

文章编号: 1001-1986(2010)01-0066-05

基于第二代 Curvelet 变换的地震资料随机噪声衰减

包乾宗¹, 陈文超², 高静怀²

(1. 长安大学地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054;

2. 西安交通大学电子与信息工程学院波动与信息研究所, 陕西 西安 710049)

摘要: 噪声衰减是地震资料处理中的关键问题之一。根据 Curvelet 变换对含有光滑边界的二维二阶连续可微函数所具有的稀疏表示性能, 给出了 Curvelet 变换域地震资料随机噪声衰减的阈值方法; 并给出了基于地震资料中随机噪声是独立同分布的高斯白噪声假设条件下的阈值估计方法。通过合成数据和叠后实际数据算例, 对该方法的有效性进行验证。结果表明, Curvelet 变换不仅可以很好地衰减随机噪声, 并且能较好地保持有效信号。

关键词: Curvelet 变换; 噪声衰减; 小波变换; 阈值函数

中图分类号: P631 文献标识码: A DOI: 10.3969/j.issn.1001-1986.2010.01.016

Seismic data random noise attenuation based on the second generation Curvelet transform

BAO Qianzong¹, CHEN Wenchao², GAO Jinghui²

(1. College of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China; 2. Institute of Wave and Information, School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Noise attenuation of seismic data processing is one of the key questions that can not be ignored. According to the nonlinear approximation property of the Curvelet transform in objects with piecewise C^2 edges, a threshold method of random noise attenuation in seismic data is proposed based on the Curvelet transform. And an estimation approach of the threshold value is presented on the assumption that the random noise is independent and identically distributed Gaussian white noise. The synthetic data and post-stack real data processing results confirm the effectiveness of the proposed method.

Key words: Curvelet transform; noise attenuation; nonlinear approximation; threshold function

地震资料的高信噪比、高分辨率、高保真和准确成像是地震勘探工作者追求的目标, 也是地震数据处理水平的最终体现。其中, 提高信噪比是地震高分辨率处理、成像、岩性参数反演及属性分析等诸项研究的前提和基础。因此, 如何提高地震数据的信噪比是地震数据处理中的一个重要环节。对此, 国内外学者已将数学、物理以及信号处理中的最新理论和方法研究应用于地震数据中的信噪分离研究, 并取得了一定的实用效果, 如 $f-k$ 方法^[1]、Radon 变换方法^[2]、小波变换方法^[3]、聚束滤波方法^[4]、基于独立分量分析的噪声衰减和波场分离方法^[5-6]等。

Curvelet 变换是近年来 Candès 和 Donoho 等人在应用调和和分析领域中提出的一种全新变换^[7-8]。它能对边缘为分段二阶连续可微函数进行稀疏表示, 同时具有多尺度和多方向的特性。在地震勘探领域,

Herrmann 等人概述了 Curvelet 变换在不同地震数据处理问题中的应用^[9], Neelamani 等人发表了 Curvelet 在地震相干噪声和随机噪声衰减中的应用的文章^[10]。

本文提出了基于阈值的地震数据随机噪声衰减的第二代 Curvelet 变换方法。首先概述 Curvelet 变换的原理及其主要特性; 继而针对地震资料随机噪声衰减的需求, 提出 Curvelet 变换的相应方法, 并分别应用合成资料 and 实际资料验证该方法的有效性。

1 Curvelet 变换原理概述

Curvelet 变换是近年来在应用调和和分析领域发展起来的一种数学变换方法, 旨在处理存在二阶连续可微边界函数的最优稀疏表示问题^[7-8]。在二维情况下, 设 x 为空间域变量、 ω 为频率域变量, r 和 θ

收稿日期: 2009-06-11

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(40730424); 国家高技术研究发展计划(863 计划)项目(2006AA09A102-11)

