第三篇

磨矿与分级工艺技术及设备

第一章　磨矿工艺流程

第一节　磨矿流程

一、磨矿段数的确定

磨矿机通常和分级机结合组成磨矿分级机组进行工作。磨矿机将被处理物料磨碎，分级机则将磨碎产物分为合格产物和不合格产物。不合格产物返回磨矿机再磨，以改善磨矿过程。分级机作业及分级返砂所进入的磨矿作业则组成一个磨矿段。分级作业可以是预先分级、检查分级、控制分级或同时包括两种分级作业。两段磨矿时第一段使用棒磨的磨矿段也可以不带分级作业。

影响确定磨矿段数的主要因素是：矿石的可磨性和矿物的嵌布特性，磨矿机的给矿粒度、磨碎产物的要求粒度、选矿厂的生产规模、分别处理矿砂和矿泥的必要性，以及进行阶段选别的必要性等。实践证明：采用一段或两段磨矿流程，可以经济地把矿石磨到选别所要求的任何粒度，而不必采用更多的磨矿段数。磨矿段数增加到两段以上，通常是由进行阶段选别的要求决定的。

一段磨矿流程与两段磨矿流程相比较，一段磨矿流程的主要优点是：分级机的数目较少，投资较低；生产操作容易，调节简单；没有段和段之间的中间产物运输，多系列的磨矿机可以摆在同一水平上，因而设备的配置较简单；不会因一段磨矿机或分级机的停工而影响另一磨矿段的工作，因而停工损失小；各系列可以安装较大型的设备。一段磨矿流程的缺点是：磨矿机的给矿粒度范围很宽，合理装球困难，磨矿效率低；一段磨矿流程

中的分级溢流细度一般为 -200 目占 60%左右,不易得到较细的最终产物。

根据上述特点,凡是要求最终磨碎产物粒度大于 0.2～0.15 毫米(即 -200 目占 60～72%)时,一般都应该采用一段磨矿流程。在小型选矿厂中,为了简化磨矿流程和设备配置,当磨矿细度要求 -200 目占 80%时,也可以采用一段磨矿流程。

两段磨矿流程的突出优点是可以在不同的磨矿段中分别进行矿石的粗磨和细磨。两个磨矿段又可分别采用不同磨矿条件:粗磨时,装入较大的钢球并采用较高的转速,有利于提高磨矿效率;细磨时,则装入较小的钢球和采用较低的转速,同样能提高磨矿效率。

两段磨矿流程的另一个很大的优点是适于阶段选别。在处理不均匀嵌布矿石及含有大比重矿物的矿石时,在磨矿循环中采用选别作业,可以及时地将已单体解离的矿物分选出来,防止产生过粉碎现象,有利于提高选矿的质量指标;同时可以减少重金属矿物在分级返砂中的聚集,能提高分级机的分级效率。

因此中型和大型选矿厂,当要求磨矿细度小于 0.15 毫米时,采用两段磨矿较经济。此时,磨碎每吨矿石的电能消耗较少;磨矿产物的粒度组成比较均匀,过粉碎现象少,能提高选别指标。

二、一段磨矿流程

采用一段磨矿流程时,磨矿机开路工作容易产生过粉碎现象。通常,磨矿机都是与分级机构成闭路循环。常用流程有以下三种,如图 3-1-1 所示。

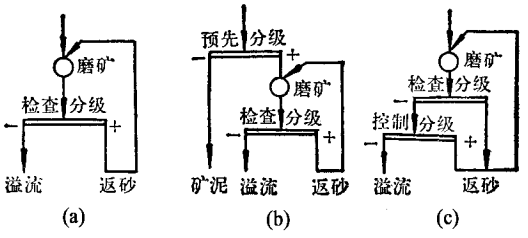

图 3-1-1　一段磨矿流程

(a)带检查分极的一段磨矿流程;(b)带预先分级和检查分级的一段磨矿流程;(c)带控制分级的一段磨矿流程

带检查分级的一段磨矿流程是应用最广泛的一段磨矿流程。矿石直接给入磨矿机,给矿最适宜的粒度一般为 6～20 毫米。磨矿后的产物进入检查分级机分出大部分合格的粒级,不合格的粒级返回磨矿机构成循环负荷。检查分级机与磨机闭路工作,一方面可以控制合格产物中的最大粒度;另一方面由于循环负荷的存在,能增加单位时间通过

磨机的矿石数量,缩短矿石通过磨机的时间,从而可以减少过粉碎现象,并且能提高磨矿效率。

当处理含有大量(15%)合格产物的细粒矿石、以及有必要将原生矿泥和矿石中所含可溶性盐类预先分出单独处理时,可采用带预先分级和检查分级的一段磨矿流程。预先分级的目的在于除去磨矿机给矿中粒度合格的产物,从而增加磨矿机的生产能力;或者分出矿泥,以便单独处理。预先分级一般在机械分级机中进行,为了防止机械过分磨损,给矿粒度的上限不应超过 6 ~ 7 毫米。为了合理地进行预先分级,给矿中合格粒级的含量不应小于 14 ~ 15%。利用预先分级分出来的原生矿泥和可溶性盐类,如果和磨碎产物的性质相差较大,则单独处理能提高选别指标。若无单独处理的必要,则流程中的预先分级作业和检查分级作业可以合并成一个作业。

当要在一段磨矿的条件下得到较细的产物,或必须利用一段磨矿流程进行阶段选别时,可采用带控制分级的一段磨矿流程。在进行机械分级时,总有一些在粒度上不合格的颗粒不可避免地混入溢流中,采用控制分级可以获得较细的粒级。但是,这种流程中,检查分级溢流的矿量大于原给矿的重量,需要较大的分级面;同时造成磨矿机的给矿粒度不均匀,合理装球困难,使得磨矿效率降低;并且由于被分出的溢流量变动大,致使分级机工作也不稳定。这些原因限制了控制分级的应用。这种流程和适于细磨与进行阶段选别的两段磨矿流程相比较,唯一的优点是可利用一台磨矿机代替两段流程中所安装的两台磨矿机,但这个优点只在小型选矿厂才有意义。在大型或中型选矿厂总要安装几台磨矿机,因此,在大型或中型选矿厂采用带控制分级的一段磨矿流程是不合理的。

三、两段磨矿流程

为了得到较细的磨矿产物以及需要进行阶段选别时,经常采用两段磨矿流程。进行阶段选别时,第一磨矿段的产物进入第一段选别,选得精矿,其尾矿或中矿(有时可能是混合精矿或粗精矿)经第二段磨矿后,再进入第二段选别。

根据第一段磨矿机与分级机的联接方式的不同,两段磨矿流程可分为三种类型:第一段开路;第一段完全闭路;第一段局部闭路。第二段磨矿机总是闭路工作。否则,将不能有效地加以利用。第二段前的预先分级在各组流程中都是必要的,因为第一段磨矿后一定会产生大量粒度合格的产物。第一段磨矿前是否使用预先分级,和一段磨矿流程相同,取决于原矿中细级别的含量。

1. 第一段开路的两段磨矿流程

第一段开路的两段磨矿流程中,应用较广的几种形式如图 3 – 1 – 2 所示。

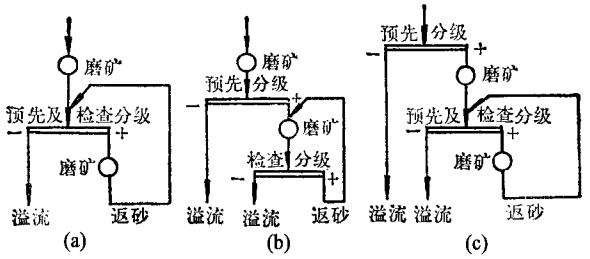

图 3－1－2　第一段开路的两段磨矿流程

这类流程的主要优点是：没有溢流的再分级，每个矿粒只通过分级机溢流堰一次，需要的分级面较小；负荷是经过第一段磨矿的排矿直接传给第二段，没有磨矿段之间的分配问题，调节比较简单，能在两段磨矿时得到粒级较细的磨矿最终产物。第一段开路工作的磨矿机以选择棒磨机最为有利，在大型选矿厂中采用这种流程，可使破碎流程在开路情况下有效地工作。

