天津城市建设学院学报 第 14 卷 第 2 期 2008 年 6 月
Journal of Tianjin Institute of Urban Construction Vol.14 No.2 Jun. 2008

土木工程

基于灰色模型的滑坡变形预测

张䓢毅
（天津城市建设学院 建筑设计研究院，天津 300384）

摘要：详细讨论了灰色模型 GM（1，1）与基于权的一阶一元灰色预测模型 pGM（1，1）的基本内容及建模过程，并成功地将两模型应用于三峡库区某滑坡水平位移监测的预测预报，相应地用 MATLAB 编写了灰色系统预测程序，便于实际应用. 实践证明，灰色预测模型在滑坡预测预报中具有较高的应用价值.

关 键 词：滑坡；灰色系统模型；预测程序；短期变形预测
中图分类号：P642.22 **文献标识码**：A **文章编号**：1006-6853(2008)02-0114-04

滑坡是一种严重的自然灾害. 水电工程中的滑坡等岸坡稳定问题不仅对坝址选择、枢纽布置、工程施工有着很大的控制作用，而且对工程效益的正常发挥也起着重要的制约作用. 据不完全统计，目前我国三峡工程中正在变形的边坡有近百处. 由于滑坡变形发展的不确定性，其变形量和稳定性的评价与预测具有很大的不确定性. 因此，结合监测手段，预测滑坡随时间的位移变化，用数学模型和数学序列的潜在信息进行定量预测，已成为滑坡预测的重要研究方法和预报的有效方法[1].

滑坡预报是在充分掌握地质条件的基础上，选择代表整个滑坡变形状态的关键点的位移时序资料，并经计算、分析、归纳判断，对滑坡变形趋势及失稳时间做出预测的一门学科. 研究表明，当观测数列较长时，各种数学建模方法通常均可获得满意的预报结果. 但对于短数据序列，由于信息量少、规律性不强，使得某些方法（如统计预测法）存在较大难度，在此情况下灰色预测模型就具有较大的优越性. 目前，人们通常采用灰色模型 GM（1，1）（grey model，简称 GM）进行变形预测，它是对实测得到的原始随机变化量进行累加处理（accumulating generation operator，简称 AGO）或累减处理（inverse accumulating generation operator，简称 IAGO），而不是采用原始的离散数据序列直接建立递推的离散模型[2]. 由于紧邻值的前值和后值之间可能会出现突变量，因此采用紧邻加权平均值作为背景值与传统的灰色模型进行比较. 根据新的背景值取法，将 GM（1，1）模型扩展为 pGM（1，1）模型（parameter grey model），并用该模型进行了实际的滑坡变形预测.

1 两种预测模型的建模过程

1.1 GM（1，1）模型

灰色系统理论认为，任何随机过程都是在一定幅值范围和一定时区范围内逐渐变化的灰色量，并把随机过程看作灰色过程. 它是通过原始数据的整理来寻求其变化规律的，这种数据寻找实现的规律称为灰色序列的生成. 各类系统由于经常受到外界不确定因素的干扰和影响，因此，在不同时刻对系统的观察、测量所得到的数据是不一样的，即呈现出离乱的现象. 离乱的数据列被灰色理论称之为灰色数列，或者灰色过程. 对灰色过程建立的模型，称之为灰色模型.

对于滑坡变形来说，是将实测得到的离散的、随机的原始位移时间序列经过累加处理，得到规律性较强的累加生成序列. 再根据该序列，建立灰色微分方程，然后通过对数据序列的拟合，求得灰色微分方程的系数，从而获得灰色预测微分方程，最后将灰色预测微分方程的计算结果进行累减还原后，即可得到位移预测值[3-4].

设 $x_{(t)}^{(0)}$ 是给定的原始序列值，$x_{(t)}^{(1)}$ 为其累加生成的序列值，$t=1,2,\cdots,n$，$x_{(i)}^{(1)}=\sum_{k=0}^{i}x_{(k)}^{(0)}$.