作者简介: 包乾宗(1972—), 男, 甘肃西峰人, 博士, 讲师, 从事地震信号处理方法研究。

为频率域的极坐标。对于自变量是正实数，且在 $r \in (1/2, 2)$ 紧支的径向窗 $W(r)$ 和自变量为实数，在 $t \in [-1, 1]$ 紧支的角度窗 $V(t)$ 皆是光滑、非负且实值的，并服从以下容许性条件：

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} W^2(2^j r) = 1, \quad r \in (3/4, 3/2) \quad (1)$$

$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} V^2(t-l) = 1, \quad t \in (-1/2, 1/2) \quad (2)$$

则对每个 $j \geq j_0$ ，频域窗 U_j 可以定义为

$$U_j = 2^{-3j/4} W(2^{-j} r) V\left(\frac{2^{\lfloor j/2 \rfloor} \theta}{2\pi}\right), \quad (3)$$

式中 $\lfloor j/2 \rfloor$ 是对 $j/2$ 下取整。

U_j 的支撑是由径向窗 W 和角度窗 V 定义的一个楔形。楔形的长度和宽度依赖于它的尺度，而波形函数 $\varphi_j(x)$ 通过它的傅立叶变换 $\hat{\varphi}(\omega) = U_j(\omega)$ 来定义。若将 $\varphi_j(x)$ 视之为母 Curvelet，则在尺度 2^{-j} 上所有的 Curvelet 是 $\varphi_j(x)$ 经由平移和旋转而得到的。在尺度为 2^{-j} 、方向为 θ_l 和空间位置在 $x_k^{(j,l)} = R_{\theta_l}^{-1}(k_1 \cdot 2^{-j}, k_2 \cdot 2^{-j/2})$ 的 Curvelet 定义为

$$\varphi_{j,l,k}(x) = \varphi_j\left(R_{\theta_l}(x - x_k^{(j,l)})\right), \quad (4)$$

式中 旋转角 $\theta_l = 2\pi \cdot 2^{-\lfloor j/2 \rfloor} l, l = 0, 1, \dots$ ，且 $0 \leq \theta_l < 2\pi$ ；平移参数 $k = (k_1, k_2) \in Z^2$ ， R_{θ} 表示角度为 θ 时的旋转矩阵。

那么，函数 $f \in L^2(R^2)$ 的 Curvelet 系数可表示为 f 和 Curvelet $\varphi_{j,l,k}$ 的内积

$$c(j, l, k) = \langle f, \varphi_{j,l,k} \rangle = \int_{R^2} f(x) \overline{\varphi_{j,l,k}(x)} dx. \quad (5)$$

其在频率域中的定义为

$$c(j, l, k) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{R^2} \hat{f}(\omega) \overline{\hat{\varphi}_{j,l,k}(\omega)} d\omega = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \hat{f}(\omega) U_j(R_{\theta_l} \omega) e^{i\langle x_k^{(j,l)}, \omega \rangle} d\omega, \quad (6)$$

式中 $\hat{f}(\omega)$ 是 $f(x)$ 的二维傅里叶变换。

Curvelet 变换不仅具有较好的非线性逼近率，而且所有 Curvelet 原子可以构成一个紧标架，这就使得它象标准正交基一样具有以下重构公式

$$f(x) = \sum_{\mu=M} \langle f(x), c_{\mu} \rangle c_{\mu}, \quad (7)$$

式中 $\langle f(x), c_{\mu} \rangle$ 是函数 $f(x)$ 的 Curvelet 系数； c_{μ} 表示由多指标 $\mu = (j, l, k_1, k_2)$ 确定的 Curvelet 族； M 是指标集。

另外，Curvelet 原子服从一种抛物尺度关系，

即尺度为 2^{-j} 的 Curvelet 原子在频率域的角楔形长度与 2^j 成比例，宽度与 $2^{j/2}$ 成比例；在空间域则是一个长度与 $2^{-j/2}$ 和宽度与 2^{-j} 成比例的脊。由于 Curvelet 变换的这种多尺度几何特征，从而有别于二维离散张量积小波，且也正是这种尺度关系使得可呈现最稀疏地表示沿着二阶连续可微边界存在不连续性函数的关键因素。图 1 显示了 4 个不同的 Curvelet 原子在空间域和频率域表示。

