

考虑第三偏应力不变量的岩石局部化变形预测模型

李云祯^{1, 2}, 黄涛¹, 戴本林³, 蔡臣¹

(1. 西南交通大学 环境科学与工程学院, 四川 成都 610031; 2. 美国西北大学 土木与环境工程系, 埃文斯顿, IL 60208;

3. 河海大学 环境科学与工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 现有岩石局部化变形带发生条件与带角预测模型均只考虑 2 个应力不变量, 预测结果与实验观测结果关联度不好, 最近的研究表明第三应力不变量在局部化变形中起重要的作用。在 Rudnicki 与 Rice 单屈服面和 Issen 双屈服面模型的基础上, 通过相似角表征第三偏应力不变量, 得到第三偏应力不变量相关性模型判断岩石局部化变形发生条件和预测变形带角, 利用 Mogi 的 Dunham 白云岩轴对称拉伸和压缩状态以及 Haimson 的 Westly 花岗岩轴对称拉伸实验的变形带角属性作为边界条件, 计算得到模型中的弹塑性参数, 最后预测得到其他一般应力状态的变形带角, 相较于二应力不变量模型, 提高局部化变形带角的预测精度。

关键词: 岩石力学; 局部化变形; RR 理论; Issen 双屈服面模型; 临界硬化模量; 变形带角; 第三应力不变量相关性模型

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2010)07 - 1450 - 07

PREDICTION MODEL OF LOCALIZATION DEFORMATION OF ROCKS CONSIDERING THE THIRD DEVIATORIC STRESS INVARIANT

LI Yunzhen^{1, 2}, HUANG Tao¹, DAI Benlin³, CAI Chen¹

(1. School of Environmental Science and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China;

2. Department of Civil and Environment Engineering, Northwestern University, Evanston, IL 60208, USA;

3. College of Environmental Science and Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China)

Abstract: Comparing with some other constitutive relations, which only consider the influence of two stress invariants, about the deformation behaviour of rocks, a model is proposed considering the influence of the third deviatoric stress invariant through a similar angle on the basis of Rudnicki and Rice(RR) single yield surface model and Issen two yield surface model. The model is used to obtain the determinant condition of the three types of deformation bands and band angles. The axisymmetric stress state data are chosen of Mogi's experiment on Dunham-Dolomite and Haimson's on Westly granite as boundary condition to deduce the elastoplastic parameters in the model, and then to predict the band angle of the other stress states. The results are compared with the data of Mogi's true triaxial test on Dunham-Dolomite, and it is found that the predictions are in reasonable agreement with the experiment data more than the two stress invariants model.

Key words: rock mechanics; localization deformation; RR theory; Issen two yield surface model; critical hardening modulus; band angle; third stress invariant dependent model

收稿日期: 2010 - 02 - 04; 修回日期: 2010 - 05 - 18

基金项目: 留学回国人员科研启动基金资助(教外司留[2007]24)

作者简介: 李云祯(1979 -), 男, 2002 年毕业于西南交通大学土木工程专业, 现为博士研究生, 主要从事工程水环境效应及其控制方面的研究工作。

E-mail: zhenyun99@126.com, yunzhenli@gmail.com

1 引言

在各种材料中, 岩石局部化变形(剪切带、压缩带和膨胀带)是一种常见的变形方式, 广泛存在于砂岩、泡沫金属、蜂巢和其他多孔结构中^[1~5]。局部化变形结构包括: (1) 压缩带, 垂直于最大压缩主应力方向, 是一种只有纯压缩变形的条带结构(见图 1(a)); (2) 膨胀带, 平行与最大压缩主应力方向, 是一种只有纯膨胀变形的结构(见图 1(b)); (3) 剪切带, 特征是剪切变形, 常伴有膨胀变形或者压缩变形, 与最大压缩主应力方向之间存在一个角度(见图 1(c))。图 1 中 III 为最大压缩主应力方向。

