

文章编号: 1001-1986(2010)01-0076-05

# Curvelet 变换及其在地震波场分离中的应用

张恒磊<sup>1,2</sup>, 刘天佑<sup>1,2</sup>

(1. 中国地质大学地球物理与空间信息学院, 湖北 武汉 430074;  
2. 中国地质大学构造与油气资源教育部重点实验室, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 小波多尺度分析可以有效处理一维信号的点奇异特征, 但对于二维信号的线奇异特征, 小波变换显得无能为力。Curvelet 多尺度变换可以对时空信号进行最稀疏表达, 能够获得最优的非线性逼近。通过分析地震信号在 Curvelet 域三维空间的特征, 认为时空信号的不同波组成分在 Curvelet 域存在明显的差异, 可以从频率、角度和空间位置实现有效反射波和干扰波的分离。理论模型与实际单炮记录处理结果表明, Curvelet 域方法在分离干扰波、突出反射波的同时, 可以较好地保持有效波信息, 保真度好。

**关键词:** Curvelet 变换; 小波变换; 多尺度分析; 波场分离

**中图分类号:** P631 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-1986.2010.01.018

## Curvelet transform and its application in seismic wave field separation

ZHANG Henglei<sup>1,2</sup>, LIU Tianyou<sup>1,2</sup>

(1. Institute of Geophysics and Geomatics, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 2. Key Laboratory of Tectonics and Petroleum Resources, China University of Geosciences, Ministry of Education, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** The multi-scale analysis can effectively describe the signal characteristics in different scales efficiently and is widely used in signal processing. Curvelet transform is characterized by optimum sparseness constraint condition that can deal with line-like phenomena in high dimension. Through analyzing the signal characteristic in Curvelet domain among different waves, we think they have significant difference in frequency, angle and position. So we can employ Curvelet transform to separate interference wave from effective wave. Examples of processing the model data and field data illustrate its feasibility and effectiveness in wave separation, it can provide superior interference wave attenuation with minimal impact on the desirable signal components, and its result has good fidelity.

**Key words:** Curvelet transform; wavelet transform; multi-scale analysis; separation of wave field

自小波多尺度分析出现以来, 小波分析方法在地震资料处理领域得到了广泛的应用<sup>[1-5]</sup>, 这主要得益于小波的时频局部分析能力。而二维离散小波变换是一维小波变换的张量积, 角度分辨率较低<sup>[6]</sup>。由张量基构造的二维小波, 在进行图像处理时, 方向性提取不足, 只能在水平、垂直、对角线等几个有限的方向进行表示和检测, 这使得图像信号中的线状变化特征不能很好的被表示。所以, 当图像信号中含有多方向的线状变化特征时, 小波变换就不能对其进行有效的表示和检测, 不能获得最优的, 甚至是“近似最优”的非线性逼近。因此, 在压制干扰波的同时会不可避免地损伤有效波信息。针对这一局限性, Candès 等人在 1999 年提出了 Curvelet

变换<sup>[7-8]</sup>。Curvelet 是多尺度变换, 可以对高维信号进行最稀疏表达, 能很好地处理高维信号的线奇异特征。近年来, 该方法被迅速应用于地球物理领域, 仅 2008 年, Geophysics 和 The Leading Edge 就刊登了数篇关于地震资料噪声压制、多次波分离以及数据压缩等领域的文章<sup>[9-12]</sup>。

本文分析了 Curvelet 变换的数学原理, 并针对复杂地震资料波组特点, 引入角度剖分量  $A$  描述地震资料中波组的角度信息, 可以在 Curvelet 域充分利用波组间频率、空间位置及角度的差异实现波场分离。最后, 通过模型数值计算分析及实际资料处理, 表明 Curvelet 在分离干扰波的同时, 可以有效保持有效反射波信息, 实现信号的保真处理。

收稿日期: 2009-03-08

基金项目: 教育部高等学校博士学科点专项科研基金项目(20050491504)