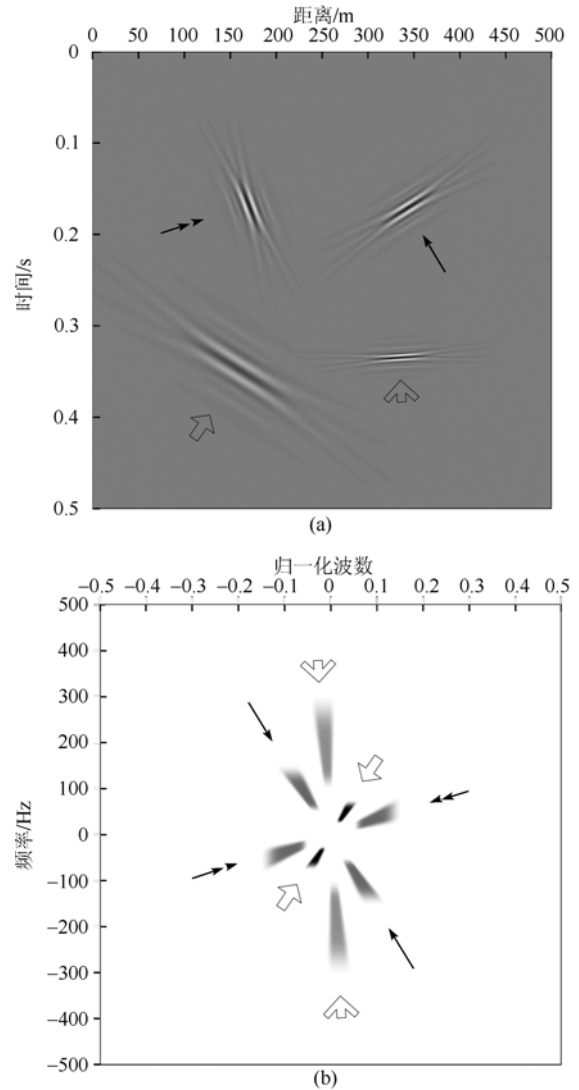


图 1 Curvelet 原子的空间域(a)和频率域(b)表示
Fig. 1 Spatial and frequency representation of curvelet atoms

对于一个具有光滑边界的二维二阶连续可微函数 $f(x, y)$ ，若将之分解为一系列 Curvelet 系数，并由这些系数中选择出 n 个最大系数用以重建函数 $f_n^C(x, y)$ ，则重构的均方误差可表示为

$$\|f - f_n^C\|_{L^2}^2 \propto n^{-2} (\log n)^3; \quad n \rightarrow \infty \quad (8)$$

若运用小波分解，则重构的均方误差表示为

$$\|f - f_n^W\|_{L^2}^2 \propto n^{-1}; \quad n \rightarrow \infty \quad (9)$$

而用傅立叶变换重构的均方误差则应为

$$\|f - f_n^F\|_{L^2}^2 \propto n^{-1/2}, \quad n \rightarrow \infty \quad (10)$$

可以看出, 基于 Curvelet 变换的非线性逼近率是 3 种非线性逼近中最优的。图 2 显示了对于二维分段光滑函数的小波表示和 Curvelet 表示的非线性逼近。从图 2 中可以看出, 与小波相比, Curvelet 可以更优地表示此类函数。

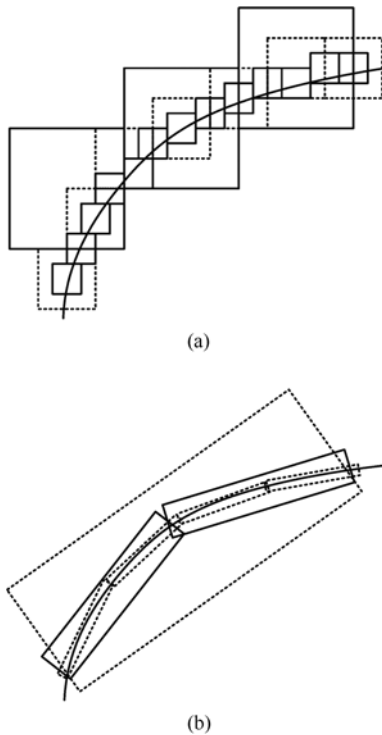


图 2 二维分段光滑函数小波(a)和 Curvelet(b)的非线性逼近

Fig. 2 Nonlinear approximation of 2D piecewise smooth function by Wavelet and Curvelet