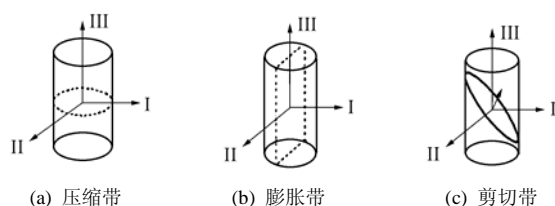


图1 局部化变形结构示意图

Fig.1 Sketch of localization deformation

在实验室和现场中都发现了多孔颗粒地质材料中的局部化变形带。该变形可以导致带内孔隙率的变化, 从而形成岩层中流体流动的管道或者产生障碍作用, 以及对二氧化碳的地质储存、油气开采和储藏的地质产生圈闭作用^[6], 且在石油和天然气的储藏和输运、含水层的管理中都有很高的利用价值, 可以带来很好的经济、环境和社会效应。由于岩石局部化变形还与地震及一些突发性灾害有密切联系, 所以研究多孔地质材料中局部化变形带的形成条件以及变形带角的预测就变得尤为重要, 一直以来都是岩石力学、岩石物理和本构模型研究的热点之一^[7]。现有的研究岩石局部化变形发生条件和变形带角的 Rudnicki 和 Rice 单屈服面模型和 Issen 双屈服面模型只考虑了 2 个应力不变量, 预测精度不高, 在此基础上引进相似角, 得到的第三偏应力相关性模型更加适用于预测岩石局部化变形条件, 提高了变形带角的预测精度。

2 传统预测局部化变形理论

2.1 RR 单屈服面预测模型

J. W. Rudnicki 和 J. R. Rice^[8]认为局部化变形是由于表征岩石材料非弹性变形行为的本构关系失

稳, 而引发的一种从均质变形的分叉。这可以解释为在给定的边界条件下, 局部化变形带较之均质变形带更容易发生, 且在变形带内出现一个速度梯度, 该速度梯度在带外消失。这种变形场的非均质性可以表达为

$$\Delta(v_{i,j}) = n_j g_i(\mathbf{n}\mathbf{x}) \quad (i=1, 2, 3; j=1, 2, 3) \quad (1)$$

式中: g_1 和 g_3 为带内的剪切应变, g_2 为体积应变, 这些分量只沿着 \mathbf{II} 的方向变化(见图 1); \mathbf{n} 为变形带的法线方向, g_i 为一个广义向量, 带内不等于 0, 带外等于 0。式(1)左端表示带内和带外速度梯度($v_{i,j}$)的差。J. W. Rudnicki 和 J. R. Rice^[8]通过下面的本构关系把岩石变形带应力率和应变率(变形率)联系起来:

$$\dot{\sigma}_{ij} = L_{ijkl} D_{kl} \quad (k=1, 2, 3; l=1, 2, 3) \quad (2)$$

式中: D_{kl} 为变形率, L_{ijkl} 为四维张量模量。

因为均质变形有 $g=0$, 如果发生局部化变形, 必须满足:

$$\det |L_{2,jk2}| = 0 \quad (3)$$

RR 预测模型得到的局部化变形发生时临界硬化模量的值为

$$h_{cr} = \frac{(GN_{22} + K\beta)(GN_{22} + K\mu) + \left(\frac{4}{3}G + K\right)G(N_{12}^2 + N_{23}^2)}{\left(\frac{4}{3}G + K\right)} \quad (4a)$$

式中: G 为杨氏模量, K 为弹性体积模量。其中, 局部化偏应力状态参数 N_{22} 和 $N_{12}^2 + N_{23}^2$ 依据主应力状态参数定义为

$$N_{22} = n_I^2 N_I + n_{II}^2 N_{II} + n_{III}^2 N_{III} \quad (4b)$$

$$N_{12}^2 + N_{23}^2 = n_I^2 N_I^2 + n_{II}^2 N_{II}^2 + n_{III}^2 N_{III}^2 - N_{22}^2 \quad (4c)$$