作者简介: 张恒磊(1983—), 男, 安徽明光人, 博士研究生, 从事低信噪比地震资料处理方法及综合地球物理方法研究。

## 1 方法原理

Curvelet 变换可以对时空信号进行最稀疏表达, 能够有效地描述具有线奇异特征的高维信号。干扰波与有效反射波在 Curvelet 域( $j, \theta, k$ )三维空间有明确的物理意义, 从频率、角度和空间位置差异实现波场分离将有很好的应用前景。

### 1.1 Curvelet 变换

在二维空间, 设空间域变量为  $x$ , 频率域变量为  $w$ , 频率域的极坐标为  $r$  和  $\theta$ ,  $l$  为方向参数。先引入一对窗函数: 半径窗  $W(r)$  和角窗  $V(t)$ ,  $W$  在  $r \in (1/2, 2)$  支撑,  $V$  在  $t \in (-1, 1)$  支撑, 且满足容许性条件:

$$\sum_{-\infty}^{\infty} W^2(2^j r) = 1; \quad r \in (3/4, 3/2) \quad (1)$$

$$\sum_{-\infty}^{\infty} V^2(t-l) = 1. \quad t \in (-1/2, 1/2) \quad (2)$$

对于每一个  $j, j_0$ , 利用傅里叶变换定义频率窗

$$U_j(r, \theta) = 2^{-3j/4} W(2^{-j} r) V\left(\frac{2 \lfloor j/2 \rfloor \theta}{2\pi}\right). \quad (3)$$

其中  $\lfloor j/2 \rfloor$  是  $j/2$  的整数部分。

利用傅里叶变换定义 Curvelet “母” 函数

$$\hat{\varphi}_j(\omega) = U_j(\omega). \quad (4)$$

称  $\varphi_j(x)$  为 Curvelet “母” 函数。其他尺度的 Curvelet 函数都可以由该 “母” 函数  $\varphi_j(x)$  经过旋转平移得到。

定义旋转角度  $\theta_l = 2\pi \cdot 2^{-\lfloor j/2 \rfloor} \cdot l$ ,  $l=0, 1, \dots, 0 < \theta_l < 2\pi$ ; 平移参数  $k=(k_1, k_2) \in \mathbb{Z}^2$ ,  $\mathbb{Z}$  为实数域空间, 则定义在尺度  $2^j$ , 方向  $\theta_l$ , 位置  $x_k^{j,l} = R_{\theta_l}^{-1}(k_1 \cdot 2^{-j}, k_2 \cdot 2^{-j/2})$  处的 Curvelet 为

$$\varphi_{j,l,k}(x) = \varphi_j(R_{\theta_l}(x - x_k^{j,l})). \quad (5)$$

其中  $R_{\theta} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  表示  $\theta$  弧度的旋转;  $R_{\theta}^{-1}$

表示  $R_{\theta}$  的逆, 有  $R_{\theta}^{-1} = R_{\theta}^T = R_{-\theta}$ , 则函数  $f(x) \in L^2(\mathbb{R}^2)$  的 Curvelet 变换可表示成其与 Curvelet 函数  $\varphi_{j,l,k}(x)$  的内积:

$$C(j, l, k) = \langle f, \varphi_{j,l,k} \rangle = \int_{\mathbb{R}^2} f(x) \overline{\varphi_{j,l,k}(x)} dx. \quad (6)$$

由此可知, 给定一个 Curvelet, 经过伸缩、平移和旋转可以生成  $L^2(\mathbb{R}^2)$  (平方可积函数空间) 的紧标架, 这就意味着它具有重构公式

$$f(x) = \sum_{(j,l,k)=M} \langle f(x), \varphi_{j,l,k} \rangle \varphi_{j,l,k}(x), \quad (7)$$

式中  $\varphi_{j,l,k}$  表示由指标  $(j, \theta, k)$  确定的 Curvelet 族;  $M$  表示指标集。

可以看出, Curvelet 具有很强的方向敏感性:

由式(5)可知, 在尺度  $j$  上总共有  $2^{\lfloor j/2 \rfloor}$  个方向。令尺度为  $D(D=2^{-j})$ , 则方向的变化步长  $\Delta L = \frac{1}{\sqrt{D}}$ 。