$x_{(t)}^{(0)}, x_{(t)}^{(1)}$ 为微分方程 GM（1，1）点源的拟合值，

收稿日期：2007-12-13；**修订日期**：2008-03-11
作者简介：张䓢毅（1981—），男，天津人，天津城市建设学院助理工程师.

$\hat{x}^{(1)}_{(t)}$ 为微分方程 GM（1，1）模型的拟合值，$\hat{x}^{(0)}_{(t)}$ 为还原值.

邓聚龙[2]提出 GM（1，1）模型的微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}x^{(1)}}{\mathrm{d}t}+ax^{(1)}=u \tag{1}$$

假设 $\boldsymbol{\beta}=(a,u)^{\mathrm{T}}=(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_n$

$$\boldsymbol{Y}_n=(x^{(0)}_{(2)},\ x^{(0)}_{(3)},\cdots,x^{(0)}_{(n)})^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}-\dfrac{x^{(1)}_{(2)}+x^{(1)}_{(1)}}{2} & 1\\ -\dfrac{x^{(1)}_{(3)}+x^{(1)}_{(2)}}{2} & 1\\ \vdots & \vdots\\ -\dfrac{x^{(1)}_{(n)}+x^{(1)}_{(n-1)}}{2} & 1\end{bmatrix}$$

解出 $\boldsymbol{\beta}$ 后，求微分方程（1），得

$$\hat{x}^{(1)}_{(t+1)}=(x^{(0)}_{(1)}-\frac{u}{a})\mathrm{e}^{-at}+\frac{u}{a} \tag{2}$$

还原数列为

$$\hat{x}^{(0)}_{(t+1)}=\hat{x}^{(1)}_{(t+1)}-\hat{x}^{(1)}_{(t)}\qquad t=1,2,\cdots,n \tag{3}$$

其中：$\hat{x}^{(0)}_{(1)}=\hat{x}^{(1)}_{(1)}$.

许多学者研究指出 GM（1，1）不适于高速发展的数据建模，文献[2]证明了$|a|<2$. 但实践中$|a|$都是很小的，很难超过 0.5. 这是因为发展系数反映了原始数据的增长率，从下式可看出

$$1-\frac{\hat{x}^{(0)}_{(k+1)}}{\hat{x}^{(0)}_{(k)}}=1-\frac{\hat{x}^{(1)}_{(k+1)}-\hat{x}^{(1)}_{(k)}}{\hat{x}^{(1)}_{(k)}-\hat{x}^{(1)}_{(k-1)}}=1-\frac{\mathrm{e}^{-ak}-\mathrm{e}^{-a(k-1)}}{\mathrm{e}^{-a(k-1)}-\mathrm{e}^{-a(k-2)}}=$$

$$1-\mathrm{e}^{-a}=\mathrm{const} \tag{4}$$

在$|a|<0.5$ 时，增长率(const)在−64.87%~39.35%之间，绝大多数数据序列的变化不会超出这个范围. 另外，刘思峰等人[5]的研究也指出，当$|a|>0.5$ 时，GM（1，1）已不适于作为预测模型.

1.2　pGM（1，1）模型

设有原始数据序列 $x^{(0)}=\{x^{(0)}_{(1)},x^{(0)}_{(2)},\cdots,\ x^{(0)}_{(n)}\}$，将该序列作一次累加生成为 $x^{(1)}=\{x^{(1)}_{(1)},x^{(1)}_{(2)},\cdots,x^{(1)}_{(n)}\}$. 对该序列建立 pGM（1，1）模型的白化方程为

$$z'_{(t+1)}=px_{(t+1)}+(1-p)x_{(t)} \tag{5}$$

式（5）中，灰参数的白化值为 $\boldsymbol{\beta}=[a,u]^{\mathrm{T}}$. 取定最佳的权值 p，生成背景序列为

$$z'=\{-z'_{(2)},-z'_{(3)},\cdots,-z'_{(n)}\}$$

用最小二乘法求得灰参数的白化值为

$$\boldsymbol{\beta}=[a,u]^{\mathrm{T}}=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}$$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-z'_{(2)} & -z'_{(3)} & \dots & -z'_{(n)}\\ 1 & 1 & \dots & 1\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{B}=[x^{(0)}_{(2)},x^{(0)}_{(3)},\cdots,x^{(0)}_{(n)}]^{\mathrm{T}}$$