式中: N_K ($K=I, II, III$)为主应力状态参数。

RR 理论用的本构关系中的岩石局部化变形带角(变形带面法线方向和最大压缩主应力的夹角)为

$$\theta_{RR} = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arcsin \alpha \quad (5a)$$

其中,

$$\alpha = \frac{2\sqrt{3}(1+\nu)(\beta+\mu) - 3N(1-2\nu)}{3\sqrt{12-3N^2}} \quad (5b)$$

式中: ν 为泊松比; $\mu = f'(\sigma)$ 为屈服面的斜率; $\beta = g'(\sigma)$ 为膨胀系数, 等于体积应变(膨胀为正)的塑性增量与剪切应变的塑性增量的比值; N 用来表征偏应力状态, 取值范围为 $-1 \sim 1$ 。

2.2 Issen 双屈服面模型

为了研究多孔岩石的局部化变形行为, K. A. Issen^[9]提出一个双屈服面本构模型, 包括一个剪切屈服面和一个帽子屈服面。帽子屈服面和 T. F. Wong 等^[10]提出的 1/4 椭圆形状帽子很相似。

K. A. Issen 等^[5]用 D. J. Holcomb 等^[11]的单屈服面模型中的表达式, 描述第一屈服面和第一塑性势。本构关系为

$$F_1 = \tau - f_1(\sigma, \gamma^p) \quad (6a)$$

$$\Gamma_1 = \tau - g_1(\sigma, \gamma^p) \quad (6b)$$

式中: τ 为 Mises 等效应力; σ 为平均正应力; γ^p 为非弹性剪切应变, 用来追踪持续加载过程中剪切屈服面的非弹性应变变化。 f_1, g_1 中的下标 1 表明是第一屈服面(剪切屈服面或者第一塑性势面)。

K. A. Issen 等^[5]提出的帽子屈服面的表达式为

$$F_2 = \tau - f_2(\tau, \varepsilon^p) \quad (7a)$$

$$\Gamma_2 = \tau - g_2(\tau, \varepsilon^p) \quad (7b)$$

式中: ε^p 为非弹性体积应变, 用来追踪持续加载过程中帽子屈服面的变化。 f_2, g_2 中的下标 2 代表与第二个屈服面(帽子屈服面或帽子塑性势面)相关的参数。

为了得到应力 - 应变关系, 需要引进连续条件和流动法则。因为有 2 个屈服面和 2 个塑性势面, 所以对于每个连续条件和流动法则有 2 个解。由连续条件得到的解包括:

$$d\gamma^p = \frac{1}{h} \left(\frac{s_{ij}}{2\tau} + \frac{\mu_i}{3} \delta_{ij} \right) d\sigma_{kl} \quad (8a)$$

$$d\varepsilon^p = -\frac{1}{k\mu_2} \left(\frac{s_{ij}}{2\tau} + \frac{\mu_2}{3} \delta_{ij} \right) d\sigma_{kl} \quad (8b)$$

式中: μ_1 和 μ_2 分别为剪切屈服面和帽子屈服面的局部斜率, 从屈服面的典型形状, 可以得到 μ_1 恒为正, μ_2 恒为负; h 为硬化模量, 定义为恒定平均正应力下剪切应力 - 非弹性剪切应变曲线的斜率; s_{ij} 为偏应力; δ_{ij} 为 Kronecker 符号; k 为体积硬化模量, 定义为恒定剪切应力下平均正应力 - 非弹性体积应

变曲线的斜率。

因为有 2 个塑性势面, 所以由流动法则得到的非弹性应变的表达式包括:

$$(d\varepsilon_{ij}^p)_1 = d\lambda_1 \left(\frac{s_{ij}}{2\tau} + \frac{\beta_1}{3} \delta_{ij} \right) \quad (9a)$$

$$(d\varepsilon_{ij}^p)_2 = \frac{d\lambda_2}{\beta_2} \left(\frac{s_{ij}}{2\tau} + \frac{\beta_2}{3} \delta_{ij} \right) \quad (9b)$$

