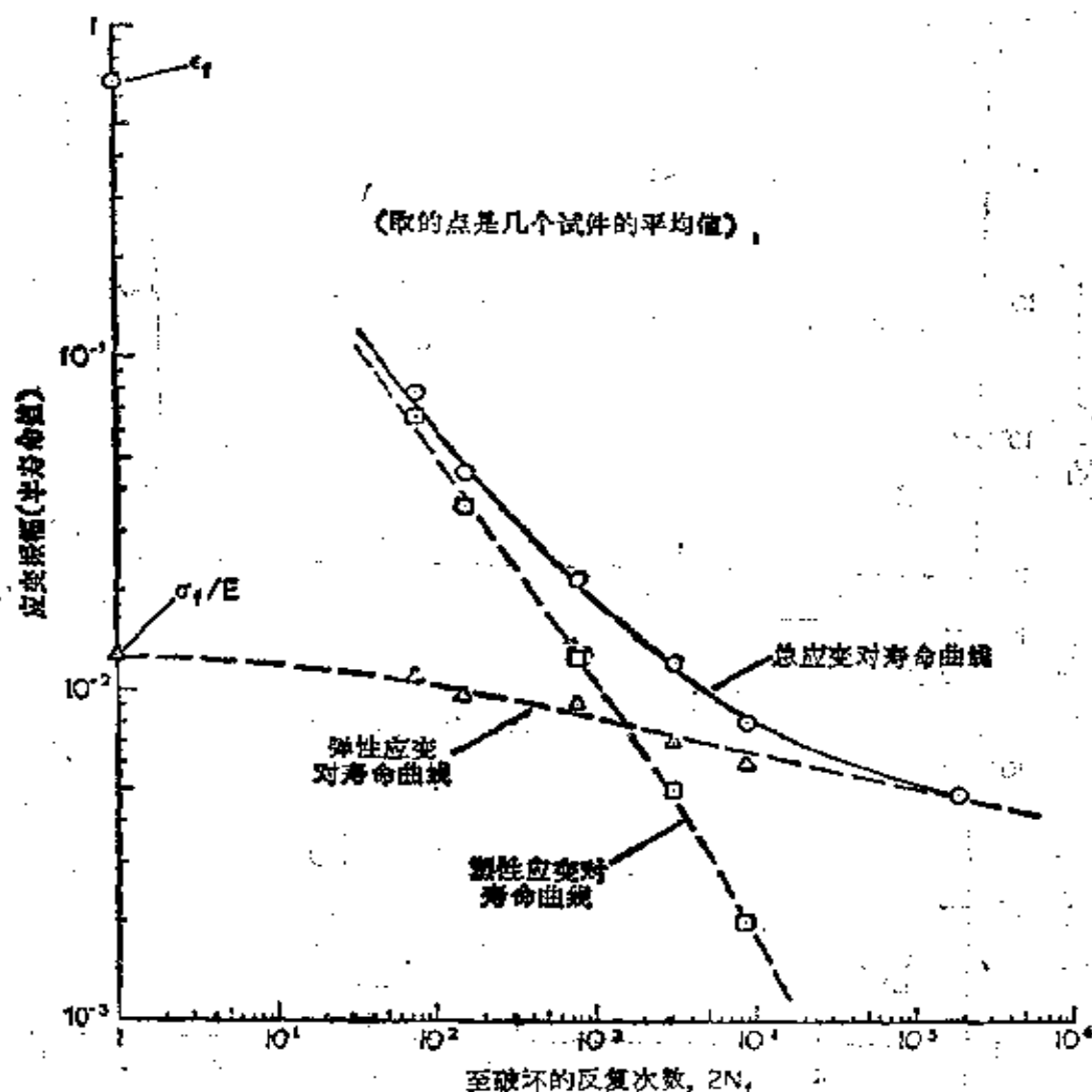


图 58 7075-T6 铝合金的疲劳性质 (蒙美国材料试验学会同意, 引自 Endo 与 Morrow: 典型的飞机用金属的循环应力-应变与疲劳性能)

到的指数  $cn'$  称为疲劳强度指数  $b$ , 它通常被称为 Basquin 指数<sup>[48]</sup>。这是一个小的数字, 却能使  $\sigma_s$  的任何误差显著地放大。在这一点上, (15) 与 (16) 式仅以经验为根据, 但在能量原理一章 (第四章) 中, 将在更完备的物理基础上再来讨论这两个方程。

有必要对疲劳系数, 如延性系数的定义作详细讨论。

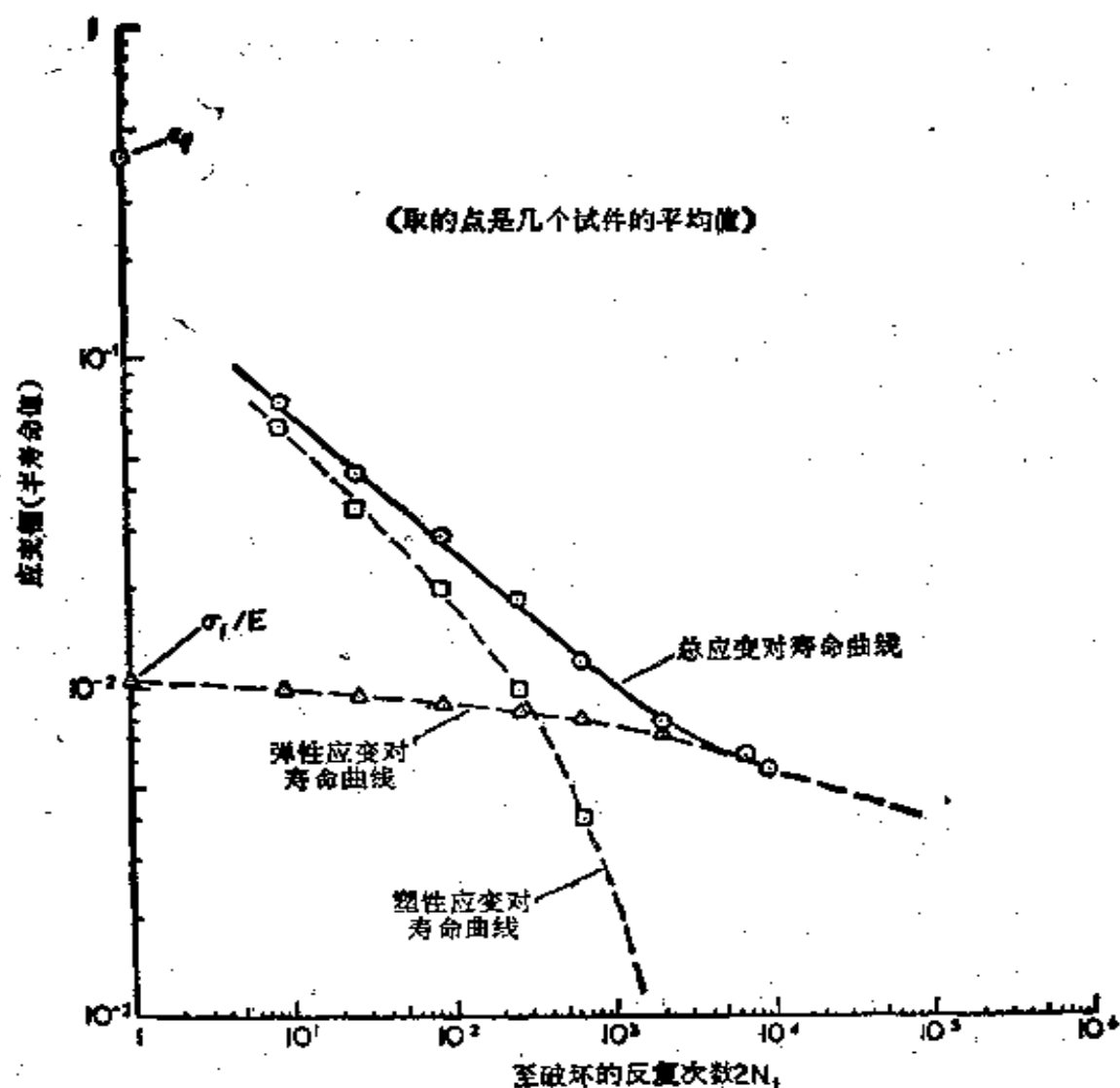


图 59 Ti-8Al-1Mo-1V 钛合金的疲劳性质(蒙美国材料试验学会同意, 引自 Endo 与 Morrow: 典型的飞机用金属材料的循环应力-应变与疲劳性能)

般取图 57a 中的直线在应变轴上的截距作为系数 ( $\epsilon_f'$ ), 这应变轴画在  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  或 1 次循环处<sup>[34]</sup>。这里  $\frac{1}{4}$  与  $\frac{1}{2}$  次循环可称为 1 次反复, 一次循环是两次反复。应变轴的几个可能的位置之间的差别,乍看起来似乎是无足轻重的,但在根据简单的单调试验结果准确地估算其疲劳性能时,却要依靠上述这

些概念。

上述差别是由于试图利用与循环试验一致的术语来描述单调试验而来的。在这方面，用 $(\sigma$ 或 $\epsilon$ 改变方向的)反复次数而不用循环次数是有帮助的。这样在头一两次循环内非常便于计算。用反复次数计算时，单调拉伸试验应该认为是一次反复，如在图 57 中那样。

求截距的另一个方法是考察单调变形和循环变形中的塑性应变。必须记住，正如 $\Delta\sigma$ 和 $\Delta\epsilon$ 那样， $\Delta\epsilon_p$ 也是迴线的描述对象，它不是一个完整循环中的实际总塑性应变，但 $\epsilon_f$ 却是单调拉伸至断裂时实际塑性应变。因而，这可以证明， $\Delta\epsilon_p/2$ 对 $2N_f$ 线的截距 $\epsilon'_f$ （在反复次数为1处）应为 $\epsilon_f/2$ 。实际上，很少有证据表明这个估算是正确的。图 60 指出， $\epsilon'_f = \frac{1}{2} \epsilon_f$  几乎总是保守的，而 $\epsilon'_f = \epsilon_f$  最能代表总的趋向。综上所述

所述表明，不能期望有一种准确的、普遍适用的估算疲劳延性系数的方法。除非另作说明，本书中将用 $\epsilon'_f = \epsilon_f$ ，在一次反复处将画成 $\epsilon_f = \Delta\epsilon_p/2$ 。

其次，让我们来探讨疲劳延性指数的含义。主要问题涉及到循环塑性变形的损伤作用与单调塑性变形损伤作用的关系。这可借助于“延性消耗”模型来进行分析。

在拉伸试验中，最大的有效延性是塑性应变 $\epsilon_f$ 。不管在试验过程中卸载多少次，这一点始终是正确的（图 61），除非在“休息”期间发生应变时效<sup>[14]</sup>。问题在于在一次疲劳试验中全部循环塑性应变的总和是不是也等于 $\epsilon_f$ 。换言之， $\epsilon_f$ 是否足以作为在同一种材料中导致循环断裂的往复塑性应变总和的度量？表面看来，好象只有拉伸方向的塑性应变会造成损伤，因为拉伸方向是最后导致材料撕开的方向。然而，有证据证明，在压缩变形期间剪应力的作用下也会形成裂缝<sup>[15]</sup>。这

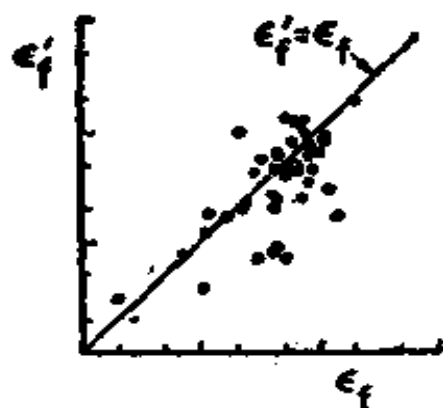


图 60 疲劳延性系数与单调断裂延性之间的相互关系 (转引自 Landgraf: 金属与合金中的高疲劳强度)

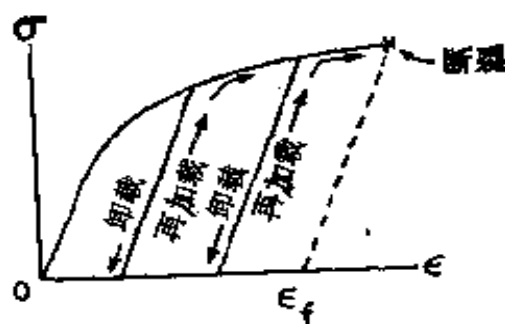


图 61 拉伸试验中延性的消耗

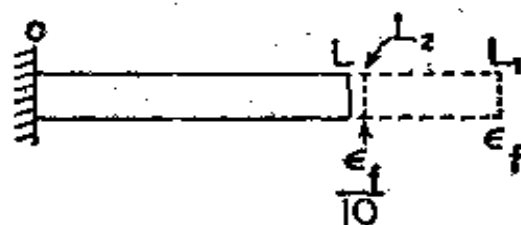


图 62 延性消耗模型

一点在疲劳中十分重要,因为塑性应变只是由剪应力引起的,而剪应力不论在拉伸或压缩加载时都是存在的。

可以借助图62来讨论延性消耗的概念。一个原始长度为  $L$  的杆,其一端固定,然后向右拉至  $L_1$  处断裂。真实的断裂延性为  $\sigma_f$ 。一根同样的杆,只拉至  $L_2$ ,这里的塑性应变为  $\sigma_f/10$ 。然后将杆推回至原始长度  $L$ 。在这个完整的变形循环内,材料经历的总塑性应变为  $\sigma_f/5$ 。因此,根据原先所作的拉伸与压缩变形是相等的假设,这一个载荷循环已经消耗了材料五分之一的延性。在这个变形数值的控制条件下,材料可望经受5次循环。此后,全部延性已消耗殆尽,杆应当断裂。同样地,如果图62中  $L_2$  处的塑性应变为  $\sigma_f/5000$ ,一个

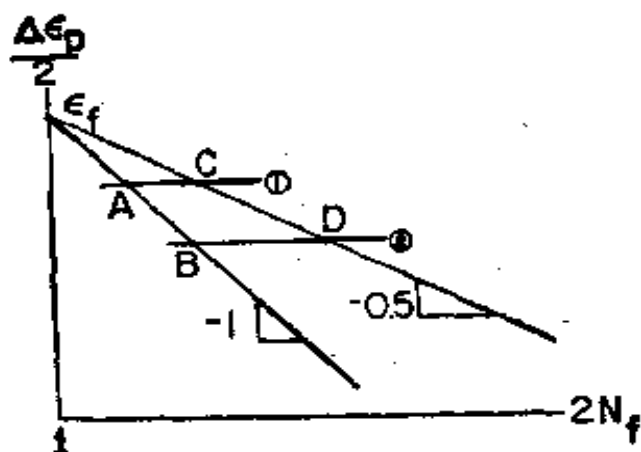


图 63 循环塑性应变对寿命关系的简图

完整循环内消耗的延性是  $\epsilon_f/5000$  的两倍, 寿命应为 2,500 次循环。在使用反复次数作单位时,  $\epsilon_f$  的除数表示材料应该经受的反复次数, 因而得到一个反比关系式。图 63 用斜率为 -1 来表示这个关系, 它指出不管寿命长短如何, 破坏时的总塑性应变为一常值。表明这一关系的式子为

$$\epsilon_f = \frac{\Delta \epsilon_p}{2} (2N_f) = \text{常值} \quad (17)$$

式中  $\epsilon_f$  为单调试验的塑性应变,  $\Delta \epsilon_p/2$  为疲劳试验的塑性应变幅,  $2N_f = 1$  也是单调试验情况。譬如说, 根据 (17) 式, 将每个循环的塑性应变减半, 就可以使寿命  $N_f$  (在  $\Delta \epsilon_{p,1}$  处) 增加一倍。然而, 实际寿命比这个简单理论估计的还要稍微复杂些。在低循环疲劳中, 大多数金属在对数坐标上塑性应变-寿命直线的斜率大致在 -0.5 至 -0.7 范围内。长寿命斜率变化的范围至今还不知道。举例来说, 设实际斜率为 -0.5, 如图 63 所示。这意味着如果我们从应变水平 1 变到应变值为其一半的应变水平 2, 寿命并不是增加一倍 (从 A 到 B), 而是增加为原来的四倍 (从 C 移动到 D)。如果手头没有足够的数  
据, 可假设斜率为 -0.6 作为粗略地估算寿命之用。



疲劳延性指数的意义在于，它反映出材料容许循环塑性应变而不致发生破坏的限度。 $c$  值小于-1 表明材料的循环塑性变形容限大于单调拉伸的塑性应变容限。从另一种意义上来看，可认为这是由于循环压缩部分引起的损伤作用( $c = -0.5$  时无损伤作用)小于循环拉伸部分引起的损伤作用造成的。我们也可以说，就疲劳而论，在拉伸与压缩时，延性不是以同样速率消耗的。这一点是令人惊奇的，因为事实上，剪应力以及由剪应力产生的塑性应变，由压缩引起的和由拉伸载荷引起的是一样的。在压缩载荷下可能形成裂缝使得对这一特异性能的理解变得更复杂。

由此可以引出一个结论是，形成裂缝是不够的，裂缝还必须扩展和生长。因此，裂缝可能在压缩载荷下形成，当然也可能在拉伸载荷下形成，但裂缝只会在拉伸载荷下生长，拉伸载荷使裂缝张开并在裂缝尖端造成应力集中。在压缩时裂缝面闭合并暂时地减小应力集中，甚至可能使裂缝冷焊起来。据认为，在疲劳中，有一个使材料毁坏的重过程，主要是在循环的拉伸部分，而在压缩部分中，提供了治愈损伤的机会。当然，毁坏的影响一般是为主的。

延性消耗概念十分简单明了，但这决不是材料在循环载荷下损伤的仅有的或最好的解释。有关裂缝形成的微观机理在 Thompson 与 Wadswart<sup>[7]</sup>，Avery 与 Backofen<sup>[2]</sup> 和 Grosskreutz<sup>[23]</sup> 的著作中已有介绍。Paris 与 Erdogan 证明，裂缝扩展速率与应力强度因子有关<sup>[5]</sup>。这一点已得到普遍的承认，正如 Laird 所总结的<sup>[33]</sup>，疲劳裂缝的扩展通常由两个性质不同的阶段组成。第一阶段，裂缝的方向大致与应力轴成  $45^\circ$ ，并以极低的速率扩展一个短的距离。第二阶段，裂缝主要是沿着垂直于应力轴方向扩展，这个阶段是造成大多数材料断裂的原因。据认为，在这两个阶段中，塑性变形是决定因

素<sup>[33]</sup>。Rices 在连续介质力学分析一文中<sup>[42]</sup>提出了研究塑性应变在疲劳裂纹扩展中的作用的各方法，并指出在这个领域中作进一步研究的必要性。

### § 3.2 转变疲劳寿命

我们再来把总应变-寿命曲线看作为弹性应变-寿命曲线与塑性应变-寿命曲线的叠加(15,16式)。图 56 示意地表示出这些关系。在短寿命范围内，塑性应变在总应变中所占的份额明显地比弹性应变大，反之，在长寿命范围内，弹性应变占的份额大。在图中两条直线的交点处有一个寿命，在那儿两个应变分量相等。这个寿命称为转变疲劳寿命，根据采用循环次数还是反复次数的不同，分别用  $N_T$  或  $2N_T$  来表示。转变寿命清楚地标志出每一应变分量占支配地位的寿命区，但是应该记住，甚至在离  $N_T$  很远的地方，两个分量中较小的那个分量仍然有一个有限的值。

转变疲劳寿命的概念在统一研究疲劳问题的方法上具有重大意义。图 64 表明对于不同硬度的钢，其转变疲劳寿命数

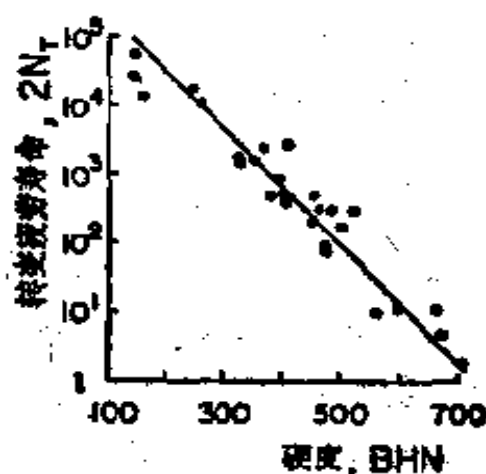


图 64 转变疲劳寿命为钢的硬度的函数(转引自 Landgraf: 金属与合金中的高疲劳强度)

量级的变化。对于最硬的钢，只消几个循环便可达到这个寿命，但对大多数普通钢，它可长到接近反复次数为  $10^5$ 。后者意味着在 50,000 次循环时有相当大的塑性应变，这个循环次数大概是对低循环疲劳领域所推荐的各种上限的最高值。一个反复次数为  $10^5$  的转变疲劳寿命还意味着，例如即使在反复次数为  $10^6$  时破坏，每次循环中还存在着远大于零的塑性应变。那种认为低循环概念绝对不能应用于长寿命疲劳的观点是愚蠢的。

转变疲劳寿命将来应当受到越来越大的重视，特别是在工程设计与选择材料中。

### § 3.3 合乎需要的寿命曲线

人们会问， $\sigma-N_f(S-N)$  曲线与  $\epsilon-N_f$  曲线哪一种更有用些，或者为了包含材料可能遇到的宽广的寿命范围，也许这两种曲线都是需要的。最有用的与最合乎需要的曲线是一条复盖约  $10^7$  次循环寿命范围的、扩充的总应变-寿命曲线。为得到这样一条曲线要比得到长寿命范围的  $S-N$  曲线或短寿命范围的  $\sigma-N_f$  曲线困难得多，但是在弹性应变-寿命曲线与塑性应变-寿命曲线也给出来时，在这样一张图中可以提供大量的数据。例如，认识到  $\epsilon-N_f$  曲线是以弹性应变  $(\sigma/E)$ -寿命的形式包含了  $S-N$  曲线是有用的。因此， $\epsilon-N_f$  曲线成为反映材料疲劳性能的合乎需要的通用曲线。

应该承认一条扩充的  $\epsilon-N_f$  曲线的确存在一定的复杂性。主要困难在于，在长寿命范围内甚至总应变也变得很小，为控制这些小的循环变量需要精密的仪器；在试验过程中需要极其精细。这个问题的临时解决办法是，在长寿命范围控制应力，在总应变-寿命图上画出由计算得到的弹性应变寿命线

(图 65)。在这个寿命范围内，塑性应变分量是如此之小(对数图线延续到水平轴之下)，以致不论对于  $\sigma$  或  $\sigma_c$ ， $\sigma-N_f$  曲线看起来是一样的。

$\sigma-N_f$  曲线的价值依赖于在整个寿命期间对每个试验件迟滞迴线的记录。然而，记录每一条单一的迴线显然不是一

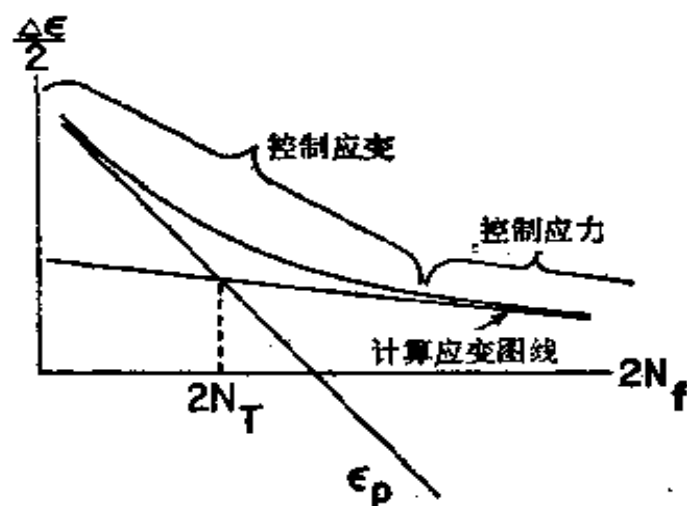


图 65 最合乎需要的寿命曲线的常用做法

个好主意，哪怕寿命是 1000 次或 100 次，因为大量的数据会很快使你无法应付。建议的办法是利用象由软化或硬化所引起的循环相关调整这样的疲劳过程的指数性质的优点。一个简单而经济的方法是取下列各次循环：第 1，第 2，第 5，第 10，第 20，第 50，第 100，第 200，第 500，第 1,000，第 2,000，第 5,000 等次的迟滞迴线。例如，一根在 71,000 次循环时破坏的试件，需要它在半寿命时与破坏时的迴线。尽管我们不能精确地得到这些迴线中的任何一条，但我们可以尽量接近它们。最后一个迴线是在 50,000 次循环时取的，在最后剩下的 21,000 次循环中任何循环-相关改变可以忽略不计。同样，半寿命迴线处在 20,000 次循环与 50,000 次循环取得的迴线之间，在这两个已有的迴线之间的差别是比较小的。

## 第四章 疲劳中的能量原理

在疲劳中,由于有塑性变形,能量被消耗了。大部分能变为热,并且象应变能一样是不可恢复的。每次循环消耗的能量  $\Delta W$ ,以迟滞迴线的面积来计量,在寿命期间消耗掉的总能量为所有迴线面积的总和。在一个给定的试验中,在随着循环次数的增加而  $\Delta W$  变化不大的情况下,总的塑性应变能  $W_p$  可用下式表出:

$$W_p = \Delta W N_f \quad (18)$$

$W_p$  称为疲劳韧性<sup>[25]</sup>。疲劳韧性的一个突出的性质那就是,对于一种给定的材料,它有随着破坏循环次数增加而增大的趋势。下列不等式可简单地说明这个问题:

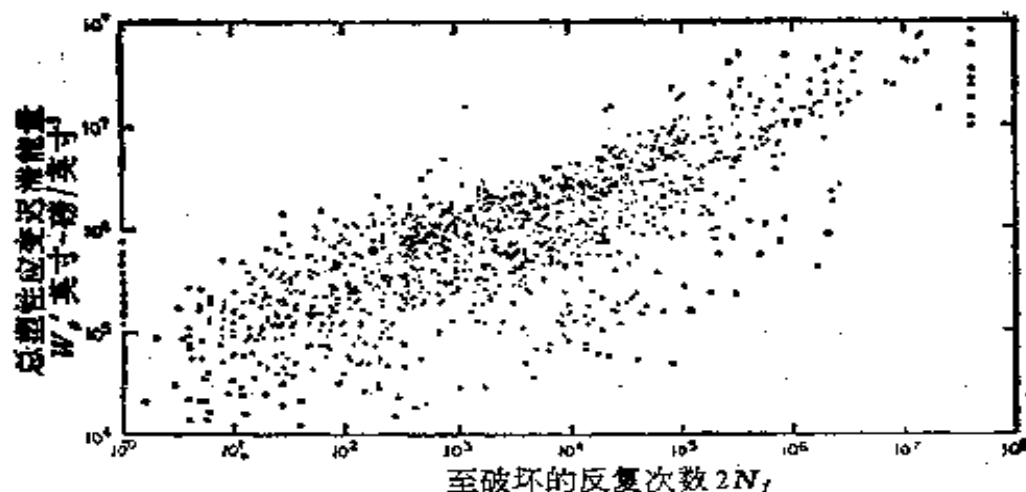


图 66 疲劳韧性为寿命的函数,图中包括了约 1200 次疲劳试验的结果(蒙美国材料试验学会同意,引自 Halford: 疲劳所需要的能量)

单调加载的  $W_f <$  低循环疲劳

的  $W_f <$  高循环疲劳的  $W_f$  (19)

从图 66 中可以看到这样的一般趋势,该图表示在各种控制条件下金属1200多个试验的断裂总能量是寿命的函数<sup>[25]</sup>。

值得注意的是,从能量观点来看,疲劳不是一个有害的问题。通常认为疲劳是在应力低于极限强度,甚至低于屈服强度的情况下引起断裂的严重削弱过程。同时又可以看见,在500,000次循环下引起的破坏所需的能量,为单调加载断裂所需能量的100倍<sup>[25]</sup>。

#### § 4.1 疲劳寿命的估算

在建立疲劳破坏准则时,迟滞能量是一个有用的依据<sup>[18, 44, 62]</sup>。本书中的能量原理依据这样一个简单的概念<sup>[48]</sup>: 弹性应变能主要用于疲劳的最后一次循环;而塑性应变能则用于估算在最后破坏之前的累积损伤。

最后一次循环是重要的,因为那时材料最后分成了两段。对于脆性材料,断裂准则由 Griffith 准则给出<sup>[72]</sup>:

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi L}} \quad \text{或} \quad \frac{\sigma_F^2}{2E} L = \text{常值} \quad (20)$$

式中  $\sigma_F$  = 名义断裂应力,  $\gamma$  = 表面能量,  $L$  = 裂缝长度。

总之, (20)式意味着,当弹性应变能减少(由断裂卸载产生)到至少等于形成新裂缝表面所需的能量时,裂缝就自行扩展了。

在对称循环时,最大弹性应变能为

$$\frac{\sigma_a^2}{2E} = \frac{1}{2} (\sigma_a \cdot \epsilon_e) \quad (21)$$

因此,对于两个不同的应力幅 $\sigma_1$ 与 $\sigma_2$ ,根据(20)<sup>0</sup>式给出发生最后断裂时的临界裂缝长度为

$$\frac{L_1}{L_2} = \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)^2 \quad (22)$$

前面图 52 所示的曲线也表达出(22)式所表示的特性。当应力小时,疲劳的最终断裂是由事先产生的较长的裂缝引起的,反之亦然。

(20)式既是疲劳加载的断裂准则也是单调加载的断裂准则,但两者到达断裂点的过程有着本质上的区别。在单调加载中,在发生断裂之前,应力由于外加载荷的升高而逐渐增大。在疲劳加载中,是由于裂缝逐渐扩大、承载面积减小而使应力增大。在给定控制应力的情况下,就不完全清楚了。但我们必须记住,当有裂缝存在时,控制真实应力几乎是不可能的,甚至理想的应力控制条件最后也会退化为简单的控制载荷。

上面的解释表明,裂缝生长能产生引起最后断裂的临界应力。在下面的讨论中,将把循环塑性应变能用作裂缝扩展的判据。为了便于对复杂的疲劳问题作出某些简化处理,所以分析不是很精确的。

一个有裂缝的材料,在载荷作用下首先在缺口尖端处发生塑性变形,如图 67 所示。虽然塑性区的尺寸不一定是一个圆的半径,我们不妨粗略地叫做塑性区半径  $R$ 。一般认为, $R$  与裂缝的长度之间是一个线性关系<sup>[72]</sup>。使裂缝附近的材料产生塑性变形所需的能量取决于塑性区的体积与塑性区内应变的分布情况。正如  $R$  本身随裂缝长度而定那样,塑性区的体积也是裂缝长度的函数(基本上是一维或二维的概念)。还不

1) 这一准则经修正后可用于计算塑性应变、断裂力学中使用的应力强度因子的关系式<sup>[73]</sup>亦同样适用。

清楚这个函数应是什么,以便能够正确地处理疲劳问题.为了说明处理这个问题的最简单的方法,这里将讨论两种可能性.

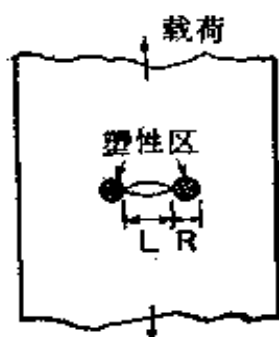


图 67 裂缝尖端处塑性变形区的样式

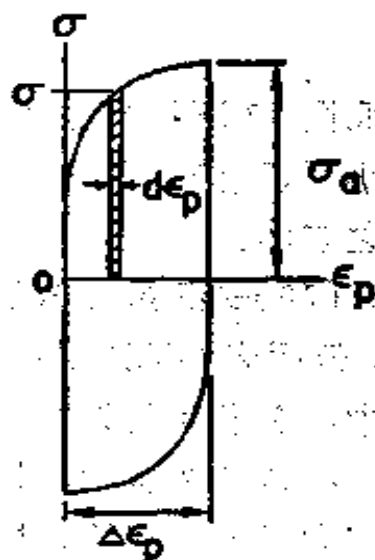


图 68 循环功的分析

首先,我们假设与裂缝有联系的塑性变形区的体积与裂缝长度的立方成正比.不管正确的机理怎样,我们还假设,在塑性变形区内有着适合裂缝扩展的条件.因此,使两条长度不同的裂缝扩展所需的塑性应变能彼此之间的关系为

$$\frac{W_{p1}}{W_{p2}} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^3 \quad (23)$$

代入(22)式,消去  $L_1$ ,  $L_2$ , 保留应力与能量,得

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \left(\frac{W_{p1}}{W_{p2}}\right)^{-\frac{1}{3}} \quad (24)$$

在(24)式中,  $\sigma_1$  与  $W_p$  可以使用单调断裂值,  $\sigma_2$  与  $W_{p2}$  可以使用疲劳断裂值,

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_f} = \left(\frac{W_p}{W_f}\right)^{-\frac{1}{3}} \quad (25)$$

式中  $\sigma_a$  = 循环应力幅;  $\sigma_f$  = 真实断裂应力(单调的),  $W_p$  = 应力水平为  $\sigma_a$  的总循环塑性应变功或疲劳韧性,  $W_f$  = 真实



韧性(单调的)。

另一个解法, 我们假设裂缝尖端塑性变形区的体积与裂缝长度的平方成正比。经过与上述(22, 23, 24 式)同样的推导, (25)式变成

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_f} = \left( \frac{W_p}{W_f} \right)^{-\frac{1}{4}} \quad (26)$$

对某些金属来说, 这两个指数中随便哪一个都可以得到满意的结果, 但在疲劳文献中经常发现指数为  $-\frac{1}{4}$  [48]。 (25) 与 (26) 式或类似的式子, 可以用在双对数坐标上画出  $\sigma_a$ - $W_p$  线的方法来检查。这根直线应该通过  $W_f$  与  $\sigma_f$  的点, 其斜率等于正确方程的指数。已经求得大多数金属的斜率在  $-\frac{1}{8}$  至  $-\frac{1}{3}$  之间[48]。因此, 在未求得更精确的关系式之前, (25) 或 (26) 式中任意一个都可以采用。

可由上述结果得出应力幅或循环塑性应变与疲劳寿命之间的关系式。为了求得一个正式的表达式, 必须从数学上描述每一循环的塑性应变能。

最好直接研究应力对塑性应变变量之间的关系, 如图 68 所示的迴线那样。这条迴线是用应力对总应变与弹性应变之差垂直地画出的。假设迴线在应变轴上下的面积是相同的, 对第一象限内的曲线积分即可得到总面积的一半。图 68 中阴影部分所示的功的增量是  $dW = \sigma d\epsilon_p$ 。迴线内的总面积乃是每次循环的迟滞能量,

$$\Delta W = 2 \int_0^{\Delta \epsilon_p} \sigma d\epsilon_p \quad (27)$$

如同单调变形那样, 迴线中的非线性部分可用幂函数表出

$$\sigma = K \epsilon_p^n \quad (28)$$

代入(27)式, 并积分, 得

$$\Delta W = \frac{2K}{n+1} (\Delta \epsilon_p)^{n+1} = \frac{2}{n+1} (\Delta \epsilon_p) [K(\Delta \epsilon_p)^n] \quad (29)$$

根据图 68, 式中  $K(\Delta \epsilon_p)^n = \sigma_a$ . 因此, 每次循环的塑性应变功为

$$\Delta W = \frac{2}{n+1} \sigma_a (\Delta \epsilon_p) \quad (30)$$

尽管应力-应变曲线本身是非线性的, 但 (30) 式却是一个线性关系. 所有用幂函数表示的曲线下的面积都有这种性质.