这类流程的缺点是：为了使开路的磨矿机能有效地工作，必须使第二段磨矿机的容积大大超过第一段磨矿机的容积。由于开路工作磨矿机的排矿粒度较粗，且浓度大，必须用较陡的自流运输溜槽，或专门的机械运输装置，才能将第一段磨矿机的排矿传递给第二段磨矿，配置较复杂，管理也不方便。因此，这种流程只有在大型厂中才有条件采用。

图 3－1－2 中(a)流程和(b)流程的区别在于，前者的预先分级和检查分级是合一的，后者是分开的。采用后者有可能分出原生矿泥、原矿中所含可溶性盐类，以及第一段磨矿时的易碎部分，它们在单独的循环中选别，可以改善选别效果。但是，由于原生矿泥和易碎部分已从第一段分级机中分出，第二段分级机只处理粒状物料，这种情况在磨碎产生次生矿泥较少的结晶状矿石时，将会恶化检查分级机的工作。流程(c)先进行预先分级，只有在含原生矿泥较多并有分出单独处理的必要时，才予采用。

由于这类流程没有溢流的再分级，不易得到较细的产物，产物中－200 目粒级的平均含量只能达到 65%左右。需要得到更细的磨矿产物时，应采用第一段全闭路的两段磨矿流程。

2. 第一段完全闭路的两段磨矿流程

第一段完全闭路的两段磨矿流程是常用的两段磨矿流程。常见的流程形式如图 3－1－3 所示。

这种流程，常用于处理硬度较大，嵌布粒度较细的矿石，以及在要求磨矿细度达 0.15 毫米以下大型和中型选矿厂。采用这种流程时，磨矿细度能达－200 目占 80～85%。

正确地分配第一段和第二段磨矿机的负荷，是使磨矿机达到高产的重要条件。如果

第一段分出过细的产物,则第二段磨矿机将出现负荷不足,使磨矿机的总生产能力降低。如果在第一段分出过粗的产物,将使第一段负荷不足,第二段负荷过多,同样会降低磨矿机的总生产能力。两磨矿段间负荷的合理分配,可由适当控制第一段分级机的溢流粒度来达到,实际上溢流粒度的改变系借溢流浓度进行调节。

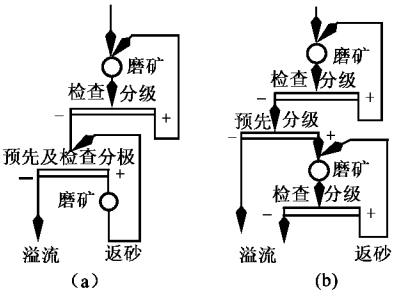

图 3－1－3　第一段全闭路的两段磨矿流程

该类型流程的缺点是:两段之间的负荷调节困难;不能得到大于 0.2 毫米的最终产物,因为要在第一段分级机中得到粗粒溢流,会使该分级机不能有效地工作;由于全部矿石须两次通过溢流堰,所需的总分级面大,设备投资较高。

该流程的优点是:可能达到的磨矿细度比其它流程均高,可以实现细磨;设备的配置比第一段开路时简单,因为第一段闭路时的负荷是通过分级的溢流传递给第二段的,可用较小坡度的溜槽来输送溢流,因此两段的磨矿机可以安装在同一水平上。

图 3－1－3 中流程(a)和(b)的区别仅在于第二段的分级,前者的预先分级和检查分级是合并的,后者是分开的。采用流程(b)时,原生矿泥和矿石中的易碎部分不再进入第二段的检查分级机,对于产生次生矿泥少的矿石,第二段分级机的工作可能不稳定,因而会降低分级效率。采用流程(a)时,当破碎车间的最终产物粒度减小时,磨矿机的生产能力会有所增加,这时分级机可能成为磨矿车间的薄弱环节。在这种情况下,可以改用流程(b),或安装补充的中间分级机。

3. 第一段局部闭路的两段磨矿流程

局部闭路的常见流程形式如图 3－1－4 所示。

局部闭路流程的优点是:没有各磨矿段的负荷分配问题,调整比较简单;各段均可得到任何数量的循环负荷;可得到比两段闭路磨矿流程产物较粗的最终产物,可以避免贵重金属聚集于磨矿循环中。

局部闭路流程的缺点是:返砂从第一段运输到第二段,需要用坡度大的溜槽或采用运输机械;第二段磨矿的检查分级,在处理产生少量的次生矿泥的矿石时,会引起分级机工作的困难。

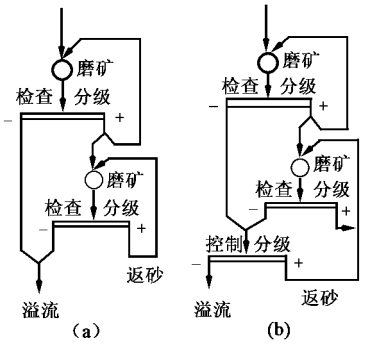

图 3－1－4　第一段局部闭路的两段磨矿流程

图 3－1－4 中，流程(a)的每一矿粒只通过分级溢流堰一次，需要的分级面不大，但却难于得到较细的最终产物。流程(b)中溢流经过了控制分级，能得到较细的最终产物，但需要安装大量的分级机。

由于多段磨矿流程配置复杂，调整困难。只有当处理嵌布非常复杂的矿石，为了避免有用矿物的大量泥化，必须在其解离后立即选出来时，亦即需要多段选别时，方予以采用。

第二节　自磨流程

一、自磨流程的分类

按矿石自磨的磨矿段数，工艺调整方法或强化手段的不同，可分为如下几类：

1. 全自磨流程

(1)一段全自磨。是将开采出来的矿石，从原矿或经过粗碎后，直接给入自磨机，利用给入矿石本身作为磨碎介质，一次磨到选别要求的合格粒级。

(2)两段全自磨。矿石经过第一段自磨后，再给入第二段砾磨机进行细磨，直至达到合格的粒级。

2. 半自磨流程

(1)一段半自磨。为强化磨碎过程，在一段自磨中添加少许钢球介质。

(2)两段半自磨。在两段磨矿中，第一段采用自磨，第二段采用球磨。或者，第一段也是半自磨，第二段采用球磨。

3. 中间自磨流程

原矿经粗碎以后，从中筛出部分粗粒级，作为自磨的磨碎介质。其余粗碎产物继续进行中、细碎，破碎到相当于一般球磨机的给矿粒度后，给入自磨机进行自磨。

另外，根据自磨回路中有无粒度控制设施，或粒度控制设施的形式不同，又可将每段自磨流程分别称为开路、闭路、半闭路三种方式。

二、一段自磨流程

当磨碎中硬以下矿石，磨碎产品粒度要求较粗，－200 目占 60%左右时，可采用一段闭路自磨流程。

为了控制自磨产品的粒度，一段自磨均成闭路，且除了设有检查分级外，一般还设有控制分级。用作检查分级的设备有，圆筒筛、振动筛、弧形筛、螺旋分级机等。作为控制分级的设备，除个别采用螺旋分级机外，多数为水力旋流器。