求得灰参数后，代入式（1），得出微分方程的解

$$\hat{x}^{(1)}_{(t+1)}=(x^{(0)}_{(1)}-\frac{u}{a})\mathrm{e}^{-at}+\frac{u}{a} \tag{6}$$

设 $\hat{x}^{(1)}_{(t+1)}$ 为模型计算值，对 $\hat{x}^{(1)}_{(t+1)}$ 做累减生成，可以得到模型模拟值或预测值 $\hat{x}^{(0)}_{(t+1)}$，即

$$\begin{cases}\hat{x}^{(0)}_{(1)}=\hat{x}^{(1)}_{(0)}\\ \hat{x}^{(0)}_{(t+1)}=(1-\mathrm{e}^{a})(y^{(0)}_{(1)}-\dfrac{u}{a})\mathrm{e}^{-at}=\hat{x}^{(1)}_{(t+1)}-\hat{x}^{(1)}_{(t)}\end{cases} \tag{7}$$

式（7）就是 pGM（1，1）模型的具体计算公式.

1.3　模型参数计算

在建立 pGM（1，1）模型的白化方程的基础上，取 $p^0=0.5$，按 GM（1，1）模型进行建模，求得灰参数近似值 $\hat{a}^0=[a^0,u^0]^{\mathrm{T}}$ 及模型的近似值，写成离散形式

$$x^{(0)}_{(k+1)}=-a[px^{(1)}_{(k+1)}+(1-p)x^{(1)}_{(k)}]+u=$$

$$-apx^{(0)}_{(k+1)}-ax^{(0)}_{(k)}+u \tag{8}$$

即

$$x^{(0)}_{(k+1)}=\frac{1}{1+ap}(u-ax^{(0)}_{(k)})\quad(k=1,2,\cdots,n-1) \tag{9}$$

一般认为，在短期变形预测时，变量之间不会出现突变量，当然这只是一种相对的短时间概念，对于一些特殊场合，在实际过程中仍不可避免会出现突变量的情况. 为了提高模型的预测精度，可采用以 $x_{(t+1)}$ 与 $x_{(t)}$ 的加权平均值作为背景值，公式为

$$z'_{(t+1)}=px_{(t+1)}+(1-p)x_{(t)} \tag{10}$$

最佳权 p 根据原始值与模型预测值之间的模拟相对误差（参差）

$$x_{\mathrm{cancha}(n)}=\left|\frac{\hat{x}^{(0)}_{(n)}-x^{(0)}_{(n)}}{x^{(0)}_{(n)}}\right| \tag{11}$$

使其平均达到最小来确定. 依据新背景值的取值方法所建的 GM（1，1）模型称为 pGM（1，1）模型.

当公式（10）中的权值 p 为 0.5 时，pGM（1，1）模型就变为 GM（1，1）模型，故 GM（1，1）模型是 pGM（1，1）模型的一个特例[6].

确定最佳权 p 是建立 pGM（1，1）模型的关键. p 从 0.01 开始，每次递增 0.01，按 pGM（1，1）的建模步骤，依次求出对应的平均模拟相对误差，直到 p=0.99 为止. 这时，通过比较便可以找到最小的平均模拟相对误差及其对应的 p 值（即为最佳的权），然后依式（10）建立相应的预测模型.

2 滑坡预测分析实例

2.1 工程背景

湖北省某三峡库区滑坡，该滑坡面积达 $1.21 \times 10^5\ m^2$. 三峡水库蓄水后，受库区水位回水至 175 m 高程和暴雨的影响，滑体将失稳. 滑坡微地貌特征发育，在后缘形成 5~15 m 基岩陡壁，与整个坡体后缘一起形成马蹄状大圈椅地貌，其延伸方向与坡向大体垂直. 基岩节理面光滑，可见明显擦痕，与主滑方向大体一致；滑坡体后缘由于滑移作用形成封闭洼地，成为后缘坡体雨水入渗的有效通道.