对于目前的分析, 我们假设 (30) 式代表每次循环的平均塑性应变能, 或假设随着循环次数的增加塑性应变能没有什么变化, 那么疲劳寿命期间的总功由 (18) 式给出

$$W_p = \Delta W N_f$$

把 (26) 式与 (30) 式代入上式, 得

$$N_f \left( \frac{2}{n+1} \right) \sigma_a (\Delta \epsilon_p) = W_p = W_f \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_f} \right)^n \quad (31)$$

在进一步推导之前, 让我们来研究一下如 (13) 式表达的应力与塑性应变的幂函数关系,

$$\epsilon_p = \left( \frac{\sigma}{K} \right)^{1/n} = \epsilon_f \left( \frac{\sigma}{\sigma_f} \right)^{1/n}$$

在循环载荷下, 加一次应力幅  $\sigma_a$  将产生所谓塑性应变振幅  $\Delta \epsilon_p$  (如图 68 所示). 因此,

$$\Delta \epsilon_p = \epsilon_f \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_f} \right)^{1/n} \quad (32)$$

与

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_f} = \left( \frac{\Delta \epsilon_p}{\epsilon_f} \right)^n \quad (33)$$

请注意轻率地使用应力幅  $\sigma_a$  以及有关的塑性应变幅  $\Delta \epsilon_p/2$ , 就会错误地得出

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \epsilon_f \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_f} \right)^{1/n} \quad \text{与} \quad \frac{\sigma_a}{\sigma_f} = \left( \frac{\Delta \epsilon_p}{2\epsilon_f} \right)^n \quad (34)$$

然而, (33)式与(34)式之间的差别不大, 因为  $n$  多半在 0.1 至 0.3 这一范围内, 因而  $2^n \approx 1$ .

现在回到(31)式. 单调断裂能  $W_f$  可以用与(30)式得到的循环应变能大致相同的方式来表达, 只是不包括载荷反复, 因此,

$$W_f = \frac{1}{n+1} \sigma_f \epsilon_f \quad (35)$$

代入(31)式, 得

$$N_f \left( \frac{2}{n+1} \right) \sigma_a (\Delta \epsilon_p) = \left( \frac{1}{n+1} \right) \sigma_f \epsilon_f \left( \frac{\Delta \epsilon_p}{\epsilon_f} \right)^{-4n} \quad (36)$$

两边乘以  $(n+1)$  并重新整理, 得

$$(2N_f)^{1/(1+4n)} (\sigma_a)^{1/(1+4n)} \left( \frac{\Delta \epsilon_p}{\epsilon_f} \right) = (\sigma_f)^{1/(1+4n)} \quad (37)$$

利用(33)式可消去  $\Delta \epsilon_p / \epsilon_p$ , 所以

$$(2N_f)^{n/(1+4n)} (\sigma_a)^{[n/(1+4n)]+1} = (\sigma_f)^{[n/(1+4n)]+1}$$

此式可化简为

$$\sigma_a (2N_f)^{n/(1+5n)} = \sigma_f \quad (38)$$

或 
$$\log(\sigma_a) = \log(\sigma_f) - \frac{n}{1+5n} \log(2N_f)$$

式中  $-n/(1+5n) = b$ . 保留(37)式中的应变项, 并消去  $\sigma_a$  与  $\sigma_f$ , 得

$$(\Delta \epsilon_p) (2N_f)^{1/(1+5n)} = \epsilon_f \quad (39)$$

或

$$\log(\Delta \epsilon_p) = \log(\epsilon_f) - \frac{1}{1+5n} \log(2N_f)$$

式中  $-1/(1+5n) = c$ . 这个式子最适用于塑性应变为已知的短寿命情况.

(38)式与(39)式表明, 我们可以根据单调加载的特性, 应变硬化指数( $n$ )与断裂系数( $\epsilon_f, \sigma_f$ )估算出在特定的控制条件

为  $\sigma_s$  或  $\Delta\sigma_p$  时的疲劳寿命。如果在应力-应变特性曲线中发生很大的循环-相关改变的话, 这些估算将是十分粗糙的。因此, 如果采用正确的  $n'$  值代替  $n$  的话, 就可以改善这些方程的精确性。事实上, 即使不知道  $n'$  的精确值, 也可作出合理的估计。这种估算是根据  $n$  改变到  $n'$  的一般趋势作出的。如果  $n$  超出 0.1 到 0.2 这个稳定范围, 譬如说  $n = 0.42$  的话, 我们可以预料有大量循环-相关硬化发生。这时  $n'$  应该小于  $n$ , 但不应低于稳定范围, 所以无论是用在(38)式或(39)式,  $n' = 0.2$  都是一个合理的估计数。

使用(38)式或(39)式时有一点要注意: 估算结果的精度不一定能得到保证, 如下面几个例子所表明的那样。然而, 对数坐标的寿命曲线可使偏差的数值不很明显。但无论如何, 用上述粗略的估算方法常常可以达到要求的寿命范围, 并在估算过程中可以少做大量的试验。

## § 4.2 举 例

### 例 1

7075-T6 铝合金。见[14]

$$\sigma_f = 0.41 \quad \sigma'_f \approx 0.18$$

$\sigma_f = 108$  千磅/英寸<sup>2</sup> (已按颈缩修正)

$$\sigma'_f \approx \sigma_f$$

$$n = 0.113 \quad n' = 0.11$$

问: 在  $\sigma_s = 73$  千磅/英寸<sup>2</sup>,  $\Delta\sigma_p = 0.0013$  (稳定值) 时, 疲劳寿命为若干?

根据(39)式

$$2N_f = \left( \frac{\sigma_f}{\Delta\sigma_p} \right)^{1+5n} = \left( \frac{0.18}{0.0013} \right)^{1.55} = 2000 \text{ 次反复}$$

试验发现这是正确的结果<sup>(14)</sup>。根据(38)式

$$2N_f = \left( \frac{\sigma_f}{\sigma_a} \right)^{\frac{1}{(1+5n)/n}} = \left( \frac{108}{73} \right)^{14.1} = 260 \text{ 次反复}$$

这个值比起实际值 2,000 来,差得太多了。

## 例 2

(8) 2024-T4 铝合金, 见[14]

2024-T4 铝合金, 见[14]

$$\sigma_f = 0.43 \sigma_a \quad \sigma'_f \approx 0.18$$

$$\sigma_f = 91.5 \text{ (已按颈缩修正)} \quad \sigma'_f \approx \sigma_f$$

$$n = 0.2 \quad n' = 0.11$$

在  $\sigma_a = 65$  千磅/英寸<sup>2</sup>,  $\Delta \sigma_p = 0.0039$  (稳定值) 时, 根据(39)式

$$2N_f = \left( \frac{0.18}{0.0039} \right)^{1.55} = 380 \text{ 次反复}$$

这个值比起实际值 2,000 来差得太多。说来有意思, 如果用  $\sigma_f$  代替  $\sigma'_f$ , 将会得出

$$2N_f = \left( \frac{0.43}{0.0039} \right)^{1.55} = 1,500 \text{ 次反复}$$

这个值很接近实际值。

## 例 3

2024-T4 铝合金, 见[14]

数据与例 2 中相同

在  $\sigma_a = 57$  千磅/英寸<sup>2</sup>,  $\Delta \sigma_p = 0.0003$  (稳定值) 时, 根据(39)式

$$2N_f = \left( \frac{0.18}{0.0003} \right)^{1.55} = 20,000 \text{ 次反复}$$

这个寿命要与实际寿命为 8,400 次反复作比较。在这个例子

• 81 •

中,误差最可能的来源乃是  $\Delta\sigma_p$  的值太小,这个值差不多是通常能方便地测得的最小值,这样小的量是很难测准或精确地加以控制的。

#### 例 4

SAE4340 钢,硬状态。见图 57 与文献[48]

$$\sigma_1 = \sigma'_1 = 174 \text{ 千磅/英寸}^2$$

$$n' = 0.15$$

问: 在  $\sigma_s = 50$  千磅/英寸<sup>2</sup>时的疲劳寿命为若干?

根据(38)式

$$2N_1 = \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_s} \right)^{(1+5n)/n} = \left( \frac{174}{50} \right)^{11.7} = 2.1 \times 10^6 \text{ 次反复}$$

根据图 57, 这个值是近似地正确的。

以上几个例子说明, 根据能量原理来估算疲劳寿命还没有足够的成功率。必须记住, 仅仅依靠计算是危险的。在根据简单的单调特性与疲劳特性, 如  $\sigma_1$ ,  $\sigma'_1$ ,  $n$ ,  $\sigma_s$ ,  $\sigma'_s$  与  $n'$  估算疲劳寿命的领域内, 尚需继续作大量的研究工作。

## 第五章 累积损伤

直到目前为止，我们的讨论只涉及到疲劳中可能存在的最简单的问题。所考虑的试件具有比较均匀、光滑的特点；它们不是在恶劣的环境下进行试验的；施加的载荷是拉压对称的；在整个寿命期间应力幅或应变幅是常值。所有这些简化条件，只有在少数实际情况中得到满足。



图 69 随机加载

这里要讨论的特殊情况是，幅值不是常值。在这种情况下最普遍的就是图 69 所示的随机加载情况。举例来说，图示的这种问题常见于车辆的悬挂系统。在 [24, 71] 中已经提出处理这种复杂波形的专门技术，这里不准备详细讨论，而把重点放在与多级加载有关的较简单的问题上，在这种载荷情况下，各个循环载荷块内的载荷水平是常值，如图 70 所示。这种情况存在于以不连续的速度工作的机械中。对目前来说，这种方法的重要性在于它在单级疲劳加载与随机加载之间起一个台阶石的作用。实际上，在某些情况下用多级载荷块加载程序模拟随机使用载荷也完全足够了。

图 70 与 71 示出阶式加载这个术语。控制的量可以是应

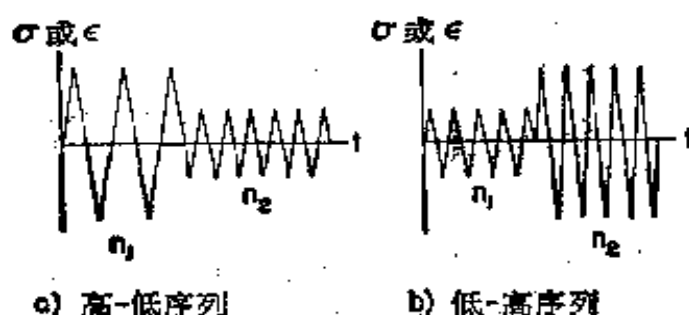


图 70 简单的阶式加载。图示为高至低与低至高序列



图 71 多级程序加载

力也可以是应变。但在一个给定的程序中通常只控制其中一个量，在一个载荷块到另一个载荷块加载过程中，这个量不能变换。在每个给定的载荷下，循环次数与控制函数一样用相同的脚注标出。在最简单而又最有用的两级、两个载荷块加载中，为了使试件能在第二个载荷块中破坏，第二个载荷块中的循环次数不预先确定。这意味着载荷块的数目是规定了的。在更普遍的情况下，如象图 71 所示的那样，载荷块的序列(或组)一直重复到断裂，所以全部序列的数目本身就是疲劳寿命的量度。如象  $n_1 + n_2 + n_3$  (图 71) 这样一个完整的序列通常叫做一个载荷块，不过这里说的载荷块指的是它里面只有一个不变的幅值。

在阶式加载中有几个专门问题需要分别加以注意。这些问题包括高至低(通常写成高一低)或低至高(低一高)序列的



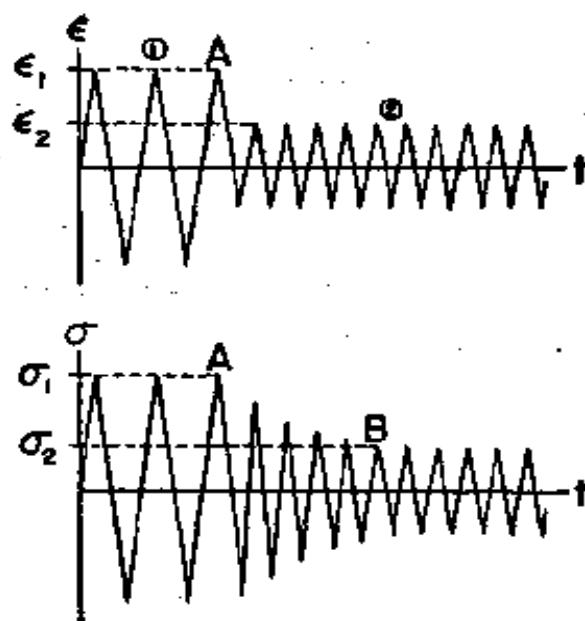


图 72 在控制阶式加载函数下独立变量的  
循环-相关调整的示意图

变换;可能发生的平均应力;在载荷块之间的相对载荷水平以及在每一特定载荷块内的循环次数。其它的变量,如寿命期间相同的载荷块组的数目,显然不是重要因素<sup>[76]</sup>。

材料在阶式加载下对外加应力与应变的响应特性,正如在稳定幅值加载下一样明显。为了观察这种响应特性,必须把独立变量记录下来。图 72 示意地表明一种可能的情况。这儿控制的是循环应变,因为这种控制条件是从外部强加的,所以能够做到从  $\epsilon_1$  立刻跳到  $\epsilon_2$ 。在材料内,由强加的应变引起的应力为  $\sigma_1$  与  $\sigma_2$ ,但与应变的突然改变相比,这些应力的转变是十分缓和的。这种调整是以指数递减速率在变化,在这种特定情况下,它类似于循环-相关软化。通过把载荷块 1 与载荷块 2 看作是独立的单级试验,就可对这一现象找到解释。如果在这些试验中存在着循环-相关调整的话,材料只有在若干次循环后才会到达  $\sigma_1$  与  $\sigma_2$  的稳定状态。譬如我们可以说,在  $\epsilon_2$  时材料固有的抵抗能力为  $\sigma_2$ ,但它只是逐渐达到的。同

样，在载荷块 1 中的点 A，表示抵抗变形能力的  $\sigma_1$  是在若干次循环之后才达到的。既然现在只考虑 A 点处的最后结果，所以不管在那个载荷块里是循环硬化还是软化，这一点都是正确的。因此，即使在从  $\sigma_1$  改变到  $\sigma_2$  (图 72) 以后，材料还记得(通过它的内部结构)它曾为产生应力  $\sigma_1$  循环工作过，并一时表现出比预期的还要强些。

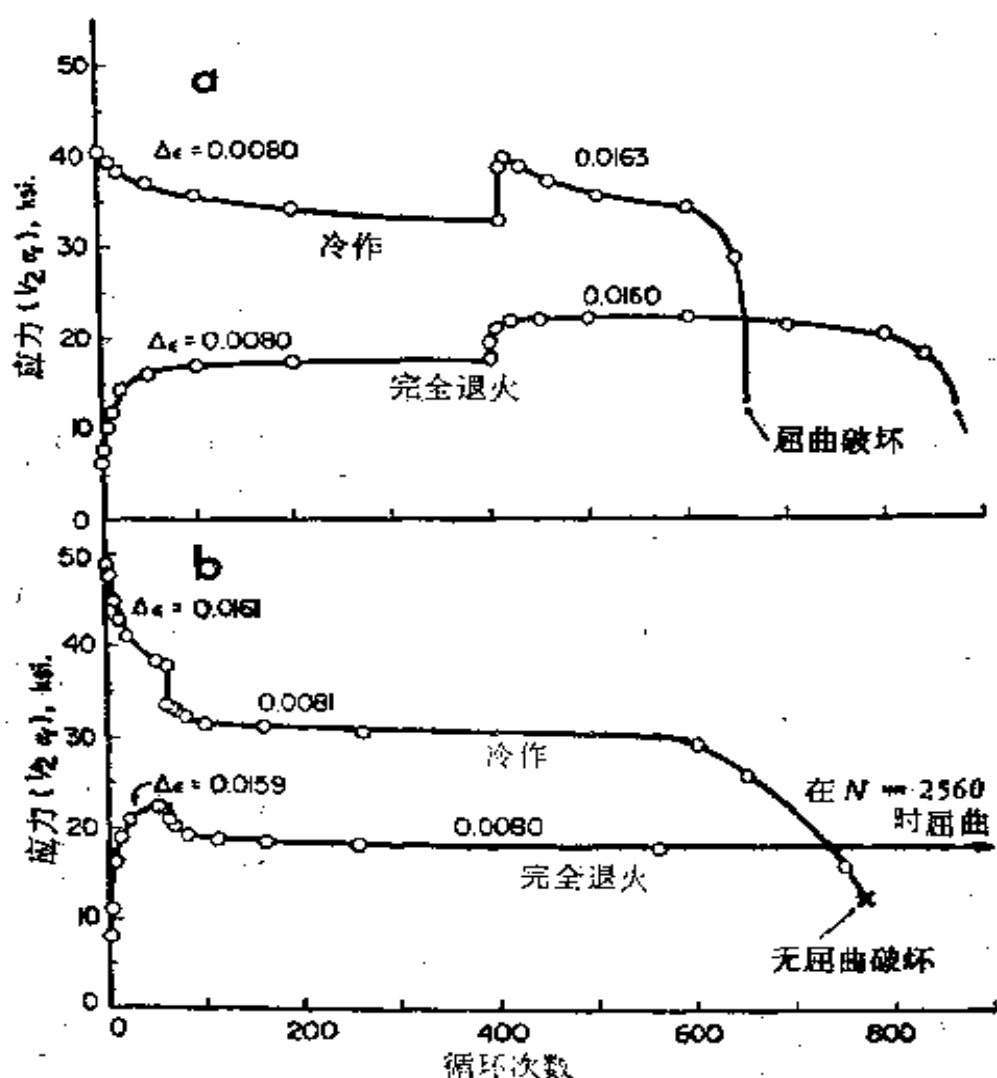


图 73 铜在控制循环应变下的应力调整: (a) 低至高循环应变; (b) 高至低循环应变(蒙美国材料试验学会同意, 转引自 Morrow 的“内摩擦、阻尼与循环塑性”原出于 Tuler.)

图 73 所示的特性曲线表示出软化或硬化材料分别在低至高或高至低阶式载荷作用下的四种可能情况的试验数据。b 图表明上面所描述的情况。图 73a 示出退火(硬化)金属在低至高阶式加载下的一个相反的例子。在第一个载荷块中有了相当大的硬化,但在进入较高应变那一级后,金属仍有进一步循环-相关硬化的能力。除了这较高的应变最终迫使应力达到一个较高的水平外,这种硬化与寿命开始时的硬化是同样的。

对各级应力或应变的瞬态响应通常不明显影响疲劳寿命的最后计算。然而在一个载荷块里的循环次数很少以致在此载荷块内独立变量从来没有稳定机会的场合下,瞬变过程才会显得重要。在这样一种情况下,只有一个循环一个循环地对独立变量进行实际测量才能得出它的大小,瞬变过程可能对寿命有一定程度的不大的影响。

了解阶式加载过程是相当重要的实际问题。它还能估算最终的寿命。已经提出了许多理论处理由于复杂载荷形式而产生的“累积损伤”问题<sup>[24]</sup>。“累积损伤”这个术语往往被用得不正确,因为它常常暗示着包含着不稳定的幅值。当然,无论寿命是几次循环还是几百万次循环,无论在整个寿命期间载荷是不是等幅的,疲劳的实质是随着循环次数的增加,损伤逐渐积累。

## § 5.1 寿命的消耗

疲劳过程既可以看成是损伤趋向于一个最大容许损伤的累积过程,也可以看成是材料固有寿命的消耗过程。为了分析与估算复杂载荷下的寿命,我们先来讨论图 74 所示简化了的寿命示意图。在等幅的  $\sigma_1$  作用下,寿命为 150 次循环,而

在  $\sigma_2$  作用下, 寿命为 300 次循环。由  $A$  到  $B$  或由  $C$  到  $D$ , 寿命是逐渐被消耗的。在点  $A$  与  $C$  处, 可用寿命在每一应力水平为 100%, 而在点  $B$  与  $D$  处, 寿命均已消耗殆尽。

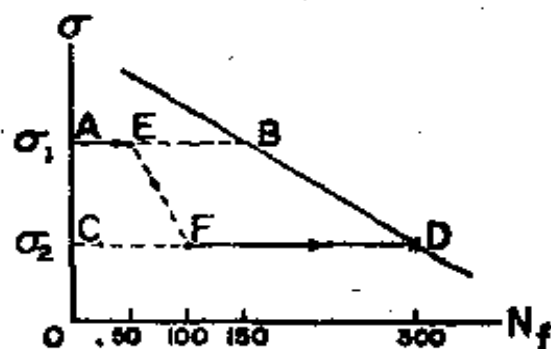


图 74 高至低阶式加载中的损伤累积

如果我们假设损伤是线性累积的, 在一给定的应力水平下, 每次循环作出等量的损伤。譬如说, 在应力  $\sigma_1$  下从  $A$  循环到  $B$  的过程中消耗了三分之一的寿命。现考虑在到达  $E$  点后, 应力水平变为  $\sigma_2$ 。在分析这样一个阶式加载的结果时, 我们假设: 在一个应力水平下所消耗的寿命的某个百分数等于在任何另一个不同应力水平下所消耗的寿命的同一个百分数。所以, 在  $\sigma_1$  下寿命的三分之一等于  $\sigma_2$  下寿命的三分之一, 因此在这个阶式加载中, 我们从  $E$  移到循环次数为 100 的  $F$  处。因为在  $\sigma_1$  下只消耗了寿命的三分之一, 虽然涉及了两个不同的应力水平, 我们仍然期望剩下来的三分之二寿命还可以在  $\sigma_2$  下利用到  $D$  点才破坏。

图 75 中从低至高阶式加载的情况基本上与上述高至低的变化一样。譬如说, 在  $\sigma_2$  下的 150 次循环为寿命的 50%。升级到  $\sigma_1$ , 意味着我们一定要从 75 次循环处开始, 这一点仍是在新的应力水平下寿命的一半。如果损伤是线性累积的, 断裂应该在  $B$  点发生。

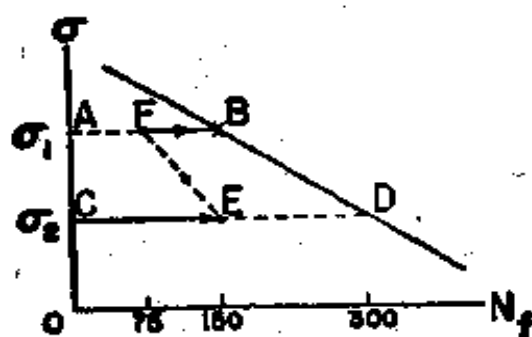


图75 低至高阶式加载中的损伤累积

上面两个例子表明,至少在某些假设情况下,在复杂载荷作用下的疲劳寿命仍然可以估计出来,只要已经知道材料在单个应力水平下的整个寿命曲线就行了。上述方法通常称为 Palmgren-Miner 法则,或简称为 Miner 法则,或称为线性累积损伤理论<sup>[47,56]</sup>。线性累积损伤概念的表达式为所有的寿命百分数的总和等于 1,

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad \text{或} \quad \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \dots = 1 \quad (40)$$

式中  $N_1, N_2, N_3, \dots, N_i$  为在给定的各个单一载荷水平下的疲劳寿命,而  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_i$  为在各载荷水平下实际完成的循环次数。

例:

2024-T4 铝合金在控制应变下具有下列疲劳寿命<sup>[40]</sup>:

在  $\Delta\epsilon_1 = 0.058$  下,  $N_1 = 45$  次循环

在  $\Delta\epsilon_2 = 0.0245$  下,  $N_2 = 310$  次循环

在  $\Delta\epsilon_3 = 0.0093$  下,  $N_3 = 12400$  次循环

问在下列载荷块序列作用下能反复多少次?

在  $\Delta\epsilon_1$  下,  $n_1 = 5$  次循环

在  $\Delta\epsilon_2$  下,  $n_2 = 60$  次循环

在  $\Delta\sigma_3$  下,  $n_3 = 495$  次循环  
在每个载荷块内消耗的那部分寿命为

$$\frac{n_1}{N_1} = \frac{5}{45} = 0.1111, \frac{n_2}{N_2} = 0.194, \frac{n_3}{N_3} = 0.04$$

在给定的三个载荷块构成的完整序列消耗的那部分寿命约为 0.345。根据(40)式,当载荷块序列重复  $X$  时,寿命被消耗完了,于是  $X(0.345) = 1$ ,  $X = 2.9$ 。于是,这说明可能在  $n_1 + n_2 + n_3 + n_1 + n_2 + n_3 + n_1 + n_2$  这个总序列中的最后一个载荷块内,在应变为  $\Delta\sigma_2$  时发生破坏。

应该着重指出,线性损伤法则的正确应用取决于几个局限性很强的假设:在每个载荷块内,载荷必须是对称循环(平均应力为零);在任一给定水平下,损伤累积的速率应与以前的载荷经历无关。这意味着对于每一应变水平,不论在寿命的前期或后期,每次循环的损伤应该是相同的。它还意味着幅值大小的变化应该是无足轻重的,并且顺序(高至低或低至高)的改变不应该影响寿命。上述每一个假设都可能是不现实的。譬如说,顺序的改变就可能有影响(也称为顺序效应)。可以看到在载荷块的大小与幅值相同的情况下,高至低顺序的损伤比低至高顺序的损伤要大些<sup>[39]</sup>。这是这样一种情况,在较大载荷期间形成的裂缝能在以后较小的载荷下继续扩展,而这些较小的载荷本身是不会使裂缝很快形成的。在累积损伤问题上的另外一些复杂情况,将在以后的章节中予以讨论。

当那些最重要的假设得到很好地满足时,线性损伤的计算是十分可靠的,正如在表 2 中的数据所指出的那样。至于理想的结果,每个序列的损伤总和都应该等于 1,不过在正常分散范围内有一点偏差还是容许的。应该注意到,由于控制应变试验固有的稳定性,因此,其试验结果比在控制应力下试

表2 对 2024-T4 铝合金进行的控制应变的阶式加载

试验:平均应力为零

载荷块数 目与顺序	$\Delta e_1/2$	每个载荷 块的 $n_1$	平均应力 千磅 英寸 <sup>2</sup>	$\Delta e_2/2$	每个载荷 块的 $n_2$	平均应力 千磅 英寸 <sup>2</sup>	损伤 $\Sigma n_i/N_{fi}$
1 高-低	0.0512	4	0	0.0116	202	0	0.92
1 低-高	0.0124	175	0	0.0518	9	0	1.38
1 高-低	0.0181	60	0	0.0070	1600	0	1.10
1 低-高	0.0070	850	0	0.0181	105	0	1.09
4 高-低	0.0526	2	0	0.0124	70	0	1.26
4 低-高	0.0125	70	0	0.0527	2	0	1.32
5 高-低	0.0182	13	0	0.0072	230	0	1.00
5 低-高	0.0072	230	0	0.0182	13	0	0.98
3 高-低	0.0106	100	0	0.0036	2,000	0	0.96
3 低-高	0.0034	10,000	0	0.0100	100	0	1.06
7 高-低	0.0099	50	0	0.0050	850	0	1.24
5 低-高	0.0048	850	0	0.0099	50	0	0.83
11 低-高	0.0150	17	0	0.0300	1	0	1.13
21 低-高	0.0114	17	0	0.0224	1	0	1.19
2 高-低	0.0537	2	0	0.0131	70	0	1.50
70 低-高	0.0130	7	0	0.0532	2	0	1.29
5 高-低	0.0196	43	0	0.0072	230	0	1.42
4 低-高	0.0074	230	0	0.0211	13	0	1.08

平均 1.14

资料来源: 蒙美国材料试验学会同意, 引自 Topper, Sandor 与 Morrow: 控制循环应变下的累积疲劳损伤。

验的要好一些。

## § 5.2 塑性应变与累积损伤

通过考虑在寿命期间的全部循环塑性应变来研究在任何复杂载荷谱作用下的疲劳损伤累积是有帮助的<sup>[60]</sup>。为做到这

点,我们再来研究(39)式,并由此导出损伤累积的关系式:

$$(\Delta \epsilon_p)(2N_f)^{1/(1+5n)} = \epsilon_f$$

式中  $-1/(1+5n) = c$ , 即  $\Delta \epsilon_p$ -寿命图线的斜率。因为  $\epsilon_f$  是一个常量

$$(\Delta \epsilon_p)^{-1/c}(2N_f) = \epsilon_f^{-1/c} = D \text{ 损伤数, 常量} \quad (41)$$

因为对于大多数金属  $-0.7 < c < -0.5$ , 我们可以预料  $-1/c$  应在  $-1.4$  至  $2.0$  之间变化。 $D$  的值取决于单调断裂延性, 但是在循环塑性应变、寿命、延性指数的基础上可以把它看作是一个独立的常量。

图 76 所示的简图有助于了解这独立常量  $D$  的含义。对于一种给定的材料,  $c$  是个常量, 并根据(41)式, 损伤数  $D_A$  与  $D_B$  是相等的。请注意在(41)式中, 使用循环次数或反复次数、应变振幅或是幅值都是无关紧要的, 只要从一个应变水平变到另一个水平时前后一致就行了。

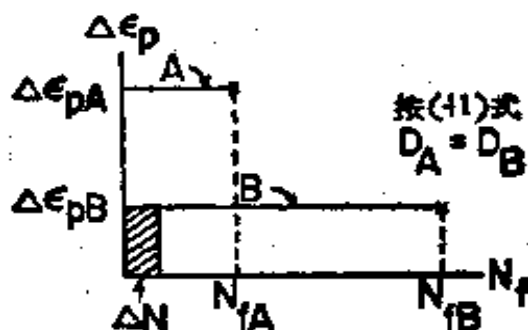


图 76 线性损伤速率的模型

在复杂的累积损伤问题中, 循环载荷中每次循环产生的塑性应变不是不变的, 损伤数  $D$  的研究是最重要的问题。作为基础, 我们把图 76 中的阴影面积当作在  $\Delta N$  次循环中所遭受的损伤或所消耗的寿命。根据(41)式, 把  $\Delta \epsilon_{p,B}$  自乘  $-1/c$  次幂再乘以  $\Delta N$  即可得到部分损伤数。因此算出来的  $D$  的部



分损伤数是以塑性应变对消耗寿命的一种量度。在多级载荷时，可以在不直接依靠大量寿命数据的情况下，作出寿命估算。损伤数  $D$  可以根据一个已知的疲劳寿命建立起来，并且可以作出每级塑性应变的损伤总和。根据(41)式，当

$$\sum (\Delta \epsilon_{p,i})^{-1/c} (\Delta N_i) = D \quad (42)$$

时发生破坏。式中  $\Delta \epsilon_{p,i}$  = 第  $i$  级每次循环的塑性应变， $\Delta N_i$  = 在第  $i$  级完成的循环次数， $D$  = 利用单级塑性应变的疲劳寿命，根据(41)式算出的结果。

为了举例说明(42)式的使用，首先考虑关于图 57 所示数据的  $D$  值：

在  $\sigma_p/2 \approx 4 \times 10^{-2}$  时， $2N_f = 100$

$$c = -0.57$$

$$D = 100(4 \times 10^{-2})^{1.75} = 0.36$$

在另一应变水平下

在  $\sigma_p/2 \approx 8 \times 10^{-4}$  时， $2N_f = 10^5$

$$D = 10^5(8 \times 10^{-4})^{1.75} = 0.38$$

这两者非常一致，这是可能的，因为疲劳特性是通过试验确定的。应该注意，如果不能象上面那样准确地知道材料的性质或线性特性不如上面那样好，那么产生百分之几百的误差将是容易的。

举一个阶式加载的例子，假设所用的钢和上面所用的钢相同。如果在  $\sigma_p/2 = 4 \times 10^{-2}$  下经受 20 次循环，所消耗的部分寿命用

$$\Delta D_1 = \left( \frac{\Delta \epsilon_p}{2} \right)^{-1/c} (\Delta 2N_f) = (4 \times 10^{-2})^{1.75} (40) = 0.144$$

来量度。为求出其剩余寿命，譬如说，在这以后，金属在应变  $\Delta \epsilon_p/2 = 8 \times 10^{-4}$  下还能经受多少次循环才发生破坏，需要有一个有效的总损伤数。在这种情况下，有理由假设  $D =$

3.37. 剩余寿命为本来可利用的总寿命减去在第一个载荷块中所消耗的寿命, 即  $\Delta D_{\text{剩余}} = D - \Delta D_1 = 0.37 - 0.144 = 0.226$ . 因此, 在第二个应变水平下经受如下的反复次数之后将发生破坏:

$$\Delta 2N_2 = \frac{0.226}{\left(\frac{\Delta \sigma_{p2}}{2}\right)^{-1/c}} = \frac{0.226}{(8 \times 10^{-4})^{1.75}} = 6 \times 10^4$$

这与线性累积分析所得的结果相同. 在较大的应变下消耗了 40% 的寿命 ( $n_1/N_1 = 40/100$ ), 而剩下的 60% 寿命 ( $n_2/N_2 = 6 \times 10^4/10^5$ ) 消耗在较小的应变下.

当载荷比较简单时, 没有必要用(42)式来估算损伤, 但它代表了处理复杂载荷谱的物理基础, 这是很有价值的. 此外, 在有些情况中, 外加载荷可能是等幅的, 但由于严重的软化或硬化或寿命期间热处理的结果, 最后得到的塑性应变可能会变<sup>[65]</sup>. 在这种情况下, 根据应力-寿命或总应变-寿命曲线的线性累积损伤定律可能是完全不适当的.

作为处理一个复杂问题的例子, 我们来考虑一个引起每周循环塑性应变随循环渐进变化的情况, 如图 77 所示. 首先的问题是对于给定材料, 根据一个已知常数  $c$  和一个不变(或相对不变)的  $\Delta \sigma_p$ , 按照(41)式确定一个有效的损伤数  $D$ . 至于(42)式的总和, 或是通过一次循环一次循环地积分, 或是通过图 77 所示的近似方法来求得. 在后一种情况中, 把各循环分成组, 使得每一个组内的  $\Delta \sigma_p$  只有很小的变化, 并且求出这些组中有代表性的塑性应变. 其总和为

$$\begin{aligned} & (\Delta \sigma_{p,1})^{-1/c}(\Delta N_1) + (\Delta \sigma_{p,2})^{-1/c}(\Delta N_2) \\ & + (\Delta \sigma_{p,3})^{-1/c}(\Delta N_3) + \dots \end{aligned}$$

当总和达到代表该材料的  $D$  值时, 就发生断裂.