对于某个变换尺度  $j$ , 若在  $l$  方向有目标信号存在, 则其 Curvelet 变换的系数相对较大, 因此, 可以根据目标信号的方向特征、空间位置及频率特征在 Curvelet 域对干扰波系数进行处理, 保留有效信号的变换系数, 实现波场分离的目的。

### 1.2 旋转角度剖分及波场在 Curvelet 域的物理意义

对定义的旋转角度  $\theta_l$ , 可以加入角度剖分量  $A$ , 即有  $\theta_l = 2\pi / A \cdot 2^{-\lfloor j/2 \rfloor} \cdot l$ 。这样, 对应的 Curvelet 具有很强的方向敏感性, 在尺度  $j$  上总共有  $A \cdot 2^{\lfloor j/2 \rfloor}$  个方向, 可以较好地描述不同方向的特征信息(图 1 反映的是角度剖分量  $A$  取 8 时的 Curvelet 频率域数字化块)。

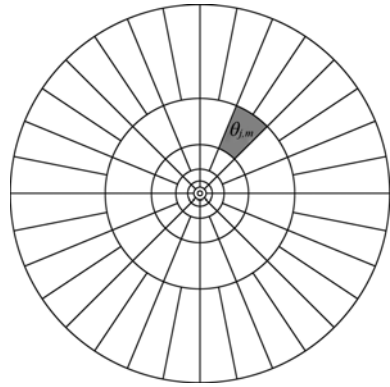


图 1 Curvelet 频率域数字化块

Fig. 1 Curvelet tiling of frequency  
阴影部分为  $j$  尺度  $m$  方向的 Curvelet

图 2 分析了不同频率、方向的波组信号在 Curvelet 域分解特征。图 2a 是模拟时空域地震信号, 图 2b—图 2g 是 Curvelet 域( $j, \theta, k$ )三维空间信号特征。可以看出, Curvelet 域( $j, \theta, k$ )三维空间可以将时空域不同频率、方向以及空间位置的波组很好的分离开来。

## 2 数值计算

图 3a 为合成地震剖面, 包括 30 Hz 有效反射波(图中 2 条弯曲同相轴), 幅值为 1; 10 Hz 干扰波(图中倾斜同相轴), 幅值为 2; 随机干扰, 信噪比为  $SNR=0.5$ 。处理的目的是在信息保真的前提下实现干扰波分离。