式中: β_1 和 β_2 分别为第一塑性势和帽子塑性势的局部斜率, 由于塑性势面与屈服面特殊的变形机制有关, 当屈服面上的变形机制为膨胀时, β_1 为正, 当压缩时, β_2 为负; $d\lambda_1, d\lambda_2$ 分别为第一屈服面和帽子屈服面非弹性应变, 且均是非负常量。

当 2 个屈服面都激活时, 用 K. T. Koiter^[12]提出的多个激活屈服面的方法, 总的非弹性应变增量可以通过各自应变增量相加得到, 其表达式为

$$(d\varepsilon_{ij}^p)_{2ys} = \left\{ C_{ijkl} + \frac{1}{hk\beta_2\mu_2} \left[\left(a \frac{s_{ij}}{2\tau} + b \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) \frac{s_{kl}}{2\tau} + \left(c \frac{s_{ij}}{2\tau} + d \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) \frac{1}{3} \delta_{kl} \right] \right\} d\sigma_{kl} \quad (10a)$$

其中,

$$C_{ijkl} = \frac{1}{2G} \left[\frac{1}{2} (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \frac{\nu}{1+\nu} \delta_{ij}\delta_{kl} \right] \quad (10b)$$

$$\left. \begin{aligned} a &= h + k\beta_2\mu_2, \quad b = \beta_2(h + k\beta_1\mu_2) \\ c &= \mu_2(h + k\beta_2\mu_1), \quad d = \beta_2\mu_2(h + k\beta_1\mu_1) \end{aligned} \right\} \quad (10c)$$

式中: C_{ijkl} 为弹性张量模量。

将张量模量 L_{ijkl} 代入 J. W. Rudnicki 和 J. R. Rice^[8]的局部化条件 $|L_{2jk2}| = 0$, 可以得到

$$(h_{cr})_{2ys} = \frac{k\beta_2\mu_2\eta_1 + C}{k\beta_2\mu_2 - \eta_2} \quad (11a)$$

其中,

$$\eta_i = \frac{(GN_{22} + K\beta_i)(GN_{22} + K\mu_i)}{\frac{4}{3}G + K} + G(N_{21}^2 + N_{23}^2 - 1) - K\beta_i\mu_i \quad (11b)$$

$$C = \frac{G^2K(\beta_1 - \beta_2)(\mu_1 - \mu_2)[N_{22}^2 + \frac{4}{3}(N_{21}^2 + N_{23}^2 - 1)]}{\frac{4}{3}G + K} \quad (11c)$$

式中: $(h_{cr})_{2ys}$ 为临界硬化模量, 下标 2ys 代表第三应力不变量不相关双屈服面模型。K. A. Issen^[9]注意到如果硬化模量 h 或者 k 其中一个为无限大, 则双屈服面模型就变为单个屈服面模型。

3 第三偏应力不变量相关性模型

RR 本构模型和 Issen 双屈服面预测模型只考虑两个应力不变量, 得到的预测结果大多偏小, 最近 J. P. Bardet 等^[13, 14]的研究表明第三应力不变量在局部化变形中起重要作用。本文在分析了最近实验观察和现有本构模型描述岩石材料力学行为的不足后, 比较了现有的一些本构模型, 通过修正对第三偏应力不变量的依赖性, 在 RR 预测模型和 Issen 双屈服面模型的基础上, 通过引入相似角表征第三偏应力不变量, 得到第三偏应力不变量相关性模型判断岩石局部化发生条件和预测变形带角。