使用损伤常量, 如(41)式中的损伤常量, 使我们有机会来

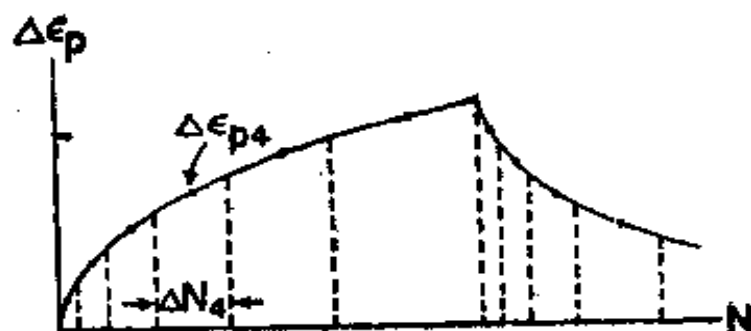


图 77 在复杂循环塑性应变下损伤的分段线性表示法

讨论一下所谓疲劳极限的物理意义。疲劳极限或持久极限的概念,意味着有这样一个应力幅,在这个应力幅下  $S-N$  曲线成为水平线,因此当应力低于这一极限时,在有限寿命内就不会发生疲劳破坏。乍看起来,任何关于疲劳极限真实性的讨论似乎完全是脱离实际的。因为显然,即使寿命总是有限的,也免不了要考虑极其长的寿命。有两个理由需要研究与极长寿命有关的问题: 首先,有的实际情况(虽然很少)必须考虑很长的循环寿命与实时寿命\*。其中有些,譬如具有应变时效的金属,要用试验室加速试验的办法得到寿命数据是不现实的。另一个理由是: 通过努力了解一些夸大了的、假定的情况可以学到许多有关全部疲劳问题的知识。

作为目前讨论的基础,上面已经提到过,这里再着重强调一下。这就是,循环塑性应变乃是所有载荷水平下产生疲劳损伤累积的原因;可能在任何材料中,塑性应变是由施加任何有限的应力产生的。这两点中,前一点已为短、中寿命试验观察到的性能所证实;但未为长寿命试验所证实,在这种情况下塑性应变尚未被测量过。然而,毫无疑问,循环塑性概念可以推广到长寿命范围。图 78 示出在几种金属与非金属的材

\* 循环寿命指按破坏周数计算的寿命,实时寿命指按实际时间计算的寿命。  
——校订者

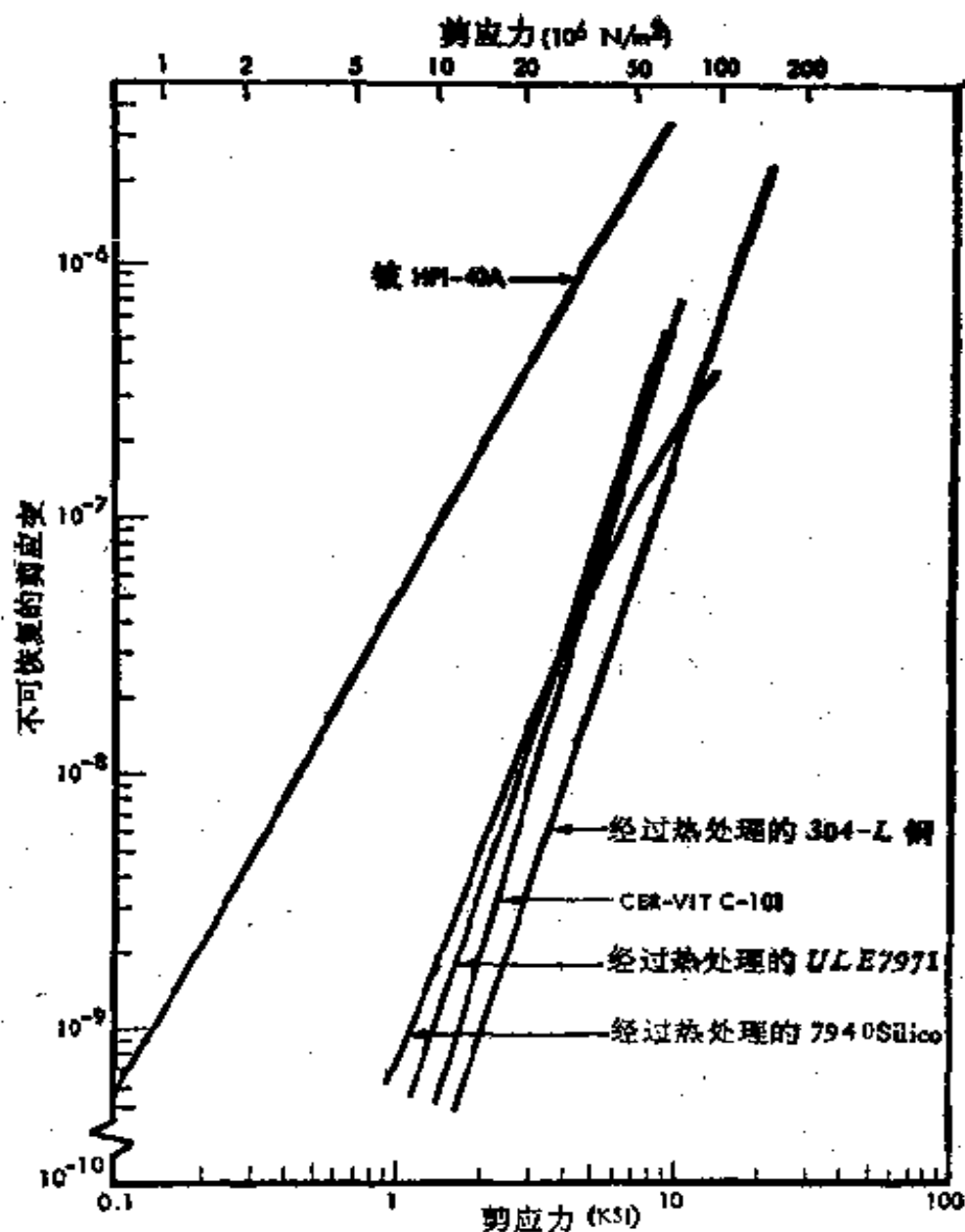


图 78 小应力时不可恢复的应变(引自 Eul 与 Woods: 精选的光学材料剪切应变至  $10^{-10}$ 。)

料中,可能观察到的塑性应变仅仅取决于现有设备的能力,而不取决于应力水平的大小。这意味着,弹性极限(纯弹性极限)只在应力为零时存在<sup>[15]</sup>。

图 78 中应力-应变数据的一个重要情况是在双对数座标

上图线的直线性。这鼓励我们对图 78 以外情况下的应变进行外推。事实上，现有的大多数应力-塑性应变数据大于图示的应变范围。在那些较大的应变处，其特性还是线性的。

下面的实例问题是根据图 79 和图 80 所示的低碳钢数据得来的<sup>[74]</sup>，在这些实例问题中循环塑性应变相差很大。根据图 80 求得损伤数  $D$  为

$$c = -0.6$$

在  $\Delta\epsilon_p = 10^{-1}$  时， $N_f = 55$  次循环

$$D = (\Delta\epsilon_p)^{-1/c}(N_f) = (0.1)^{1.66}(55) = 1.19$$

为核对这个数，由图 80 中选取另一点，譬如说令  $\Delta\epsilon_p = 10^{-2}$ ，

$$N_f = \frac{D}{(\Delta\epsilon_p)^{-1/c}} = \frac{1.19}{(10^{-2})^{1.66}} = 1.99 \times 21.50 \\ = 2560 \text{ 次循环}$$

这与从图 80 上读出的、在给定应变时的 2400 次循环的寿命非常一致。因此，这损伤数至少在短寿命范围内是正确的。

为了研究长寿命范围的问题，我们先把图 80 的直线外推到任意小的塑性应变。例如，我们在接近  $\Delta\epsilon_p = 7 \times 10^{-3}$  时

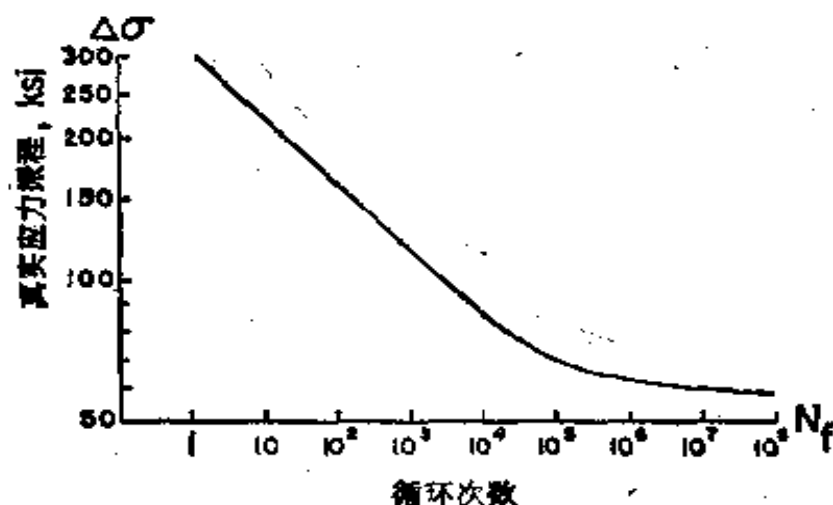


图 79 低碳钢的应力-寿命曲线(转引自 Topper 与 Biggs:  
低碳钢在低寿命处的循环性能)

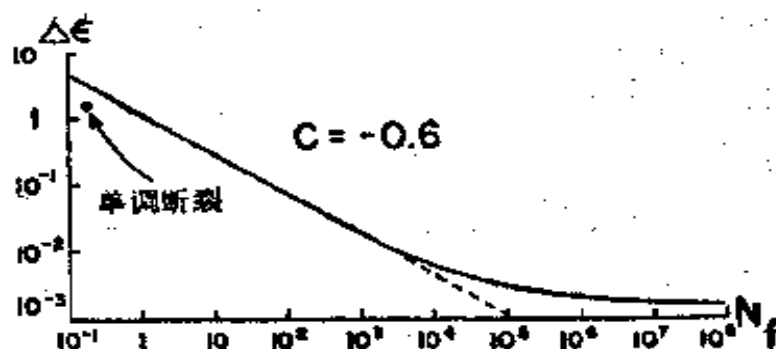


图 80 低碳钢的应变-寿命曲线 (转引自 Topper 与 Biggs:  
低碳钢在低寿命处的循环性能)

得到的寿命为  $10^7$  次循环。这个寿命也可通过利用在以前计算中导出的损伤数来求得。文献[74]中另外一些数据表明, 对塑性应变-寿命的关系作这样的外推是合理的。可以看到, 在  $N = 10^7$  时, 总应变振程为  $2 \times 10^{-3}$ , 真实应力振程为 58 千磅/英寸<sup>2</sup>(图 79)。弹性模量为  $29.7 \times 10^6$  磅/英寸<sup>2</sup>, 因此弹性应变振程为

$$\Delta \epsilon_e = \frac{58000}{29.7 \times 10^6} = 1.95 \times 10^{-3}$$

塑性应变振程为

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_p &= \Delta \epsilon_t - \Delta \epsilon_e = 2 \times 10^{-3} - 1.95 \times 10^{-3} \\ &= 5 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

这与用外推法得到的结果相当一致。当然, 这种计算并不完全可靠, 原因是应力与应变的具体数值不是精确地知道。然而, 言外之意是, 循环塑性应变在  $S-N$  曲线甚至不是线性之处也可以用于损伤分析。

这些简单例子可以扩展到更小的应变上。能够方便地测量到的最小的循环塑性应变约为  $10^{-3}$  到  $10^{-4}$ 。在塑性应变为这些值的千分之一或百万分之一时, 疲劳寿命成为在  $\Delta \epsilon_p = 10^{-7}$  时,

$$N_f = \frac{D}{(\Delta\sigma_p)^{-1/c}} = \frac{1.19}{(10^{-7})^{1.66}} \approx 10^{11.7} \text{ 次循环}$$

与

在  $\Delta\sigma_p = 10^{-10}$  时,

$$N_f = \frac{1.19}{(10^{-10})^{1.66}} \approx 10^{16.6} \text{ 次循环}$$

这些估计值是非常大的循环寿命。然而,它们是有限的,尽管可能产生这些寿命的循环应力幅必须大大低于所谓的疲劳极限。在图 79 中大约为 30 千磅/英寸<sup>2</sup>。对于这种低碳钢,估计实际应力是困难的,因为总应变在 0.05 之上和 0.05 之下时,硬化机理似乎不一样<sup>[74]</sup>。

很自然会提出一个问题: 是否有理由假设整个寿命期间循环塑性应变为常值。在上面那些例子中,曾经假设用最能代表全部性能的半寿命塑性应变作为常值循环塑性应变。对于低碳钢来说,似乎可以证明: 使用一个有代表性的常值循环塑性应变是正当的,尽管这种金属远非是循环稳定的,不稳定塑性应变将在下面讨论,主要在循环应力-应变性能的概念上仔细推敲。

循环-相关调整的固有过程是循环的指数函数。随着循环次数的增加,其变化率决定于外加载荷的大小。图 81 表明,外加应变水平愈高,独立变化的应力的调整进行得愈快。在循环应变最小时,就连循环应力的微小的改变也要延续到极多次循环。此外,必须补充一点,任何循环-相关改变只能认为是塑性变形引起的结果,而不是由完全弹性的、可恢复的变形引起的结果。这种特性的正式说法是: 对于一个给定材料,循环应力-应变响应特性自身引起的变化,倾向于与特定寿命点的循环塑性应变成正比。

根据这一说法,让我们重新考查一下低碳钢的长寿命特

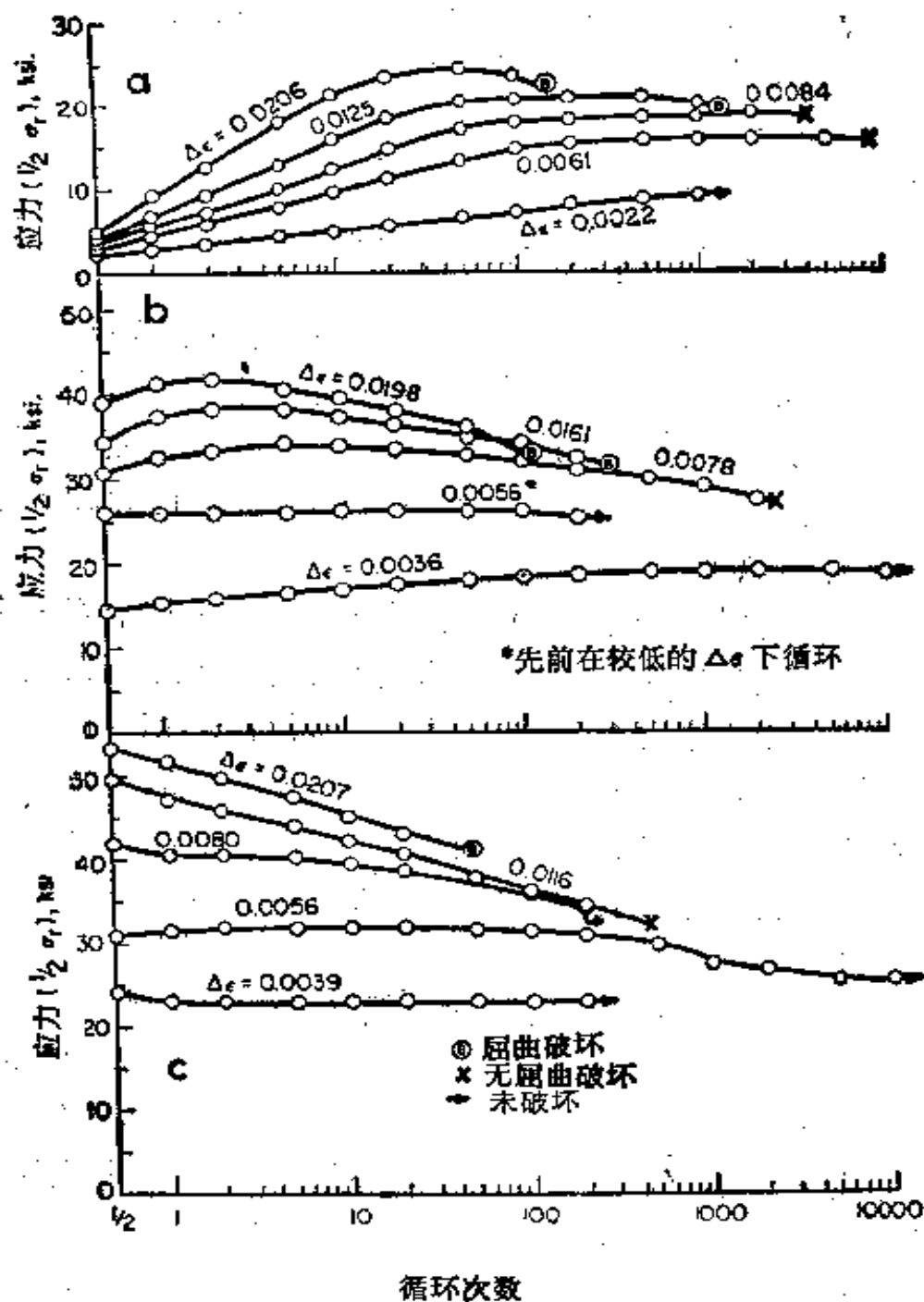


图 81 铜的循环应力的变化率: (a)完全退火; (b)部分退火; (c) 冷作(蒙美国材料试验学会同意,转引自 Morrow: 内摩擦、阻尼与循环塑性,原出于 Tuler.)

性。例如,当常值循环塑性应变为  $10^{-7}$  时,估算的寿命为  $10^{11.7}$  次循环。完全有理由假设在整个寿命期间塑性应变不是



不变的,而是按指数规律随着循环在改变的。然而,在第一次循环期间,塑性应变不等于零,它根据这个初始值循环-相关地改变。如果塑性应变初始值是例子中所示的  $10^{-7}$  的话,以后发生的变化率应该是极低的。我们可以说,循环载荷是如此之小,以致材料几乎处于无载荷状态,在这样情况下,不要指望随着循环次数的增加会发生多少变化。

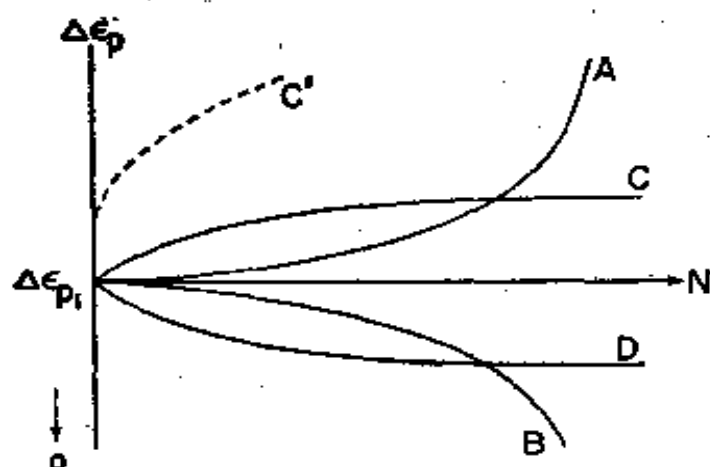


图 82 循环-相关塑性应变的示意函数

图 82 示意地表明按指数规律作循环-相关调整的几种可能性,图中  $\Delta\epsilon_{p1}$  乃是第一次循环的塑性应变。曲线 A 与 B 代表不稳定材料的特性曲线。对于控制应力下的软化材料,曲线 A 是切合实际的,特别是在控制载荷下可能发展至失控的情况。然而,很难想象一种实际材料会有象曲线 B 那样的特性曲线。这样一种特性意味着,循环塑性应变变得愈小,它向零下降得愈快。这与上面的说法矛盾,上面说只有一个相当大的循环塑性变形才能在应力-应变响应上引起大的变化率。

通过对材料性能的观察使我们相信,图 82 中的曲线 C 与 D 代表最常遇到的特性曲线,特别是在控制应变下。乍一想,曲线 C 好象是不合理的,因为这曲线是循环软化的样式。在

该种情况下，可以指望递增的循环塑性应变可能会加速它们本身的增长过程。然而，在任何循环变形中，存在着弱化与强化的对抗过程，而人们观察到的性能总是这两者对抗的最后结果。对于曲线  $C$ ，我们可以说，这个材料最初是弱化的，但有这么一个水平的循环塑性应变，它借助于冷作恰好产生足够的强度使随着循环次数增加而发生的进一步的调整停止下来。这个水平是渐近地逼近的。这样一种性能满足了上面加重点的那一段话的精神，就连对于不同水平的控制条件也能满足。例如，两条相似曲线  $C'$  和  $C$  适用于同一种材料，但较高的载荷( $C'$ )产生了较高的初应变与更快的循环-相关调整。

图 82 中的曲线  $D$  表示循环-相关强化，这种强化可以由冷作或应变时效引起。强化的进程随着循环次数的增加起作用，并要求先要塑性变形，但硬化的过程总是比由塑性应变所代表的弱化过程略快一些。从而渐近地到达一个稳定的循环塑性应变水平。这个稳定水平的位置以及逼近这个水平的速率还要取决于初始值  $\Delta\epsilon_{p,1}$ ，而这个初始值本身又是外加载荷的一个量度。在  $\Delta\epsilon_{p,1}$  值很低时，仅在许多次循环之后才能达到这个稳定水平，因为在每次循环里，只发生很小的、能导致强化的塑性应变 ( $\Delta\epsilon_p$  低)。

如果需要把循环塑性应变准确地描述为循环的函数，估算疲劳寿命就会变得非常复杂。在单级加载但塑性应变不稳定的一般情况下，企图得到如下形式的表达式

$$\Delta\epsilon_p = K\epsilon^p \quad (43)$$

式中  $K$  — 常数， $p$  —  $N$  的函数。损伤累积关系式(42)式成为

$$D = \int_0^{N_f} (K\epsilon^p)^{-U_p} dN \quad (44)$$

这个指数函数也许必须由实验来确定。当出现小的塑性变形

时,这会很困难的。例如单调的塑性应变曲线能给出在所需要的应力水平时的初始值  $\Delta\epsilon_{p,1}$ ,但对于高强度材料和小应力,单是这一点就难做到了<sup>[5]</sup>。为求得(43)式,必须在所需要的应力幅值下进行循环试验。可以使用  $\Delta\epsilon_{p,1}$  和过  $N$  次循环后的  $\Delta\epsilon_{p,N}$  来估计应用(44)式时所需的常数。下面几个包含指数变化的塑性应变的例子是用任意常数来计算的。

### § 5.3 举 例

#### 例 1

有一种钢,  $c = -0.6$ , 在循环塑性应变固定为 0.05 时,寿命是 200 次循环。由此给出的损伤数  $D = 1.365$ 。如果塑性应变的初始值  $\Delta\epsilon_{p,1} = 0.05$ , 求其寿命为若干?  
因它是循环变化的,所以

$$\Delta\epsilon_p = K e^{mN} \quad \text{式中 } m = -\frac{1}{1000}$$

在第一次循环期间  $\Delta\epsilon_p = 0.05$ ,  $K$  可以在  $N = 1$  时算出,

$$0.05 = K e^{-1/1000}, \quad K = 0.05 e^{1/1000}$$

根据(44)式

$$D = K^{-1/c} \int_0^{N_f} e^{-mN/c} dN = -\frac{K^{-1/c}}{m} [e^{-mN_f/c} - 1]$$

寿命可表示成

$$\begin{aligned} N_f &= -\frac{c}{m} \ln \left( 1 - \frac{Dm}{cK^{-1/c}} \right) \\ N_f &= -\frac{(-0.6)}{(-1/1000)} \ln \left[ 1 - \frac{(1.365)(-1/1000)}{(-0.6)(0.00695)} \right] \\ &= 238 \text{ 次循环} \end{aligned}$$

定性地讲,这个结果是合理的,因为循环塑性应变是循环数的递减函数,但递减速率较慢,因此寿命应该比在稳定应变时的

200 次循环稍长些。

### 例 2

上例中如系递增的指数函数,应该给出一个较短的寿命。当  $m = \frac{1}{1000}$ , 其它一切不变时,寿命成为 170 次循环。因为考虑到在  $N \ll 1000$  范围内,  $\Delta\epsilon_p$  的增长率慢,这个结果也还是合理的。

### 例 3

同样的问题,在  $m = \frac{1}{1000}$ ,  $\Delta\epsilon_{p,1} = 10^{-7}$  时给出的寿命令人惊奇地短\*:

$$N_f = - \frac{(-0.6)}{(1/1000)} \ln \left[ 1 - \frac{(1.365)(1/1000)}{(-0.6)(10^{-11.65})} \right] \\ = 12,500 \text{ 次循环}$$

然而,这是由于任意选择的塑性应变函数在  $N > 1000$  时迅速上升造成的。事实上,象上面那样对于不同的载荷水平使用同一个函数是不正确的。

### 例 4

当把例 3 稍加改变时,又出现另一种困难。当  $m = -1/1000$ ,  $\Delta\epsilon_{p,1} = 10^{-7}$  时,因为量  $[1 - (Dm/cK^{-1/c})]$  变成负值,寿命算不出来。这个情况与图 82 中曲线 B 所示的情况一样,在那儿塑性应变以越来越快的速率递减。在这样一种情况下,或者在循环的早期发生破坏或者根本不发生破坏。前面已经讨论过,不大可能有这样的材料响应特性。

根据上面所讲的,我们得到两点教益。在大多数情况下,在损伤计算中的循环塑性应变用一个不变的、有代表性的值是足够的了,无疑也是最简单的。每当可以合理地应用一个

\* 原文如此,但此“短”字似应改为“长”字。——审阅者

更复杂的塑性应变函数时,在算出损伤总和之前,一定要特别注意确定这个函数的有效性。

由本章得出的结论是,为了进行累积损伤分析,必须而且也能够找到疲劳损伤累积的物理基础。这个基础很可能包含循环塑性应变,并且形成的方法对于所有疲劳寿命范围的问题来说是一个统一的方法。必须着重指出,当疲劳问题中包含了诸如平均应力、平均应变、复杂几何形状以及异常环境情况这些复杂因素时,必须特别小心。要想对疲劳损伤累积问题取得进一步的了解,请研究文献[8, 20, 24, 79]。

## 第六章 平均应力与平均应变

在先前讨论损伤累积与损伤速率时，总是假定循环应力与应变是相对于没有受过应力应变状态的材料作完全对称的循环。因而根据以前讨论过的图 23 与 24，不管外加的载荷极限如何或者在寿命期间材料对这些载荷情况的响应有何改变， $\sigma_m$  与  $\epsilon_m$  总是为零的。重要的是要认识到，实际的疲劳问题很少有那么简单，通常总是有一些平均应力或平均应变，或两者兼而有之。另一个重要的事实是，平均应力与应变象应力或应变幅一样可能按照循环-相关方式在改变。所有这些改变都是由循环塑性应变引起的。

考察平均值的一个方法是将它看作静态值，在其上叠加了完全对称变化的数值。在这方面，早先提到过的准静态加载性质(图 14—17)最为有用。下面几个例子可以用来说明塑性变形在产生与消除平均应力与应变中的基本作用。

图 83a 为一理想的、完全弹性状态的应力-应变图。把材料预先加载至  $A$  点，然后在上限  $B$  与下限  $C$  之间循环。平均应力  $\sigma_m$  与平均应变  $\epsilon_m$  是代表预载的  $A$  点的座标。如果没有循环塑性应变的作用，经过无限次循环，图 83a 中的各个量仍然保持不变。在完全弹性状态下，第三象限中的情况是类似的。

当有塑性变形存在时，情况就比较复杂了。第一个例子，在图 83b 中，产生了拉伸平均应变与零值平均应力。把材料拉伸变形至  $A$  点，然后卸载到  $B$  点处的平均应变，并在  $C$  与  $D$  之间循环。图 83c 示出在  $C$  点处产生零值平均应变与压缩平

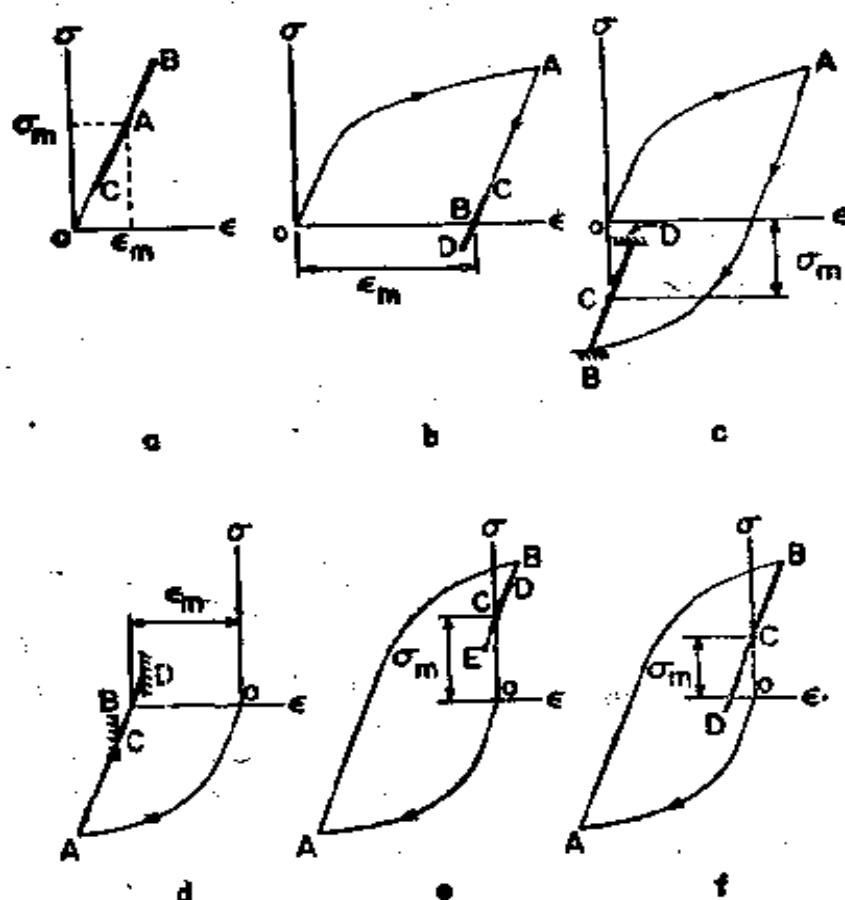


图 83 平均应力与平均应变的产生

均应力的途径，循环的极限为  $B$  与  $D$ 。在这个图中， $B$  与  $D$  选作控制应力的极限，但它们也可以作为控制应变的极限，如图 83d 所示。图 83d 示出产生压缩平均应变与零值平均应力的一种途径。将材料加载至  $A$  点，然后卸载至  $B$  点处的平均应变，在选定的应变  $C$  与  $D$  之间循环。图 83e 说明在  $C$  点产生拉伸平均应力而没有平均应变的情形。图 83f 和图 83e 类似，它表示当平均应力不为零时，两个循环极限不一定是同号的。然而，可以看出，对于一给定的材料，情况 e 中的平均应力可能比情况 f 中的高。

图 83 中的各种情况表明：当出现一些塑性应变后，实际

上已很难把材料退回到零应力与零应变。事实上,要做到这一点的唯一方法是使应力应变路径与通过应力-应变轴原点的弹性线相交。对于具有封闭的迟滞迴线的循环来说,这意味着原点必须在迴线之内。图 84 示出如何才能够由一个大的迴线到达原先的应力应变状态。如果这个图是把应力信号作为应变信号的函数记录下来的,则迴线以顺时针方向连续画出。为回到原点,循环加载必须在 A 点或 B 点处中断。从这两点中的任一点完全卸载,即可产生预期的结果。

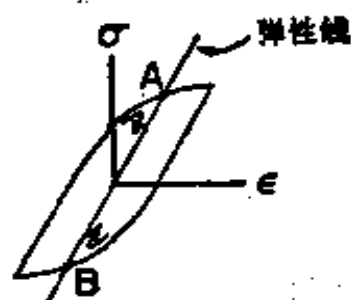


图 84 在塑性应变后回到零应力与零应变的唯一途径

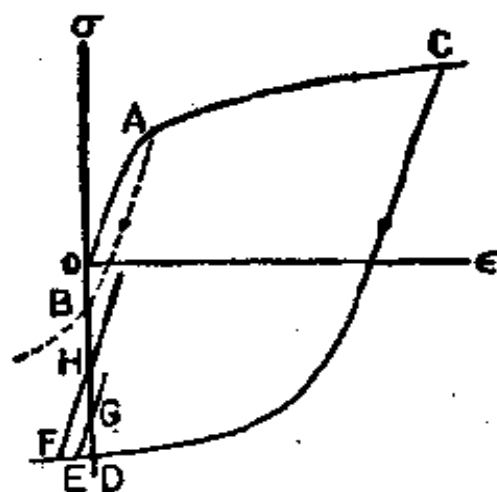


图 85 平均应力对先前的塑性应变与外加应力振幅的依赖关系; D 点  $\Delta\sigma \approx 0$ ,  $\sigma_m = \max$ ; G 点  $\Delta\sigma > 0$ ,  $\sigma_m < \max$ ; H 点  $\Delta\sigma \gg 0$ ,  $\sigma_m < \max$ .