图 3b 是采用二维小波分析, 利用传统阈值收缩

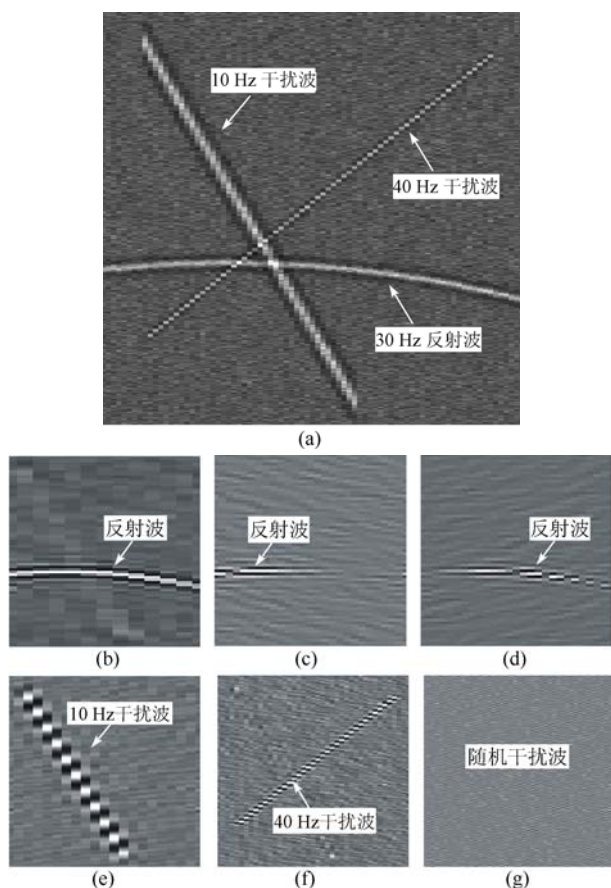


图 2 Curvelet 域波组特征分解

Fig. 2 Curvelet representations

a——模拟时空域地震信号；b—— $j=1$ ,  $\theta=\pi/4$ ;c—— $j=2$ ,  $\theta=\pi/8$ ; d—— $j=2$ ,  $\theta=\pi/4$ ; e—— $j=3$ ,  $\theta=3\pi/4$ ;f—— $j=4$ ,  $\theta=7\pi/16$ ; g—— $j=4$ ,  $\theta=\pi/2$ 

方法分解到二阶得到的处理结果。分析可知，小波变换受其角度分辨率的限制，不能很好地刻画二维信号中的曲线变化特征，在低信噪比情况下利用阈值收缩压制干扰波的同时，会衰减一部分有效信息。从图 3b 可以看出，剖面中的 10 Hz 低频干扰与随机干扰波被较好地消除了，但同时反射波能量变弱，尤其损伤了大倾角、弯曲同相轴部分的有效波信息。此外，从图 4c 频谱图与图 5b 波形放大图像中可以看出，小波处理结果中还存在一部分随机噪声，去噪不彻底，且小波处理结果存在波形畸变(图 5b)。

图 3c 是在 Curvelet 域进行干扰波分离的结果。将信号分解到 4 尺度并选择适当的量化器函数对 3 尺度、 $3\pi/4$  方向的 10 Hz 干扰波与 4 尺度、 $\pi/2$  方向的随机干扰波等区域进行矩阵量化，得到图 3c 的处理结果。可以看出干扰波得到较好的分离，且有效波信息基本不受损伤，信号保真度好(图 4d、图 5c)。图 3d 为图 3a 与图 3c 之差，从图中可以看出，该方法可以很好的分离干扰波，同时对有效信息的影响小。从 CDP34 的地震数据波形图及其频谱分析结果可以看出，Curvelet 变换对相对低频和相对高