3.1 本构关系

当确定局部化变形条件时, 最重要的是定义描述屈服面和塑性势面的表达式。屈服面是导致弹性或非弹性变形应力状态的边界, 其控制着加载导致的非弹性应变增量的大小; 塑性势是与非弹性塑性增量向量垂直的面, 其控制着非弹性应变增量的方向^[15]。一旦确定了屈服面和塑性势面的表达式, 根据经典塑性力学, 可以用相容条件和流动法则来确定控制材料变形行为的应力 - 应变关系。因此, 需要首先考虑对屈服面和塑性势面有影响的各种因素。通过考虑第三应力不变量影响的砂岩实验应力 - 应变曲线的分析, 在 RR 的二应力不变量单屈服面模型基础上, 基于第三偏应力不变量进行修正得到一个第三偏应力不变量相关性屈服面模型。本文采用一个与洛德角类似的角(称为相似角) $\theta = (1/3)\cos^{-1}(3\sqrt{3}t_3/2\tau^3)$ 来表征模型对 $t_3 = (1/3)s_{ij}s_{jk}s_{ki}$ (其中 s_{kk} 为偏应力)的依赖性。

屈服面 F 和塑性势面 P 的表达式分别为

$$F = \tau - f(\sigma, \theta, \gamma^p) \quad (12a)$$

$$P = \tau - g(\sigma, \theta, \gamma^p) \quad (12b)$$

应用流动法则 $d\varepsilon_{ij} = d\lambda(dP_{t_3}/d\sigma_{ij})$, 得到非弹性应变增量的表达式:

$$(d\varepsilon_{ij}^p)_{t_3} = d\lambda \left(\frac{s_{ij}}{2\tau} + \frac{\beta}{3}\delta_{ij} - \xi S_{ij} \right) \quad (13)$$

式中: 下标 t_3 代表依赖于第三偏应力不变量的模型。

从非弹性剪切应变的定义, 可以得到常数项 $d\lambda$

的表达式:

$$d\lambda = \frac{1}{h\sqrt{1+\xi^2}} \left(\frac{s_{kl}}{2\tau} + \frac{\mu}{3}\delta_{kl} - \psi S_{kl} \right) d\sigma_{kl} \quad (14)$$

把式(14)代入式(13), 得到非弹性剪切应变:

$$(d\varepsilon_{ij}^p)_{t_3} =$$

$$\frac{1}{h\sqrt{1+\xi^2}} \left(\frac{s_{kl}}{2\tau} + \frac{\mu}{3}\delta_{kl} - \psi S_{kl} \right) \left(\frac{s_{ij}}{2\tau} + \frac{\beta}{3}\delta_{ij} - \xi S_{ij} \right) d\sigma_{kl} \quad (15)$$

通过假设弹性各项同性, 可以得到弹性应变增量部分的表达式:

$$(d\varepsilon_{ij}^e)_{t_3} = (1/2G)[(1/2)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \nu\delta_{ij}\delta_{kl}/(1+\nu)]d\sigma_{kl} \quad (16)$$

弹性剪切应变和非弹性剪切应变相加可以得到总的弹性剪切应变, 形式为 $d\varepsilon_{ij} = R_{ijkl}d\sigma_{kl}$, 反推可以得到应力 - 应变关系式: $d\sigma_{ij} = L_{ijkl}d\varepsilon_{kl}$ 。与第三偏应力不变量相关的单屈服面模型的张量模量 L_{ijkl} 表达式为

$$L_{ijkl} = M_{ijkl} - \frac{1}{H^*} A_{ij} B_{kl} \quad (17a)$$

其中,

$$M_{ijkl} = G[(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \frac{2\nu}{1-2\nu}\delta_{ij}\delta_{kl}] \quad (17b)$$