在图 83b 与 d 中可以看出塑性应变在产生各种大大小小的平均应变中的作用。平均应力的大小对先前的塑性应变量之间的依赖关系不那么明显。例如,图 85 示出了由于先前在拉伸中的过应变可能产生的各种压缩平均应力(这里平均应变为零)。加载到 A 点只能引起一个小的平均应力,在这种情况下,这个平均应力不会超过  $\overline{OB}$ 。当然,由 B 点沿虚线继续压缩加载会产生较大的平均应力,但这也将同时产生大的平



均应变。另一方面,由  $C$  点卸载会导至  $D$  点,这个  $D$  点将代表循环应力振程可以忽略不计的极限情况时的平均应力。停止在  $E$  或  $F$  点,容许在平均应力减小但仍相当大的情况下有较大的应力振程。大的应力幅与大的平均应力彼此不能共存,这一说法一般来说是正确的。

到现在为止已经讨论过的具有平均应力的应力-应变图并没有指出在平均值业已确定以后的循环塑性应变。在这些图中出现有迟滞迴线,但这些迴线是细线<sup>1)</sup>,主要指出弹性的作用。但情况未必总是如此,因为在材料同一部位内可能同时具有一个平均应力与大小相当的循环塑性应变。然而,重要的是要认识到,在任何材料中不可能使这两个量同时都是大的。其理由如下。

图 86 提供了一个简单的解释。假设材料的拉伸强度与压缩强度大致是相等的。因而当应力水平超过  $A$  或  $B$  时将引起破坏。显然,当把最大可能的应力振程加到材料上时,就会得到最大的循环塑性应变。这等于说,产生最大塑性应变的应力极限应该刚好比  $\sigma_A$  与  $\sigma_B$  小一点。如果我们要围绕具有高平均应力的  $C$  点进行循环,那么  $C$  点到  $B$  的距离将决定最大的容许应力幅值。因为平均值总是两峰值之间的中点,材料能够承受的最大应力振程用图 86 中的正弦波示出,其大小为  $2(\overline{BC})$ 。显然,与  $\Delta\sigma_{AB}$  相比,这是一个小的循环载荷,因此在围绕  $C$  点循环时,预期的塑性应变是极小的。用同样的道理可以证明,在围绕  $D$  点循环时,因为平均应力接近于零,所以,最大可能的循环塑性应变是比较大的。

另一个考查平均应力与同时发生的循环塑性应变之间关系的方法是依靠循环塑性应变的基本概念。根据定义,仅仅

1) 在图 83 中迴线以细线表示。——译者注

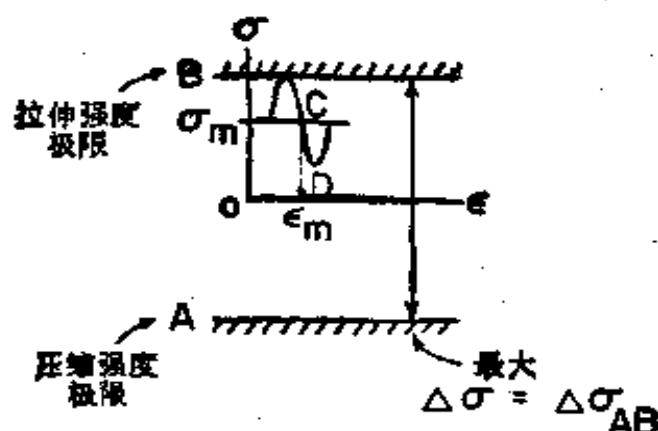


图 86 大的平均应力与大的循环应力的不相容性；注意在  $\sigma$ - $\epsilon$  平面内正弦波是不正确的

使材料卸载绝不会产生反复的塑性应变。图 87 就是这种情况的一个例子，因为各点的应力始终是同号的，所以塑性变形（如果有的话）不会反向，因而不可能有循环塑性应变。在这种情况下，材料经受的仅有的循环载荷是从  $C$  到  $B$  的拉伸加载，接着是从  $B$  到  $C$  的卸载。

人们或许会问，既然不可能有循环塑性应变，图 86 所示的情况（ $C$  点的  $\sigma_m$ ）是否总会导致疲劳破坏。回答是完全有可能发生破坏，并且原则上仍然是由塑性应变引起的。然而，这些应变是不明显的，因为基本上是弹性性能。在小载荷下，塑性应变是高度局部化的，并且主要发生在应力集中处——如夹渣、微裂缝与孔洞的附近。在这些虽小但却是危险的邻近地区，应力可能部分地处于相反的（这里是压缩）方向，虽然宏观地看来，外加载荷条件就象在图 87 中那么理想。当然，这部分反向的应力会产生循环塑性变形，使最后发生破坏成为可能。

从上述讨论中得出的一般结论是，在平均应力下，只有在应力极限交替地越过压缩与拉伸分界处的应力半平面上的时

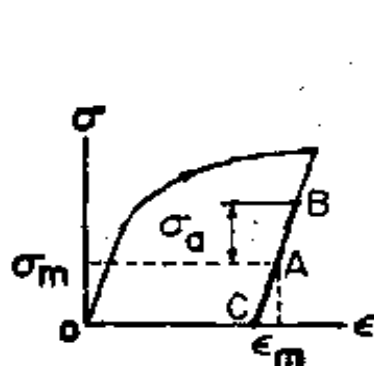


图 87 具有平均应力与平均应变时的弹性性能

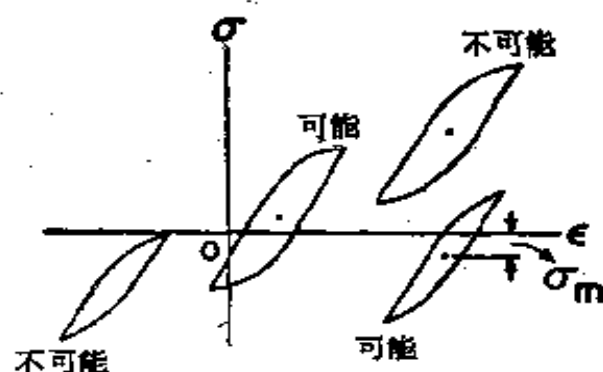


图 88 大的平均应力与大的循环塑性应变的不相容性

候，才会出现循环塑性应变。这里提到了应力半平面，因为从根本上来说，这些应力在应力轴上什么地方交替出现并不重要。图 88 中的四个例子是用迟滞迴线表示这些想法。在随机载荷下，也可以观察到类似的结果，正如文献[12]的图 16 中所看到的那样。

## § 6.1 具有平均应变时的疲劳寿命

一个如图 83b 所示的平均应变或预应变，在某种情况下，能够缩短以后的疲劳寿命，这是由于平均应变或预应变消耗掉原始材料中一部分有效延性造成的<sup>[7,40,75,81]</sup>。平均应变的一个重要方面是它与平均应力的关系，而有关两者结合的问题，在分别讨论各自现象的基础上是较易理解的。暂且假设，平均应力与平均应变之间毫无关系。

平均应变能直接影响导致破坏的损伤，如图 89 中示意地指出的那样。假设单调断裂延性  $\epsilon_f$  等于疲劳延性  $\epsilon'_f$ 。预加应变到 A 点消耗了相当一部分有效延性。我们想象，对于围绕 A 点的循环没有循环塑性应变，但不知道为什么这样的循环会使 A 点向右迁移。当平均应变逐渐增加时（经过  $A_1$ ，

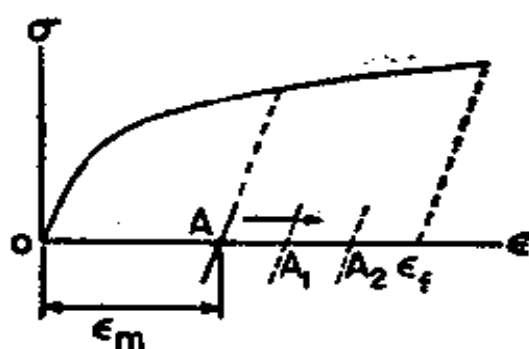


图 89 平均应变逐渐增大的示意图

$A_2, A_3, \dots$ ), 越来越多的延性被消耗掉, 当  $\sigma_m$  等于  $\sigma_f$  时发生破坏. 如果在  $A$  向右迁移时我们还考虑到存在着循环塑性应变, 那么在  $\sigma_m$  到达  $\sigma_f$  之前就可能发生破坏. 不管在整个寿命期间平均应变是不是固定的, 它都会影响消耗延性因而也就是影响剩余寿命的过程. 将(39)式修改一下, 使其把平均应变包括进去, 即可写出反映这一事实的一个正式的、然而理想化的表达式:

$$(\Delta\sigma_f)(2N_f)^{1/(1+5n)} = \sigma_f - |\sigma_m| \quad (45)$$

式中使用了平均应变(或循环预应变)的绝对值, 因为拉伸与压缩变形都会使延性降低. 在低循环疲劳中种种迹象表明, 拉伸与压缩平均应变的影响彼此是十分相似的<sup>[54]</sup>.

对于估算疲劳寿命, 上面提出的修改似乎是一种简单的修改, 这种修改使(41)式中的损伤值  $D$  变化不大. 但事实上, 正如下面将会看到的那样, 问题比这要复杂得多.

业已观察到<sup>[41, 75]</sup>, 非弹性的预应变可以引起在随后小载荷的作用下疲劳寿命大幅度地缩减. 比起根据预应变直接造成的部分损伤所预料的疲劳寿命缩短来, 这种缩短要严重得多. 图 90 所说明的那种情况更是令人感到意外, 虽然这里的预应变是循环的, 并且没有留下平均应变. 可以作出这样的结论: 在小载荷时, 不论是循环预应变还是单调预应变都可

以引起疲劳寿命大幅度的缩短。重要之点在于缩短多少并不总是可以用线性损伤累积的方法来计算。从实用的观点看,在为取得设计数据进行试验之前,对所有的试件加上一个小的预应变似乎是合理的。

对于施加预应变之后产生的高速率损伤,可能有几种解释。一种似乎有理的解释<sup>[43]</sup>是,大的预应变形成裂缝,这种裂缝可以在较小的载荷下扩展。这意味着,小载荷使裂缝扩展比在最初的地方形成一条裂缝更有效。另一种解释(不适用于图 90)与那些显示出突然屈服现象的材料有关。这些材料中的塑性应变使屈服点立即消失并引起软化。其结果是在任何普通的控制条件下,由于循环塑性应变增大而使损伤加快。在讨论平均应力松弛之后,还要给出别的解释。

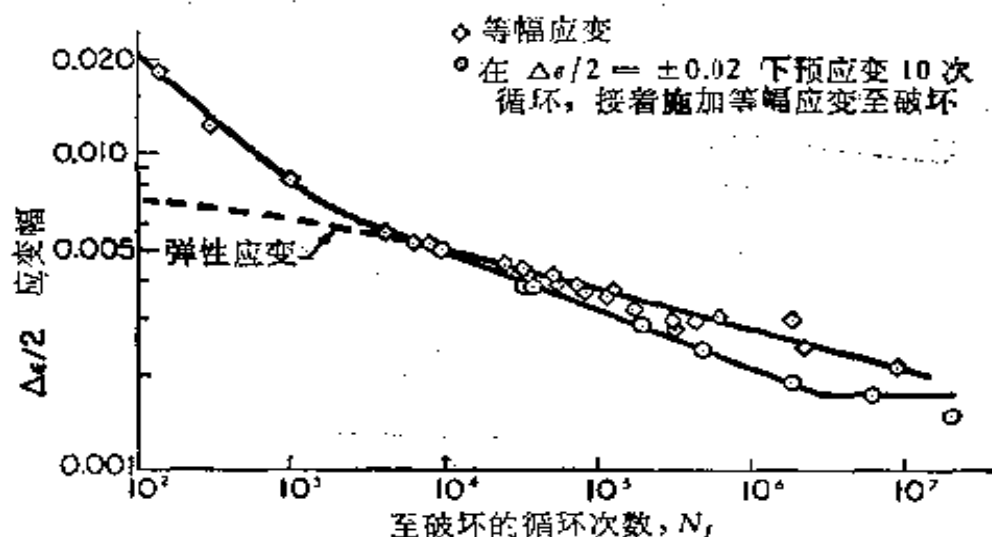


图 90 预应变对疲劳寿命的影响(引自 Topper 与 Sandor:  
环境与复杂载荷历程对疲劳寿命的影响)

要有多大的预加塑性应变才能使在名义弹性应变水平下的寿命缩短某一个百分数,这个问题知道得不很清楚。一般来说,中等的塑性应变也许足以引起显著的变化<sup>[75]</sup>。根据经验,可以假设,大概在 0.01(1%) 或 0.01 以上的塑性预应变

就会对金属的疲劳寿命产生明显影响。

## § 6.2 具有平均应力时的疲劳寿命

最早的对疲劳现象的一些观察指出，平均应力能大大地改变材料对循环载荷的抵抗能力<sup>[22]</sup>。然而，已发表的绝大部分疲劳数据是从对称循环试验中得到的。这是一个试验设备问题：最广泛使用的旋转变曲试验机不能施加平均应力。

有平均应力存在时的性能是这样的：在给定的加载幅值下，拉伸平均应力使寿命缩短而压缩平均应力可使寿命延长。在  $S-N$  图上可画出一族图线，其中每根图线对应于不同的平均应力，如图 91 所示。在应变-寿命的图线中发现一种类似的图形，如图 92 所示。这种图形还表明，这些图线不一定是彼此互相平行的。

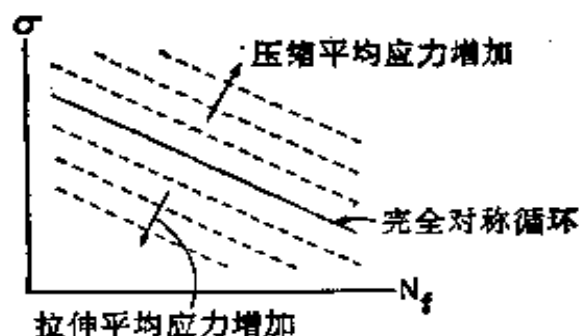


图 91 具有平均应力时的疲劳寿命的示意图

受到平均应力影响的疲劳强度还不能根据令人完全信服的物理原理来进行估算。已经提出的几个经验关系式<sup>[19]</sup>，对于处理一些较简单的问题来说是适当的。所有这些关系式都是建立在这样一种概念的基础之上的：把一个交变应力迭加到静应力上去并试图找到这个应力组合时的疲劳极限值。基

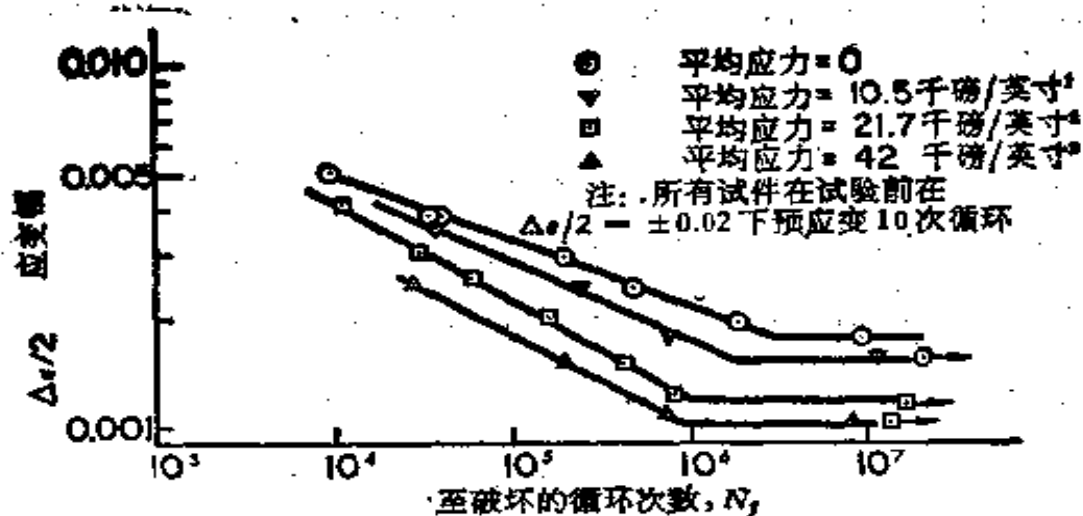


图 92 在拉伸平均应力作用下的疲劳寿命的例子(引自 Topper 和 Sandor; 环境与复杂载荷历程对疲劳寿命的影响)

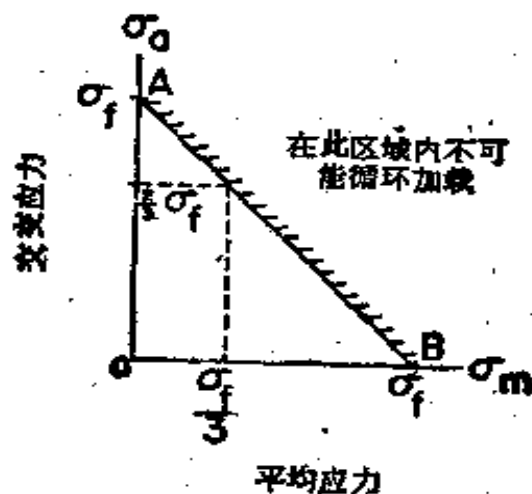


图 93 平均应力的理想化影响

本的论证方法类似于前面在讨论大的平均应力与大的循环塑性应变不相容时所用的方法。

借助于图 93 可以理想地描述应力迭加。任何一点的  $\sigma_a$  和  $\sigma_m$  的组合极限值都是单调拉伸中的真实断裂强度  $\sigma_f$ 。也可任意选用常用的强度极限  $\sigma_u$  与屈服强度  $\sigma_y$  作为极限值, 但  $\sigma_f$  是最大的容许应力。按照图 93, 一个零值平均应力可以

有一个接近于  $\sigma_f$  的最大交变应力。当然,当  $\sigma_a = \sigma_f$  时,我们不应指望寿命大于四分之一次循环,反过来也是正确的,因此在平均应力接近于  $\sigma_f$  时,迭加在平均应力上的容许交变应力的幅值差不多等于零。对于一理想的性能,我们能够指望  $\sigma_a + \sigma_m \leq \sigma_f$  这一关系式总是对的,结果在图 93 中 A 与 B 之间形成一条直线。譬如说,一个  $\sigma_f/3$  的平均应力便确定最大容许的交变应力为  $\frac{2}{3} \sigma_f$ 。

如此理想化的性能只有在损伤不是随着循环次数的增加而累积起来的时候才能成立。在这种理想的情况下,根本就不存在什么疲劳问题。事实上,损伤的累积特性使这个以真实断裂强度为基础的方法显得太大方了。那是很遗憾的,因为它迫使我们放弃一个简单的解决疲劳中平均应力问题的方法。而同时,寻找新的物理基础描述实际性能的工作陷入极其困难的境地。曾经提出过许多数学表达式,它们之中没有一个十全十美的,但要比忽略平均应力好得多。

由于提出了经验公式,这个问题在实用方面已经得到解决。这些关系式基本上类似于图 93 提出的概念。图 94 示出三种用得最广泛的关系式<sup>[9]</sup>。这些图线通常称为 Goodman 图。这个图的纵座标是选定疲劳寿命的对称循环交变应力  $\sigma_a$ 。最大平均应力的极限是任意选定的,或是强度极限  $\sigma_u$ ,或是屈服强度  $\sigma_y$ 。请注意,这两个强度都是低于真实断裂强度的。在两个轴上选定的两个点的连线表示平均应力与迭加上去的交变应力的组合,该组合应力给出与所选定的对称循环幅值相同的疲劳寿命。可以在建立了若干条 S-N 曲线(每一条 S-N 曲线对应于固定的  $\sigma_a, \sigma_m$  或固定的应力比  $R = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}}$ )

之后,凭实验的方法把这些曲线确定下来。



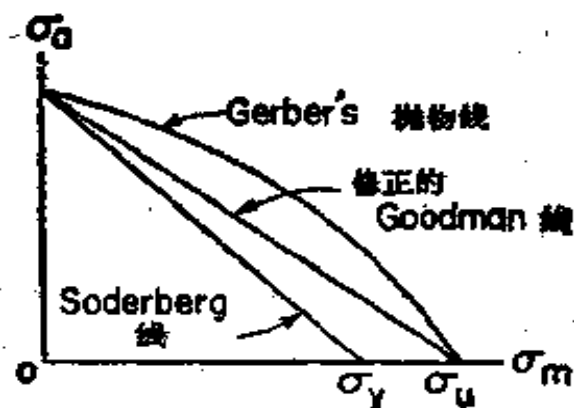


图 94 有平均应力存在时的三种设计方法  
(转引自 Forrest: 金属疲劳)

考虑到材料的应力-应变响应特性可能是循环-相关地改变的, 因而经验的关系式完全是人为的, 有时是不适当的。譬如说, 图 94 中的 Soderberg 线反映这样的情况: 平均应力与交变应力的任何组合不应使材料发生屈服。如果没有恰当地考虑材料的循环特性就试图使用上面提出的关系, 有一定的危险。简短地比较一下特定的单调与循环应力-应变曲线, 即可表明使用单调屈服强度是否合理。一般来说, 即使是考虑平均应力影响的经验公式, 也应根据在疲劳中抵抗变形的能力可能有大的变化这一事实, 重新作一番考查。

考虑材料循环-相关特性与平均应力的最简单的方法<sup>[35, 49]</sup>是与图 93 中所讨论的最大容许应力的方法相类似的。我们可以说, 交变应力加上平均应力绝不能超过真实循环断裂强度。这可以简单地在形式上表示为由平均应力引起疲劳强度系数的改变。于是, 根据(38)式

$$2N_f = \left( \frac{\sigma_a}{\sigma'_f - \sigma_m} \right)^{1/b} \quad (46)$$

因为  $b$  是负值, 所以拉伸平均应力 (+) 使寿命缩短, 而压缩平均应力 (-) 使寿命延长。有时, 能用 (46) 式来计算平均应力的影响, 如图 95 所示。然而, 这并不总是正确的, 因此在使用

这些公式时应当小心。

乍一看, (46) 式似乎提供了处理疲劳问题中的平均应力所需要的物理基础。图 95 中的那些数据以及 (46) 式容易通过单调断裂强度 (图 93 中的  $\sigma_f$ ) 和外载极限情况相联系这一事实, 可使上述想法得到加强。实际上, 由于受到以下几个因素的影响, 情况要稍复杂些。首先, 真实断裂强度不是一个完全与寿命长短无关的常量, 而 (46) 式却是以这种不变性为基础的。根据断裂力学的见解, 断裂强度取决于疲劳裂缝的尺寸 (Griffith 公式, (20) 式), 而裂缝尺寸本身又取决于寿命范围。其次, 由于指数  $b$  的微小改变以及循环对平均应力自身的影响可能引起另外一些实际问题。其中有些因素的重要性取决于静应力与交变应力的大小, 并取决于试件的尺寸。举例来说, 如果  $\sigma_m$  相对于  $\sigma_f$  来说是小的, 并且试件尺寸小到在不同的寿命期间疲劳裂缝扩展在尺寸上彼此不会有很大差别的话, 人们可以指望使用 (46) 式求得一个合理的估算寿命。

有迹象表明, 通常实验室疲劳试件的尺寸不会由于裂缝

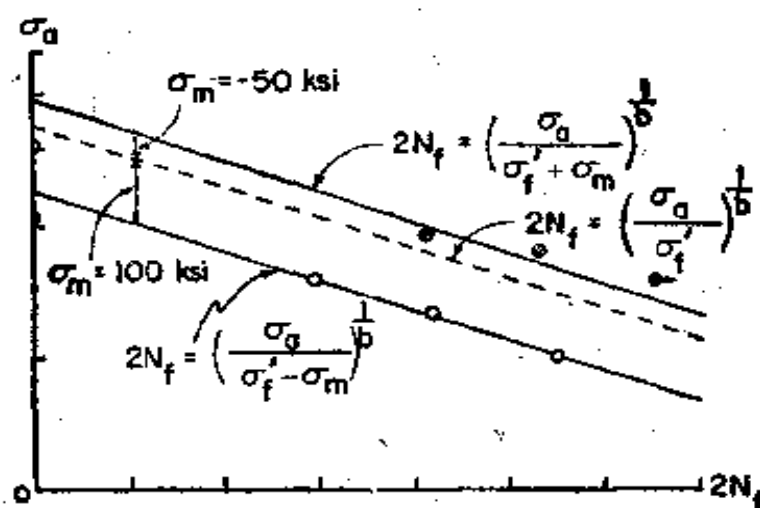


图 95 计算平均应力影响的简单的分析方法 (转引自 Landgraf: 平均应力对高强度钢的疲劳性能的影响)

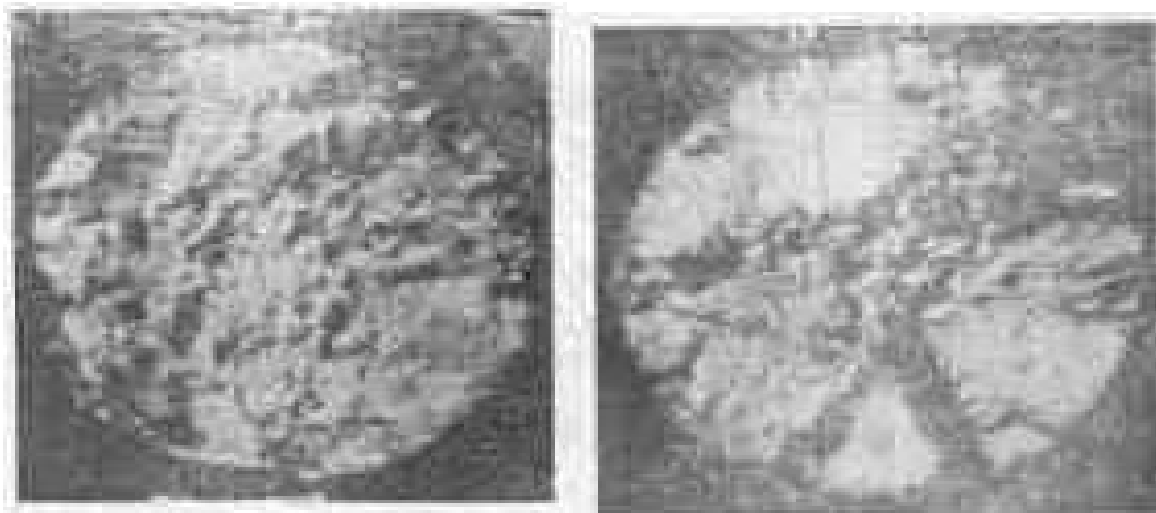


图 96 低碳钢在轴向拉-压试验时的断口表面;平而发亮的表面为疲劳裂缝: 左,  $\Delta\sigma = 145$  千磅/英寸<sup>2</sup>,  $N_f = 190$ ; 右,  $\Delta\sigma = 98$  千磅/英寸<sup>2</sup>,  $N_f = 3100$

尺寸不同而引起重大误差。图 96 示出在两个应力水平下试验的,直径为 0.25 英寸的两个轴向疲劳试件的断裂表面。较低水平的应力容许疲劳裂缝扩展得较大,但两个试件断裂时的应力看起来是一样的。将断裂时的实际载荷除以最后的承载面积即可算出近似的断裂应力。由于最后的承载面积难以准确测得,因此得出的是近似值。对大尺寸结构的精确的疲劳分析中,由于构件的尺寸容许裂缝扩展到很长,应考虑真实断裂应力。

### § 6.3 具有平均应力与平均应变时的疲劳

平均应力与平均应变同时存在的情况是经常发生的。严格说来,使这两者都保持在零值是不可能的。可以证明,当需要两者均为零值时,只要使其保持近似的零值在实用上就足够了,但以后将会表明,即使是很小的平均应力与平均应变也会导致不希望有的裂缝扩展。

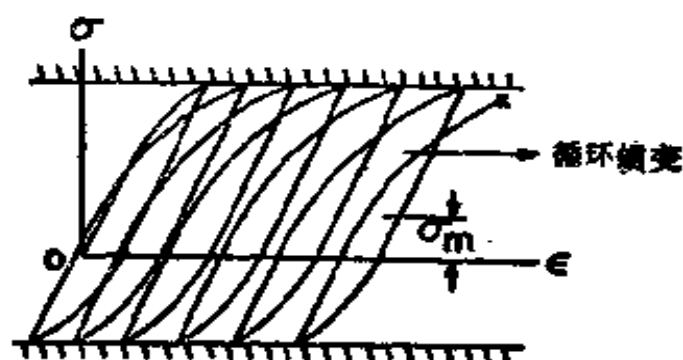


图 97 由平均应力引起的循环蠕变的模型

平均应力与平均应变的联合影响基本上是由平均应力引起的，特别是在出现相当大的循环塑性应变的地方。拉伸平均应力会使平均应变沿拉伸方向逐渐增大。在应力-应变图上，迟滞迴线好象沿着拉伸应变增加的方向“走动”或“循环地蠕动”。这种变动是危险的，因为这样平均应变会趋近于材料的断裂延性并由于拉伸应变过大而导致破坏。在控制载荷下，具有拉伸或压缩平均应力的循环软化材料会发生最不希望发生的情况。图 97 示出具有拉伸平均应力的问题。这里，损伤正从两个途径加快累积起来。首先，由于软化，循环塑性应变随着循环次数的增加而增大。其次，由于存在循环蠕变，它把平均应变推向最大有效的延性。

在控制应力下，具有压缩平均应力的同一种软化材料也会产生不希望发生的后果。这可能使人感到意外，因为通常认为压缩平均应力的存在对疲劳是有利的。问题是在循环蠕变上，因为这时循环蠕变是在压缩方向上。循环-相关软化使正切模量逐渐减小，而压缩平均应力增大了发生屈曲的条件。图 98 表示导致循环-相关屈曲情况下的应力-应变。当然，这个图没有表示出在原先轴向载荷作用下最终出现弯曲时存在的局部情况。重要之点在于，一个在静载下足以胜任的构件，在循环载荷作用下，由于拉伸或压缩平均应力的作用，会逐渐转

变为危险构件。

把上面描述的情形应用到循环硬化材料上，会得到十分有意义的结果。在这种情况下，如果载荷足够高就有循环蠕变，但它的速率是递减的。图99表明，循环塑性应变随着拉伸平均应变的稳定而减小。对于这种金属，从压缩平均应力

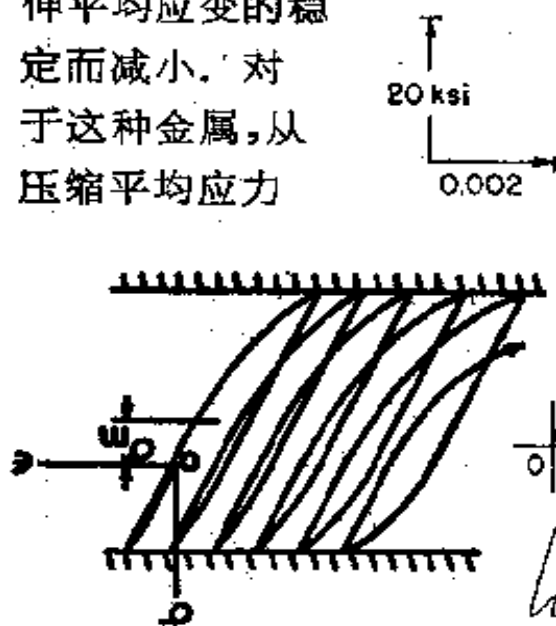


图 98 循环-相关屈曲的模型



图 99 循环蠕变的减速(蒙美国材料试验学会同意,引自 Landgraf: 金属与合金中的高疲劳强度)

作用下的压缩平均应变中也可得到类似的稳定。

硬化材料的可能破坏方式与软化材料相同。在到达稳定之前，循环产生的蠕变可以造成拉伸断裂，而在压缩时可能逐渐产生屈曲。然而，对于循环硬化材料，事情会变成一场有害与有利进程之间的对抗。譬如说，载荷振幅与硬化速率可能会这样组合起来：即使在拉伸平均应力作用下，平均应变也能够在产生大量循环蠕变之前稳定下来。同样，在压缩平均应力作用下，两者的组合可能产生一个足够高的正切模量，

从而使材料及早止住压缩蠕变,使材料免受大量的、能促使屈曲的非轴向变形。

必须注意到,如果材料的拉伸与压缩的强度不等,不仅是由于平均应力,即使在完全对称循环载荷下,也会引起循环蠕变<sup>[34,62]</sup>。在那种情况下,人们可以说,材料利用了它自身的有效平均应力。这种材料的例子一般包括: 铸铁、马氏体时效钢与复合材料。

循环蠕变速率与循环塑性变形量有直接关系。产生循环蠕变的原因是,在每个循环中,平均应力只使一个方向的峰值应力提高。这样,在每次循环中,就有一些塑性变形不被另一个方向的等量塑性变形抵消。在高载荷振程的情况下,即使没有任何平均应力,循环塑性应变也会很高。在这种情况下,一个很小的平均应力也能够在每次循环中产生大量偏向一方的塑性变形,结果形成了循环蠕变<sup>[6]</sup>。

作为上述特性的一个例子,我们现在来研究一个受轴向载荷的低碳钢,在循环应力为 $\pm 70$ 千磅/英寸<sup>2</sup>时,寿命约为200次循环。在初始拉伸平均应力仅为1千磅/英寸<sup>2</sup>的情况下,可以产生具有明显循环蠕变的失控情况,使寿命缩短了一半。另一个例子参见[13]中的图9。应该指出,如果不经常加以调整,开始加上去的平均应力在整个寿命期间是会变的。因为在拉伸中存在循环蠕变,试件的截面积在逐渐减小,所以情况确是如此。如果只是控制循环载荷而不是控制真实应力的话,就会使应力增大到高于它的名义值或初始值。

在循环塑性应变很小的情况下,循环蠕变的速率应该是极小的。但在小的循环载荷下,可能有大的平均应力,这一因素能够抵消上述有利条件。总之,当塑性应变小的时候,经过许多次循环后,会发生所有的循环-相关改变,这一点仍然是对的。

## § 6.4 具有平均应力与平均应变时的疲劳损伤理论

有关预应变对疲劳损伤过程影响的概念，前面已经介绍过了。至于平均应力的影响最好是联系应力集中问题来考虑。例如考虑图 100 中的小疲劳裂缝或其它缺陷。在一垂直于裂缝面的拉伸应力场作用下，裂缝趋向于张开，如图 100b 所示。在压缩应力场作用下，裂缝趋向于闭合，甚至可能使两个面彼此接触，如图 100c 所示。只要裂缝是张开的，裂缝的尖端就是严重的应力集中点。在压缩时，应力集中趋向于减小，实际上，在裂缝闭合时应力集中有时甚至消失。在疲劳过程中，裂缝是在相对张开和相对闭合的状态之间循环。当把一拉伸平均应力迭加于交变应力之上时，在大部分或全部时间内，裂缝是处于张开状态。在这种受力方式下，应力集中通常是起作用的；反之，在压缩平均应力迭加于交变应力之上时，应力集中通常是不起作用的。

由于应力集中起作用，材料中每个小缺陷为这样一个区域所包围，这个区域内的循环应力与应变大于给定条件下的平均(名义)值。它的一个极端例子将会是下面这样的情况：

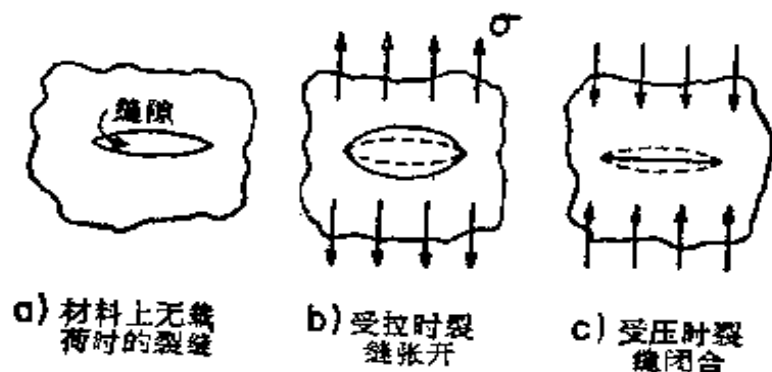


图 100 疲劳过程中裂缝形状变化的模型

在裂缝尖端处出现相当大的塑性应变，而大部分材料的应力远低于总体屈服。在少有(极不可能)的极端情况下，所有区域可能远远没有达到宏观的塑性变形水平。要记住的重要之点是，在任何载荷水平下，都可能发生一些平均塑性变形，而在应力集中的小区域内，塑性应变始终大于其平均值。