一段自磨流程的特点是，工艺流程简单，配置简单，能充分发挥自磨技术的特点。

例 我国某磁选厂一段闭路全自磨流程。如图 3－1－5 所示。

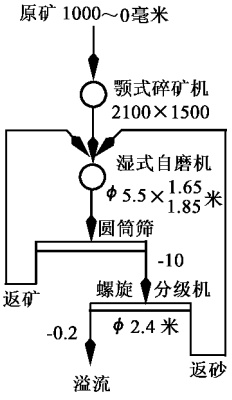

图 3－1－5　某磁选厂一段闭路全自磨流程

该矿区为产于辉石鞍山岩中的汽化高温热液矿，属大型贫磁铁矿。矿石比重 2.8～2.9，岩石比重 2.6。矿石硬度平均为 $f = 8 \sim 16$，岩石很硬，两者平均相差一倍，并有 15.5%的易磨矿石。

原矿经颚式破碎机粗碎后，给入自磨机自磨，自磨机排矿由自磨机本身所带的圆筒筛先进行粗粒分级，+10 毫米物料由自返装置返回自磨机，－10 毫米物料进入螺旋分级机分级，螺旋分级机返砂亦返回自磨机，分级溢流细度为－200 目占 60%左右，进行脱泥与磁选。

因采至深部，矿石变硬，以至难磨粒级积累，“胀肚”频繁。为解决此种问题，现改为第一段半闭路自磨流程，如图 3－1－6 所示。

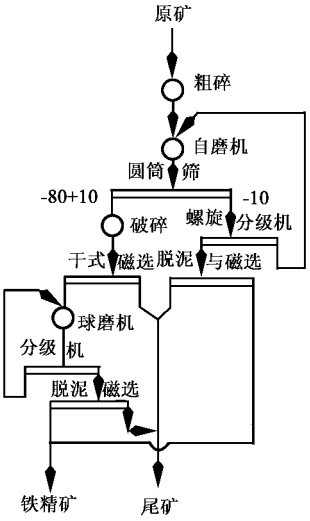

图 3－1－6　华东某选厂一段半闭路自磨流程

在自磨机的排矿格子板上开设 80×90 毫米的砾石窗，排出的物料经圆筒筛筛分后，筛上物破碎至 20～0 毫米，消除了难磨粒级。在分级溢流粒度与全闭路流程相似的情况下，自磨机的处理能力可提高 50%以上，按 0.2～0 毫米粒级计的利用系数由 0.64 吨/时·米^3 提高到 0.84 吨/时·米^3，提高了 30%，大大减少“胀肚”次数和处理“胀肚”所耗费的时间，操作较为稳定。

例　加拿大希米尔卡敏(Similkameen)铜矿一段闭路自磨流程，如图 3－1－7 所示。

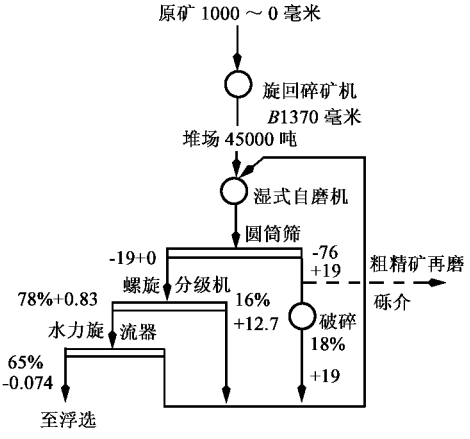

图 3－1－7　希米尔卡敏一段闭路自磨流程

处理矿石属斑岩铜矿，含铜品位 0.53%设计日处理量 15000 吨/日，原矿经旋回破碎机粗碎后，粒度为 300～0 毫米，其中有 15%为 +230 毫米粒级，粗碎产物运至露天堆矿

场堆存，然后用板式给矿机给至带式运输机再运入自磨机磨碎。自磨机排矿格子板上设有砾石窗，自磨机排矿经自磨本身所带圆筒筛筛分后，筛上产物用短头圆锥破碎机破碎，再返回自磨机，或作为粗精矿再磨的砾介。筛下产物进螺旋分级机和水力旋流器分级，返砂合并返回自磨机。溢流进浮选，最终铜精矿品位为 28%，回收率可达 90%。

在处理矿床上部矿石时，因矿石偏软，大块矿石不足，曾往磨机中添加少量钢球，采用半自磨。处理矿床下部矿石时，则用全自磨。

该流程的特点是，将自磨机内的难磨粒级引出破碎，消除它在循环负荷中聚集，调节了自然磨矿介质的粒度组成，能大大提高自磨循环的生产能力和降低了电耗。对于硬矿石和粘性矿石的自磨，在消除难磨粒级方面，这种方法比补加钢球更为有效。因补加钢球时，自磨机的衬板磨损加剧，增加了钢球消耗，处理碎钢球比较简单的办法是将其完全磨光而不使排出，这就使磨矿作业回路失去了灵活性。

三、两段自磨流程

当要求磨矿产物细度为 -200 目占 70%以上时，应采用两段自磨流程。两段自磨时，第一段自磨机可在闭路条件下工作，也可开路工作。第二段磨矿可采用球磨，亦可采用砾磨，但两者一般都在闭路条件下工作。

例：某磁铁矿两段半自磨流程，如图 3-1-8 所示。

该铁矿是我国目前最大的采用湿式自磨工艺的选矿厂。矿石比重为 3.4 吨/米^3，矿石普氏系数 $f=12\sim16$，岩石普氏系数 $f=10$，矿岩松散系数为 1.5 左右。要求磨矿细度为 85% -200 目。

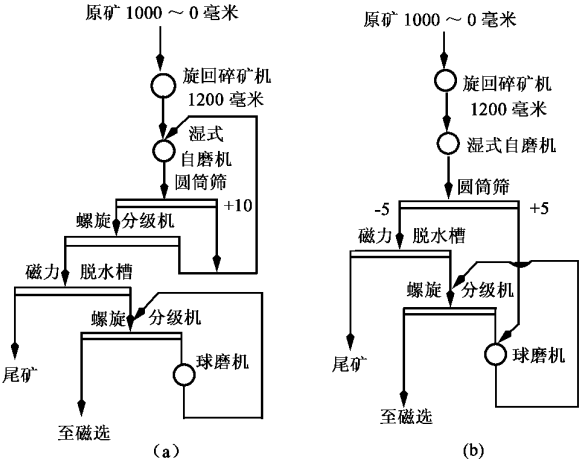

图 3-1-8　某铁矿两段半自磨流程

a—两段全闭路；b—两段一开始。

生产初期采用两段全闭路半自磨流程医 3－1－8(a)。原矿粗碎至 350～0 毫米，给入湿式自磨机磨碎，自磨机与高堰式螺旋分级机由泥勺机提升组成闭路。自磨机排矿经圆筒筛过筛后，+10 毫米物料返回自磨机，筛下物料进螺旋分级机分级，返砂也返回自磨机，分级溢流细度为 50%～200 目左右。分级溢流经一段磁力脱水槽脱泥、脱水，并废弃部分尾矿后，进入第二段磨矿。第二段磨矿为溢流型球磨机与螺旋分级机组成的预检分级磨矿回路，分级溢流细度为 85%－200 目，合格溢流进磁选选别。两段闭路自磨流程的主要问题是，两段磨矿的负荷不平衡，往往第一段负荷高，第二段负荷不足，而且难以调节；同时，自磨机中易形成难磨粒级的聚集，致使自磨机的产量提不高，若加大给矿量，则自磨机造成“胀肚”。

针对上述存在问题，将原流程改为两段一开路，如图 3－1－8(b)。第一段自磨机开路工作，圆筒筛筛孔改为 5 毫米，取消了螺旋分级机，筛上产物不再返回自磨机，而给入第二段球磨机磨碎，筛下产物直接进磁力脱水槽和第二磨矿段。自磨机开路工作后提高了处理能力，第二段磨矿的负荷也得到提高，两段磨矿的负荷趋于平衡。