根据相关单位提供的资料，滑坡主要由第四系崩滑（Qcd-pl）、洪积（Qpl）堆积层组成. 滑坡位于中—强风化基岩顶面附近，上陡下缓，上部平均坡角 25°左右，下部仅 2° ~ 4°. 滑带的组成物质为基岩面上粉质粘土夹碎石，呈次圆状，具弱定向排列. 滑带土线性擦痕明显，粘土矿物具定向排列.

由已有的探测资料分析，虽然此滑坡作为整个滑坡的滑坡带还没有贯通，形成一个整体大滑坡还需要一个变形发展的过程，但应密切注意在暴雨季节或三峡水库三期工程后滑坡的变形发展趋势. 如果发生滑坡，势必造成巨大的生命及财产损失，也将直接影响三峡工程的顺利进行和水库的蓄水量，由此带来的灾难将不堪设想.

2.2 灰色系统预测程序及实例

为便于应用灰色预测模型，根据上述 GM（1，1）和 pGM（1，1）模型，编写了基于 MATLAB[7]的灰色系统预测程序 gm_1_1.m 与 pgm_1_1.m. 这两个程序的主要功能是可根据输入的原始数据列，通过数据处理，得到模型计算值和预测值，并对模型进行精度等级判定.

三峡库区滑坡检测部门对滑坡的 GCZK（7）钻孔和 GCZK（15）钻孔进行长期检测，其 2007－01/09 的水平位移资料序列见表 1.

表 1 滑坡的水平位移观测值 mm

时间/月		1	2	3	4	5	6	7	8	9
位移	GCZK（7）	32.9	30.4	30.2	28.5	27.4	26.3	25.5	25.1	23.9
	GCZK（15）	49.3	48.3	47.4	46.7	45.9	44.0	43.6	42.4	39.2

通过计算，求得原始观测值 $x_{(t)}^{(0)}$ 与 $\hat{x}_{(t)}^{(0)}$ 拟合值之间的灰色相对误差分别为 0.008 5 与 0.013 7. GCZK（7）的 $a = -0.035\,552$，GCZK（15）的 $a = -0.026\,342$，均满足预测模型. GCZK（7）与 GCZK（15）两钻孔 pGM 模型相对应的权值分别为 0.33 与 0.48，对应的相对误差为 0.007 3 与 0.012 1. 两模型的精度满足工程所需的误差要求，相比之下 pGM 模型的精度更高. 如果用此模型，对今后几个月的水平位移值进行预测，应该与实际相符较好. 实测值、计算拟合值列于表 2.

根据灰色理论模型，拟合、预测 GCZK（7）、GCZK（15）的水平位移量，两个模型的对比曲线如图 1–2 所示.

表 2 实测值与拟合、预报结果 mm

时间/月			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
位移	GCZK(7)	原始	32.90	30.40	30.20	28.50	27.40	26.30	25.50	25.10	23.90			
		GM	32.90	30.65	29.58	28.54	27.55	26.58	25.66	24.76	23.89	23.06	22.25	21.48
		pGM	32.90	30.47	29.47	28.39	27.40	26.45	25.53	24.64	23.79	22.96	22.17	21.40
	GCZK(15)	原始	49.30	48.30	47.40	46.70	45.90	44.00	43.60	42.40	39.20			
		GM	49.30	48.91	47.64	46.40	45.20	44.02	42.88	41.76	40.68	39.62	38.59	37.60
		pGM	49.30	48.89	47.62	46.38	45.18	44.00	42.86	41.74	40.66	39.60	38.57	37.57