因此，在疲劳损伤过程中，平均应力至少在使微小的应力集中激化时起到部分作用。平均应力还有一个更为复杂的作用似乎也很有道理，这一点将在下面予以说明。

这个概念是建立在这样的基础上面的：至少在微观区域内有可能存在少量的循环蠕变。影响蠕变过程的因素是平均应力的水平与循环塑性应变的总量。应该想到，由于这两个量的不相容性，只容许其中一个具有大的值。举例来说，假设在拉伸平均应力很大而应力幅值很小的循环受载的材料中存在下列情况：名义应力幅值小，引起的平均循环塑性应变也小，如图 101 中的 A 点。再来考虑一个原先就有的小裂缝或新形成的疲劳裂缝的尖端区域 B 处材料的状态。那个大的外加的拉伸平均应力使裂缝在大部分时间内保持张开的形状，所以应力集中在起作用。因此，在区域 B 内的应力幅值  $\sigma_B$  大大地高于名义值  $\sigma_a$ 。

大的应力  $\sigma_B$  引起相当大的塑性变形，因此  $\Delta\epsilon_{p,B}$  可能比

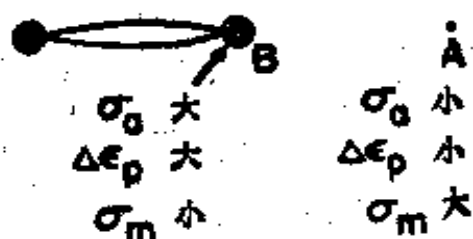


图 101 带裂缝零件不同部位的应力与应变



名义值  $\Delta\sigma_p$  大得多。根据以前讨论过的不相容性， $B$  区域的大循环塑性变形不容许在那里有一个大的平均应力。如果裂缝是新形成的， $B$  区域内大的平均应力  $\sigma_m$  将在循环塑性变形增大时逐渐减小。对于一个原来就有的裂缝， $B$  点处大的  $\sigma_m$  也要减小到一个与  $\Delta\sigma_{p,B}$  相协调的水平。应力集中本身同样也可能受到影响。在 6.6 节中将对平均应力松弛问题进行更详细的讨论。

于是，在裂缝尖端处材料的合成状态是由大的循环应力与塑性应变以及一个小的平均应力组成。把裂缝尖端处的合成状态与远离图 101 所示的裂缝尖端处外加的名义状态进行对比。裂缝尖端处的状态至少会引起少量的循环蠕变，并因而使疲劳损伤累积速率略有增加。

人们会问：在全部材料没有一同参与蠕变变形的情况下，小体积的循环蠕变是否可能。换言之，当所有周围的材料起着约束作用时，来自危险区的材料将流向何处。回答是：首先，牵涉到的总变形是很小的。应变可能很大，但变形区的尺寸很小。还有，所用的例子，当裂缝尖端区要产生拉伸蠕变时，整个周围的材料也经受着拉伸平均应力。这样，裂缝尖端区的拉伸循环蠕变可以局部地减小裂缝邻近地区由于平均应力引起的一部分弹性拉伸应变。

在一个很小的体积中循环蠕变的影响与大范围循环蠕变相象。在拉伸过程中，拉伸平均应变逐渐增加，直到循环塑性变形与单调塑性变形联合作用使材料发生断裂。对于小范围的蠕变，这种断裂被限制在裂缝尖端小尺寸的危险区域内。当然，此后裂缝尺寸逐渐扩大，从而对整个试件的疲劳寿命构成更加危险的影响。

压缩方向的局部循环蠕变，如果发生的话，也没有和它相对的大范围区域那样严重，因为小危险区周围的材料提供必

要的约束来防止屈曲。这样，压缩平均应力有利影响的物理基础就明确了。这种平均应力使小裂缝趋向闭合，使几何的应力集中变得不起作用。同时，如果在压缩过程中出现循环蠕变，由于周围材料的约束不致有屈曲的危险。

当下述情况中的一种或两种同时存在时，局部增强循环蠕变的可能性就更大了。首先，整个材料有宏观的循环蠕变，所以平均应变的平均值增大了。这需要大的名义载荷。其次，较大部分材料直接受到不连续的影响。在这种情况下，即使载荷小，也只能认为仅有小部分材料受名义载荷作用。

总之，如果我们承认在小的应力集中区域内有可能产生一些循环蠕变，那么平均应力在疲劳过程中的作用至少可以定性得到解释，正如上面讨论过的那样。只有在微观的和宏观的水平上更多地了解循环塑性应变性能，才有可能对平均应力的作用作出精确的定量分析。

## §6.5 残余应力

平均应力问题中一个特别重要而又有些模糊不清的问题是和残余应力联系在一起产生的。根据定义，残余应力是存在于没有承受外载荷的材料中的应力。因此，当由外载荷所产生并在载荷消失后残存下来的这样的应力才能算是真正的残余应力。但残余应力常常不需要外力的帮助也会产生。电化学与结晶过程会产生不均匀的内应力分布，这些应力就是在原先没有外载荷作用的情况下存在的。

从疲劳的观点来看，重要的事实是，在大多数材料中都有残余应力，对迭加其上的循环应力来说，这个残余应力就是一个平均应力。还应该补充一句，在没有外载荷时，这些内力彼此之间应该始终保持平衡。举例来说，不可能有这样一

块材料，在其上只有压缩残余应力。在同一块材料的某个地方必须有拉伸残余应力以保持平衡。

由于有残余应力，使疲劳问题大大复杂化了。即使这种残余应力是为改善材料的疲劳性能而故意引进来的，情况也是如此。在通常那些情况下更是如此，在这些情况下存在有复杂的残余应力，它的大小与位置无法加以描述以帮助分析。有许多显然无法解释的破坏是由于这种情况引起的。

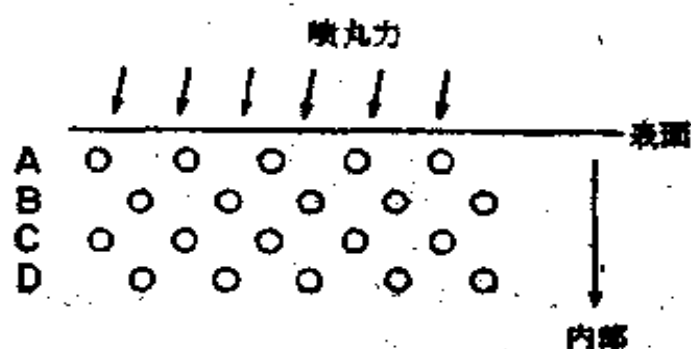


图 102 表面喷丸强化的模型

一个产生有益的残余应力模型的常用方法是向材料表面喷丸。喷丸给材料的表面层引进了压缩应力并推迟疲劳损伤过程。材料外层的压缩应力可用图 102 中的模型来说明。A 行中各质点在材料的表面，锤击力就作用在这个表面上。A 行中许多质点在锤击力作用下被赶到直接挨着 A 行的 B 行质点中间。一些原来是 B 行的质点被赶入 C 行。还有少数质点从 C 行进入 D 行，如此向材料的内部深入。在喷丸之前，每行中的质点是平衡的。新进来的质点强行占据了原有质点正常占有的空间。可以说，额外的质点减小了每行中可回旋的余地，因此每个质点为其邻近的质点所挤压，从而形成了压缩残余应力。

图 103 给出最终的应力分布示意图，最大应力在表面，在那里最可能发生互相渗透。由表面向内部，压应力逐渐减小。

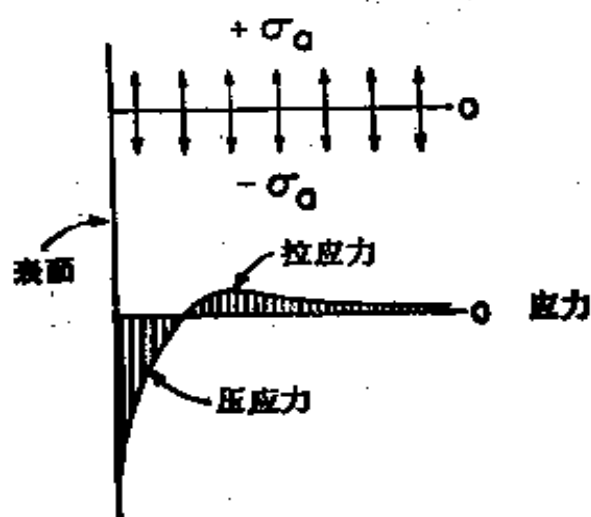


图 103 残余应力的分布;循环应力迭加在局部的残余应力上

并最后变成拉应力。这些内部的拉应力是由邻近压缩应力层内的劈开作用而引起的。当然，在没有外力作用时，为了平衡，在整个横截面上内应力的积分应该为零。

图 103 所示残余应力模型对循环加载十分有利。对于一个如图 103 上部所示的均匀施加的对称循环载荷来说，合成应力是复杂的。把循环应力迭加在残余的“局部平均”应力上构成一个组合应力，这个应力在材料内部是不希望有的，而在表面区域则是希望有的。由于以下两个原因，最后的结果可能是有利的。一是在材料内部，拉应力连续分布在一个大的距离内，因此为了给出对抗邻近压应力所需要的力，峰值拉应力不需要很高。表面上的峰值压应力是残余应力中最高的，因为它是强迫引入的，并因而引起所有其它应力。

说上述应力分布是希望有的另一个理由是，在疲劳过程中，材料的表面通常是最薄弱的部分。受环境影响最强烈，受机械损伤的可能性最大的都是在材料的表面。因此，疲劳裂缝一般是在材料的表面开始形成。（在材料内部由于机械性

质不均匀或材料构造非均匀一致产生的裂缝不在此例。)因此,为了延迟一般的疲劳损伤过程,非常希望表面上有局部的压缩平均应力。

从适当地给予压缩残余应力中得到的好处,给人们留下的印象是深刻的,经济效果是显著的。机械零件经过喷丸强化能显著地改善它的疲劳寿命。例如,低碳钢的高循环疲劳寿命可以提高到10倍左右。对于渗碳钢甚至还要高些<sup>[1]</sup>。对于指望从压缩残余应力中得到好处这一点上,应该提醒一句:在循环期间,残余应力会有剧烈的变化,正如下一节将会看到的那样。有了这些变化,原来指望得到的好处可能会落空。一般来说,对任何有关残余应力的问题要谨慎处理;即使是一个经过周详考虑并切实完成的计划也会由于材料内的循环-相关变化而变成一场灾难。

## § 6.6 平均应力的松弛

平均应力在疲劳中最重要的情况之一是,这些应力能够同样容易地为塑性应变所引起或消除。就这方面而言,单调塑性应变与循环塑性应变都必须考虑。在图83中的各个例子已经讨论了单调塑性变形与准静态塑性变形对于平均应力的作用。图84示出循环变形可能起的作用。借助于图85至88讨论了大平均应力与大循环塑性的一般不相容性。所有这些都与在疲劳中对平均应力的初始限制有关。

平均应力对循环塑性应变还有其它的依赖关系。实际上它是与循环有关的,因为塑性变形的连续反复是一个因素。众所周知,在产生相当大的循环塑性应变的载荷下,在循环进行时,平均应力有变小的趋势<sup>[51]</sup>。这是在控制应变下的情况,如图104所示。这种特性称为循环-相关的应力松弛,这是在控

制载荷下出现循环蠕变时的“副产品”。事实上，为把平均应力

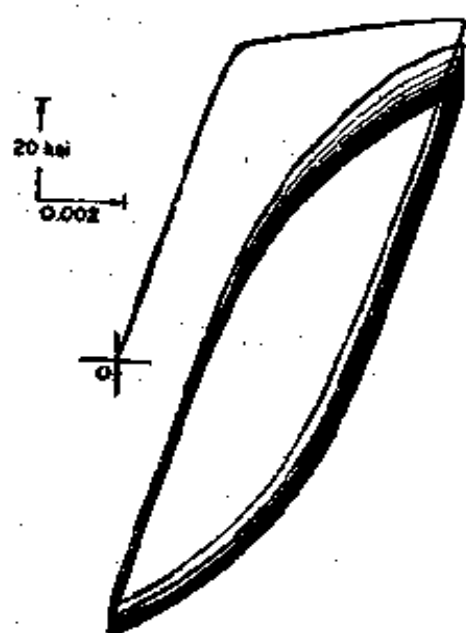


图 104 SAE-1045 钢中平均应力的松弛（蒙美国材料试验学会同意，引自 Landgraf: 金属与合金中的高疲劳强度）

力保持在一个真正恒定水平上的唯一办法是控制载荷，或者根据需要经常调整应变极限以抵消平均应力的逐渐减小。

有关循环应力松弛的几个重要事实是：不管符号如何（拉伸或压缩），平均应力的变化一般是向零应力方向减小；它通常不跨越至相反的符号；当平均应力趋近于零时，其变化率变得较小些；循环塑性应变使平均应力更容易松弛<sup>[80]</sup>。

为了用图表示出应力松弛过程，假设一个具有正平均应变

的软化材料在控制应变下进行循环，如图 105 所示。材料对外加条件的响应是画在同一张图上的应力-时间曲线。假设这初始平均应力是拉伸的，尽管甚至对于同一个平均应变，它也可以是压缩的。根据简图，随着塑性应变的进行，初始平均应力减小。

图 106 说明松弛的过程。两道竖直的墙壁为应变极限，在循环中某一特定点处，部分迟滞迴线是  $A$  与  $B$  之间的实线。拉伸平均应力对应于迴线中心处的应力。我们曾假定材料是循环-相关软化的，所以在离开尖端  $B$  之后，材料不能再回到拉伸应变极限上的  $A$  点，而是回到低于  $A$  点的应力  $C$  处。由于存在着正的平均应力，压缩塑性应变没有增大的趋势，因此从  $C$  到  $D$  的迴线形状大致与  $A$  到  $B$  的相同。因而迴线纯粹的变化是其位置（与  $\sigma_m$ ）往下移动了。然而，在下一个循环中，

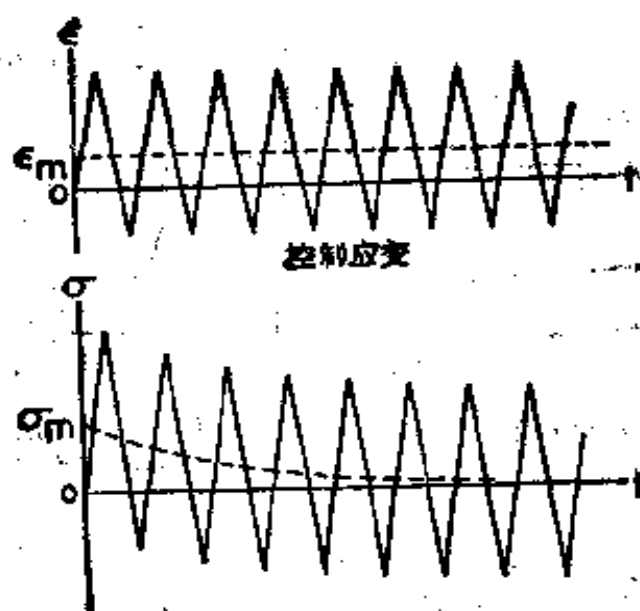


图 105 平均应力松弛的指数性质

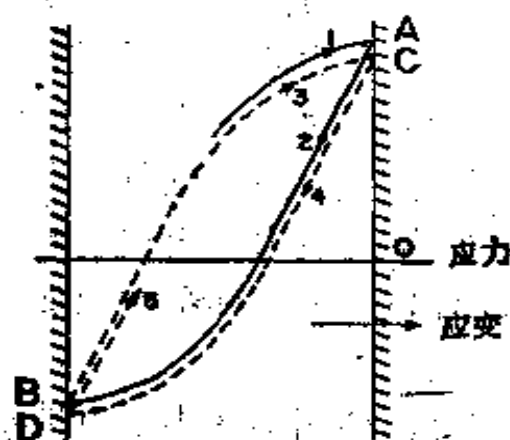


图 106 循环软化材料的平均应力松弛简图

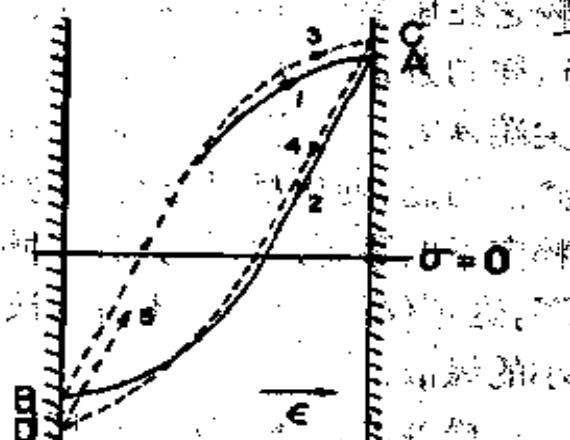


图 107 循环硬化材料平均应力松弛简图

减少了的拉伸平均应力在拉伸方向比压缩方向产生更大的塑性变形中的作用就小一些了。由此可见，迴线向围绕零应力的中心移动的速率逐渐放慢。

对于循环硬化的材料，平均应力的松弛更不明显。图 105 给出研究这种特性的线索。在循环软化时，当  $\sigma_m$  趋近于零时， $\Delta\sigma$  减小，但是至少在原则上这两个量彼此是无关的。当

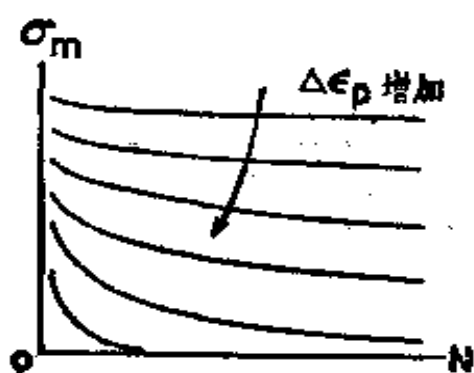


图 108 循环塑性应变在平均应力松弛中的作用

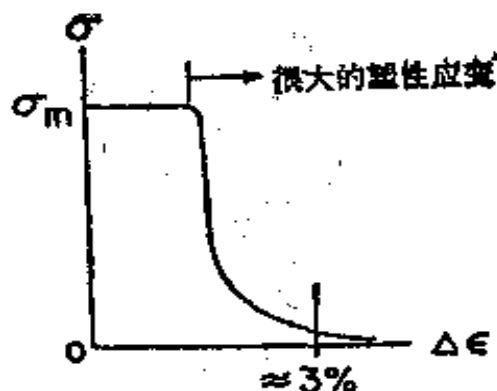


图 109 在控制应变下,半寿命处的平均应力简图

$\sigma_m$  减小时, 应力振幅会周期性地增大。其物理意义是, 硬化使循环塑性应变减小, 并使总应变给定时应力振幅增大, 但是在有拉伸平均应力的情况下, 材料在循环迴线的拉伸部分中较之在压缩部分中更易屈服。这个偏向一方的塑性应变将以这样的方式改变迴线的形状 (图 107): 当尖端  $C$  高于原先的尖端  $A$  时, 新的尖端  $D$  落在原先的尖端  $B$  之下一个较大的距离。因此, 硬化材料处在正的平均应力之下, 迴线位置也有纯粹向下的移动。当然, 在这种情况下, 平均应力的变化率放慢了, 这不仅是由于  $\sigma_m$  本身的改变而且也由于循环塑性应变减小的缘故。

松弛的速率取决于循环塑性应变, 如图 108 中示意地示出的。下降函数即使在将近水平线的部分也是指数型的。在这种情况下, 疲劳过程的基本原理以及它们对循环塑性应变的依赖关系也应该适用。因而, 即使在循环载荷极小, 其变化不易察觉的场合下, 平均应力的某些松弛也会继续下去。在寿命超过  $10^6$  次循环时曾经观察到平均应力松弛<sup>[51]</sup>, 但是在估计这种发现时, 必须将寿命将近终了时出现的裂缝考虑进去。在高的循环塑性应变时, 曲线甚至表面看起来也可能是不稳定的, 因为在松弛过程结束之前可能发生断裂。



总的循环应变是比较容易测量的，但它们不是循环松弛的根本原因。尽管如此，在揭示松弛过程对于循环塑性应变的依赖关系时，平均应力的平均值-总应变曲线还是很有用的。图 109 就是这样的曲线，它们表明四种金属性能的总趋势。因为平均应力在整个寿命期间不一定是不变的，所以将半寿命时的平均应力选作具有代表性的值。这样，在寿命的前半段中，平均应力总是在所谓平均应力的平均值的上面，而在后半段中，它们总是在下面。在图 109 中，当载荷在弹性范围内时，平均应力能够保持不变。超过弹性范围时，随着总应变振幅的增大，平均应力以惊人的速率下跌。在这个区域内，虽然初始的平均应力仍然是高的，但塑性应变变成总应变中的主要部分。由于两者互不相容，这就引起平均应力的迅速松弛。当平均值趋于零时，松弛的速率小到可以忽略不计。看来好象在延性金属中，3% 的总应变振幅经过半个循环寿命即能消除大部分平均应力<sup>[6]</sup>。

这种特性在疲劳中意义重大。残余应力只不过是均匀分布的平均应力，在循环变形期间会“消失”或被“冲掉”。因为消失的速率决定于塑性变形，所以在低循环疲劳中不会有大的残余应力。这也就是为什么只有当把经过喷丸的零件用于长寿命工作时，喷丸才不失为一项有效技术的理由。

此外还有一个多少有些微妙的与平均应力消失有关的问题。这乃是一个在少数几次的过应变循环中或者甚至在一次大的单调变形中可能出现的松弛的程度问题。例如，为引进有益的压缩残余应力，可以对机械零件进行适当的喷丸处理，并把构件的使用载荷保持在足够小的水平上，以致这些残余应力经历了几百万次循环仍是稳定的。应该认识到，在此构件寿命期间的任何时刻，一个具有大塑性变形的单个循环能够立刻把所有残余应力一扫而光<sup>[6]</sup>。这种过应变作用的最轻后

表3 对 2024-T4 铝合金进行的控制应变的阶式  
加载试验；有平均应力

块数和顺序	$\Delta e_1/2$	每一块的 循环数 $n_1$	平均应力 千磅 英寸 <sup>2</sup>	$\Delta e_2/2$	每一块的 循环数 $n_2$	平均应力 千磅 英寸 <sup>2</sup>	损伤 $\Sigma n_i/N_{fi}$
以拉伸平均应力试验：							
150 低-高	0.0054	17	4	0.0102	1	0	0.55
121 低-高	0.0046	17	4	0.0100	1	0	0.40
6 高-低	0.0102	50	0	0.0050	850	7	1.11
4 高-低	0.0110	50	0	0.0052	850	3	1.00
3 高-低	0.0100	50	0	0.0034	5000	17	0.40

平均=0.69

以压缩平均应力试验：

6 高-低	0.0104	50	0	0.0050	850	-6	1.14
6 高-低	0.0102	50	0	0.0035	5000	-17	1.10
8 高-低	0.0097	50	0	0.0049	850	-15	1.46
5 低-高	0.0051	850	-9	0.0099	50	0	1.08
11 高-低	0.0100	50	0	0.0036	500	-30	2.20
8 低-高	0.0034	500	-29	0.0095	50	0	1.18

平均=1.36

资料来源：蒙美国材料学会同意，引自 Topper, Sandor 与 Morrow：在控制  
循环应变下的累积疲劳损伤。

注：在较小的应变振幅下平均应力为“稳态”值。损伤总和根据完全对称应变-  
寿命数据算得，不考虑平均应力。

果是使原先由压缩残余应力带来的全部好处化为乌有。当然  
超载本身可能会产生一些副作用，即可能带来一些使问题复  
杂化的因素，如象寿命的直接消耗以及产生其符号与分布情  
况无法断定的新的残余应力。

通过上述讨论应该弄清楚：在一承受循环载荷的构件  
内，可能具有的任何种类的、极小的平均应力都被认为是非常  
严重的。这样的问题总是很难处理，在复杂载荷情况下尤其

如此。最简单的累积损伤定律——Palmgren-Miner 线性法则在估算寿命时会带来大的误差。表 3 示出比较简单多级试验的几个损伤总和的结果。

对于理想总和为 1 的偏离，常常超过表中所示的那些值<sup>[67,76]</sup>。通常能够找到经验公式来修正由于平均应力引起的累加误差<sup>[75]</sup>。然而，这些经验表达式没有通用意义上的物理基础。这样必须对每种材料在各自特定载荷条件下的性能作出艰巨的评定工作，显然这是不得已的。当人们掌握了任何水平与任何顺序的循环塑性应变与寿命的相互关系的时候，当人们完善地了解了平均应力在改变循环损伤速率中的影响的时候，也许会提出较好的方法。

## 第七章 缺口问题

直到现在，我们的大部分讨论都是根据这样的假设进行的：在疲劳载荷作用下的材料，其几何形状都是比较光滑的。这种假设排除了那些由于各种不连续性所造成的剖面尺寸突然改变的情况。在前几节里曾提到过小缺陷在疲劳中的作用。一般来说，不管不连续性的程度如何，缺口问题在疲劳中极为重要。

缺口使疲劳问题复杂化是因为它使应力分布不均匀，并促成残余应力产生。在一个理想的、形状对称的完全弹性材料的最简单情况中，在均匀的静外载荷作用下，缺口附近的应力分布却变成图 110 所示的那样。图中  $\sigma$  为外加应力， $\sigma_n$  为最小剖面上的名义应力或平均应力。提出  $\sigma_n$  仅有的意义是，它给出面积  $A_2$  能否胜任外载荷的笼统的回答。这两个应力自然是以面积比作为彼此的线性联系，即  $\sigma_n = (A_1/A_2)\sigma$ 。实际的应力分布在应力集中处具有峰值，这些峰值都比  $\sigma_n$  大得多。

由于在最大应力下产生塑性屈服<sup>[10]</sup>，因而使实际材料在缺口根部的特性变得复杂了。这种屈服使应力分析比在完全弹性变形情况中困难得多，但实际上（除了由塑性应变诱发的断裂外）塑性应变常常是有益的，因为它使得裂缝尖端钝化<sup>[72]</sup>。虽然最好是假设在任何有缺口的承载构件中有一些塑性变形，但理想化的弹性特性在分析时也是有用的，因为它可以比较容易地根据缺口的几何形状来进行估算。

一个缺口理论上的严重性是用应力集中系数  $K_t$  来描述的。这个系数定义为该区域内最大局部应力对名义应力之比。局部应力可以用数学方法或实验应力分析方法来确定。

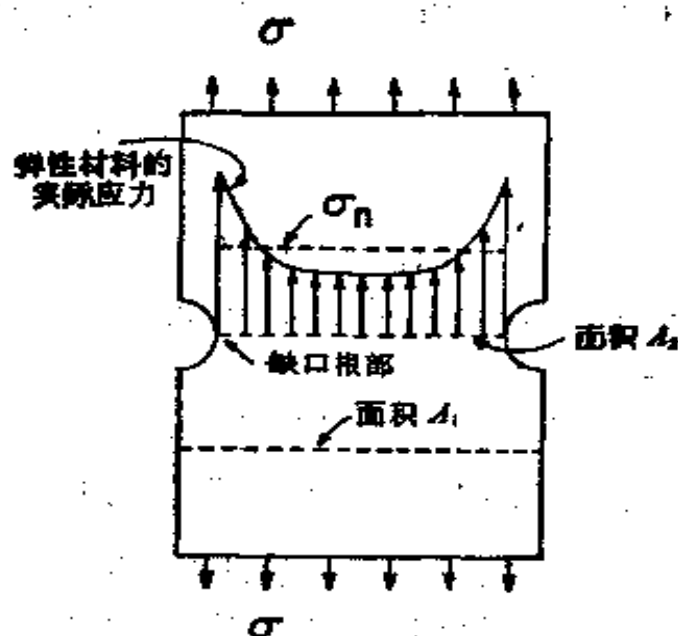


图 110 缺口构件中的应力分布

重要的是要记住,在系数  $K_t$  中,局部应力是根据理想化的完全弹性应力-应变特性曲线得出的。实际上,很少达到这种理想的特性。

在缺口尖端处的实际变形中,经常有相当大的塑性变形,塑性变形降低了构件的疲劳强度。这种降低比根据理论应力集中系数所预计的严重性要轻些。为了描述缺口在疲劳中的影响,引入了一个所谓疲劳强度降低系数  $K_f$ , 并被定义为在给定寿命时的下列比值:

$$K_f = \frac{\text{无应力集中时的疲劳强度}}{\text{有应力集中时的疲劳强度}} \quad (47)$$

这个系数的大小取决于材料,因为对于一个给定的几何形状,缺口根部的塑性变形能力对寿命有影响。尽管如此,  $K_f$  不是一个材料性质,因为它不仅取决于材料,同样也取决于试件的尺寸与形状、应力状态与疲劳寿命范围。

系数  $K_t$  与  $K_f$  可以相同也可以不同。它们的相对大小表

示在疲劳中材料的缺口敏感性的程度。按照普遍接受的定义,给出缺口敏感系数  $q$  如下:

$$q = \frac{K_t - 1}{K_f - 1} \quad (48)$$

这个系数可以取两个可能极值之间的任何数值。当  $K_t = K_f$  时,得到最大的缺口敏感性,所以  $q = 1$ 。当  $K_f = 1$  时缺口不敏感,即  $q = 0$ 。表 4 说明几种金属在给定寿命时的缺口特性。表中所示各值不直接适用于定量设计<sup>[55]</sup>,因为它们不是材料特性,而是更多地取决于上面提到的许多因素。

表 4 各种合金在旋转弯曲试验时的应力集中系数  
 $K_t$ , 疲劳缺口系数  $K_f$  与缺口敏感系数  $q$

合 金	$K_t$	$K_f$	$q$
铝合金 2024-0	1.6	1.0	0
镁合金 AZ80-A	1.6	1.1	0.16
不锈钢 18-8 型	1.6	1.0	0
结构钢 (BHN = 120)	1.6	1.3	0.5
淬火钢 (BHN = 200)	1.6	1.6	1.0
灰铸铁	1.6	1.0	0
锻青铜	1.6	1.0	0
铝合金 7075-T73	6.7	1.8	0.13
钛合金 6Al-4V	3.5	2.8	0.72

资料来源: 蒙 John Wiley 父子公司同意,引自 Osgood: 疲劳设计。

我们可以概括起来说,很硬的、脆性的材料对缺口是极为敏感的,因为它们的塑性变形能力有限。在这些材料中,应力集中能够轻易地把弹性应力峰值提高到原子间固有结合强度那样的水平,从而引起断裂<sup>[72]</sup>。延性材料对缺口并不那么敏感,因为塑性变形阻止了应力的不断上升。从缺口敏感性的观点来看,铸铁更为令人注意,因为它们是比较脆的,然而对缺口不敏感。其原因在于金属的结构。铸铁充满着以石墨以

及以各种实际缺陷形式出现的孔洞，以致机械加工形成的不连续性不会使金属的整个特性有很大的差别。

关于应力和疲劳集中系数及有关问题的更详尽的背景材料，读者可以参阅文献 [16, 19, 53, 55 及 58]。

## § 7.1 缺口构件的疲劳寿命估算

研究疲劳问题的重要方面之一是，不断地探索能够用来估算在比较复杂的情况下的疲劳特性的简单试验方法或分析方法。这种方法的一个好的例子是，企图用单调试验的数据来估算疲劳寿命。即使对于最简单的、最理想的试件几何形状与加载形式，这样的估算也是向前跨出实质性的一步。同样，我们可以设想根据已知的、较简单的光滑试件的循环特性来估算缺口试件的疲劳特性。在这领域内最近的进展已经取得有意义的结果，并有希望在将来取得极为有用的方法<sup>[62]</sup>。这种估算的基础是 Neuber 方法。这个方法把缺口根部非线性变形的可能性考虑进去，这可以用下述方法描述。

理论应力集中系数  $K_t$  只有在弹性范围内才能成立，如图 111 中应力-应变曲线的  $OA$  部分。在平均应力足够高的情况下，缺口根部屈服，即使剖面内的名义应力有很大增长，但最大局部应力只有少量的增加。因此，对于给定的应变  $\epsilon_s$ ，在缺口根部的应力只是  $\sigma_B$  而不是想象的弹性应力  $\sigma_c$ ，见图 111。平均应力  $\sigma_n$  可能还在弹性范围内，虽然这不是一个必要条件。在这种非线性的情况下，应力集中仍能加以定义，但不再是  $K_t$ 。我们可用真实局部峰值应力  $\sigma_B$  与名义应力  $\sigma_n$  来确定一个真实应力集中系数  $K_s$ 。当然， $\sigma_n$  是一个多少有点假想的应力，因为，如图 110 所示，只在一点或少数几个点它才是真实应力。尽管如此，它还是很有用的，因为它很容易算

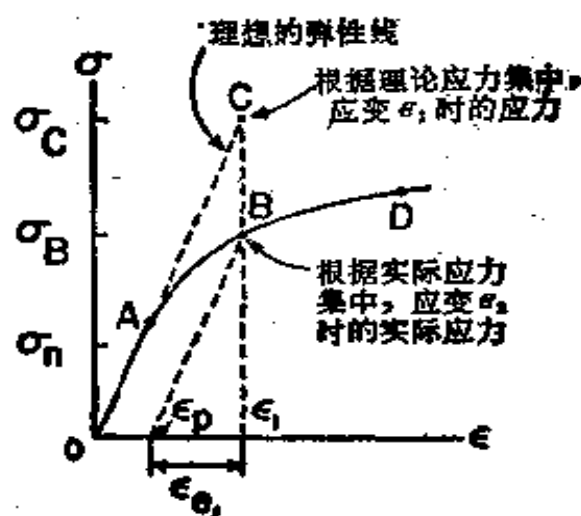


图 111 真实应力集中

得。所以,对于峰值应变  $\epsilon_1$ , 真实应力集中系数为

$$K_\sigma = \frac{\sigma_B}{\sigma_n} = \frac{\sigma_{\text{实际}}}{\sigma_n} \quad (49)$$