2 地震资料噪声衰减的 Curvelet 变换方法

Curvelet 变换可以将一个信号表示为 Curvelet 原子的线性加权叠加, 其加权系数就是 Curvelet 变换系数。又由于 Curvelet 变换是一个线性变换, 则对于一个二维地震信号(叠前资料或叠后资料)有

$$d(x, t) = s(x, t) + n(x, t), \quad (11)$$

式中 d 为带有随机噪声的地震资料; s 为信号(包括相干噪声); n 为随机噪声; x 和 t 为空间和时间坐标。

Curvelet 变换系数即指信号 Curvelet 系数和噪声 Curvelet 系数之和, 即

$$C_d(j, l, k_x, k_t) = C_s(j, l, k_x, k_t) + C_n(j, l, k_x, k_t), \quad (12)$$

式中 C_d 、 C_s 、 C_n 分别为 d 、 s 、 n 的 Curvelet 变换系数; j 、 l 、 k_x 、 k_t 分别表示尺度、角度和平移因子。

由于地层沉积的相对稳定性, 地震有效信号及相干噪声沿时空域的不同角度将具有较强的相关性。因此, 其 Curvelet 系数将分布在 Curvelet 域中的有限区域。与之不同的是, 随机噪声在时空域中不具有相关性, 故经过变换后当分布于整个 Curvelet 域, 且其 Curvelet 系数也呈现为弱振幅。因此, 对于随机噪声可以通过下列的阈值方法获得信号 s 的估计:

$$\tilde{s} = C^{-1}S_{CT}(C_d), \quad (13)$$

式中 C_d 表示地震资料的 Curvelet 变换; C^{-1} 为逆 Curvelet 变换; S_{CT} 表示选用的硬阈值函数, 其定义为

$$S_{CT}(C_\mu) = \begin{cases} C_\mu & |C_\mu| \geq m\varepsilon_{j,l}\sigma \\ 0 & |C_\mu| < m\varepsilon_{j,l}\sigma \end{cases}, \quad (14)$$

式中 C_μ 为原始的 Curvelet 系数; m 为与尺度因子 j 相关的常数, 通常取 3 或 4; $\varepsilon_{j,l}$ 为服从标准正态分布的白噪声在 Curvelet 域中各个尺度和角度指标下的能量分布; σ 为估计的地震资料中噪声标准差。

假设地震资料中随机噪声是独立同分布的高斯白噪声, 则噪声标准差可以利用下式估计^[11]:

$$\sigma = \text{median}[|d - \text{median}(d)|] / 0.6745. \quad (15)$$

3 算例分析

为验证该方法在地震资料处理中所呈现的实际效果, 分别对合成地震资料和叠后实际资料进行了相应处理。所用的原始合成数据由 120 道组成, 每道包括 501 点(图 3a)。该数据包含了在实际叠后资料中经常存在的一些现象: 水平同相轴(A)、倾斜同相轴(B 和 C)、振幅随偏移距变化的水平同相轴(D)、弯曲同相轴(E)及不连续同相轴(F), 并且各个同相轴在频率或振幅上存在着不同程度的差异。为了统一比较标准, 信噪比的定义式如下:

$$SNR = 20 \log_{10} \frac{\|s_0\|_2}{\|s - s_0\|_2}, \quad (16)$$

其中 s_0 为无噪数据; s 为含噪数据。

对图 3a 加入零均值的高斯噪声后得到所要处理的噪声剖面(图 3b), 其信噪比为 2.404 2 dB。图 3c 和图 3d 为基于 Curvelet 变换的随机噪声衰减后的信号和残差剖面。从图中可以看出, Curvelet 变换在随机噪声衰减中可取得甚佳的效果, 信噪比达到了 14.549 1 dB。