$$A_{ij} = GN_{ij} + K\beta\delta_{ij} - 2G\xi S_{ij} \quad (17c)$$

$$B_{kl} = GN_{kl} + K\mu\delta_{kl} - 2G\psi S_{kl} \quad (17d)$$

$$H^* = h\sqrt{1+\xi^2} + K\beta\mu + G\xi\psi + G \quad (17e)$$

式中: M_{ijkl} 为一个四维张量; $2G\xi S_{ij}$, $2G\psi S_{kl}$, $\sqrt{1+\xi^2}$ 和 $G\xi\psi$ 为新增项, 与第三偏应力不变量具有相关性。 θ 的取值范围是 $0 \sim \pi/3$, 当取 $\pi/3$ 时对应轴对称压缩状态; 取 $\pi/6$ 时对应纯剪切应力状态; 取 0° 对应轴对称拉伸应力状态。

3.2 临界硬化模量一般表达式

临界硬化模量 h_{cr} 是用来描述局部化变形发生条件的参量。由于临界硬化模量随着潜在局部变形平面的方位而变化, 随非弹性连续变形而减小, 所以 RR 应用拉格朗日算子计算得到岩石发生局部化变形发生在临界硬化模量最大值的屈服面。本文采用同样的方法来得到岩石局部化变形的判定条件, 即与第三偏应力不变量相关的临界硬化模量 h_{cr} 为

$$(h_{cr})_{t_3} = \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} [C_2 + C_1 N_{22}^2 + C_4 N_{22} + C_1 N_{22} Y_{22} + C_5 Y_{22} + C_3 Y_{22}^2] + C_1 (N_{12}^2 + N_{23}^2) + C_6 (N_{12} Y_{12} + N_{23} Y_{23}) + C_3 (Y_{12}^2 + Y_{23}^2) - \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)} \beta \mu - \xi \psi - 1 \quad (18a)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= A_1 B_1, \quad C_2 = A_2 B_2, \quad C_3 = A_3 B_3 \\ C_4 &= A_1 B_2 + A_2 B_1, \quad C_5 = A_2 B_3 + A_3 B_2 \\ C_6 &= A_1 B_3 + A_3 B_1 \end{aligned} \right\} \quad (18b)$$

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 1 - \xi \cos(3\theta), \quad B_1 = 1 - \psi \cos(3\theta) \\ A_2 &= \frac{2(1+\nu)\beta}{3(1-2\nu)} - \frac{2\xi}{\sqrt{3} \sin 3\theta} \\ B_2 &= \frac{2(1+\nu)\mu}{3(1-2\nu)} - \frac{2\psi}{\sqrt{3} \sin 3\theta} \\ A_3 &= \frac{\sqrt{3}\xi}{\sin 3\theta}; \quad B_3 = \frac{\sqrt{3}\psi}{\sin 3\theta} \end{aligned} \right\} \quad (18c)$$

在式(18)中, 将新的应力状态参数组合与 RR 模型和 Issen 模型中得到的 h_{cr} 的表达式比较, 得到局部应力状态参数(假设 $n_{II}=0$, 合并 N_{ij} 和 Y_{ij} 项):

$$\left. \begin{aligned} N_{22} &= n_I^2 N_I + n_{II}^2 N_{II} + n_{III}^2 N_{III} \\ Y_{22} &= n_I^2 N_I^2 + n_{II}^2 N_{II}^2 + n_{III}^2 N_{III}^2 \\ N_{12}^2 + N_{23}^2 &= Y_{22} - N_{22}^2 \\ Y_{12}^2 + Y_{23}^2 &= n_I^4 N_I^4 + n_{II}^4 N_{II}^4 + n_{III}^4 N_{III}^4 - Y_{22}^2 \\ N_{12} Y_{12} + N_{23} Y_{23} &= n_I^3 N_I^3 + n_{II}^3 N_{II}^3 + n_{III}^3 N_{III}^3 - N_{22} Y_{22} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