显然,  $K_\sigma$  不是一个常数, 它取决于外载荷, 而且它就象应力-应变曲线本身那样, 是一个与循环有关的量。

研究缺口问题的一个很有意思的方法是, 当应力不如按理想性能估算出来的那样集中时, 塑性应变几乎全部集中在缺口根部, 因此, 我们可以定义一个塑性应变集中系数

$$K_p = \frac{\epsilon_{p\text{局部}}}{\epsilon_{p\text{平均}}} \quad (50)$$

式中  $\epsilon_{p\text{平均}}$  是名义塑性应变(由名义应力产生的)。

对待应变集中, 最常用的方法是用总应变而不是用塑性应变。这种方法与上面的类似, 应变集中系数为

$$K_\epsilon = \frac{\epsilon_{\text{局部}}}{\epsilon_n} \quad (51)$$

式中  $\epsilon_n$  是名义总应变。

在实用上, 总应变法往往是够用的, 但严格说来它是不恰



当的,因为它包括了弹性应变分量的集中,它本质上就是应力集中的体现。通常可以用(51)式代替(50)式,其理由是,大多数延性金属在塑性区域内的应力-应变曲线比较平坦,如图111所示。这样,缺口根部的弹性应变分量(点B或D)不比远离缺口的 $\sigma_s$ 的弹性应变分量高多少。因此,可以用一个大的总应变集中近似地量度塑性应变集中。

Neuber 提出一个在缺口根部应力与应变集中的数学表达式<sup>[77,82]</sup>,其形式为

$$K_t = (K_\sigma K_\epsilon)^{1/2} \quad (52)$$

用语言来表示,即:理论应力集中系数是一个常数,它等于真实应力集中系数与真实总应变集中系数的几何平均值。当缺口根部还处于弹性状态时,(52)式是确切的。这时,有多少应力集中就有多少应变集中,这可用虎克定律算出。因此, $K_\sigma = K_\epsilon$ ,并由(52)式得  $K_t = K_\sigma$ 。显然,当缺口根部发生屈服时,Neuber 表达式就不一定正确了。然而,已经指出,在非线形变形中, $K_\sigma$ 减小, $K_\epsilon$ 增大,所以它们的乘积可能是一个常数。对疲劳过程中的缺口构件作精确分析时,还需要对缺口处的应力与应变集中方面作进一步的研究。

为了在疲劳分析中应用 Neuber 的方法,用  $K_t$  代替  $K_\sigma$ ,另外两个系数以循环应力与应变量的形式写出<sup>[77,82]</sup>:

$$K_t = \left( \frac{\Delta\sigma}{\Delta S} \cdot \frac{\Delta\epsilon}{\Delta e} \right)^{1/2} \quad (53)$$

式中  $\Delta\sigma$  与  $\Delta\epsilon$  为缺口根部的真实应力与应变振幅; $\Delta S$  与  $\Delta e$  为含有缺口的横截面上的名义(或平均)应力与应变振幅。为方便起见,将(53)式重新写成为

$$K_t (\Delta S \Delta e E)^{1/2} = (\Delta\sigma \Delta\epsilon E)^{1/2} \quad (54)$$

引入弹性模量是为使两边都有简单的应力单位。

(54)式的重要性在于把不同的量组合起来。必须记住,

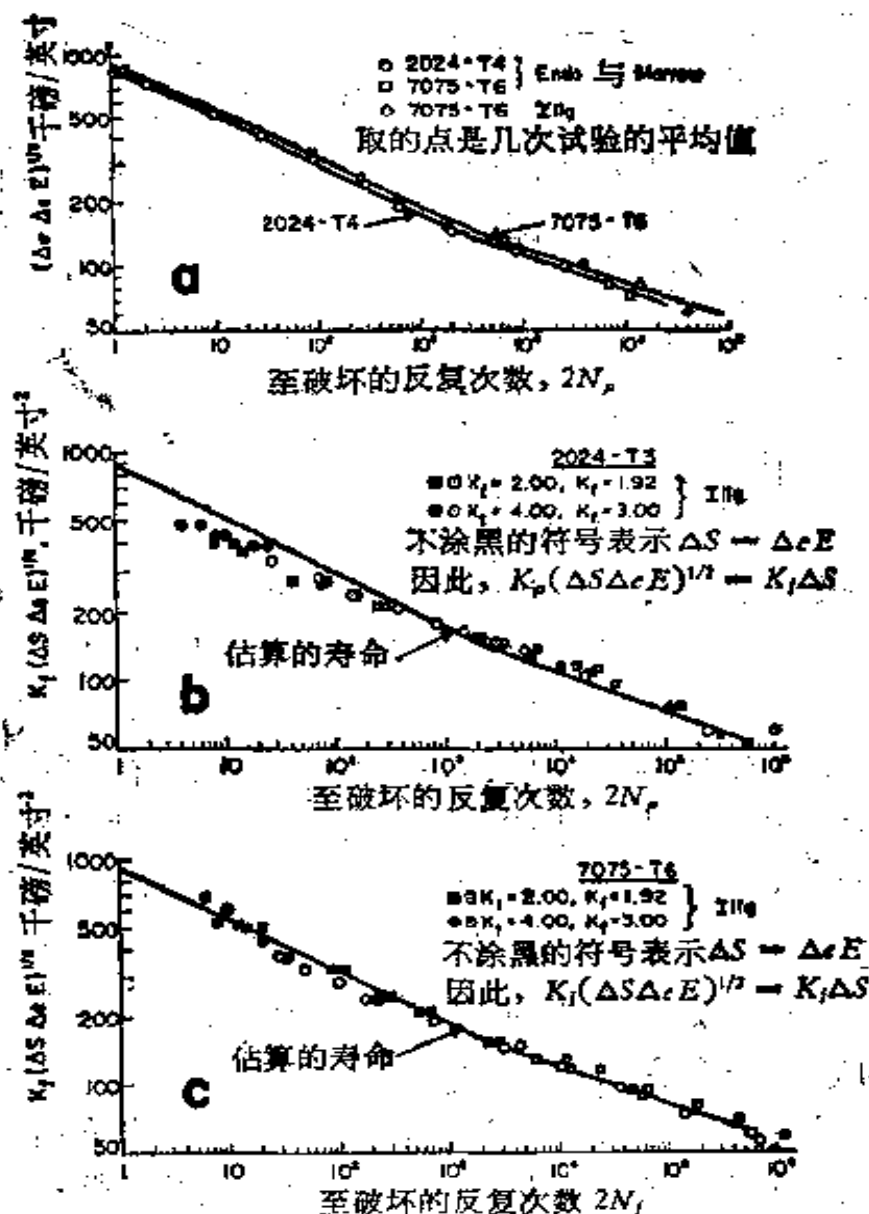


图 112 缺口构件疲劳寿命的估算: (a)由光滑试件得到的疲劳数据,以适合于估算缺口构件寿命的形式表出; (b)与(c)把缺口构件的数据与估算的寿命进行比较 (蒙美国材料试验学会同意,引自 Topper, Wetzel 与 Morrow: Neuber 方法在缺口试件疲劳问题中的应用)

$\Delta\sigma$  与  $\Delta\epsilon$  是缺口根部真实的量,但很难测得。同时,  $\Delta S$  与  $\Delta\epsilon$  是名义值,根据外载荷与应力-应变曲线很容易就能把它计算出来。这里可以指出,在大多数工程问题中,  $\Delta S$  是在弹

性范围内,  $\Delta\sigma$  是在非弹性范围内。

只要从光滑试件试验中知道了同一种材料的疲劳特性(它的  $\Delta\sigma$  与  $\Delta\epsilon$  可以测得), 就可以用(54)式来估算缺口构件的疲劳寿命。如果缺口试件的  $K_f(\Delta S \Delta \epsilon E)^{1/2}$  等于光滑试件的  $(\Delta\sigma \Delta \epsilon E)^{1/2}$ , 就可以指望两种试件在大致相同的寿命时间内出现可检测的裂缝。图 112 示出对两种铝合金使用这种方法得出的结果。图 112a 是光滑试件的数据对寿命的基本曲线。假设这些图线代表以(54)式为基础的缺口试件的特性。为清楚起见, 把(54)式的左边作为缺口试件寿命的函数, 画成两个分图(图 112 中 b 与 c)。这两个分图上纵坐标的单位和标度完全一样。这样, 对于一个特定的循环载荷, 可以算出  $K_f(\Delta S \Delta \epsilon E)^{1/2}$  的值并把它画在纵坐标上。基本曲线上对应的点给出缺口构件的寿命。如果名义应力  $\Delta S$  大到足以引起名义屈服, 必须从适当的循环应力-应变曲线上量得或估计出  $\Delta \epsilon$ 。在小载荷时名义特性是弹性的, 并且  $\Delta S = \Delta \epsilon E$ 。

图 112 表明, 对于这两个例子, 估算寿命的最大误差大概是两倍。考虑到技术不熟练以及试验结果可能的分散, 这可算是很一致的了。这方法的一个缺点是, 它估算的是缺口区域内开始出现裂缝时的寿命。而有时从出现裂缝到裂缝穿透材料的剩余部分需要的寿命更长些。上述方法的一个更严重的缺点是, 到目前为止, 它还不能把平均应力和残余应力的影响考虑进去。在这种情况下, 估算寿命的误差可能大于两个数量级<sup>177</sup>。在疲劳分析中, 至今尚未考虑过缺口根部平均应力可能的松弛。

在必要的强调循环塑性应变的基础上, 看来 Neuber 概念给出的形式对某些寿命估算可能是够用了, 但对于损伤分析来说, 它不是最精确的形式。可以想象, 一个建立在精确的物理基础上的疲劳集中系数, 能够完全取决于塑性应变集中的

程度。那时，可以把应力集中看作是多余的，因为这些应力只有在它们达到引起循环塑性应变的程度时，才会引起疲劳损伤。一般适用的疲劳集中系数，当然可以包括平均应力或循环蠕变速率(单调塑性变形)，以考虑损伤累积的加速。显然，在材料疲劳问题的这个重要领域中，还需要进行更进一步的研究。

## § 7.2 缺口处的控制条件

从一开始讨论循环应力与应变时，就曾强调两个因素。一个是控制外加载荷的条件；另一个是材料在外加条件作用下的应力-应变响应。在简单的情况下，第一个因素是由问题的技术要求自动给定的，而应力-应变响应则比较难于求得。缺口问题使我们对这两个因素的看法多少有点相反。材料的响应特性是最容易得到的，因为对于给定的材料在适当指定的条件下，它应该与光滑试件在疲劳中的响应特性一样。而在缺口根部的实际控制条件却是很难捉摸的，因为对于缺口区域以及对于远离不连续区域的材料，两者各自使用应力-应变曲线上不同的部分。为了分析整个结构的疲劳性能，必须对危险区域内的外加条件有一个精确的了解。

描述缺口根部情况的一个简化方法是，假想我们是在处理一个由两种不同材料组成的组合材料。缺口处的危险区是一种材料，而其余部分是另一种材料。这样，一种可能存在的复杂情况的模型变得简单明白了。图 113 示出在外载荷作用下材料组合的基本示意图。通常，缺口直接影响的只是材料中的一个小体积，如图中的区域 *A*。其余部分 *B* 乃是结构的基本部分。假定这种组合材料为两块理想刚性的板所夹紧，在任何种类外载荷作用下，它们彼此之间总是平行移动的，

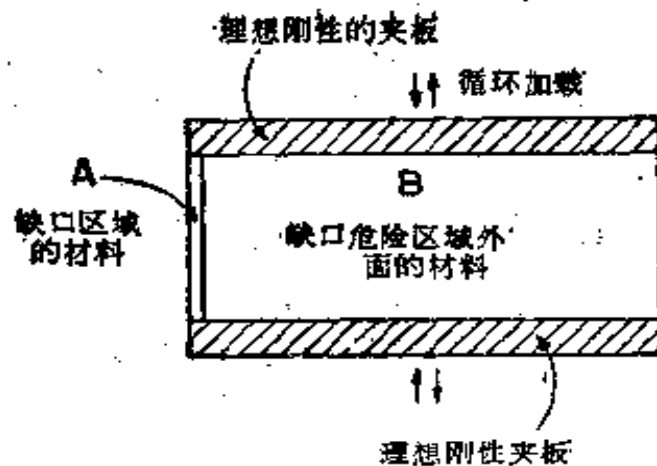


图 113 缺口构件特性的模型

我们来考虑两种极端的循环加载条件：控制载荷与控制应变。在控制载荷下，在上下限之间循环的力作用于夹板上，而不管在夹板之间的材料如何变形。显然，部分 B 必须承受大部分载荷，至于在裂缝出现之前，部分 A 的少量材料在抵抗载荷上起多少作用并不重要。在控制应变或变形下，是控制住两块夹板的相对平行位置，而不管夹板之间的材料产生多大的力。此外，材料 A 的存在不影响 B 的特性，因为在外力的上下载荷极限之间它们经受相等的变形。结论是，对于平行组合的材料，不管在哪一种循环载荷作用下，只要两者的体积相差很大，则较小部分的材料不会显著影响较大部分的材料特性。

较大部分的材料对较小部分的材料的影响则更为复杂。当外载荷是控制应变时，情况与上面所述的一样。每一部分经受同样的外部强加的变形，彼此完全无关。在控制外载荷下，体积小的材料受到体积较大的那部分材料的控制。下面考察其原因与结果。

一个可能的极端情况是，在小区域 A (缺口根部) 内发生严重的循环-相关软化。虽然循环力是从外部加以控制的，因

为区域  $A$  是牢固地连接在区域  $B$  上，所以在区域  $A$  内不会发展到失控情况。这时，区域  $A$  承担总载荷的份额逐渐减小，因为区域  $A$  很小，这样的局部软化不至于对零体的总体强度造成显著的削弱。重要的是要认识到，当  $A$  与  $B$  一起经受循环力时，区域  $A$  主要是经受应变控制。其理由是  $B$  常常是通过弹性变形基本上承担了全部载荷。对于连接在  $B$  上的小块体积  $A$ ，这些弹性应变成了控制函数。换言之，材料组合的主要部分以某个应变对外加载荷作出响应，而小的部分只是靠在上面。

另一个可能的极端情况是，在缺口区域  $A$  发生严重的循环-相关硬化。根据局部控制的观点，这与软化情况没有区别。现在，在小体积  $A$  内比起在大体积  $B$  内同样大小的剖面上，单位应变产生较大的力。然而，大部分外载荷仍然必须由  $B$  来承担，因此，区域  $A$  内的变形仍由区域  $B$  的应力-应变响应特性来决定。区域  $A$  承载能力虽有增强，但在某种意义上由于邻近的材料面积较大而显得无足轻重。于是，不管外加条件如何，在缺口根部近似的控制条件似乎为控制循环总应变。我们必须说近似的控制条件是因为事实上  $A$  与  $B$  通常都是同一种材料，在它们之间没有明确的分界线。即使有这么一条线，区域  $A$  内的控制条件也多少有点复杂，因为它是通过与区域  $B$  连接的侧面传递到区域  $A$  内的。

可能会提出这样的问题：研究缺口根部的控制条件果真那么重要吗？缺口根部的某些特性是由比较小量的材料受到紧邻的影响引起的，而这种小区域似乎不应该明显地影响整个零件的疲劳特性。事实上，缺口周围的小区域是非常危险的。不管局部的控制条件如何，缺口处的塑性应变总是最大的。局部很高的损伤速率引起在缺口根部萌生裂缝。裂缝一旦形成，它就会扩展，就会比较容易地穿透整个零件。局部控

制条件是重要的,因为循环-相关变化发生在裂缝的尖端。例如,如果在危险区域有一个平均应力,在局部控制应变条件下,它应该趋于向零的方向松弛。因为局部控制条件不一定是理想的控制应变(因为在图 113 中并非全部区域  $A$  直接与  $B$  相连),危险区域内在平均应力的作用下会出现少量的循环蠕变。只有很好地了解最小的根部区域内的循环应力-应变特性,才有可能对缺口问题有一准确的想法。

### § 7.3 缺口与残余应力

我们应该始终重视缺口在产生残余应力中的重要作用。这些应力可以由作用在构件上的单个大载荷引起,也可以由突然从大变小的循环载荷引起<sup>[26,67]</sup>。自然,只要有大量的循环塑性应变,这些残余应力就会很容易消失,就象它们产生时那么容易。在本节内,重点将放在缺口问题的一个特殊方面,即有关产生残余应力的问题上。

这个特性初看起来好象是异乎寻常的,因为它似乎与疲劳中已经得到的一般结论相反。人们往往会有这样的感觉:在疲劳中,一切具有拉伸性质的都是不利的;而压缩性质的,则必定是普遍有利的。拉伸平均应力、拉伸时的循环蠕变与压缩残余应力等例子,加深了这种概念。但人们出乎意外地观察到,经过拉伸超载的缺口构件,接着经受小幅值对称循环时,其疲劳寿命反而增大了。反之亦然,在经受大的压缩载荷后接着在较小幅值下循环,其寿命减少了。

根据较精确的检查发现,上面观察到的疲劳性能在其基本机理上不是异乎寻常的。一个拉伸超载之所以有利,是因为它在缺口根部的危险区域内产生一种压缩残余应力。压缩超载之所以有害是因为它留下了拉伸残余应力。这些帮助我

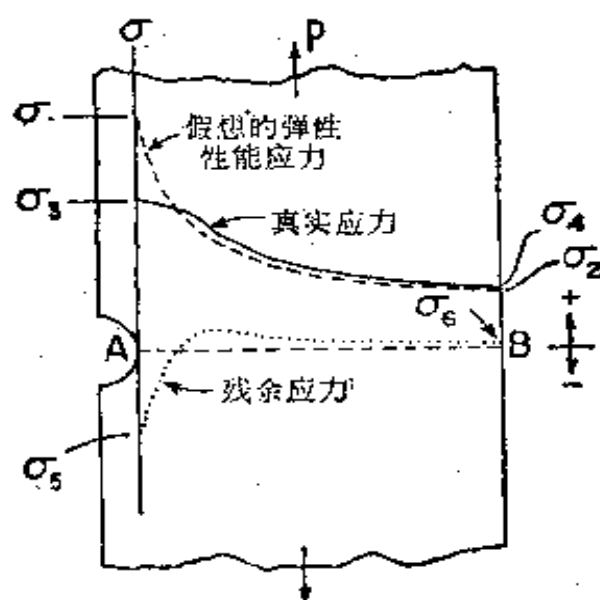


图 114 由超载产生的残余应力

们说明上述的疲劳性能正在预料之中。然而，由于超载产生残余应力的机理仍然是很难理解的。下面对这个问题的讨论是针对拉伸超载讲的，但这些原理也可应用于压缩超载。

图 114 示出一缺口构件的内应力分布。我们假设虚线是在完全弹性情况下真实应力的假想分布，实线代表当缺口处发生屈服时的真实应力。在远离缺口区域的地方，真实应力高于假想应力，因为对于这两种分布来说，总抵抗力（应力的总和）应该是一样的。在讨论缺口问题时，理想化的应力模型是重要的，因为超载之后的卸载部分在本质上是弹性过程。

从完全弹性曲线中卸载是加载过程的复原。当外力完全除去时，截面 A-B 上每个质点的应力都能回到零点。在一给定点处的卸载速率与加载速率相同。例如，在构件上除去一个单位的（外）载荷时，A 点处应力减小的量和加上一个单位的载荷时增加的量正好相同（弹性性能）。

加载时的非弹性变形，在后来卸除外载荷之后产生一个不均匀的应力分布。其原因是，局部的应力增加速率可能不



仅受到线性应力-应变特性与应力集中系数的影响,而且也受到塑性变形的影响。与此相反,塑性应变在卸载时,甚至在后来小的反向加载时都不起作用。例如,根据图 114,  $A$  点处最大应力可能被塑性变形限制在  $\sigma_3$ 。当外载荷被除去时,  $A$  点处应力按照弹性方式减小,其应力局部变化的值往往是  $\sigma_1$  的全值。从  $\sigma_3$  往下量一个  $\sigma_1$  的值,得到最终应力  $\sigma_2$ , 这是一个压应力。对于横截面上所有各点均遵循同样步骤,记住弹性卸载应该从真实应力曲线开始。在图 114 中的点连线乃是在卸载后呈现的残余应力。当然,  $\sigma_2$  本身的大小完全有可能高到足以产生某些压缩屈服的程度。

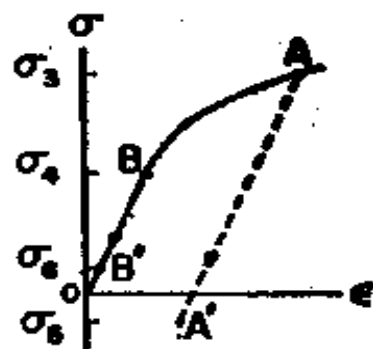


图 115 超载后缺口构件中的应力分析; 符号与图 114 中所用的一致

研究上述问题的另一种方法是考虑材料的应力-应变曲线, 如图 115 所示。由于应力集中, 横截面  $A-B$  (图 114) 上各点的应变是不同的。当  $A$  点已经产生塑性变形时,  $B$  点可能仍然处于弹性范围。不管这些点在应力-应变曲线上的位置如何, 卸载将使应力沿弹性线减小。在没有外载荷时, 所有各点处材料都竞相达到零应力状态。在卸载期间, 应力集中可能完全生效, 缺口根部 ( $A$ ) 的应力比其它任何点的应力变化得快得多。因此,  $A$  点虽然可能是从最高应力水平处开始变化, 但是在  $B$  点 (与其它许多点) 回到零应力之前, 它到达了零应力, 然后进入压缩。因为拉伸力与压缩力在内部彼此抵消, 所以残余应力最终的配置能够处于稳定平衡状态。当然, 对于一个具有大量急剧屈服的金属来说, 当缺口构件是第一次承载时, 缺口处的应力不一定是最高的, 这是对的。在这种

情况下,卸载时可能在缺口根部产生一个更大的反向应力。

## § 7.4 单次超载与多次超载

前面讨论的超载指的是这样一个外载荷,它至少大到足以使缺口根部处的小体积材料产生屈服。在图 116 中用图解

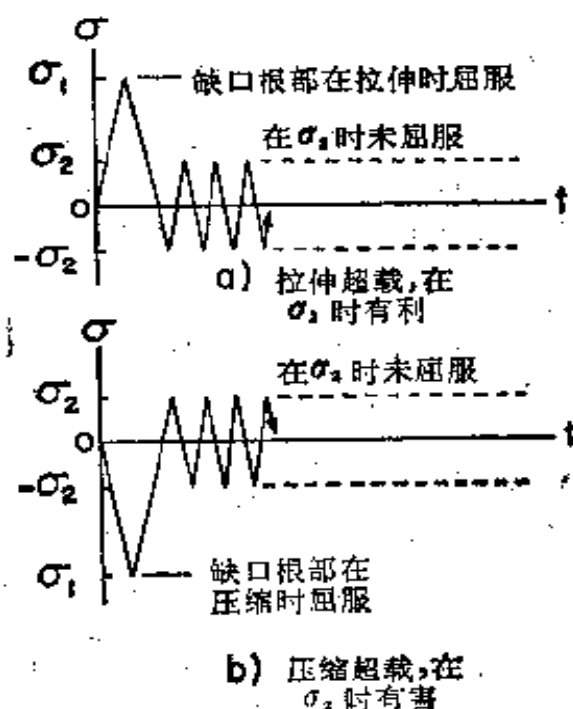


图 116 拉伸与压缩超载的影响

表示单次超载。这个大载荷对于残余应力究竟是有害还是无害不仅由这个大载荷的大小与方向(符号)来决定,而且还由随后加上去的较小载荷来决定。显然,如果这些小载荷本身大到足以引起显著的循环塑性变形,残余应力就能迅速地向零应力松弛。同样,如图 117 所示那样,假使大载荷是逐渐向小载荷转变,残余应力将永远不会出现,在这种情况下,次级应力的幅值  $\sigma_2$  可以小到足以容忍一个大的残余平均应力,但在转变期间发生的循环塑性应变阻碍残余应力的发展。

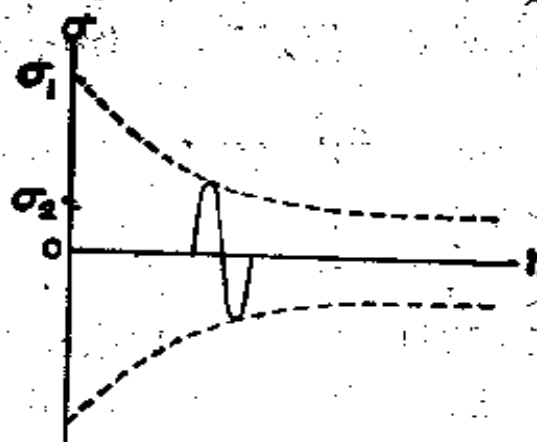


图 117 从大载荷转变到小载荷  
时没有留下显著的残余应力

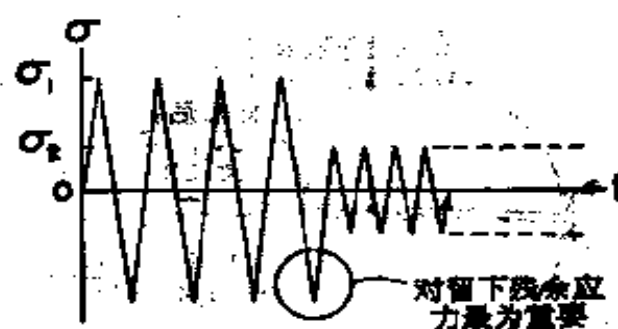


图 118 多次超载后的残余应力

就产生残余应力而论，多次超载的一般问题与单次大载荷一样。应该把注意力始终集中在大载荷转变到较小幅值之前的最后半个循环。在图 118 中示出一个典型的例子，它给出的残余应力与在图 116b 中单次超载所产生的残余应力一样。应该注意到，在图 116 至 118 中所示的应力为施加在构件上的外载荷，并非真实的局部应力。

对于由偶然的大载荷产生的残余应力的实际意义无论怎样强调都不算过分。大多数承载构件都有缺口，在使用寿命期间，它们中的大多数很可能至少要经受几次大载荷。下例说明在复杂结构中某些可能的情况。

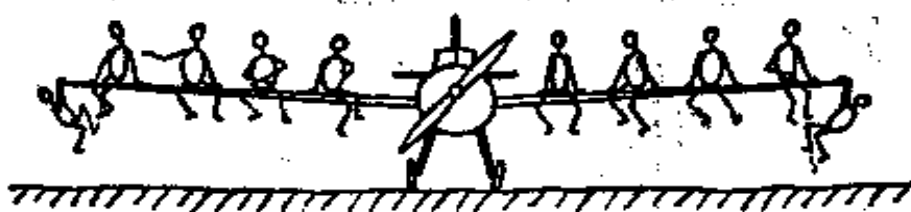


图 119 早期的飞行前试验的方法

在早期航空史中,许多飞机在首次飞行前按图 119 所示的方式(引自一架小飞机在工厂中最后检验期间的照片)进行试验。每只机翼用五个人的体重来加载,企图以此来验证机翼在飞行时不会掉下来。让我们用疲劳的观点来研究一下这个“试验”。

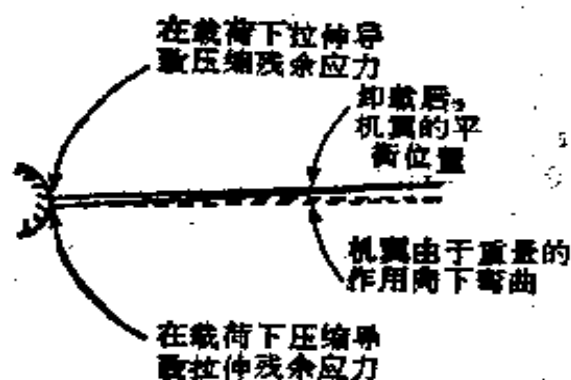


图 120 在加载试验前及试验后的机翼

重要的因素是机翼在加载试验时与以后飞行时的相对变形。图 120 示出在人为加载期间以及刚除去载荷之后,在危险的翼根区域的应力情况。在重量的作用下,机翼向下弯曲,这可能使翼根任何应力集中处的材料超载。载荷引起机翼上部受拉,下部受压。当附加重量除去后,机翼弹回到它原先的平衡位置。如果超载足够大,会在下部留下拉伸残余应力,上部留下压缩残余应力。这些残余应力产生的方式与图 114 中所示由轴向载荷产生残余应力的方式是一样的。

在飞行期间,同一个机翼经受不同的载荷,如在图 121 中

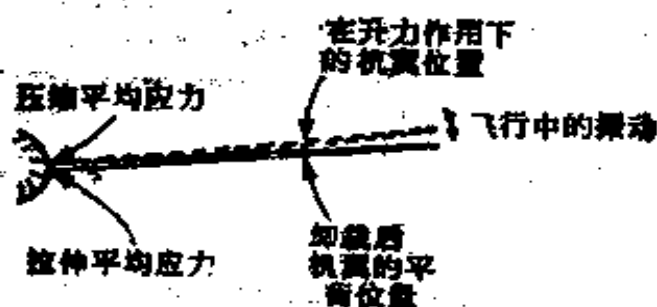


图 121 飞行中的机翼

所示。升力使机翼由它在地面上的平衡位置向上弯曲，并且有循环的弯曲迭加在飞行时的平衡位置上。因此，在飞行中，机翼根部承受循环加载，同时，在机翼下部有一个拉伸平均应力，上部有一个压缩平均应力。可见，试验期间产生的残余应力(图 119)势必被加到飞行期间出现的局部应力上。这种组合应力对机翼结构的疲劳寿命显然是极其有害的。

有意思的是，现代飞机仍然要承受图 119 所示的那种载荷。当飞机被迫作硬着陆时，由于起落架与地面的撞击阻止了机身迅速地向下运动，而机翼则趋向于继续向地面运动。在机翼根部得到的残余应力是不利的。这种残余应力就象图 120 中的那样。这种加载情况也许是最不希望有的，因为即使这些残余应力以后有消失的趋势，但它们会被周期性地重新引进危险区域。

当起落架是装在机翼上而不是装在机身上时，着陆撞击超载就不同了，如图 122 所示。只就机翼根部而论，硬着陆可能是比较有利的。在这种情况下，机翼在触地时力图从机身上向上弯曲。这种超载在机翼根部留下残余应力，这个残余应力在以后经受气动力载荷期间是有利的。

上例表明，当复杂结构经受变幅循环载荷时，总是可能产生各种残余应力。至少应该定性地估计出这些应力的正负号

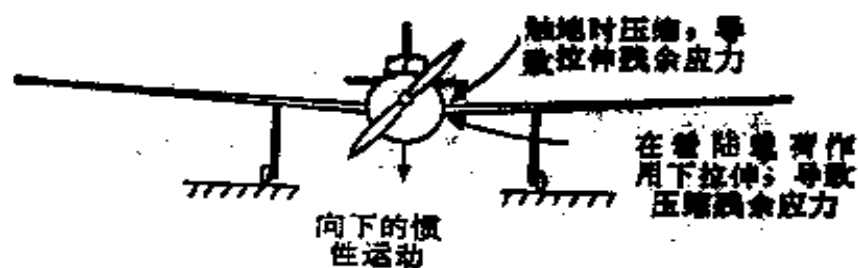


图 122 着陆对飞机一些危险点的影响

与位置，以便确定哪些地方需作进一步的定量分析。为确保经济地制造出可靠的结构，这种研究是必要的。

## 第八章 异常疲劳特性

有关材料疲劳的问题涉及的面很广，因此需要多卷著作才能对所有已知的各个方面进行叙述。本书的讨论是以疲劳过程中基本的力学(应力-应变)概念为基础的。在讨论疲劳问题时，有关循环应力与应变的概念是最有用的，因为它们正好处在现象观察范畴之中。譬如说，在疲劳分析中，实验室中应力和应变的测量比飞机的全尺寸疲劳试验更加合乎需要。同时，疲劳损伤的真实原因必须在原子量级的变化中去寻找。这种研究是极为有用的，但却很难完成，也很难与大尺寸构件的性能联系起来。循环应力-应变模型不仅是原子量级变化过程的显示器，而且也是小尺度现象与大尺度现象之间的桥梁。

本章中举 10 个例子来说明用力学方法解决疲劳问题的多方面的适应性。“异常特性”这一术语严格来说并不正确，因为疲劳中什么都可认为有点异常。事实上，其中许多例子完全可以适当地放在其它章节中。把这些例子汇集在一起是为了说明，在所研究问题的许多方面没有合适的实验证据的情况下，就认为疲劳问题中什么都是理所当然的是很危险的。我们还想用这些例子说明对于了解复杂的疲劳情况，循环应力-应变概念是强有力的基础。

### § 8.1 迟滞回线的形状

用适当方法得到的大多数回线具有如图 39 所示的形状：

两端尖、两个尖端之间轨迹相似。很少记录到图 123 所示的钝头的迴线。在这种情况下，首先应该想到的是检查试验设备。然而，也有可能材料的性能确实如此。当循环进行缓慢，试验温度接近熔化温度，以及在应力幅值大到足以引起循环蠕变时，就可得到这样的迴线。在这种情况下，在载荷反向之前，材料有时间由峰值应力向零应力松弛。在载荷刚刚反向之后，应力仍然高到足以进一步引起一个小的松弛，它使卸载轨迹发生畸变。因为高应力区域内的松弛增大了迴线的宽度，所以，每次循环的总塑性应变必须包括蠕变应变。

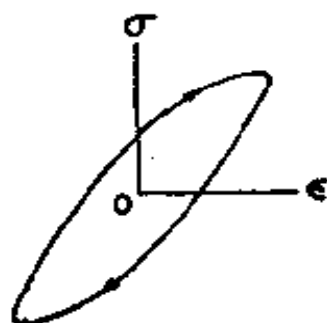


图 123 由应力松弛引起的畸变的迟滞迴线

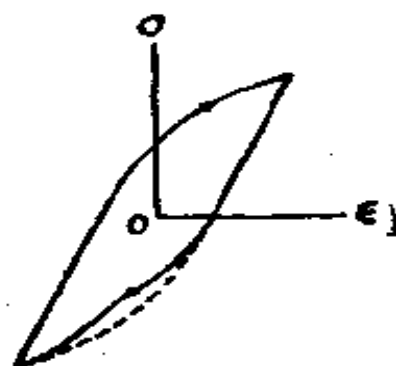


图 124 铸铁的迟滞迴线向里弯曲

图 124 示出另一种畸变的迴线的形状。这种迴线是在铸铁中观察到的<sup>[62,78]</sup>。迴线的拉伸部分完全正常，但在进入压缩部分出现了所谓的“向里弯曲”。看来好象这种金属想在半途中改弦易辙，从一种迟滞迴线变成另一种迴线。这种性能的确是两种不同应力-应变响应特性的结果。分散在铸铁内的石墨片削弱了金属的强度，对拉伸强度的削弱更甚于对压缩强度的削弱。这种性能对于任何一种由差别极大的材料组成的复合材料，可能具有某种普遍意义。



## § 8.2 没有平均应力时的循环蠕变

通常看到的是,循环蠕变的必要条件是控制载荷、循环塑性和存在平均应力。在控制应变下,与此相对应的特性是循环-相关松弛,它趋向于使平均应力朝着零应力减小。当材料的拉伸与压缩强度不相等时,这些预期的特性会有某些改变,如图 124 所示。例如,即使外加载荷使材料没有处在平均应力之下,循环蠕变也能出现。图 125 示出一种高强度铸铁处在对称循环应力控制条件下的特性。这里有循环蠕变,就好象该金属是处在拉伸平均应力下似的。可以相信,在这种情况下,平均应力的增加是由拉伸强度相对削弱引起的。换句话说,拉伸方向的塑性变形总是比压缩方向多一点,就象处在