图 4 为一段实际叠后地震资料, 1 300 道, 1 ms 采样, 时间为 1.0~1.5 s。从剖面中可以看出, 该资料中有较强的随机干扰。图 5 为利用 Curvelet 变换方法对其中随机噪声衰减后的结果及所得的噪声剖面。

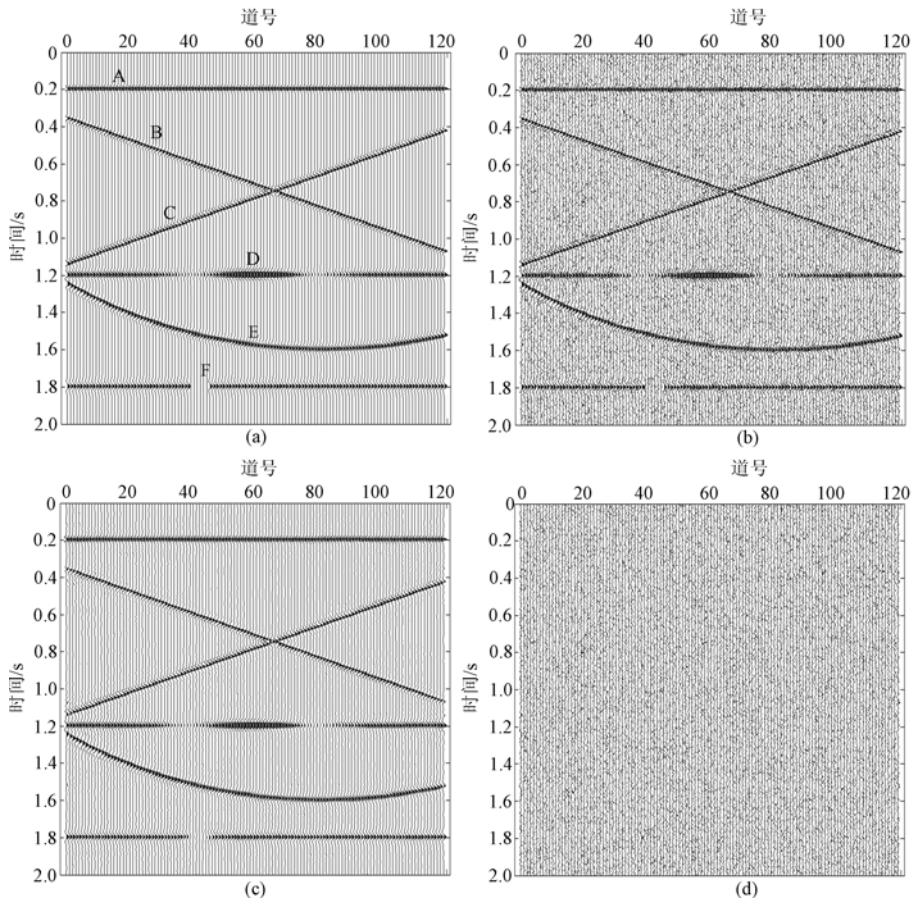


图 3 合成数据随机噪声衰减

Fig. 3 The attenuation of random noise in synthetic data
a—合成原始剖面；b—含噪剖面；c—Curvelet 变换方法的处理结果；d—图 3b 和图 3c 之差