例　某铁矿两段半闭路半自磨流程。如图 3－1－9 所示。

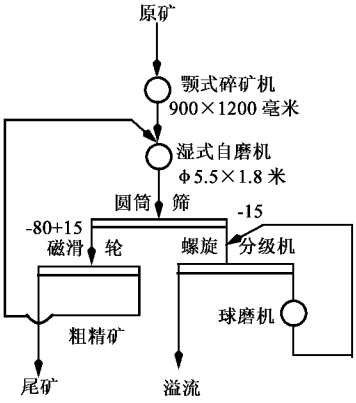

图 3－1－9　某铁矿两段半闭路半自磨流程

该铁矿系处理磁铁矿，原矿含铁 44.80%，矿石比重 3.6，矿石普氏系数 $f=8\sim12$。

生产实践中发现，湿式自磨的难磨粒级中有相当一部分是比重轻，品位低的岩石。因此，当难磨粒级从自磨机中排出后，可利用重介质选矿或矿石有磁性时可利用磁滑轮等选矿方法抛除一部分大块脉石，而这部分脉石往往是较难磨的，这样就可减少返回自磨机或进入下段作业的矿量。

湿式自磨机格板上安设有 3 个 80×80 毫米的砾石窗，格子板孔为 15(10)毫米。从砾石窗及格孔排出的物料经圆筒筛筛分后，－80＋15 毫米粒级物料用磁滑轮磁选，可抛弃相当于自磨机给量 5～8%的废石，粗精矿返回自磨机再处理，－15 毫米粒级物料进入

第二段磨矿，第二段磨矿为带预检分级的球磨机。

这种流程的特点是可提高自磨机的处理量 10～20%，同时可提高系统的给矿晶位。

例 瑞典波立登公司瓦斯堡（Vassbo）铅锌矿两段一开路全自磨流程，如图 3－1－10 所示。

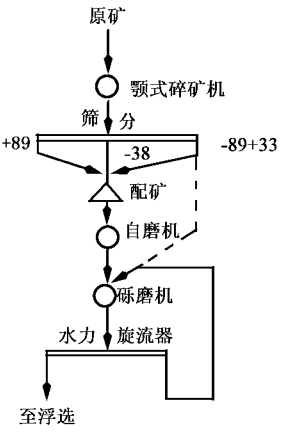

图 3－1－10　瓦斯堡铅锌矿两段一开路全自磨流程

瓦斯堡矿是石英状砂岩，矿石极其坚硬，可磨性约为 18 公斤 < 325 目/千瓦·时。须磨到 50～55% 为 －325 目才获得最好的单体解离。

矿石在井下用颚式破碎机粗碎至 －206 毫米，提升上来，然后筛分成 －38、－89＋38 和 ＋89 毫米三个级别。三种粒级的矿石可以由不同的矿仓再混合配矿，以克服粒度上的不均匀。第一段自磨机开路工作，第二段为带检查分级的砾磨闭路。 －89＋38 毫米的砾介从粗碎产物中筛出，贮于单独的矿仓中加入砾磨机。

采用两段全自磨与第二段用球磨的两段半自磨相比，在大多数情况下，前者是经济的。因为可从湿式自磨机排矿格子板上开设砾石窗，使部分砾石从中排出，既部分地解决了砾磨所需介质，也同时排出了难磨粒级、提高了自磨机的处理量。但这种流程也存在一些缺点：(1)在自磨工序前往往需设计从破碎产物中分取砾石的办法，这就使得流程复杂化；(2)由于砾磨产物较球磨产物粗，应采取措施将不适宜选别的粗粒级分出，较粗者返回自磨机，较细者返回砾磨机，这也使流程复杂化；(3)因为同规格的砾磨机的产量较球磨机小 $7.8/\delta_p$ 倍，故砾磨机的容积相应要大 $7.8/\delta_p$ 倍。这就增加了基建投资费用，但这一点可由节省了金属介质的消耗部分被补偿。

四、中间自磨流程

中间自磨原则流程如图 3－1－11 所示。原矿经粗碎后，从中筛出 ＋150 毫米粒级作

为自磨磨矿介质,然后按一定比例给入自磨机。自磨介质一般占原矿的 15 ~ 30% 左右,视矿石性质而定。粗碎后筛出的筛下产物约占原矿的 70 ~ 85% 进行中细碎,使其破碎到 – 20 毫米,即相当于一般球磨机的给矿粒度,然后给入自磨机进行磨碎。这样,自磨机的给矿粒度及介质粒度的大小和数量都能得到控制。

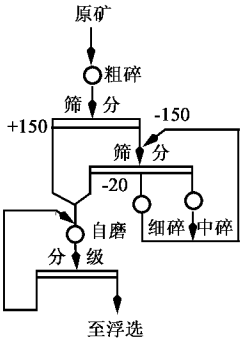

图 3 – 1 – 11　中间自磨原则流程

中间自磨流程的特点是,将自磨的难磨粒度(即 30 ~ 70 毫米的临界颗粒)先用破碎的方法排除,以达提高自磨效率的目的。据一般资料介绍,可提高自磨效率 25 ~ 50%。不难看出,由于中间自磨流程既和传统的破碎流程有相似之处,又具有自磨的某些优越性,因此,它为传统破碎流程的改造提供了依据。另一方面,由于它增加了中、细碎作业,流程复杂,投资大,相应带来洗矿、贮运等一系列问题,抵消了自磨技术的一些特点,故在新设计厂矿中较少采用。

五、砾磨流程

砾磨主要作为棒磨或自磨的二次磨矿设备,以进行细磨;少数情况下用于一次磨矿,代替棒磨进行粗磨。

例　我国某铜矿棒磨—砾磨流程,如图 3 – 1 – 12 所示。

该矿属含铜矽卡岩类型矿石,比重 3.2 ~ 3.6,矿石硬度 f = 12 ~ 16,要求磨矿细度 – 200 目占 65%。

此流程的特点是:原矿经三段破碎,破碎到 – 25 毫米以后,给入棒磨机进行粗磨,再入砾磨机进行细磨,砾磨介质从粗碎产物中由筛分获得,砾磨中难磨粒级间断排出返回棒磨机处理。砾介的大小和数量容易控制,生产条件比较稳定,操作容易掌握,对矿石的适应性较广泛。

例　加拿大克利夫斯公司谢尔曼铁矿自磨 – 砾磨流程。如图 3 – 1 – 13 所示。

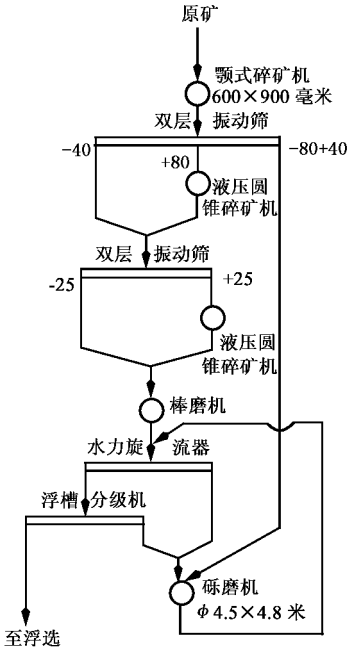

图 3－1－12　某铜矿棒磨—砾磨流程

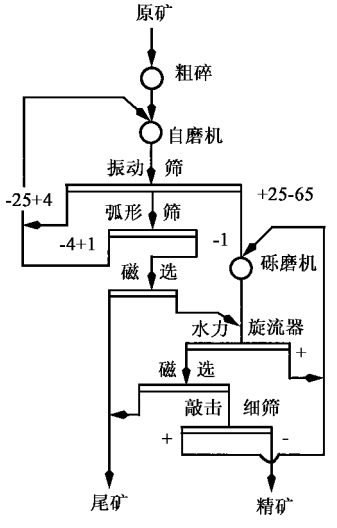

图 3－1－13　谢尔曼铁矿自磨—砾磨流程

原矿经粗碎后进自磨机粗磨，再进砾磨机细磨。砾磨的砾介取自自磨机，在自磨机排矿端每块格子板上均设有 2 个 65 毫米的方孔，从中排出的矿将在 25 和 4 毫米的双层振动筛上进行筛分，4～25 毫米的粒级返回自磨机，而 25～65 毫米的粒级作为砾磨的砾介。这样的砾介均是比较耐磨的砾石组成，可使砾介的耗量降低。在磨矿回路中设有磁