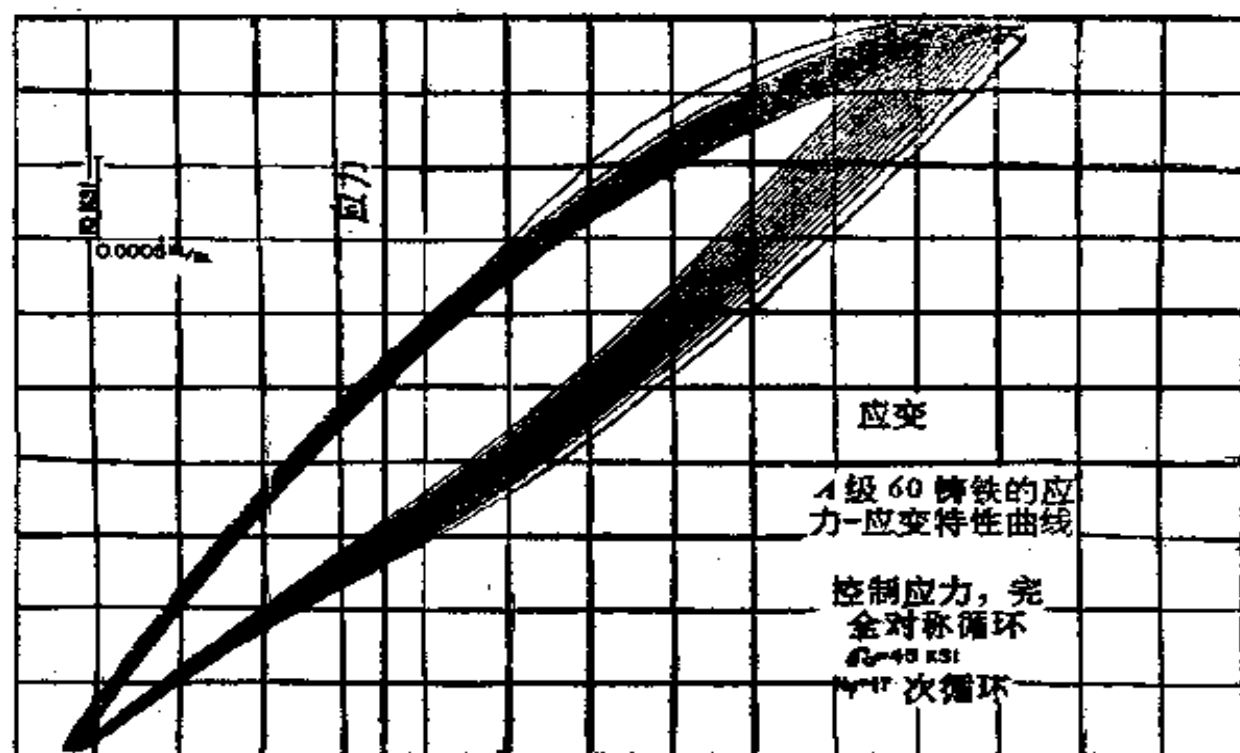


图 125 铸铁在完全对称循环应力下的循环蠕变(引自 Richard 与 Sandor; 高强度铸铁的循环应力-应变特性)

拉伸平均应力下那样。可以说,在对称循环的外载荷下,这种金属给它自己提供了有效的平均应力。

当然,前面提出的观察可以作为反对这个概念的论证。在那个观察中已表明,如果循环塑性应变很大,一个极小的平均应力也会引起循环蠕变。当然,在图 125 所示的蠕变中,这是一个可能的因素,但不一定是一个重要的因素,因为这里循环塑性应变并不太大。自身感生有效平均应力的可能性仍然存在,并为下面的观察结果所证明。

在控制应变下,任何一种符号的平均应力都有朝零应力松弛的趋势。应变振幅愈大,平均应力的稳定值愈小。这种特性在图 126 中用两根虚线示意地表示出来。就上面讨论过的铸铁而言,大的循环应变控制条件也使开始时施加的平均应力产生松弛。然而,这种平均应力不是向零应力松弛,而是向约为 10 千磅/英寸<sup>2</sup> 的压应力松弛<sup>[62]</sup>。这个趋势在图 126 中用两条实线表示。事实上,往往在拉伸平均应力的松弛稳定下来之前就可能发生断裂。这种特性正是材料拉压强度不等的又一证明,并应该在复合材料的疲劳性质方面作进一步的研究。

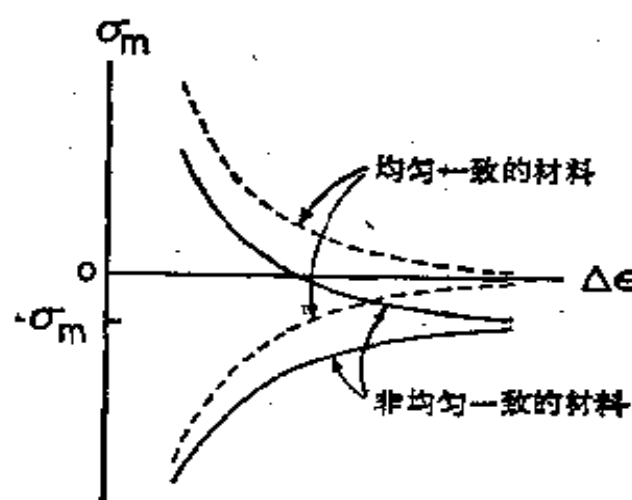


图 126 平均应力松弛的理想化曲线

### §8.3 在等幅循环下的硬化与软化

循环-相关软化或硬化是一般材料的不稳定性。一种给定的金属在等幅载荷下究竟是软化还是硬化取决于它的初始条件。当载荷幅值突然改变到一个不同的水平时，在一个给定的试件中，这两种性能都会出现。在总应变幅值固定的循环下，一个给定的试件呈现两种极端的循环调整，这种现象尽管很少，但确有发生。图 127 中示意地表明其中一种可能性。固定不变的应变幅是控制的量，而应力幅是独立变化的。在最初不多几次循环时呈现硬化，接着是软化，在寿命的其余部分中趋向于稳定。初始的硬化可能是轻微的，就象 Ti-8Al-1Mo-1V 合金那样<sup>[14]</sup>，也可能观察到相反的情况，先是比较大量的初始软化，继之以相当大的硬化<sup>[29]</sup>。

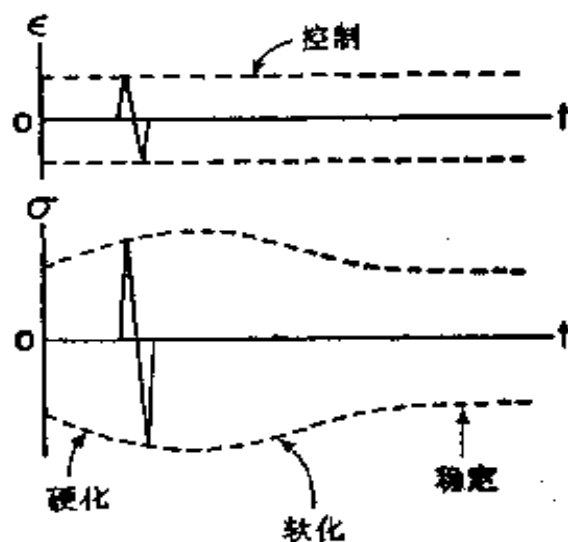


图 127 应力-应变响应特性中复杂的不稳定性

材料在这两种情况中的特性，都是由冶金上的不稳定性引起的，这种不稳定性我们并不总是清楚地了解的。很可能，硬化与软化的对抗过程始终是在存在着的。我们观察到的宏观

性能乃是两种过程对抗的最后结果。当然,从疲劳的观点来看,重要的方面是应力-应变响应特性的最终循环-相关变化。

## § 8.4 应变时效强化

通常认为,材料强度是随着温度的提高而下降的,如图 128 中实线所示。对于这种模型有许多例外是很重要的,特别在结构破坏方面,低温可以通过使材料变脆而减小其名义断裂应力<sup>[72]</sup>。一个与温度有关的值得注意的性能是,低碳钢在中温时观察到有强化现象。这类金属的屈服强度与疲劳强度在 300—500°F 范围内有一个峰值,如图 128 中虚线所示。强度的提高可以用应变时效和位错与碳、氮溶解原子之间的相互作用来解释<sup>[9,11]</sup>。

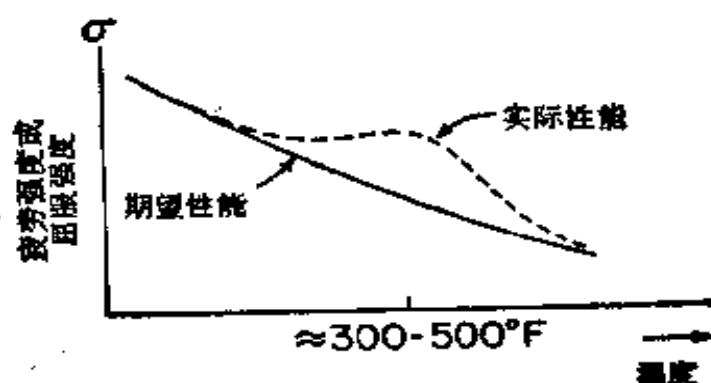


图 128 低碳钢应变时效强化

疲劳中的最终强化多少要取决于控制循环的条件。由于应变时效提高了屈服强度,抵抗循环变形的能力也提高了。因此,在任何控制循环载荷下,每次循环的塑性应变减小了,因而寿命增加了。在控制应变下,不管可能产生的内部阻力有多大,金属被无情地拉伸与挤压,抵抗变形能力的提高没有多大用处。由循环应变时效引起疲劳寿命的改善,可以根据循

环塑性应变的减小作出适当的解释<sup>[65]</sup>。

## § 8.5 由电抛光引起的寿命缩短

在疲劳中，大大小小的缺口一般都是有害的。在脆性材料中，甚至微观的划痕也会使寿命大大缩短。解决这类问题的最实际的方法是尽可能地把表面弄光滑。奇怪的是，把表面弄光滑有时显然会做得过头了。例如，用电抛光得到的镜面光洁度通常会使金属的疲劳寿命缩短。

可以根据残余应力对这种情况作出解释。最普通的精加工工序是用机械的方法，如研磨、磨削或用磨料抛光。在这些操作方法中，每一种都会在工件表面留下无数的划痕。划痕的深度是影响疲劳特性的一个因素，可是更加重要的是机械抛光在材料表层内留下了压缩残余应力。电抛光之所以会使寿命缩短，是因为它在去掉有害的划痕的同时也把有利的压缩应力层去掉了。同时，电抛光本身并不产生任何应力。这些观察表明残余应力在疲劳中所起的作用是何等重要。

## § 8.6 疲劳中的尺寸影响

业已观察到，在给定的循环应力或应变的控制条件下，材料的疲劳寿命部分取决于它的体积。经验表明，材料的体积愈大，其寿命愈短。在单调加载至断裂中也出现类似的情况，正如里昂那达·达·芬奇很久以前所观察到的，当时他发现当铁丝试件长度加长时，其断裂强度也随之减小，即使它们的截面积是一样的。

对这一现象的最简单的解释是，在较大的试件中存在大缺陷的机会较多，对这个问题作出完善的分析是困难的，因

为必须考虑缺口与缺陷的尺寸、应力梯度以及应力最大部分的体积<sup>[19]</sup>。当然，任何一个起作用的因素的重要性应该表现在它对提高循环塑性应变的能力，至少在材料的小区域内如此。因为测量局部应变的技术还没有相应的发展，所以还没有直接根据塑性应变建立的关系式。

## § 8.7 压缩时的裂缝生长

人们普遍认识到压缩应力的有利性质，可是也往往会对它估计过高。例如，当一块简单的有缺口的板受完全压缩的轴向载荷作用时，如图 129 所示，会产生一种值得注意的情况。因为压缩趋向于使裂缝闭合，因此使裂缝处于不起作用的状态。奇怪的是，在给定的循环载荷作用下，裂缝会在孔边上萌生并生长。这些裂缝会变得相当长(与板宽相比)，但它们的生长速率逐渐变慢，并可能在载荷循环多次之后，平板完全断开之前停止生长<sup>[30]</sup>。

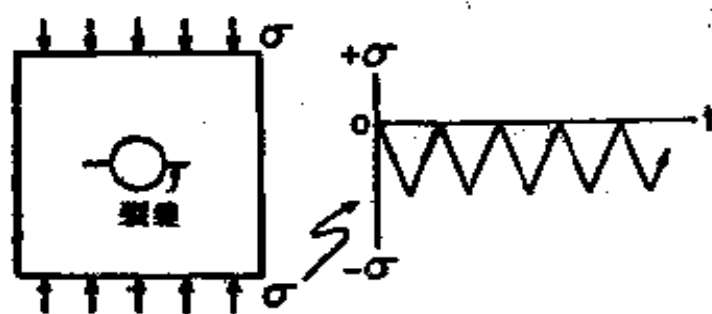


图 129 在压缩载荷下疲劳裂缝的生长

这种特性可以根据应力集中以及有关产生残余应力的可能性作出解释。可以把每个峰值压缩载荷看作是在缺口根部产生塑性变形的超载。随后的每次卸载或接近零值的最小载荷，首先在孔边，然后在裂缝尖端产生一种瞬时的拉应力。这种行为十分深刻地表明，一个超载能够产生符号相反、数值很大

的残余应力,在目前这个例子中,拉伸残余应力是在没有任何外加拉伸载荷的情况下产生的,但仍然大得足以引起开裂.每次循环中,塑性应变可能很小,甚至在缺口根部也是如此,但是它足以在每次循环中重新建立一些拉伸残余应力,并容许损伤积累导致最终断裂.对这类特性的分析也受到缺乏在必要的小尺寸的危险区域内准确地测量循环应变的手段的限制.

### § 8.8 蠕变与循环变形同时发生

正如这里已经讨论过的,循环蠕变决不是材料在各种应力同时组合作用下变得不稳定的唯一方式.例如,业已观察到,当循环塑性变形是加在垂直于压凹压力的方向上时,金属可以在极小的静压力的作用下局部地压凹下去<sup>[7]</sup>.另一个类似的值得注意的观察结果是,当在轴向受载的圆筒状构件上又强加上扭转振动时,构件上的轴向蠕变速率可以增加好几个数量级<sup>[21]</sup>.不管循环蠕变的情况如何,在静变形与循环变形之间有互相增长的作用,这一点是很清楚的.这些外加载荷条件之一或两者都可以是拉伸(或压缩)或是剪切.我们可以说,由一个作用在给定方向上的力所引起的非弹性变形,增大了材料在另一方向加载下非弹性变形的能力.在循环塑性应变的基础上对损伤累积过程作出的基本描述,不应受到产生特定的塑性应变的应力状态的影响.归根到底,塑性应变的增加可以直接与较高的疲劳损伤累积速率联系起来.

### § 8.9 电镀零件的疲劳

经常发现一薄层电镀金属使原零件的疲劳寿命缩短了.由于以下几个理由,这使人感到意外: 因为电镀层的厚度比

较小，所以没有料到这点材料会轻易地使零件的寿命发生显著的改变；通常用于电镀的金属能有效地防止基体金属发生腐蚀，它肯定是一个有利因素，应该使疲劳寿命增长。然而，在有些情况下，寿命还是缩短了，即使电镀层是两种金属中最强的，因此可以指望零件由于电镀金属的沉积而得到加强。这些考虑中每一种都只是部分正确的，然而仍然存在有利与有害作用的对抗，这个对抗决定材料的疲劳性能。

当有害作用显然占优势时（因为寿命缩短了），原因就在各个金属的应力-应变特性方面和它们对外载荷的联合响应上。通常看到的是，寿命的缩短是由于一个比较硬的电镀层（如钢上的镀铬层）引起的。当在电镀零件上控制的是循环载荷时，不管电镀层的强度如何，零件的基本部分必须承担载荷。我们可以说，基体金属质量大，可以忽略电镀薄层抵抗变形的能力。因此镀层金属基本上处于控制应变下，其应变的大小取决于基体金属对外载荷的响应特性。这与在缺口构件中的局部控制条件非常相象。

在控制应变下，硬镀层不太理想，因为使它塑性变形到给定的应变就要产生高的应力水平。高应力和对塑性应变的低容限可能在电镀层内部、很可能在它的自由表面开始裂开。当这些裂缝到达交界面时，基体金属被在它边界上产生的应力集中所削弱。因为在硬镀层中容易形成裂缝，一旦开始，由于应力集中便向构件内部扩展，所以总的疲劳寿命缩短了。当然，根据这种特性就得出一般结论，并声称电镀总是要降低抵抗疲劳的能力可能是不妥当的。

## § 8.10 原子链纤维的疲劳

作为最后一个例子，我们来考虑用一个原子尺度的试件



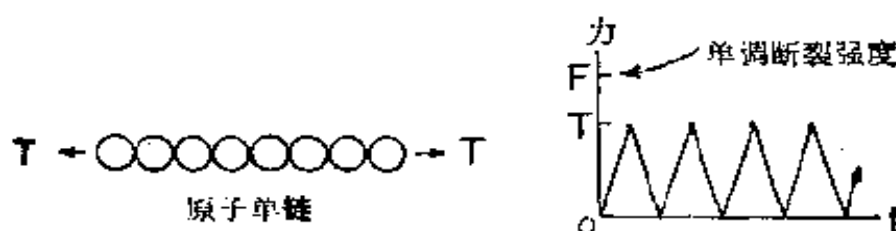


图 130 对假想的原子链试件循环加载

进行想象中的试验。这种试件可以叫做细纤维元素，因为它是由相同的原子组成的一根单链，在图 130 中示意地表示出。纤维的直径为原子的直径。我们假定此纤维受到一个如图所示的、在零到拉力  $T$  之间轴向脉动的加载。我们还假定在单调拉伸下，当力达到  $F$  时纤维被拉断。假想在等幅载荷下进行三种不同的循环试验， $T_1=0.01F$ ， $T_2=0.5F$ ， $T_3=0.99F$ 。让我们来研究并定性地说明，在这三种载荷情况下试件的响应特性有何不同。

外加载荷是循环的，但我们不应指望在这些给定的任何一种循环载荷的作用下，不管经过任意多少次循环以后纤维会发生疲劳破坏。其理由是，在这极简单的试件中，无法使任何种类的损伤随着循环的进行累积起来。不管载荷先前重复的次数多少，只要这些力小于单调断裂强度  $F$ ，保持原子链连在一起的原子力总是一样的。因此，只有用  $F$  大小的力才能把链拉断。在任何小于  $F$  的循环载荷下，其寿命为无限长的，因为当载荷去掉时，原子总能弹回到它们的平衡位置。

这个假想的问题说明实际疲劳情况的一个重要方面。只有在某个物理量随着循环的进行累积起来时，才会存在疲劳问题。这种累积的物理量当然就是塑性应变。

## 第九章 解决疲劳问题的方法

解决某个具体的疲劳问题最实际的方法不仅取决于人们对这个问题的认识,而且还取决于其它许多考虑。这些考虑是来自所要求的可靠程度以及经济上与时间上所强加的限制。经常是同时采用几种不同的方法。为清楚起见,下面的讨论分成几部分进行,并指出在人类对疲劳损伤过程的控制程度上可能存在的差别。这里没有将这些方法进行分类以说明孰优孰劣的意图。一般来说,广泛地进行控制可望收到最好的效果。然而,这就需要在工程手段上作大量的投资。

### §9.1 断裂后的调查分析

在疲劳学科历史的早期(在提出  $S-N$  曲线之前),最重要的知识只是靠观察最终的断裂表面取得的。从这样的观察得到的最初概念是,金属在循环加载期间晶化了,结果在低于极限强度的载荷下发生破坏。当然这是一个错误的想法,因为所有金属本来都是晶体,但尽管有最初那种错误观念,断口组织的显微观察曾经是(并将继续是)疲劳分析中一种有用的技术。

通过对断裂表面的宏观与微观特征的分析,能够揭示出许多有关破坏过程的知识<sup>[28,33,45,52,83]</sup>。最重要的两个因素是疲劳裂缝源以及裂缝相对于整个断裂面积的尺寸。疲劳裂缝是可以区别出来的,因为它是比较平的,并且基本上垂直于外加拉应力的方向。这些特征与在单调加载中脆性解理断裂的特

性是一样的。因此,疲劳断裂似乎是一种脆性断裂,表面看来与本书自始至终强调其重要性的塑性变形相矛盾。

研究开裂与断裂前累积损伤之间的不同,可以简单地解释这个问题。裂缝当然是损伤,但它只是一个不太明显的累积过程的最终表现。这个过程是循环塑性应变发生和发展

的过程,而循环塑性应变是造成延性消耗的主要原因,至少在材料的局部区域是如此。一旦有效的延性耗尽,材料只有通过产生新的表面积来吸收能量<sup>[74]</sup>。由此可以想象,即使一个延性金属也会以脆性方式断裂。然而,实际的性能可能更复杂些,宏观的脆性断裂外观并不排除那些曾被实际观察到的无数微观剪切破坏的可能性。在每种情况下,损伤累积过程中塑性变形都是显著的。

通过较周密的检查,可以找出疲劳裂缝的起源点。裂缝核心常常呈现为裂缝表面上波纹线的源,如图 131 所示。在一个横截面上可能有几个初始的裂缝。这些波纹称为“海滩痕迹”,往往可以用肉眼辨别。有时,还有些只有用电子显微镜才能看得出来的细的波纹特征。这些细条纹表示裂缝前沿的逐步推进。有时也可以辨别出每条波纹对应于载荷的一次循环。图 132 表明在多级加载时,裂缝前沿的推进情况。

在对破坏进行调查时,海滩痕迹具有直接的应用价值。它们示出裂缝起源点是在夹杂物、缺陷或任何别的应力集中的地方。以这样的方式取得设计资料和作出修改是费时费钱的,但常常又是不可避免的。对于用这种方法发现的疲劳问题,最简单的解决办法是在危险剖面处增加一点材料以减小



图 131 疲劳断口表面的外观；  
请注意,几条裂缝可能同时萌生

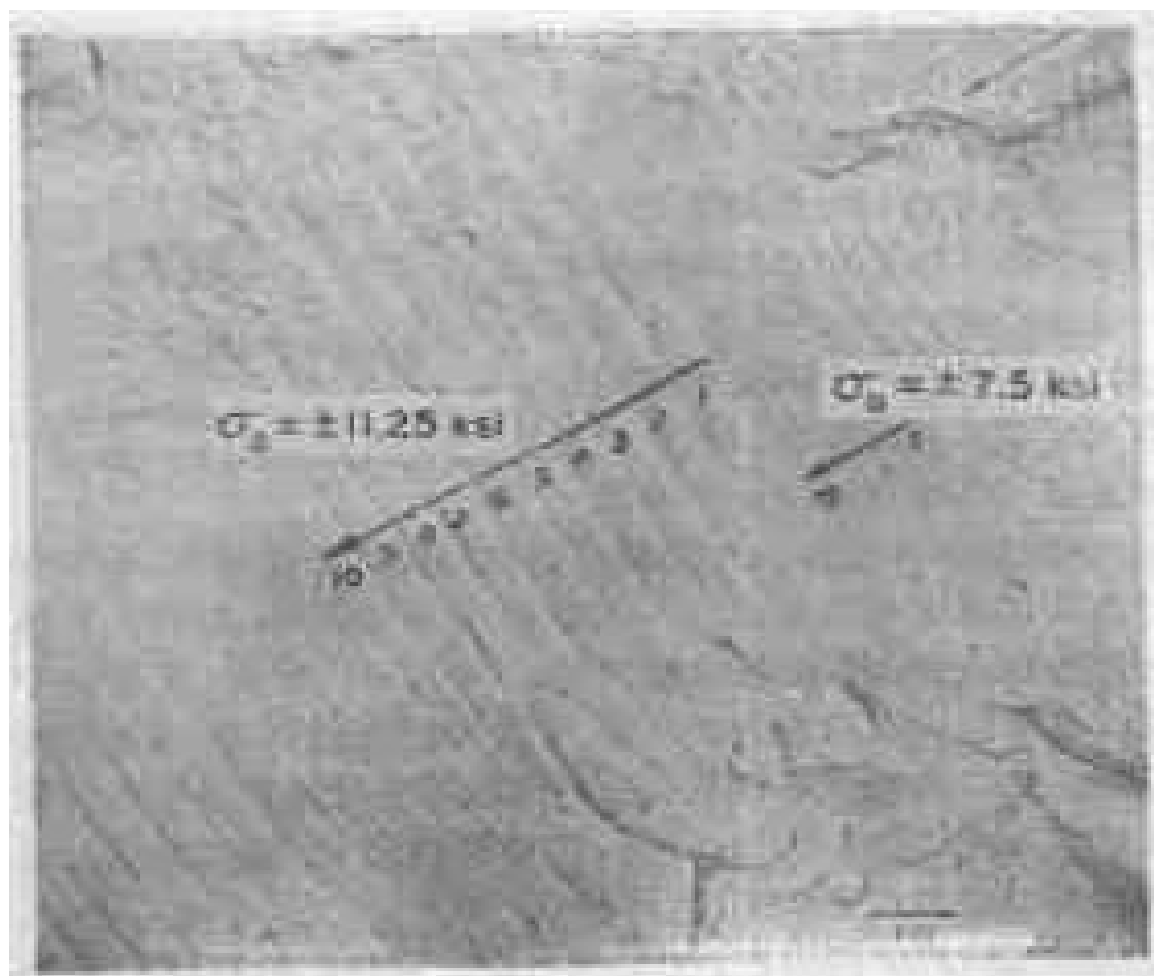


图 132 频谱加载的特征。平均应力=13.75 千磅/英寸<sup>2</sup>；三个交变应力(2.5, 7.5 与 11.25 千磅/英寸<sup>2</sup>)的间隔为 10 次循环。注意最低的交变应力(2.5 千磅/英寸<sup>2</sup>)没有条纹。箭头表示断裂方向。(放大 13,800 倍；蒙美国材料试验学会同意，引自 Whitson, Phillips, Kerlins 与 Rowe: 断口的电子显微镜照片)

工作应力。更圆满的方法是首先直接注意开始发生破坏的应力集中的地方。我们可以看到，减小应力集中，甚至不惜舍去一些承载材料可以延长疲劳寿命，如图 133 所示。

用增加材料这个简单方法往往是切实可行的，因为在大多数工程问题中，外加的力是控制因素。因此，增加材料意味着降低应力和延长寿命。然而，必须强调指出，增加材料的好处与外加的控制条件密切相关。为说明这个问题，下面将讨

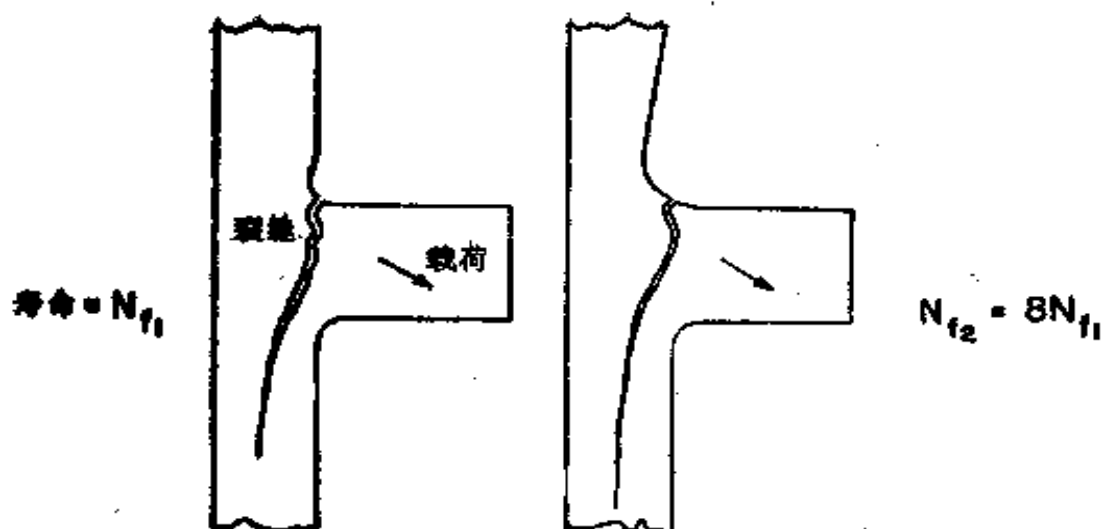


图 133 用减小应力集中的方法改善疲劳寿命(转引自 Smith: 疲劳中的尖端)

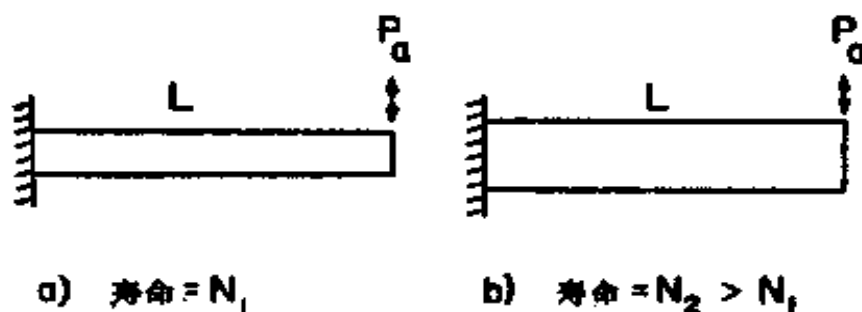


图 134 在控制循环载荷下,梁的厚度对寿命的影响

论两种可能的情况。图 134a 示出一根悬臂梁,承受着一个等幅循环力  $P_d$ 。在相同的等幅循环力  $P_d$  下,一根相同材料、相同长度但厚度较大的梁(图 134b)具有较长的寿命。寿命  $N_2$  比  $N_1$  长,因为在较厚的梁中材料增加了,因而整个梁的应力降低了。在图 135 中示出在控制挠度下,两根梁中较薄的梁取得较长的寿命。这是正确的,因为对于一给定的挠度  $\Delta$ ,厚梁中的峰值应力(在弯曲试件表面上)最大。因此,厚梁中的循环塑性应变也是最大的。这说明为什么在能够对有关控制条件与材料响应作出详细分析之前,全尺寸试验仍然不失为

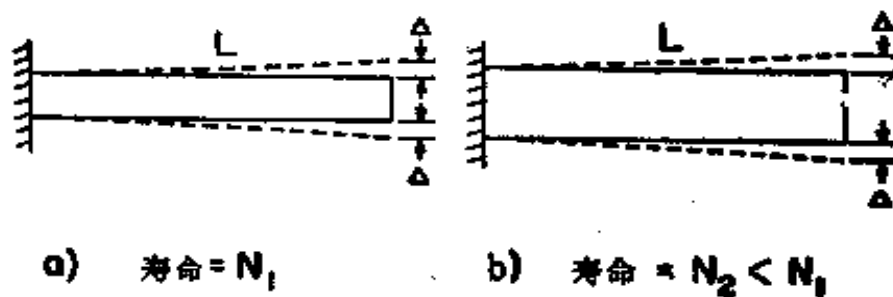


图 135 在控制挠度下,梁的厚度对寿命的影响;请注意  
a) 与 b) 的  $\Delta$  相等

疲劳研究中一个有效的方法。

## § 9.2 疲劳损伤的估算与迹象

如果能够准确地估计出发生破坏的时间与地点,就可达到对疲劳问题的高度控制<sup>[46]</sup>。这不完全是一个设计问题,但一般来说,设计规划必须补上对材料循环-相关变化的监控。最明确的损伤迹象是疲劳裂缝。有计划地找出这些裂缝的方法很多,从粗糙的肉眼观察到较为令人满意的磁力探伤、涡流探伤、超声波探伤与X射线探伤。描述各种无损探伤方法的文献很多。应该强调指出,常常是在寿命的最后5—10%时才会出现容易被发觉的裂缝。因此,要及早地发现裂缝总是困难和代价昂贵的。

当然,开裂只是在发生断裂之前,随着循环的进行由塑性应变累积起来的损伤的最终表现。一个测量循环载荷累积效应的有趣的方法是建立在使用疲劳寿命片的基础上的<sup>[27]</sup>。疲劳寿命片在外观上与应变片相象,但却是以不可逆的电阻改变来对变形作出响应。可以把这种类型的小寿命片连接到结构中每个已知的、可接近的危险区域上。在结构使用寿命期

间任何时候,只要测量一下电阻值,电阻值的大小即表明持续到该时刻的损伤总和,但这些测量还不十分可靠。除了别的因素以外,影响测量结果的重要因素是结构的材质、几何形状、环境条件与使用寿命范围。在这方面作进一步的研究,可使寿命片得到比目前更为普遍的应用。

疲劳寿命片一般属于机械保险丝这一类,机械保险丝包括一个与较大的结构构件一起变形的小块材料。保险丝本身不是关键部件,因此可以把它设计成在大构件破坏之前先行破坏。保险丝的破坏,预报系统的加载已经不安全了。

估算寿命的基本方法应该是以循环塑性应变分析为基础的,正如在累积损伤中已经讨论过的那样。这个方法的实质是要知道任何一个塑性应变水平的损伤潜力,并且要知道在最危险区域内局部塑性应变的循环-相关作用。对于单级加载或周期重复的块形加载所要求的循环-相关作用可以通过在寿命早期所取得的测量结果来确定。遗憾的是,为了使用这种基本的方法,现有的设备常常不足以提供必需的精确数据。

### § 9.3 材料的选择

在给定情况下,选择给出寿命最长的材料的能力也许与估计疲劳寿命的能力一样重要。从力学的观点来看,为了取得最佳效果,问题是要使材料与预期的载荷控制条件相适应。对控制条件的分析应该考虑到这样的可能性:外加条件不一定是材料中每一点的局部条件。只有在对于所提出的每种材料以及所要求的工作条件知道得很多的情况下,才能选出合适的材料。在有些设计中,这不是关键性的;可以选出几种不同的材料都取得满意的效果。然而,只有充分了解材料的各种机械性能,才能真正有效地使用一种材料,对于这一点是怎

么强调也不算过分的。

前几章曾经叙述过在疲劳中应该考虑的几种重要性能。下述的材料特性表指出了系统地提出和存贮有关这些性能的数据的一个简单的方法。在这些表中所有记入的数据也许不是每个设计问题都得上，但有时也可能会感到这个表不完全。当必须对多种材料作出评价时，取得表中所示的数据是一项很重要的工作，但这样的初始投资是值得的，因为这些数

材料特性表 1

材料: SAE1045 试件: 纵向试件 0.5英寸×0.2英寸

状态: 淬火、回火(1200°F) 至 BHN225 试验条件: 室温

单调性能:

弹性模量, $E$	<u><math>29 \times 10^3</math> 千磅/英寸<sup>2</sup></u>
剪切模量, $G$	<u><math>1 \times 10^3</math> 千磅/英寸<sup>2</sup></u>
屈服强度, $0.2\% S_y$	<u>92/110 千磅/英寸<sup>2</sup></u>
极限强度, $S_u$	<u>105 千磅/英寸<sup>2</sup></u>
断面收缩率, $\%RA$	<u>65</u>
真实断裂强度, $\sigma_f$	<u>209/178 千磅/英寸<sup>2</sup></u>
真实断裂延性, $e_f$	<u>1.04</u>
应变硬化指数, $n$	<u>0.13</u>
真实韧性, $U_2$	<u>165,645 英寸-磅/英寸<sup>2</sup></u>

注: 上述数值系六个试件的平均值。

循环性能:

屈服强度, $S_y$	<u>60 千磅/英寸<sup>2</sup></u>
应变硬化指数, $n'$	<u>0.18</u>
强度系数, $K'$	<u>195 千磅/英寸<sup>2</sup></u>
疲劳强度系数, $\sigma_f'$	<u>178 千磅/英寸<sup>2</sup></u>
疲劳延性系数, $e_f'$	<u>1.0</u>
疲劳强度指数, $b$	<u>-0.095</u>
疲劳延性指数, $c$	<u>-0.66</u>
转变疲劳寿命, $2N_1$	<u>10,000 次反复</u>

注: 1. 闭环伺服控制;

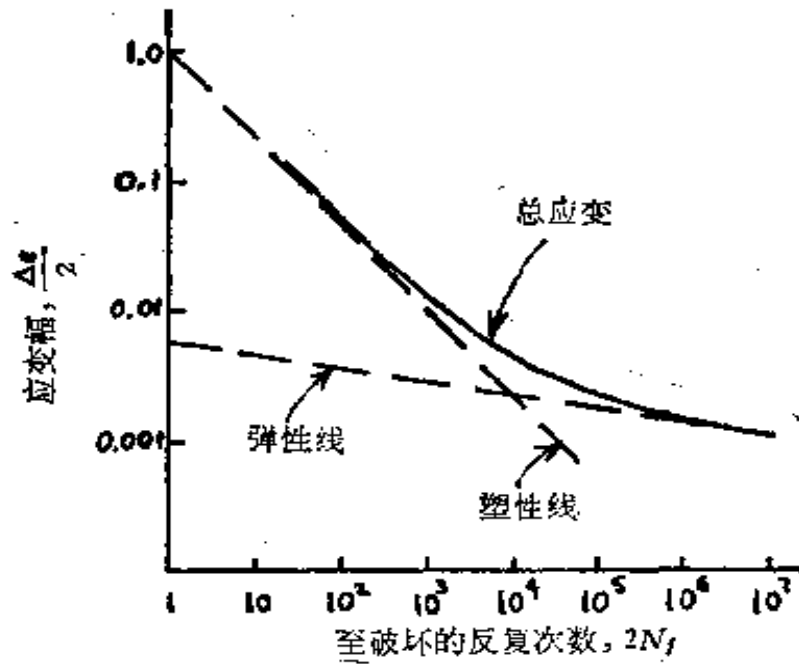
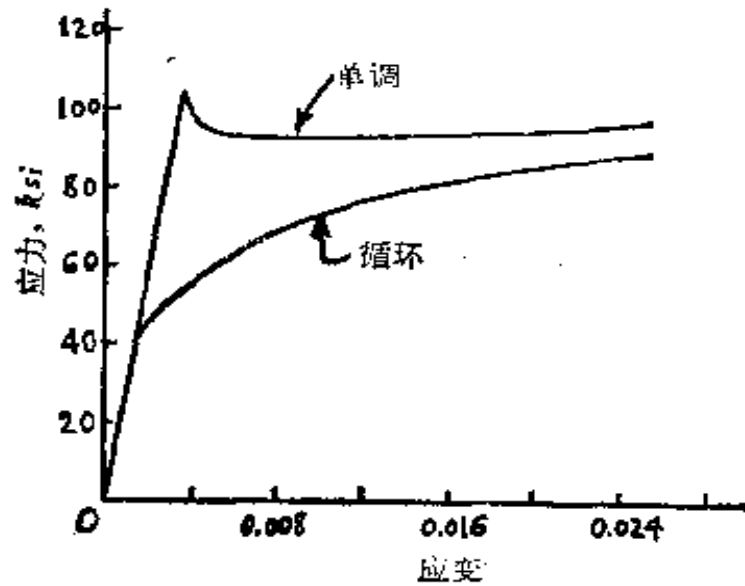
2. 每个寿命范围三个试件: 反复次数为 50, 500,  $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$ ,  $10^6$ ,  $10^7$ .