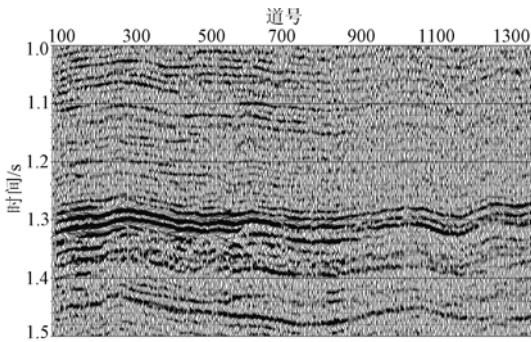


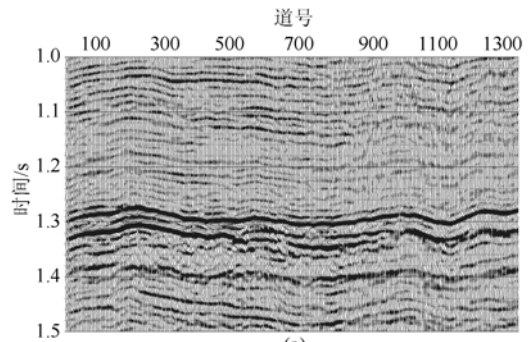
图 4 叠后实际地震资料

Fig. 4 The real post-stack seismic data

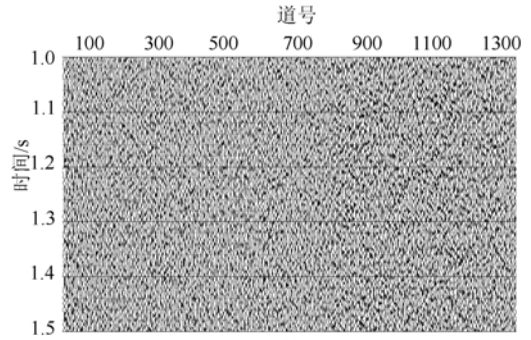
图 6 为图 4 中第 800 个 CDP 的频谱与利用 Curvelet 变换处理后所得频谱对比。从图 5 与图 6 的对比可以看出，Curvelet 变换方法不仅对地震资料中随机噪声有较好的抑制作用，且对信号仍持有很高的保真度，同时能较好地保持有效信号的频带，为地震资料后续的高分辨处理、参数反演提供了基本保证。

4 结论

通过对 Curvelet 变换特点的阐述，提出了基于



(a)



(b)

图 5 利用 Curvelet 变换对图 4 中实际资料处理所得结果

Fig. 5 The real data processing results with Curvelet transform in Fig. 4

a—Curvelet 变换方法得到的处理结果；b—图 4 与图 5a 之差

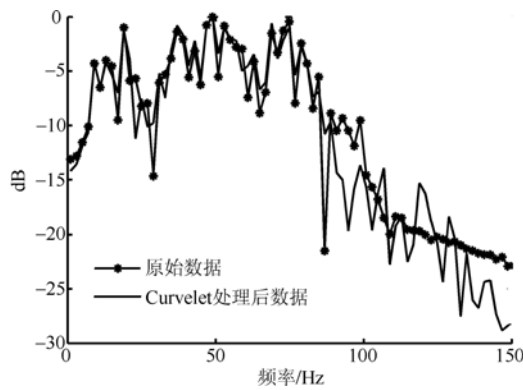


图 6 图 4 中第 800 个 CDP 的频谱与利用 Curvelet 变换处理后所得频谱对比

Fig. 6 The comparison between the original spectrum of the 800 th CDP in Fig. 4 and the obtained spectrum by Curvelet transform processing

Curvelet 变换的硬阈值衰减地震资料随机噪声的方法。通过对合成资料 and 实际叠后资料处理表明，Curvelet 变换不仅可以很好地衰减随机噪声，并且能较好地保持有效信号。另外，由 Curvelet 变换的特性可知，它不仅可用于地震资料中随机噪声衰减，也可以用于相干噪声衰减，并将会在地震资料处理的其他方面获得更好的应用。

参考文献

[1] 伊尔马兹. 地震资料分析 - 地震资料处理、反演和解释[M]. 刘怀山, 王克斌, 译. 上册. 北京: 石油工业出版社, 2006.

[2] FOSTER D J, MOSHER C C. Suppression of multiple reflectors using the Radon transform[J]. Geophysics, 1992, 57(3): 386-395.