主应力状态参数 $n_K (K = I, II, III)$ 依赖于加载条件下的偏应力状态。根据 RR 模型 $n_{II}=0$ 的假设, 应力状态参数可以得到简化, 应用拉格朗日算子, 可以得到剪切带的 h_{cr} 的表达式为

$$(h_{cr}^{II})_{t_3} = \frac{G}{\sqrt{1+\xi^2}} \left[\frac{(1-2\nu)^2}{8(1-\nu)} \frac{(T_1 S_2 + T_2 S_1)^2}{S_1 S_2} - \frac{(1-2\nu) N_{II}}{2} (T_1 S_2 + T_2 S_1) + \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} (C_2 + C_3 N_I^2 N_{III}^2) + \right.$$

$$\left. \left(1 - \frac{1+\nu}{3} N_{II}^2 \right) S_1 S_2 - \frac{2(1+\nu) \beta \mu}{3(1-2\nu)} - \xi \psi - 1 \right] \quad (20)$$

对应的局部化变形带角为

$$\phi = \sqrt{\frac{k - N_{III}}{N_I - k}} = \frac{(1+\nu) \frac{P_\sigma + F_\sigma}{F_\tau} \cos \theta - \frac{1-2\nu}{\sqrt{3}} \sin \theta}{\cos \theta} \quad (21a)$$

其中,

$$k = \frac{1-2\nu}{2} \left(\frac{T_1}{S_1} + \frac{T_2}{S_2} \right) - (1-\nu) N_{II} \quad (21b)$$

式中: θ 为相似角。

且存在:

$$-\frac{N_I + \nu N_{II}}{1+\nu} \leq \frac{1}{3} (\beta + \mu) \leq -\frac{N_{III} + \nu N_{II}}{1+\nu} \quad (22)$$

对于一般加载条件, 当满足式(22)时, 式(20)的解才有效。如果不满足式(22)左边不等式时, 岩体可能产生压缩带; 不满足式(22)右边不等式时, 则岩体可能产生膨胀带。预测结果与 W. A. Olsson 等^[3, 10]的实验观测结果一致。

4 实例验证

把 Dunham 白云岩和西花岗岩轴对称压缩和拉伸应力状态属性作为边界条件, 推算得到与第三偏应力不变量有相关性的变形带角预测模型的弹塑性参数, 然后预测其他应力状态的变形带角值, 将结果与 Dunham 白云岩真三轴实验数据进行对比。

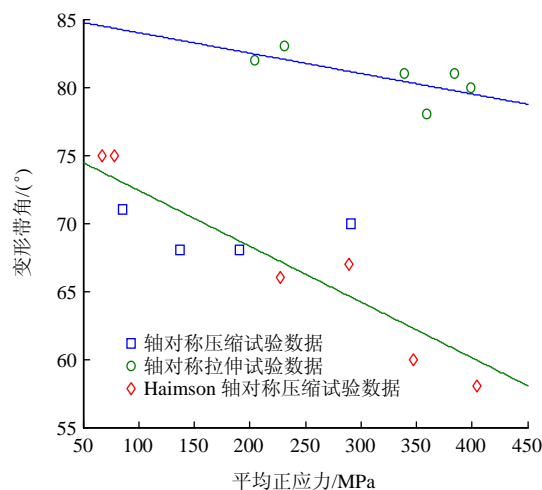
根据经典塑性力学^[16], 选用一般形式的三应力不变量屈服面, 其表达式为

$$F(\tau, \sigma, \theta) = -\sqrt{\frac{4}{27}} A \sin(3\theta) \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^3 + \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^2 - 1 = 0 \quad (0 \leq A \leq 1) \quad (23a)$$