选机，目的是尽早地丢弃尾矿，这样可以大量节省磨矿费用。另外，在回路中应用了弧形筛和敲击细筛，前者用来分级，后者用作选别。

例 芬兰奥托昆普公司克列蒂铜矿两段砾磨流程如图 3－1－14 所示。

原矿经三段破碎后给入第一段砾磨机进行粗磨，粗磨的产物再进第二段砾磨机细磨。第一段砾磨机的砾介从粗碎产物中筛出，第二段砾磨的砾介从中碎产物中筛出。若第二段砾磨机的砾介消耗量大，所用砾介可从粗碎产物中筛出部分加以补充。

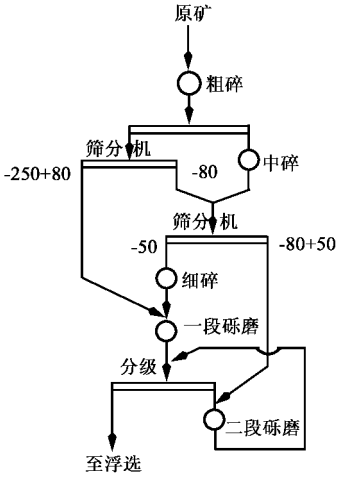

图 3－1－14　克列蒂铜矿两段砾磨流程

第二章　磨矿介质运动原理

第一节　作用于钢球的力和钢球的运动状态

球磨和棒磨，都是由筒体转动使内部装的磨矿介质发生运动，因此对矿石产生磨碎作用。它们内部装的磨矿介质的运动，有很多相似之处，钢球的运动状态已经研究得比较充分，所以选它作为代表来作说明。既然磨矿作用是钢球运动产生的效果，所以研究钢球的运动学的目的，就在于对磨机的生产率，消耗的动力和最佳的主要磨矿条件等作根本性的探讨。

研究磨机内的钢球运动拍摄的照片，可以归纳为下图中的三种典型状态：泻落式、抛落式和离心运转。

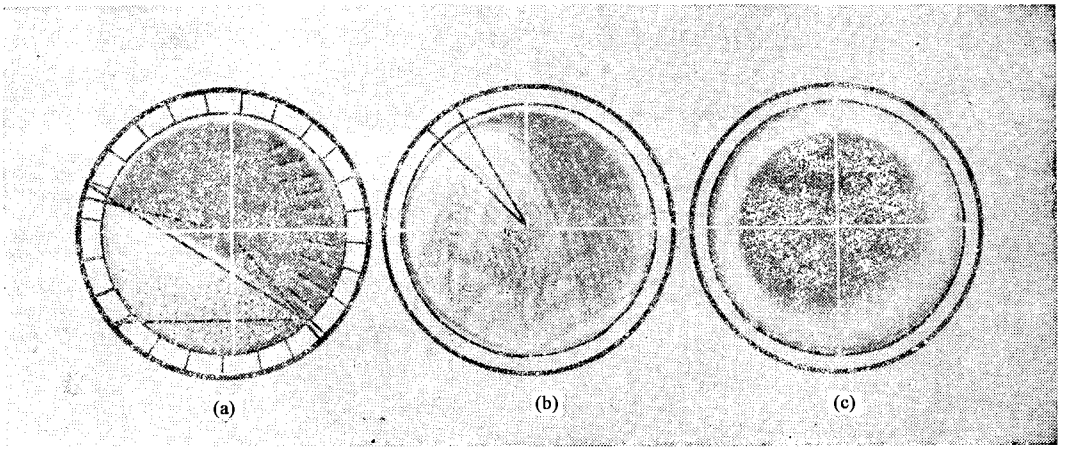

图 3－2－1　磨机内部装的钢球的运动状态

(a)泻落式；(b)抛落式；(c)离心运转

如果磨机的转速不高，全部球荷向上偏转一定角度，其中每个钢球都绕自己的轴线转动。当球荷的倾斜角超过钢球在球荷表面上的自然休止角时，钢球即沿此斜坡滚下。钢球的这种运动状态，叫做泻落，如图 3－2－1 中的(a)。在泻落式工作的磨机中，矿料在钢球间受到磨剥作用。如果磨机的转速足够高，钢球自转着随筒体内壁作圆曲线运动上升至一定高度，然后纷纷作抛物线下落。钢球落下的地方，叫底脚区，其中的钢球强烈地翻滚。这种运动状况，如图 3－2－1 中的(b)，叫做抛落。在抛落式工作的磨机中，矿料在圆曲线运动区受到钢球的磨剥作用，在底脚区受到落下的钢球的冲击和强烈翻滚着的钢球的磨剥。倘若磨机的转速高到超过某一临界值，钢球就贴在衬板上不再落下。这种状态叫离心运转，知图 3－2－1 中的(c)。发生离心运转时，矿料也是贴着衬板的。以上这些情形，都是指磨机内装有一定数量的钢球说的。要是磨机内只有少量的球，它们只是在磨机内的最低点摆动，并不发生上面讲的三种情况。用拍摄磨机内的介质的运动状态来研究它的运动规律，本世纪的二十年代已经开始，豪尔太恩、戴维斯、列文逊和我国的王仁东，都先后做过这方面的工作。