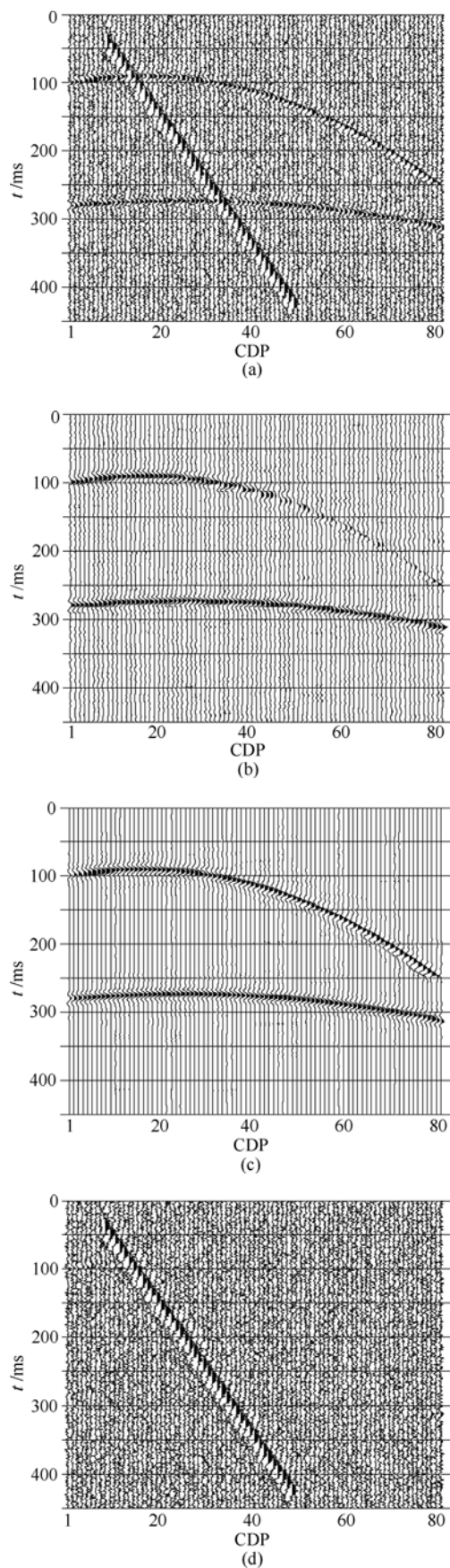


图 3 合成数据处理结果

Fig. 3 Synthetic model data

a——原始信号；b——小波方法分离结果；c——Curvelet 方法分离结果；d——Curvelet 方法去除的干扰波

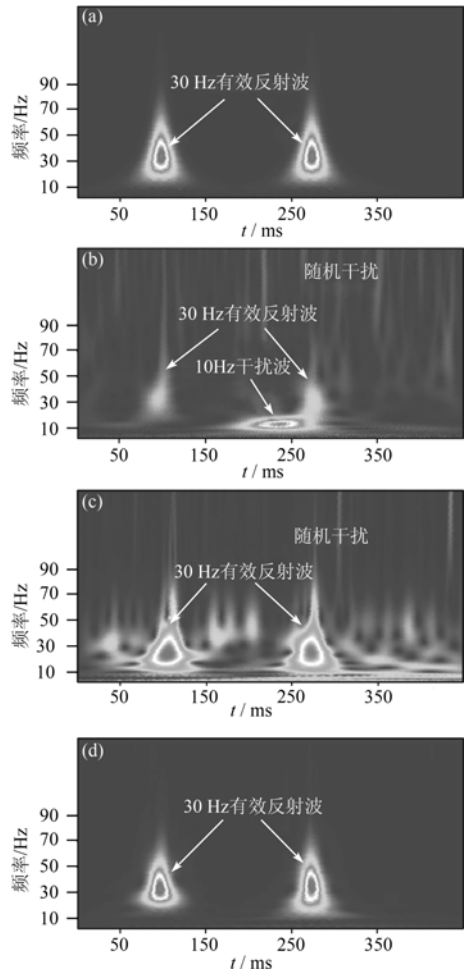


图 4 剖面信号第 34 道波形对应的频谱  
Fig. 4 Spectrum analysis of 34th trace  
a——不含干扰波的原始信号; b——对应图 3b;  
c——对应图 3c; d——对应图 3d

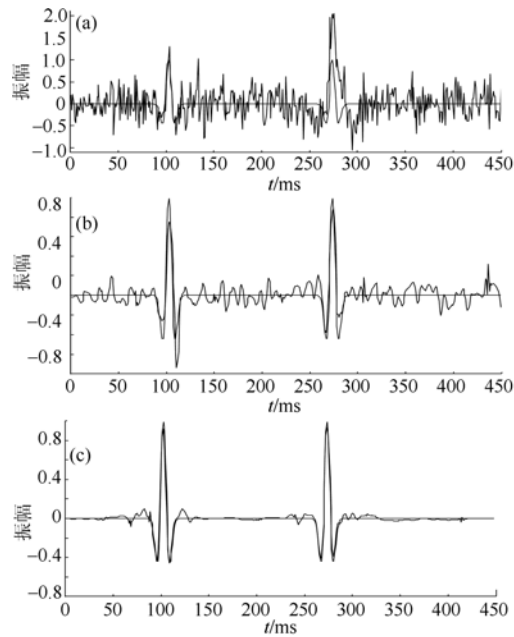


图 5 图 2b、图 2c、图 2d 取第 34 道波形放大图像  
Fig. 5 Increased 70<sup>th</sup> trace in Fig. 2b、Fig. 2c、Fig. 2d、  
(The red line is wavelet curves without noise)  
虚线为无噪声时子波波形