来源: R. L., B. I.

日期: 1/70



材料特性表 2



据总是可以用于在特定试验条件下试验的材料。能够如所示的例子中那样，看一眼就能知道金属在循环载荷下严重软化，这将是非常贵宝的。当然，给材料的数据上加上任何有关注

释的简要说明,这个简图与数字的意义就更大了。例如,在一种多少类似于我们所讨论的金属中(指表中所列的金属),能够记录到工作温度的较小差别可以引起金属的应变硬化性能发生显著的变化。

在选择一种用于某个特定工作条件的材料时,必须记住,延性材料能最好地抵抗(实际上是容忍)塑性变形而不发生破坏,而高强度材料在载荷作用下则表现出完全弹性。所谓韧性材料是一种理想材料,因为它既能塑性变形,又能经受高应力。图 136 中示意地指出延性材料、高强度材料与韧性材料的相对疲劳性能。这些草图展示出,寿命范围可能需要作一番重要的考虑。例如,在长寿命范围内,塑性应变很小,因此材料对塑性变形的忍受能力比起它的强度来是次要的。当然,破坏仍然是由塑性应变引起的。

大多数金属的曲线在应变幅值为 0.01 时,循环寿命大约为 1000 次处彼此交叉<sup>[17,30]</sup>。寿命曲线上这个近似的公共点(图 136a)不可能在定量的物理基础上作出解释。定性地说,它表明在单个材料中,高的强度与高的延性在某种程度上是互相排斥的。这样的结论好象是合乎逻辑的,但也不必悲观。有大量的证据表明,在钢中可以同时得到高强度与高延性。这些迹象表明在这个领域内进一步的改进是可以指望的<sup>[31,32,84]</sup>。

在任何能够出现断裂的情况中,强度与延性的问题是极端重要的。从实用的观点来看,不是绝对需要在材料中每个地方同时具有理想的高强度与高延性。理由是大多数的工程结构主要是传递载荷的装置,在这种结构中只有在应力集中的小区域内才需要高延性。为进一步讨论这个问题,让我们来研究一个简单的例子——如图 137 所示的带圆孔的板。外加应力可以是静态的或是循环变化的。不管延性材料有何长处,这板必须经受住外加载荷而不破坏。只有在最小横截面

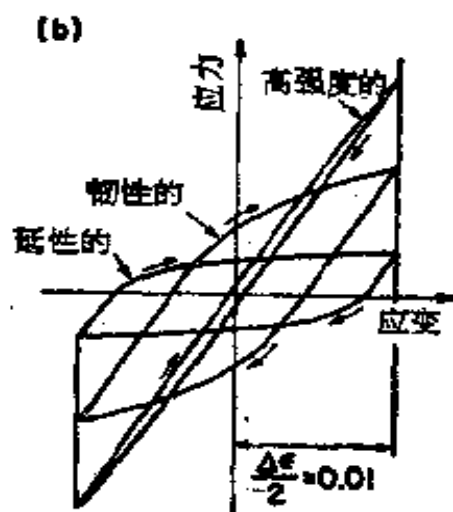
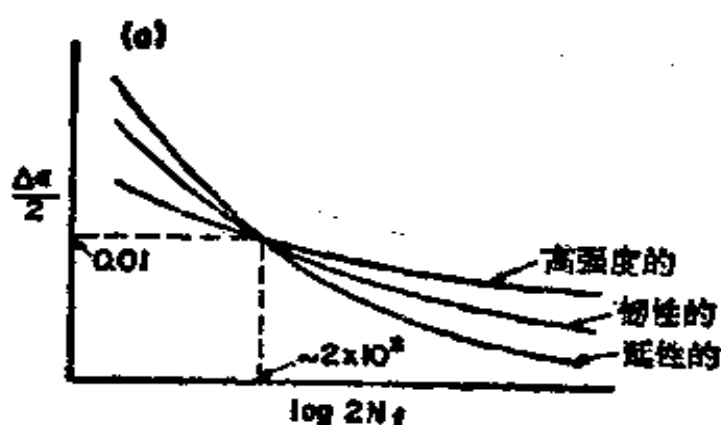


图 136 循环应变抗力的示意图(蒙美国材料试验学会同意, 引自 Landgraf; 金属与合金中的高疲劳强度)

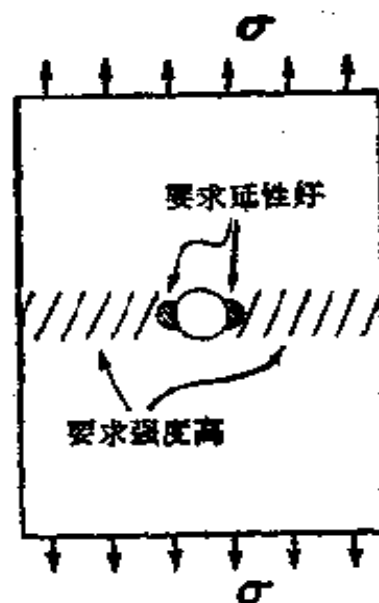


图 137 在最小横截面处要求强度与延性分离

中大部分材料是高强度的, 才能做到这一点. 孔边的应力集中则要求危险区域能容许塑性变形. 在控制循环外载荷下, 缺口区域经受着控制应变, 这也要求材料在孔边处具有延性.

因此, 对于一个复杂的构件, 理想的情况应该是让高强度部分与延性部分彼此分离, 如图 137 所示. 按照这种安排, 两个不同的区域有如下述那样互相补充. 高强度的部分经受大部分载荷而不产生很大变形. 由于塑性变形减弱了应力集中从而防止了裂缝形成与整个零件可能发生的灾难性破坏. 同

时,危险区域内的塑性应变也不会过大,这是因为周围高强度材料起了约束变形的作用。因此,在缺口区域不要求高强度,然而配合高延性可以提高断裂韧性<sup>[72]</sup>。

在一给定的结构构件内人为地分布强度需要使用复合材料。这种复合材料可以用两种不同的材料做成。如果能够适当地改变构件内各处的机械性能的话,也可以用单一的材料。例如,改变晶粒大小有可能提供希望的机械性能。疲劳强度(在控制载荷之下)取决于晶粒大小,如图 138 所示。因此,如果除去应力集中的危险区域外,其余各处的晶粒尺寸都是小的话,就可以提高一个复杂构件的全面承载能力。

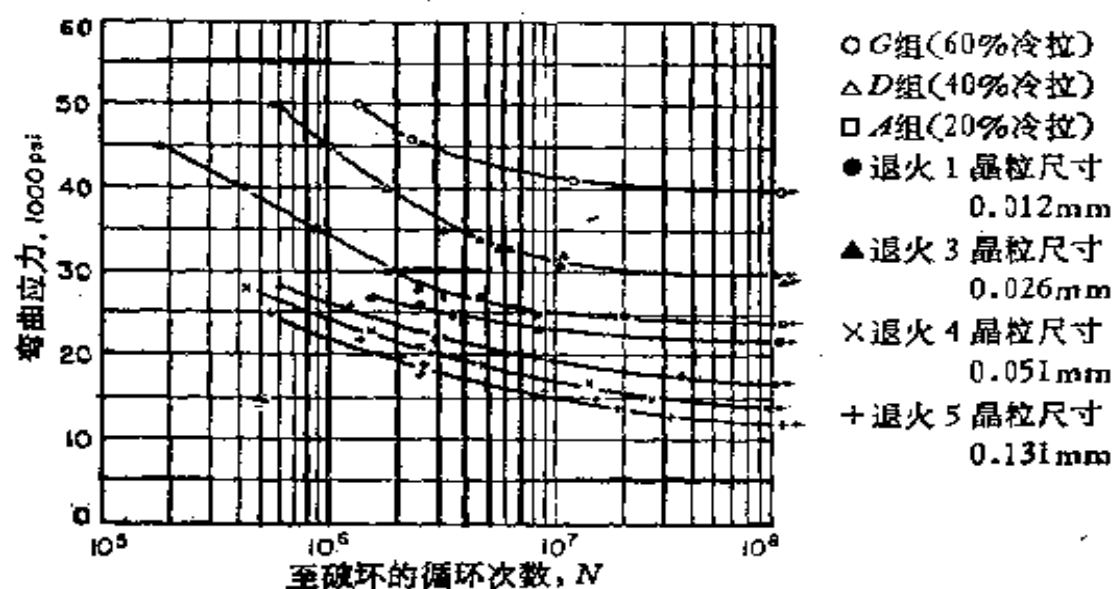


图 138 晶粒大小与冷加工对 70—30 黄铜弯曲疲劳强度的影响(蒙美国金属学会同意,引自 Sinclair 与 Craig: 晶粒大小对  $\alpha$  黄铜加工硬化与疲劳特性的影响)

当然,这个简短的讨论不可能包括所有与选择材料有关的许多问题。这里旨在强调几个基本概念。一是在必需传递载荷时,最好使用高强度材料,而延性材料最适宜于经受强加的变形而不致破坏。另一点值得记住的是,在使材料与施加的控制条件相适应的时候,必须把小区域内存在的危险情况

考虑进去。

## § 9.4 减轻疲劳损伤

如果能无限地推迟发生疲劳破坏的时间，这将是人类对控制疲劳问题可能达到的最高水准<sup>[46,66]</sup>。从概念上讲，这并不意味着所有工作应力都应该低到足以让它得到无限长的寿命。为了经济地使用材料，施加在材料上的应力应尽可能地高，这意味着损伤累积是不可避免的。在这种情况下，只有定期地修复损伤或人为地减慢损伤过程的速率，才能延长寿命<sup>[66]</sup>。

使裂缝“愈合”是修复损伤可能采用的一种方法。例如，裂缝表面可能由于冷焊压合在一起，但作为一种人工修复的方法不是很实用的，因为表面裂缝的氧化层妨碍材料在这个危险部位愈合。当把裂缝面压在一起时，它的粗糙表面也使它们不能很好地贴合。

另一种可能的但基本上属于待探索的修复裂缝的方法是在裂缝的缝隙里注入某种能够阻止裂缝扩展的材料。显然，这种过程只能用于可达的表面，而这些地方通常正是裂缝形成的地方。

消除表面裂缝最极端的方法是把含有裂缝的或即将破坏的一层材料去掉<sup>[60,73]</sup>。虽然承载的材料减少了，但因为减小了材料中应力集中的严重性和数目，材料的寿命反而得到改善，所以这个方法还是很实用的。这类消除裂缝方法的另一个实用方面是，在消除裂缝的过程中可以产生有利的残余应力。去掉一层材料的最简单的方法是机械抛光或其它的再加工方法，这种加工使表面进行了冷加工并在表面上留下压缩应力。即使在低循环疲劳中，再加工也可有效地延长疲劳寿

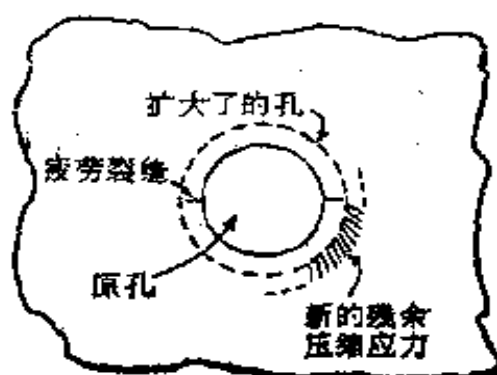


图 139 用再加工的方法减轻疲劳损伤

命<sup>[60]</sup>。在图 139 中说明有时采用的再加工的一个实例。当观察到裂缝时，可以把孔的尺寸扩大一些。这样就减轻了应力集中并在孔周围留下压缩应力层。如果不容许裂缝增长，这样一种方法是有价值的。为了得到最佳效果，也许必须频繁地进行扩孔。遗憾的是，现在还没有足够的资料来确定这种间歇性的修理方法预期可以达到的效果。

当然，可以不必等裂缝出现就定期地用再次机械加工的方法得到有利的压缩残余应力。如果这些应力由于循环塑性应变逐渐趋于消失，可以在疲劳寿命期间多次间歇使用喷丸操作重新引入所期望的应力。很自然，这是预防损伤而不是实际修理。这样的处理只有在塑性应变不大时才是合理的。否则，残余应力会很快消失。

显然，任何延迟疲劳损伤累积的努力应该从控制循环塑性应变水平着手。在控制应力下进行的低碳钢循环应变时效的试验中，有过用减小塑性应变来延长疲劳寿命的定量例子<sup>[65]</sup>。应变时效使金属变强，因此在给定应力幅值下，循环塑性应变减小了。采用以实际塑性应变与疲劳延性指数为基础的累积损伤计算可以准确地估算出寿命最终延长了多少。这样的例子增强了以下的信念：只有在循环应力达到引起塑性应变的程度，它才成为疲劳损伤的原因。

值得记取的是疲劳延性指数在人为地影响疲劳寿命中所起的作用。对于大多数金属,指数的大小约为 0.5。这样一条经验法则可以表明塑性应变的变化对期望寿命的关系。对一给定的金属,不管应力幅值如何,寿命增加的倍数大概是塑性应变减小倍数的平方。例如,如果我们想使寿命增加两个数量级,这就要求循环塑性应变幅值大约降低一个数量级,自然这是很难达到的。

一般说来,在可能减轻损伤的方法中没有一个是解决疲劳问题的最终方法。尽管如此,由于以下两个原因,这些方法仍然是有价值的。首先,它们能帮助对疲劳损伤的起因提出某种新的理解。例如,在寿命期间间歇地进行表面处理的效果表明了表面上开始发生损伤的相对重要性。其次,减轻损伤提供了一个不断地改善材料疲劳性能的可能性。一种方法是否实用取决于许多因素,而这些因素设计者是很清楚的。这个方法的潜力可以用加油这一粗略的比喻来说明。跑动的车辆很少带上它们整个使用期间所需要的全部燃料。可以想象,承载结构也能定期地恢复其承载能力。这与一开始就给结构和机械零件提供整个使用期间所需要的全部强度或延性的现行做法截然不同。

## 结 束 语

在研究材料的疲劳时,有这么两个概念是非常有用的.一是循环加载能够改变材料的应力-应变特性曲线. 疲劳寿命可能是有决定意义的,它只是材料循环性能的最终表现. 另一个概念是,疲劳损伤是循环塑性应变引起的,只有在循环应力大到使材料产生塑性变形时,才会引起疲劳损伤.

现在有充分的资料帮助人们去了解塑性应变在疲劳中的作用. 然而,现在的技术水平还不能够在各种各样的情况下对循环塑性应变进行精确的测量. 尤其要提出下面两个重要问题: 一个是还不能对极小的循环塑性应变进行例行的测量与控制. 当应变幅值在  $10^{-4}$  左右或小于  $10^{-4}$  时,通常就会发生困难;另一个是,即使塑性应变是大的,但如果它们是集中在很小的体积上,例如在缺口根部区域内时,也会出现严重问题. 很自然,当必须在高度局限的区域内测量极小的应变时,将对测量设备提出最大的挑战. 只有在这些困难问题得到圆满解决后,才有可能精确地分析与预测疲劳损伤过程.



## 参 考 文 献

1. Almen, J. O., and Black, P. H., *Residual Stresses and Fatigue in Metals*, McGraw-Hill, New York, 1963.
2. Avery, D. H., and Backofen, W. A., in *Fracture of Solids*, John Wiley & Sons, New York, 1963.
3. Benham, P. P., "Fatigue of Metals Caused by a Relatively Few Cycles of High Load or Strain Amplitude," *Metallurgical Reviews*, Vol. 3, No. 11, 1958, pp. 203-234.
4. Byars, E. F., and Snyder, R. D., *Engineering Mechanics of Deformable Bodies*, International Textbook Co., 1969.
5. Coffin, L. F., Jr., "Low Cycle Fatigue: A Review," *Applied Materials Research*, Vol. 1, No. 3, Oct. 1962, pp. 129-141.
6. Coffin, L. F., Jr., "The Influence of Mean Stress on the Mechanical Hysteresis Loop Shift of 1100 Aluminum," *Journal of Basic Engineering* (Series D of Transactions of the ASME), Vol. 86, Dec. 1964, pp. 673-680.
7. Coffin, L. F., Jr., "The Stability of Metals Under Cyclic Plastic Strain," *Journal of Basic Engineering* (Series D of Transactions of the ASME), Vol. 82, Dec. 1960, pp. 671-682.
8. Corten, H. T., and Dolan, T. J., "Cumulative Fatigue Damage," *Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals*, The Institution of Mechanical Engineers, London, 1956, pp. 235-246.
9. Cottrell, A. H., *Dislocations and Plastic Flow in Crystals*, Oxford University Press, Oxford, 1953.
10. Crews, J. H., Jr., and Hardrath, H. F., "A Study of Cyclic Plastic Stresses at a Notch Root," *Experimental Mechanics*, Vol. 6, No. 6, June 1966, pp. 313-320.
11. Dieter, G. E., Jr., *Mechanical Metallurgy*, McGraw-Hill, New York, 1961.
12. Dolan, T. J., "Designing Structures to Resist Low Cycle Fatigue," Paper No. W71-22.3, ASM-SME 1971 Western Metal and Tool Conference, Los Angeles, March 1971.
13. Dolan, T. J., "Nonlinear Response Under Cyclic Loading Conditions," *Proceedings of the Ninth Midwestern Mechanics Conference*, Madison, Wisconsin, Aug. 1965, pp. 2-21.

14. Endo, T., and Morrow, JoDean, "Cyclic Stress-Strain and Fatigue Behavior of Representative Aircraft Metals," *Journal of Materials*, Vol. 4, No. 1, March 1969, pp. 159-175.
15. Eul, W. A., and Woods, W. W., "Shear Strain Properties to  $10^{-10}$  of Selected Optical Materials," NASA Report CR-1257, The Boeing Company for the National Aeronautics and Space Administration, 1969.
16. *Fatigue Design Handbook*, ed. J. A. Graham, Society of Automotive Engineers, New York, 1968.
17. Feltner, C. E., and Landgraf, R. W., "Selecting Materials to Resist Low Cycle Fatigue," ASME Paper No. 69-DE-59, American Society of Mechanical Engineers, 1969.
18. Feltner, C. E., and Morrow, JoDean, "Microplastic Strain Hysteresis Energy as a Criterion for Fatigue Fracture," *Journal of Basic Engineering* (Series D of Transactions of the ASME) Vol. 83, March 1961, pp. 15-22.
19. Forrest, P. G., *Fatigue of Metals*, Pergamon Press, Oxford, 1962.
20. Freudenthal, A. M., and Heller, R. A., "On Stress Interaction in Fatigue and a Cumulative Damage Rule," *Journal of Aero-Space Science*, Vol. 26, No. 7, 1959, pp. 431-442.
21. Gain, B. R., and Sinclair, G. M., "The Effect of Temperature on Cycle Dependent Deformation," ASME Paper No. 66-MET-7, American Society of Mechanical Engineers, 1966; See also Report No. 273, Department of Theoretical and Applied Mechanics, University of Illinois, Urbana, Dec. 1964.
22. Gough, H. J., *The Fatigue of Metals*, Scott, Greenwood, and Son, London, 1924.
23. Grosskreutz, J. C., in *Fatigue: An Interdisciplinary Approach*, Syracuse University Press, Syracuse, New York, 1964.
24. Grover, H. J., *Fatigue of Aircraft Structures*, NAVAIR 01-1A-13, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., 1966.
25. Halford, G. R., "The Energy Required for Fatigue," *Journal of Materials*, Vol. 1, No. 1, March 1966, pp. 3-18.
26. Hardrath, H. F., in *Fatigue: An Interdisciplinary Approach*, Syracuse University Press, Syracuse, New York, 1964.
27. Harting, D. R., "The —S/N— Fatigue-life Gage: A Direct Means of Measuring Cumulative Fatigue Damage," *Experimental Mechanics*, Vol. 6, No. 2, Feb. 1966, pp. 19A-24A.
28. Hertzberg, R. W., in *Fatigue Crack Propagation*, ASTM STP 415, American Society for Testing and Materials, 1967, pp. 205-225.

29. Hinton, R. W., "Stress Relaxation and Cyclic Hardening of 12Ni-5Cr-3Mo Maraging Steel During Low Cycle Fatigue," *Transactions Quarterly*, American Society for Metals, Vol. 61, 1968, pp. 176-183.
30. Hubbard, R. P., "Crack Growth Under Cyclic Compression," *Journal of Basic Engineering* (Series D of Transactions of the ASME), Vol. 91, Dec. 1969, pp. 625-631.
31. Ivanova, V. S., and Gordienko, L. K., *New Ways of Increasing the Strength of Metals*, The Iron and Steel Institute, England, 1968. Translation of 'Novye Puti Povyshenie Prochnosti Metallov,' originally published by Izdatelstvo 'Nauka,' Moscow, 1964.
32. Koppenaal, T. J., "The Current Status of Thermomechanical Treatment of Steel in the Soviet Union," *Transactions Quarterly*, American Society for Metals, Vol. 62, 1969, pp. 24-37.
33. Laird, C., in *Fatigue Crack Propagation*, ASTM STP 415, American Society for Testing and Materials, 1967, pp. 131-180.
34. Landgraf, R. W., in *High Fatigue Resistance in Metals and Alloys*, ASTM STP 467, American Society for Testing and Materials, 1970, pp. 3-36.
35. Landgraf, R. W., "Effect of Mean Stress on the Fatigue Behavior of a Hard Steel," Report No. 662, Department of Theoretical and Applied Mechanics, University of Illinois, Urbana, Jan. 1966.
36. Landgraf, R. W., Scientific Laboratory, Ford Motor Co., Dearborn, Mich. Private communication, 1970.
37. Landgraf, R. W., Morrow, JoDean, and Endo, T., "Determination of the Cyclic Stress-Strain Curve," *Journal of Materials*, Vol. 4, No. 1, March 1969, pp. 176-188.
38. Manson, S. S., "Fatigue: A Complex Subject—Some Simple Approximations," *Experimental Mechanics*, Vol. 5, No. 7, July 1965, pp. 193-226.
39. Manson, S. S., "Interfaces Between Fatigue, Creep, and Fracture," *International Journal of Fracture Mechanics*, Vol. 2, No. 1, 1966, pp. 327-363.
40. Manson, S. S., *Thermal Stress and Low-Cycle Fatigue*, McGraw-Hill, New York, 1966.
41. Manson, S. S., Freche, J. C., and Ensign, C. R., in *Fatigue Crack Propagation*, ASTM STP 415, American Society for Testing and Materials, 1967, pp. 384-412.
42. *Manual on Low Cycle Fatigue Testing*, ASTM STP 465, American Society for Testing and Materials, 1969.
43. Marin, J., Borachia, P., and Rimrott, U. A., "The Effect of

- Stress Cycling on the Static Mechanical Properties of SAE 4340 Steel," *Proceedings, American Society for Testing Materials*, Vol. 59, 1959, pp. 662-673.
44. Martin, D. E., "An Energy Criterion for Low-Cycle Fatigue," *Journal of Basic Engineering* (Series D of Transactions of the ASME) Vol. 83, Dec. 1961, pp. 565-571.
  45. McMillan, J. C., and Hertzberg, R. W., in *Electron Fractography*, ASTM STP 436, American Society for Testing and Materials, 1968, pp. 89-123.
  46. *Metal Fatigue Damage: Mechanism, Detection, Avoidance, and Repair*, ed. S. S. Manson, ASTM STP 495, American Society for Testing and Materials, 1971.
  47. Miner, M. A., "Cumulative Damage in Fatigue," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 12, 1945.
  48. Morrow, JoDean, in *Internal Friction, Damping, and Cyclic Plasticity*, ASTM STP 378, American Society for Testing and Materials, 1965, pp. 45-87.
  49. Morrow, JoDean, "Fatigue Properties of Metals," unpublished draft submitted to the Fatigue Design Committee of SAE ISTC Division 4, April, 1964.
  50. Morrow, JoDean, Halford, G. R., and Millan, J. F., "Optimum Hardness for Maximum Fatigue Strength of Steel," *Proceedings, First International Conference on Fracture*, Sendai, Japan, 1965, Vol. 3, pp. 1611-1635.
  51. Morrow, JoDean, and Sinclair, G. M., "Cycle-Dependent Stress Relaxation," ASTM STP 237, American Society for Testing and Materials, 1958, pp. 83-109.
  52. Nair, K. D., and LeMay, I., in *Electron Microfractography*, ASTM STP 453, American Society for Testing and Materials, 1969, pp. 134-146.
  53. Neuber, H., *Theory of Notch Stresses: Principles for Exact Stress Calculation*, trans. from the German by F. A. Raven for the David Taylor Model Basin, U.S. Navy, 1945. Also published by Edwards Brothers, Ann Arbor, Michigan, 1946.
  54. Ohji, K., Müller, W. R., and Marin, J., "Cumulative Damage and Effect of Mean Strain in Low-Cycle Fatigue of a 2024-T351 Aluminum Alloy," *Journal of Basic Engineering* (Series D of Transactions of the ASME) Vol. 88, Dec. 1966, pp. 801-810.
  55. Osgood, C. C., *Fatigue Design*, Wiley-Interscience, New York, 1970.
  56. Palmgren, A., "Die Lebensdauer von Kugellagern," *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, Vol. 68, 1924.

57. Paris, P. C., and Erdogan, F., "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws," *Journal of Basic Engineering* (Series D of *Transactions of the ASME*) Vol. 85, Dec. 1963, pp. 528-534.
58. Peterson, R. E., *Stress Concentration Design Factors*, John Wiley & Sons, New York, 1953.
59. Raske, D. T., and Morrow, JoDean, in *Manual on Low Cycle Fatigue Testing*, ASTM STP 465, American Society for Testing and Materials, 1969, pp. 1-26.
60. Raymond, M. H., and Coffin, L. F., Jr., "Geometrical Effects in Strain Cycled Aluminum," *Journal of Basic Engineering* (Series D of *Transactions of the ASME*) Vol. 85, 1963, pp. 548-554.
61. Rice, J. R., in *Fatigue Crack Propagation*, ASTM STP 415, American Society for Testing and Materials, 1967, pp. 247-311.
62. Richard, T. G., and Sandor, B. I., "The Cyclic Stress-Strain Response of High Strength Cast Iron," *Proceedings, International Conference on Mechanical Behavior of Materials*, Kyoto, Japan, 1971, in press.
63. Richards, C. W., *Engineering Materials Science*, Wadsworth Publishing Co., Belmont, Calif., 1961.
64. Sachs, G., in *Fracturing of Metals*, American Society for Metals, Cleveland, 1948.
65. Sandor, B. I., in *Achievement of High Fatigue Resistance in Metals and Alloys*, ASTM STP 467, American Society for Testing and Materials, 1970, pp. 254-275.
66. Sandor, B. I., and Morrow, JoDean, "Alleviation of Fatigue Damage," *Proceedings, Third Conference on Dimensioning and Strength Calculations*, Budapest, 1968, pp. 215-225.
67. Schijve, J., in *Fatigue Tests of Aircraft Structures: Low-Cycle, Full-Scale, and Helicopters*, ASTM STP 338, American Society for Testing and Materials, 1963, pp. 193-215.
68. Serensen, S. V., and Shneiderovitch, R. M., "Design of Construction Elements Under Low-Cycle Loading," *Proceedings, Third Conference on Dimensioning and Strength Calculations*, Budapest, 1968, pp. 227-234.
69. Sinclair, G. M., and Craig, W. J., "Influence of Grain Size on Work Hardening and Fatigue Characteristics of Alpha Brass," *Transactions Quarterly*, American Society for Metals, Vol. 44, 1952, pp. 929-948.
70. Smith, C. R., *Tips on Fatigue*, NAVWEPS 00-25-559, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., 1963.
71. Swanson, S. R., "Random Load Fatigue Testing: A State of



- the Art Survey," *Materials Research and Standards*, Vol. 8, No. 4, April 1968.
72. Tetelman, A. S., and McEvily, A. J., Jr., *Fracture of Structural Materials*, John Wiley & Sons, New York, 1967.
  73. Thompson, N., and Wadsworth, N. J., "Metal Fatigue," *Advances in Physics* (Quarterly supp., *Philosophical Magazine*), Vol. 7, No. 25, Jan. 1958, pp. 72-169.
  74. Topper, T. H., and Biggs, W. D., "The Cyclic Behavior of Mild Steel at Low Endurances," *Applied Materials Research*, Vol. 5, No. 3, July 1966, pp. 131-137.
  75. Topper, T. H., and Sandor, B. I., in *Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life*, ASTM STP 462, American Society for Testing and Materials, 1970, pp. 93-104.
  76. Topper, T. H., Sandor, B. I., and Morrow, JoDean, "Cumulative Fatigue Damage Under Cyclic Strain Control," *Journal of Materials*, Vol. 4, No. 1, March 1969, pp. 189-199.
  77. Topper, T. H., Wetzel, R. M., and Morrow, JoDean, "Neuber's Rule Applied to Fatigue of Notched Specimens," *Journal of Materials*, Vol. 4, No. 1, March 1969, pp. 200-209.
  78. Tucker, L. E., and Olberts, D. R., "Fatigue Properties of Gray Cast Iron," Paper No. 690471, Mid-Year Meeting, Society of Automotive Engineers, Chicago, May 1969.
  79. Valluri, S. R., "Some Recent Developments at GALCIT Concerning a Theory of Metal Fatigue," *Acta Metallurgica*, Vol. 11, 1963, pp. 759-775.
  80. Vitovec, F. H., "Effect of Relaxation on the Behavior of Materials Under Combined Alternating and Static Stress," *Journal of Basic Engineering* (Series D of *Transactions of the ASME*) Vol. 82, June 1960, pp. 441-446.
  81. Weiss, V., Sessler, J., and Packman, P., "Effect of Several Parameters on Low Cycle Fatigue Behavior," *Acta Metallurgica*, Vol. 11, July 1963, pp. 809-816.
  82. Wetzel, R. M., "Smooth Specimen Simulation of the Fatigue Behavior of Notches," *Journal of Materials*, Vol. 3, No. 3, Sept. 1968, pp. 646-657.
  83. Whiteson, B. V., Phillips, A., Kerlins, V., and Rawe, R. A., in *Electron Fractography*, ASTM STP 436, American Society for Testing and Materials, 1968, pp. 151-178.
  84. Zackay, V. F., Parker, E. R., Fahr, D., and Busch, R., "The Enhancement of Ductility in High-Strength Steels," *Transactions Quarterly*, American Society for Metals, Vol. 60, No. 1, March 1967, pp. 252-259.