钢球作泻落式运动的力学尚缺乏研究，以后只讲抛落式的。

再详细地看看下面几张关于抛落式和离心运转的照片。

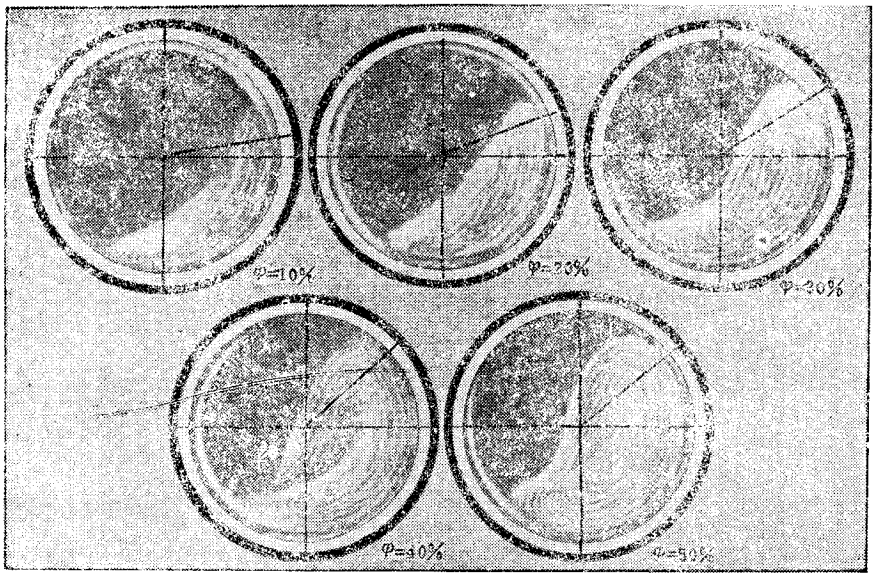

图 3－2－2

实际转速为临界值的 75%，不同球荷(用钢球体积与磨机内容积之比的百分率——装球率，用 φ 表示)时钢球的运动状况

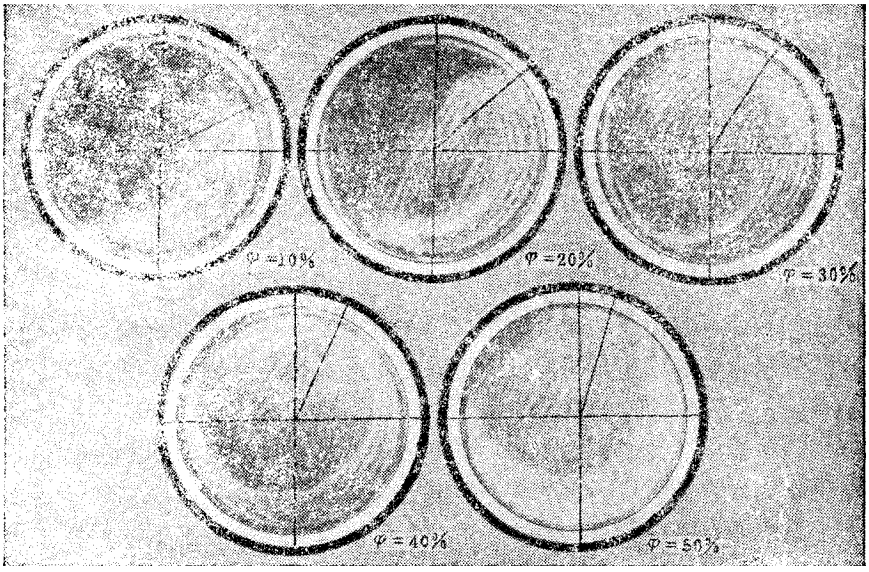

图 3－2－3

实际转速等于临界值，不同球荷时钢球的运动状况

这些照片给我们一个深刻的印象：磨机内的钢球，发生抛落式运动或离心运转以及朔球的抛落高度等等，既决定于磨机的转速，也决定于装球量。在转速为临界值的 75% 时，装球愈多，钢球的抛落高度愈大。在转速等于临界值时，装球率在 40% 以上才会发生离心运转。这些印象，使我们在分析钢球的运动时，必然把球荷重量和钢球运动时的离心力作为出发点。

将前面的磨机作抛落式工作的照片简化为图 3－2－4(a)，略去了底脚区，并且假定球作抛物落下的落回点就是它作圆曲线运动的开始点。

钢球在磨机内运动时，会产生沿着衬板下滑的相对运动。但戴维斯(Davis)拍摄的照片说明，如果磨机内只有钢球和水，下滑现象很明显，钢球不能上升到理论上它应达到的高度。倘若加入砂子，滑动现象即消除。有的试验指出，当磨机内只有钢球不加水和矿石时，球荷为 10%、20% 及 30% 都有滑动现象，球荷在 40% 以上时，滑动即停止。球荷有滑动时的力学分析，R.T. 胡基作过研究，H.E. 娄斯(Rose)和 R.M.E. 苏利范(Sullivan)也作过探讨。以后所讲的磨矿介质运动学，基本上属于戴维斯的不涉及钢球滑动的范畴。此理论不考虑球荷的摩擦特性，忽略了同一球层中球与球的相互影响，也忽略了各球层间的相互干扰，而且许多公式都是近似的。这些缺点必然引出一些新的研究，但它们还不够成熟和完整，而生产中绝大多数磨机的情况大致与戴维斯的理论相符合，因此它仍然是有关磨机计算和开展新的研究的基础。

如下图，在球荷中任意取一钢球 A_1，它处于球的重量 G 的作用下，并且有离心力 C。G 的切向分力 T（$T = G\sin\alpha$）使质点 A_1 沿切线方向运动；G 的法向分力 N（$N = G\cos\alpha$）在第Ⅲ和第Ⅳ象限与离心力 C 的方向相同，在第Ⅱ象限与 C 的方向相反。C 与 N 的合力的反力，配合上与 A_1 接触处的摩擦系数（f），构成摩擦力 F，它的方向与 T 力的相反，阻止 T 力沿切线方向运动。当钢球与筒壁没有相对运动的情况，T 力和 F 力是相等的。钢球受力 C 和力 N 压着，与磨机成一整体，随磨机以同样的线速度 v 作圆曲线运动上升到 A_3 点。在此处，力 C 和力 N 的大小相等方向相反，$F = 0$，切线分力 T 为后面的球上升时的推力所抵消。于是，钢球脱离筒壁，成为自由的，像与水平线成一角度并以速度 v 抛出物体那样，受自身重量的作用，作抛物线下落。

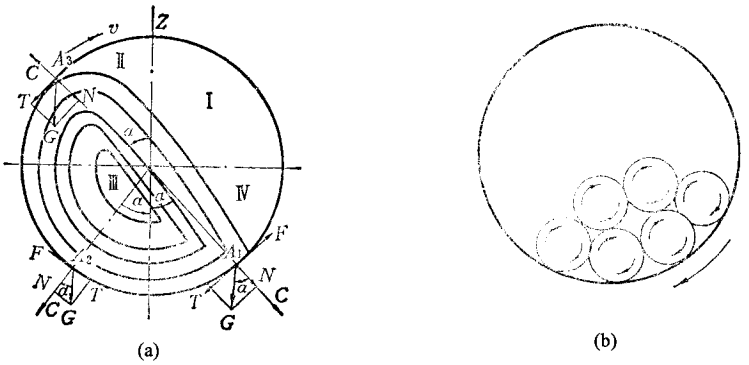

图 3－2－4　作用于钢球的力

当磨机转速过高时，球上升到了顶点 Z，但离心力 C 比钢球重量 G 大，钢球就不会下落，发生了离心运转。

当转速较低时，不到 A_3 点，N 力与 C 力已经相等，钢球即作抛物落下。N 力与球的重量及球的位置有关，C 力与球的重量和磨机转速有关，因而钢球能够上升到的高度决定于球荷及磨机转速，以后对此还要作详细说明。

球荷中的每一个球，都受到大小相等方向相反的 T 力和 F 力形成的力偶的作用，因此都是围绕着自身的轴转动的，如图 3－2－4(b)表示的情况。

第二节　球磨机的临界转速

一、临界转速　转速率

前面讲的，当磨机以线速度 v 带着钢球升到 A 点时，由于钢球重量 G 的法向分力 N

和离心力 C 相等，钢球即作抛物落下。如果磨机的速度增加，钢球开始抛落的点也就提高。到了磨机的转速增加到某一值 v_C，离心力大于钢球的重量，钢球升到磨机顶点 Z 不再落下，发生了离心运转。由此可见，离心运转的临界条件是