频的干扰波都有很好的分离效果，且在分离干扰波的同时有效保持了反射波信息，处理结果保真度较好。

再从信噪比和均方误差的角度来看处理效果。首先，给出信噪比(SNR)和均方误差(MSE)的计算公式。设原始信号  $x$ ，含噪信号  $y$ ，都是  $M \times N$  的二维信号，则含噪信号  $y$  的信噪比(SNR)与信号  $y$  与  $x$  的均方误差(MSE)计算如下：

$$SNR = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_{ij}^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (y_{ij} - x_{ij})^2} ; \quad (8)$$

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (x_{ij} - y_{ij})^2}{M \times N} . \quad (9)$$

表 1 为对该剖面利用不同方法的处理效果比较。可以看出，利用 Curvelet 方法得到的处理结果相对常规处理方法均方误差更小，剖面信噪比明显提高。

表 1 不同方法信噪比和均方误差比较  
Table 1 Comparison of the methods with SNR and MSE

	均方误差	信噪比
含噪声信号	0.092 7	0.237 1
Wavelet 处理	0.009 6	2.284 8
Curvelet 方法处理	0.001 7	13.242 8

3 实例应用

基于理论分析结果，进一步将该方法应用于某油田实际数据(图 6)。从图 6 中可以看出，由于工区复杂的地表地质条件，剖面资料中存在很强的面波及随机噪声干扰(图 7a)。

针对该区面波及随机噪声干扰，采用小波分析及 Curvelet 方法进行波场分离。可以看出，在小波域虽然可以衰减面波与随机噪声干扰(图 6b)，但同时会损失部分有效波信息。从图 7b 频谱分析结果也可以看出，相对低频的有效反射波信息被压制，且随机干扰分离不彻底。

图 6c 为采用 Curvelet 域方法分离的结果，干扰波被很好地衰减，且在面波区域的有效波信息也较好地突出出来；处理结果重构精度较高，剖面视觉效果好，同相轴清晰、连续性好。图 7c 频谱分析结果表明，Curvelet 域方法在分离相对低频和相对高频的干扰波的同时，可以有效地保持有效反射波信息，处理后有效信息频谱得到恢复，主频和有用信息的频带宽度都得到很好地保留。通过比较，利用 Curvelet 域方法进行波场分离的效果要明显优于小波域等传统方法。