[3] 高静怀, 毛剑, 满尉仕, 等. 叠前地震资料噪声衰减的小波域方法研究[J]. 地球物理学报, 2006, 49(4): 1155-1163.

[4] 胡天跃, 王润秋, WHITE R. 地震资料处理中的聚束滤波方法[J]. 地球物理学报, 2000, 43(1): 105-115.

[5] VRABIE V D, BIHAN N L, MARS J. Multicomponent wave separation using HOSVD/unimodal-ICA subspace method[J]. Geophysics, 2006, 71(5): V133-V143.

[6] 陆文凯, 骆毅, 赵波, 等. 基于独立分量分析的多次波自适应相减技术[J]. 地球物理学报, 2004, 47(5): 886-891.

[7] CANDÈS E J, DONOHO D L. New tight frames of Curvelets and optimal representations of objects with C^2 singularities[J]. Comm on Pure and Applied Mathematics, 2004, 57(2): 219-266.

[8] CANDÈS, E J, DEMANET L, DONOHO D L, et al. Fast discrete curvelet transforms[J]. SIAM Mult. Model. Sim., 2006, 5(3): 861-899.

[9] HERRMANN F J, WANG D L, HENNENFENT G, et al. Curvelet-based seismic data processing: a multiscale and non-linear approach [J]. Geophysics, 2008, 73(1): A1-A5.

[10] NEELAMANI R, BAUMSTEIN A I, GILLARD D G. Coherent and random noise attenuation using the curvelet transform[J]. The leading edge, 2008, 27(2): 240-248.

[11] ZHANG R, TRAD D, ULRICH T J. Hybrid, wavelet transform based, noise attenuation[J]. Integrated Computer-Aided Engineering, 2005, 12(1): 91-98.

(上接第 65 页)

在用有限差分法模拟全波场波的传播和探讨瑞利波的传播特性时，模拟结果中存在明显的数值频散现象，如果进一步利用模拟所得到的地震剖面分析瑞利波的“之”形频散曲线形成机理，就不得不尽量压制或消除这种数值频散。所以，在今后采用差分方法对频散介质进行研究的时候，一定要注意数值频散对瑞利波本身频散特性的影响。

参考文献

[1] 丛皖平, 张鹏, 王继矿. 多道瑞利波在矿井独头巷道超前探测中的应用[J]. 煤田地质与勘探, 2008, 36(4): 67-69.

[2] 谢昭晖, 钟和, 陈昌彦. 瑞利波勘探技术在岩土工程勘察中应用[J]. 物探与化探, 2007, 31(3): 279-282.

[3] 夏宇靖. 稳态瑞雷波实测洞穴 $D-\bar{v}_R$ 曲线的类型[J]. 煤田地质与勘探, 1996, 24(1): 50-55.

[4] 杨天春, 吴燕清, 刘新华. 对瑞利波频散曲线计算中高频数值

溢出的处理[J]. 煤炭学报, 2007, 32(10): 1041-1045.

[5] THOMAS B, ULRICH L, WOLFGANG R, et al. Rayleigh-to-shear wave conversion at the tunnel face—From 3D-FD modeling to ahead-of-drill exploration[J]. Geophysics, 2008, 72(6): 67-79.

[6] 郭君. 地下洞穴的瑞利面波波场特征有限元数值模拟研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2008.

[7] 周竹生, 刘喜亮, 熊孝雨. 弹性介质中瑞雷面波在有限差分正演模拟[J]. 地球物理学报, 2007, 50(2): 567-573.

[8] 熊章强, 张大洲, 秦臻, 等. 瑞雷波数值模拟中的边界条件及模拟实例分析[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2008, 39(4): 824-830.

[9] 马在田, 曹景忠, 王家林, 等. 计算地球物理学概论[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997: 20-27.

[10] 刘彩云, 陈忠, 熊杰. 地震剖面图 Wiggle 曲线绘制与正振幅填充算法[J]. 成都大学学报(自然科学版), 2008, 27(4): 320-321.