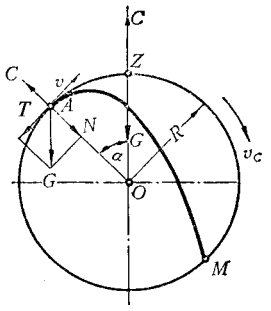

图 3－2－5　离心运转时钢球的受力状况

$$C \geqslant G$$

令 m 为球的质量，g 为重力加速度，n 为磨机每分钟的转数，R 为球的中心到磨机中心的距离，α 为球脱离圆轨迹时连心线 OA 与垂直轴的夹角。当磨机的线速度为 v，钢球升到 A 点时，

$$C = N \quad \text{或} \quad \frac{mv^2}{R} = G\cos\alpha$$

因 $G = mg$，代入上式，得到

$$v^2 = Rg\cos\alpha \tag{2－1}$$

因 $v = \frac{\pi Rn}{30}$，代入上式，得到

$$n = \frac{30\sqrt{g}}{\pi\sqrt{R}}\sqrt{\cos\alpha}$$

取 $g = 9.81$ 米/秒^2，则 $\pi \approx \sqrt{g}$，于是

$$n = \frac{30}{\sqrt{R}}\sqrt{\cos\alpha}\text{，转 / 分} \tag{2－2}$$

R 的单位为米。

这是研究钢球运动的最基本的公式，以后要经常用到它。

当转速为 v_c，相应的每分钟转数为 n_c 时，钢球上升到顶点 Z，不再落下，发生了离心化。此时，$C = G$，$\alpha = 0°$，$\cos\alpha = 1$，从而

$$n_c = \frac{30}{\sqrt{R}} = \frac{42.3}{\sqrt{D}}\text{，转 / 分} \tag{2－3}$$

此处，$D = 2R$，单位皆为米。对贴着衬板的最外一层球来说，因为球径比球磨机内径小得

多，可略而不计，R 可以算是磨机的内半径，D 就是它的内直径。

由公式(2－3)可以看出，使钢球离心化所需的临界转数，决定于球心到磨帆中心的距离。最外层球距磨机中心最远，使它离心化所需的转数最少；最内层球距磨机中心最近，使它离心化所需的转数也最多。如果取磨机内半径用公式(2－3)算的结果作为磨机的转速，尽管最外层球已经离心化了，但其他层球仍然能够抛落，还是可以磨细矿石。只有转数比用最外层球按公式(2－3)求得的高出很多时，全部球层才会离心化，磨碎矿石的有用功才等于零。但是，装入的钢球希望全部能落下磨碎矿石，如果有一部分离心化，就会使有用功减少。因此，取磨机内半径用公式(2－3)算得的结果，说明要使最外层球也不会离心化时磨机转速的限度，就没有必要去计算使其他层球离心化的磨机转数了。山此可见，磨机的临界转数，是使最外层球也不会发生离心化的最高转速(转/分)。

尽管公式(2－3)是在没有考虑装球率及滑动等情况下导出的，但在采用不平滑衬板及装球率占 40～50%时，它仍然符合实际情形。因此，生产中都采用公式(2－3)来计算磨机的临界转数，绝大多数磨机的转速都没有超过它。

设 n 为磨机的实际转速，它和 n_c 的比值用百分率来表示，叫做转速率(ψ)，即

$$\psi = \frac{n}{n_c}100,\% \tag{2-4}$$

将公式(2－2)代入上式，得到

$$\psi = \frac{n}{n_c} = \frac{30\sqrt{\cos\alpha}}{\sqrt{R}} \Big/ \frac{30}{\sqrt{R}}$$

$$\psi = \sqrt{\cos\alpha} \quad \text{或} \quad \psi^2 = \cos\alpha \tag{2-5}$$

即角 α 标志钢球开始抛落时已升到的位置，叫做脱离角。公式(2－5)指出，转速率愈高，脱离角愈小，钢球上升到的位置愈高。当脱离角为 0°时，转速率为 1，即实际转速已等于临界转速，钢球到了磨机的顶点，要开始离心化了。

二、超临界转速运转

前面导出临界转数公式时，曾设摩擦力与钢球重量的切向分力相等，钢球没有滑动。在采用不平滑衬板和装球率占 40～50%时，这种假设是符合实际的。倘若采用摩擦系数小的平滑衬板，又减少装球量使正压力降低，那么，摩擦力就小到不足以平衡球荷的切向分力，钢球于是有了滑动。在这种情况下，尽管磨机的转速超过用公式(2－3)算得的 n_c 好几倍，因为钢球有剧烈的滑下运动，它还是不会离心化。这就是磨机超临界转速运转的实质和必要的条件。$R.T.$ 胡基在六十年代的研究指出，在适当的条件下，磨机的转速超过 n_c 值的 20 倍，钢球还不会离心化，仍然有磨矿效果。

超临界转速运转不仅在理论上突破了公式(2－5)的局限性，而且可以提高磨机的处

理能力。生产实践指出,如果应用恰当,超临界转速运转可以提高磨机的生产力,虽然功率耗相应地增加,但比功率耗(即千瓦·时/吨)常常是降低的,如下表中的例子。

磨机的转速和装球量是影响磨机生产率的两个关键性的因素。超过 n_c 值运转固然可以提高磨机生产率,但要求减少装球量,而减少装球量又会使生产率降低。所以不能片面地采用大幅度提高转速及大幅度减少装球量的办法,这反而会使生产率下降,如下图 3 – 2 – 6 反映的情况。当装球率减少到 25% 以下,即使将转速率提高到 145%,生产率也达不到装球率为 35 ~ 40% 转速率为 110 ~ 120% 的。并且转速太高,磨机振动很厉害,也会造成危险。

表 3 – 2 – 1　南芬选矿厂提高磨机转速的工业试验结果

指　　标	第　一　段			第　二　段		
球磨机实际转数(转/分)	24	26	30.5	21.5	26	30.5
转速率(%)	85	93	108	75.5	93	108
装球量(吨)	13.0	11.5	10.0	13.5	10.5	10.0
球荷充填率(%)	41.1	36.4	31.8	42.7	33.2	31.8
球磨机利用系数(吨/米^3 时)						
1)按原矿计	3.49	4.0	4.46	2.54	2.73	2.69
2)按 – 200 网目计	1.11	1.47	1.52	1.05	1.44	1.25
利用系数变化(%)						
1)按原矿计	100	114.4	127.5	100	107	106
2)按 – 200 网目计	100	124	131.0	100	137	119.0
比功耗(千瓦·时/吨)						
1)按原矿计	5.33	4.95	4.83	5.55	8.3	7.17
2)按 – 200 网目计	16.19	13.5	14.0	13.5	13.5	15.4
比功耗变化(%)						
1)按原矿计	100	93.0	91.0	—	—	—
2)按 – 200 网目计	100	83.5	86.5	—	—	—

要把磨机的转速提高到超过临界值,必须考虑原用的电动机的功率是否充足,传动部件的强度是不是够。磨机转速提高后,生产率加大,和磨机构成闭路的分级机的负荷也增加,必须采取措施提高分级机的生产能力和效率,要不然由于分级机的限制,效果未必好。超临界转速后,钢球与衬板之间和钢球与钢球之间有强烈的相对运动,磨损很厉害。为了解决这个问题,有用合金钢制衬板和钢球的,也有采用矿石自衬自磨的。试验研究和生产实践都指出:用普通磨机在超临界转速下进行矿石自磨,它的生产率可以达到在 n_c 以内用钢球磨矿的。衬板为特殊形状,由矿石自己去填补成一层壳,以便节约钢

材。

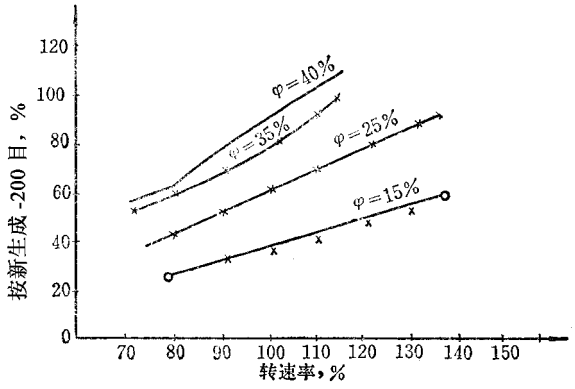

图 3－2－6　不同装球率时球磨机转速率与生产能力的关系

超临界转速运转的磨机毕竟少见，即使有，多属小型磨机。唯独在芬兰，R.T. 胡基不仅作过系统试验和理论探讨，他们还曾用 2700 × 3600 毫米球磨进行在超临界转速下矿石自磨的生产。