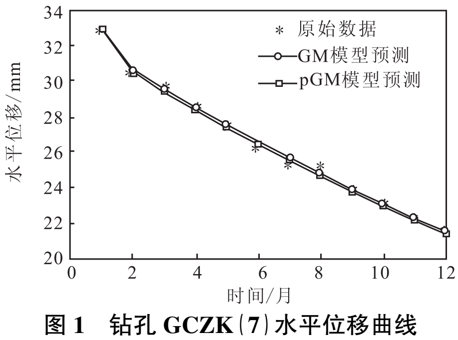

图 1 钻孔 GCZK（7）水平位移曲线

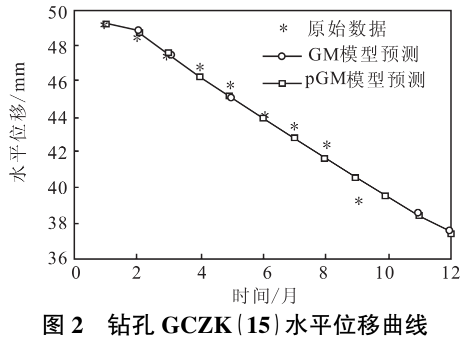

图 2 钻孔 GCZK（15）水平位移曲线

3 结　语

利用灰色系统理论知识，建立了滑坡位移变形的 GM（1，1）模型，并用该模型对滑坡 2007–10/12 的位移变形量进行了预测.

（1）目前预测边坡变形的方法有很多，由于灰色系统理论在评价预测时，不必知道影响边坡变形的因素以及各因素的权值，仅依据实测数据，就可以建立模型进行预测，因而具有一定的实用性.

（2）灰色系统理论可以较准确地预测滑坡在今后一段时期内的位移变形量，为工程建设部门和环境灾害治理部门提供重要的信息，从而及时做出相应的决策. 建议在利用 GM（1，1）模型和 pGM（1，1）模型进行预测计算时，推导预测的数据不宜过多，一般以不超过 3 个数值为宜.

（3）由于灰色系统理论仅依据实测数据就可以建立模型进行预测，而一定时期的实测数据是一定条件下的结果；滑坡的影响因素较多，一旦某个因素发生变化，预测参考价值的真实可靠性就将大打折扣，故应及时根据实测数据，不断调整或更新 GM（1，1）模型，以便提高预测精度.

参考文献：

［1］ 李智毅，杨裕云. 工程地质学概论［M］. 武汉：中国地质大学出版社，1994.

［2］ 邓聚龙. 灰预测与灰决策［M］. 武汉：华中科技大学出版社，2002.

［3］ 蒋　刚，林鲁生，刘祖德，等. 边坡变形的灰色预测模型［J］. 岩土力学，2000，2l（3）：244-251.

［4］ 周家文，徐卫亚，石安池. 高边坡开挖变形的非线性时间序列预测分析［J］. 岩石力学与工程学报，2006，25（1）：2 795-2 800.

［5］ 刘思峰，郭天榜，党耀国. 灰色系统理论及其应用［M］. 2 版. 北京：科学出版社，1999：102-155.

［6］ 蒋永远. 灰色理论在岩石边坡稳定分析和预测中的应用［J］. 土工基础，2003，l7（3）：54-57.

［7］ 尹泽民，丁春利. 精通 MATLAB6.0［M］. 北京：清华大学出版社，2002.

（编辑：胡玲玲）

Grey System Theory Model Based Landslide Deformation Forecasting

ZHANG Qiao-yi

(Architectural Design and Research Institute, TIUC, Tianjin 300384, China)

Abstract: The basic content and modelling process of both the GM (1,1) gray model and the pGM (1,1) weight based one-order-one-dimensional gray prediction model were discussed in detail. These two models were applied successfully to do horizonal shift monitoring and forecasting of a landslide in Three Gorges area. In order to get easy application in practice, these gray system theory forecasting programs were written in MATLAB. It has been proved by practice that the gray prediction model is of much more application value in landslide prediction.

Key words: landslide; grey system theory model; prediction program; short-term deformation forecasting