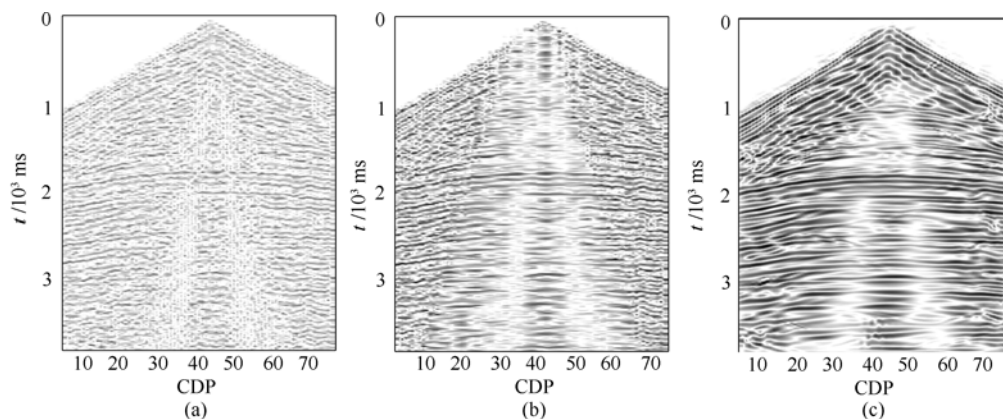


图 6 实测数据处理效果图

Fig. 6 Processing effect of acquired data

a——原始地震剖面；b——小波阈值方法处理结果；c——Curvelet 方法处理结果

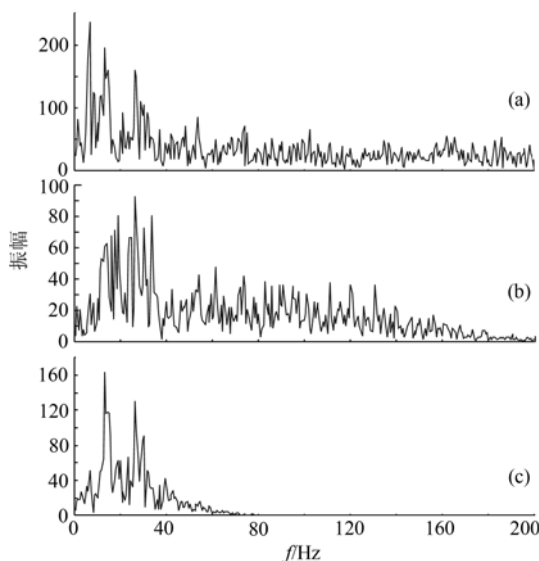


图 7 图 6a、图 6b、图 6c 取第 45 道波形对应的傅立叶振幅谱

Fig. 7 Fourier amplitude spectrum of 45<sup>th</sup> trace in Fig. 6a、Fig. 6b、Fig. 6ca——原始频谱；b——小波分析后的频谱；  
c——Curvelet 方法处理后的频谱

#### 4 结 语

随着地震勘探技术的发展，资料的保真处理越来越成为地震资料处理的第一要求。“三高一准确”是近年来地震资料处理中出现频率较高的提法之一。Curvelet 变换是新近发展起来的信号处理方法，其 Curvelet 函数可以针对地震信号进行最稀疏表达，在 Curvelet 域( $j, \theta, k$ )三维空间中针对不同波组成分实现有效分离。利用角度剖分量的选择能够适应复杂地震资料的多方向特征，在有效压制干扰波的同时，满足能量最小准则，有效波信息保持较好。通过分析认为，Curvelet 多尺度变换能够对地震反射记录实现最优分解，且信号在 Curvelet 域可以从多参数空间进行分离。因此，在噪声衰减、面波压

制以及多次波分离等领域将有更广泛应用。

**致谢** 感谢加州理工学院应用和计算数学中心 Emmanuel J. Candès 教授以及 CurveLab 实验室的所有成员，对他们提供 Curvelet 源代码表示衷心感谢；同时也将诚挚的谢意送给科研工作中的良师益友，与他们在学术上的交流探讨使作者获得了很多的创新思想。

#### 参考文献

- [1] 李林新, 南方海相碳酸盐岩油气区地震采集面临的问题和对策[J]. 石油物探, 2005, 44(5): 529–536.
- [2] 高静怀, 汪文秉, 朱光明, 等. 地震资料处理中小波函数的选取研究[J]. 地球物理学报, 1996, 39(3): 389–397.
- [3] 高静怀, 毛剑, 满蔚仕, 等. 叠前地震资料噪声衰减的小波域方法研究[J]. 地球物理学报, 2006, 49(4): 1155–1163.
- [4] ANDREW D J, DOYLE W R. Ground-roll suppressing using the wavelet transform[J]. Geophysics, 1997, 62 (6): 1896–1903.
- [5] 张三宗, 徐义贤. 地震记录小波域高阶相关叠加技术[J]. 地球物理学报, 2006, 49 (2): 554–560.
- [6] MALLAT S. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(7): 674–693.
- [7] CANDÈS E J, DONOHO D L. Continuous Curvelet transform[J]. Appl Comput Harmon Anal, 2005, 19: 198–222.
- [8] JEAN-LUE STARCK, CANDÈS E J, DONOHO D L. The Curvelet transform for image denoising[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2002, 11(6): 67–684.
- [9] RAMESH N, ANATOLY I B, DOMINIQUE G G, et al. Coherent and random noise attenuation using the Curvelet transform[J]. The Leading Edge, 2008, 27: 240–248.
- [10] FELIX J H, GILLES H. Non-parametric seismic data recovery with curvelet frames[J]. Geophysics, 2008, 173: 233–248.
- [11] FELIX J H, DELI WANG, GILLES H, et al. Curvelet-based seismic data processing: a multiscale and nonlinear approach[J]. Geophysics, 2008, 73: A1–A5.
- [12] HUUB D, MAARTEN V DE HOOP. Leading-order seismic imaging using curvelets[J]. Geophysics, 2007, 72: S231–S235.