第三节　钢球的运动轨迹和转速率与装球率的关系

抛落式工作的磨机磨细矿石的效果，决定于它的转速率，装球率和二者的关系，显然这些都是与钢球的运动有关。为了解决这些问题，必须从分析钢球的运动入手，在明确它们的运动轨迹的基础上，逐步阐述怎样正确地选择转速率和装球率。

一、圆运动方程式和抛物线运动方程式

如下图(3－2－7)，以脱离点 A 为原点，取 xAy 坐标，则圆心在磨机中心 O 点及半径为 R 的圆的方程式为

$$(x - R\sin\alpha)^2 + (y + R\cos\alpha)^2 = R^2 \qquad (2-6)$$

球从 A 点以磨机运转时的线速度 v 抛出，根据抛物落下的情形，水平距离(x)和垂直距离(y)分别为

$$x = (v\cos\alpha)t \qquad \text{或} \qquad t = \frac{x}{v\cos\alpha}$$

$$y = (v\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$$

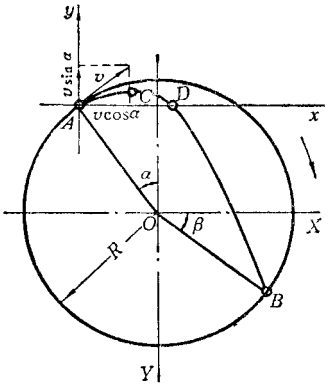

图 3－2－7　球的圆运动轨迹和抛物线运动轨迹

将 t 的值代入，得到

$$y = x\mathrm{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2\alpha}$$

从公式(2－1)可知：

$$y = x\mathrm{tg}\alpha - \frac{x^2}{2R\cos^3\alpha} \tag{2-7}$$

这就是在 xAy 中的球作抛物落下的抛物线方程式。

二、抛物线上各特殊点的坐标

为了使抛物线能够准确地画出，必须确定它的最高点 C、它与 x 轴的交点 D 和落回点 B 等的坐标。

确定 C 点的坐标：因 $y_c = y_{最大}$，故将公式(2－7)取一次导数并令它等于零，可以找出 C 点的坐标 x_c 和 y_c。

$$y' = \mathrm{tg}\alpha - \frac{2x}{2R\cos^3\alpha} = 0$$

故

$$x_c = R\sin\alpha\cos^2\alpha \tag{2-8}$$

将 x_c 的值代入公式(2－7)中，求得

$$y_c = R\sin\alpha\cos^2\alpha\,\mathrm{tg}\alpha - \frac{R^2\sin^2\alpha\cos^4\alpha}{2R\cos^3\alpha}$$

即

$$y_c = \frac{1}{2}R\sin^2\alpha\cos\alpha \tag{2-9}$$

确定 D 点的坐标：因为 D 点是抛物线与 x 轴的交点，所以

$$y_D = 0 \tag{2-10}$$

由公式(2－7)可以得到

$$x\left(\mathrm{tg}\alpha - \frac{x}{2R\cos^3\alpha}\right) = 0$$

解

$$\mathrm{tg}\alpha - \frac{x}{2R\cos^3\alpha} = 0$$

得到

$$x_D = 2R\sin\alpha\cos^2\alpha \tag{2-11}$$

确定 B 点的坐标：B 点是钢球抛落的终点，也是它开始圆运动之点，所以它的坐标 x_B 和 y_B 即公式(2－6)和(2－7)联立时的公解。将公式(2－7)中的 y 代入公式(2－6)中，然后逐步化简，得到

$$\frac{x^3}{R\cos^4\alpha}\left(\frac{x}{4R\cos^3\alpha} - \sin\alpha\right) = 0$$

在

$$\frac{x^3}{R\cos^4\alpha} = 0$$

中，它的三个根 $x_1 = x_2 = x_3 = 0$，即两轨这相交的坐标原点 A。在

$$\frac{x}{4R\cos^2\alpha} - \sin\alpha = 0$$

中，第四个根即落回点 B 的 x 坐标，即

$$x_B = 4R\sin\alpha\cos^2\alpha \tag{2-12}$$

将 x_B 的值代入公式(2－7)，求得

$$y_B = -4R\sin^2\alpha\cos\alpha \tag{2-13}$$

将公式(2－12)和(2－11)比较，可以看出

$$x_B = 2x_D$$

将公式(2－12)及(2－13)和公式(2－8)及(2－9)比较，可以看出

$$x_C = \frac{1}{4}x_B \quad \text{及} \quad y_C = \left|\frac{1}{8}y_B\right|$$

在已知脱离角 α 的情况下，可以根据以上各式算出各特殊点的坐标，坐作抛物落下运动时的抛物线即能准确地画出。

如果要用到以 O 为原点的 XOY 系来表示落回点 B 的坐标，根据移轴规则(新坐标等于旧坐标减新原点的旧坐标)，将公式(2－12)和(2－13)改写成

$$X_B = 4R\sin\alpha\cos\alpha^2\alpha - R\sin\alpha \tag{2-14}$$

$$Y_B = -\{-4R\sin^2\alpha\cos\alpha - (-R\cos\alpha)\}$$

$$= 4R\sin^2\alpha\cos\alpha - R\cos\alpha \tag{2-15}$$

而落回角(β、钢球中心与磨机中心的连线和 X 轴的夹角)可以求出为

$$\sin\beta = \frac{Y_B}{R} = 4\sin^2\alpha\cos\alpha - \cos\alpha$$

$$= -4\cos^3\alpha + 3\cos\alpha = -\cos^3\alpha$$

$$= -\sin(90° - 3\alpha) = \sin(3\alpha - 90°)$$

于是，

$$\beta = 3\alpha - 90° \tag{2-16}$$

有的研究者如高伍(Gow)认为，每一个球到达脱离点之前，都受到它后面的球上升时的推力。因此上升得较脱离点高，抛物落下也较戴维斯理论算出的远。虽高伍根据这种方法提出了另外的计算公式，但尚未获公认，而戴维斯理论与实际资料仍然大致符合。

三、脱离点与落回点的轨迹　最大脱离角与最小球层半径

1. 脱离点与落回点的轨迹

磨机中的球荷由若干层球组成，每一层球都有一个脱离点 A_i 和一个落回点 B_i。每一层球的 A_i 点的坐标各不相同，但它们既然都是脱离点，就都具有相同的几何条件。同样，各落回点 B_i 的坐标尽管也不相同，但也都符合同一个几何条件。找出这两种几何条件，就找出了这两种转折点的连线，即脱离点与落回点的轨迹。

由公式(2-2)可知

$$R = \frac{900}{n^2}\cos\alpha = a\cos\alpha \tag{2-17}$$

此处，$a = \frac{900}{n^2}$，当 n 为已给定时，a 为常数。

公式(2-17)是以磨机中心 O 为极点，坐标轴 OY 为极轴的圆曲线方程，此圆的半径为$\frac{a}{2}$。由于每一层球皆有一脱离角 a_i 与球层半径 R_i，并且符合上述关系，因此诸 A_i 皆在以 O_1 为圆心及 $O_1O = \frac{a}{2}$为半径的圆上。这个圆就是各脱离点 A_i 的轨迹，见图3-2-8。落回点 B_i 到磨机中心的距离为 R_i，与极轴 OY 之间的极角θ 由公式(2-16)可知为

$$\theta = \beta_i + 90° = 3\alpha$$

点 B_i 也在圆运动轨迹上，它也遵从公式(2-2)，于是照样有极坐标方程式

$$R = a\cos\alpha = a\cos\frac{\theta}{3} \tag{2-18}$$

当 $\theta = 270° = \frac{3}{2}\pi$ 时，$R = 0$，此方程式表示的曲线(即巴斯赫利螺线)将通过磨机中心(即极点) O。公式(2-18)代表的曲线就是诸落回点 B_i 的轨迹。