其中,

$$\sigma = -(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 \quad (23b)$$

图 2 为 K. Mogi^[17]的轴对称压缩和拉伸实验数据和 B. Haimson^[18]轴对称拉伸实验数据, 局部化变



(a) 轴对称压缩和拉伸实验变形带角 - 平均正应力图

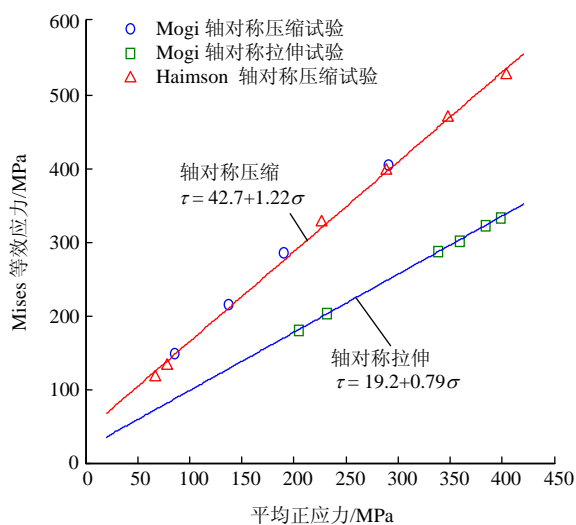
(b) 轴对称试验 τ - σ 关系图

图2 Dunham白云岩和Westly花岗岩试验关系曲线

Fig.2 Relationship curves of Dunham-dolomite and Westly granite in the tests

形带角是变形带法线方向和最大压缩主应力 σ_1 之间的夹角。图2(a)中的直线是试验数据最小二乘拟合得到,轴对称拉伸和压缩数据的斜率分别是 -0.041 和 -0.015 ,这样就可以得到 k 进而推算出 A 的值。

图2(b)是轴对称压缩和拉伸实验测得的Mises等效应力与平均正应力的线性拟合直线图。式(21a)中 F_r 的表达式可以通过式(23a)很容易算出,如果 A 是常量,那么只有 τ_0 依赖于 σ ,则有

$$F_\sigma = \frac{1}{\tau_0} \frac{d\tau_0}{d\sigma} \left[\left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^2 - 3 \right] \quad (24)$$

因为 A 是一个给定值,所以式(24)中 τ/τ_0 的比值仅依赖于 θ 。由于式(21a)中的 P_σ 为未知量,但是可

以由轴对称压缩和拉伸实验中测得的带角连同 $d\tau_0/d\sigma$ 求得。换句话说,用式(23a)和图2(a)中线性拟合的变形带角数据可以得到2个线性方程来解得 $\tau_0 P_\sigma$ 和 $d\tau_0/d\sigma$,结果在图3中显示。

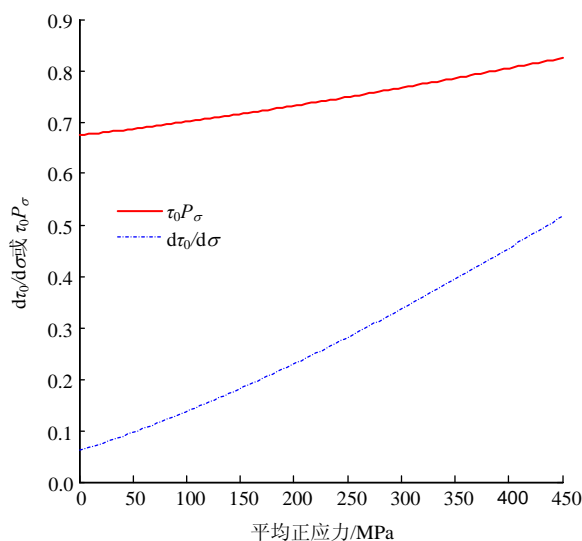
图3 $d\tau_0/d\sigma$ 和 $\tau_0 P_\sigma$ 随平均正应力的变化曲线Fig.3 Variation curves of $d\tau_0/d\sigma$ and $\tau_0 P_\sigma$ with mean normal stress

图4是利用图3得到的参数 $d\tau_0/d\sigma$, $\tau_0 P_\sigma$ 以及 A 值预测得到的变形带角与平均正应力的关系,通过线性回归分析比较作为平均正应力函数的变形带角预测值和实验观测值,发现拟合度达到0.92。

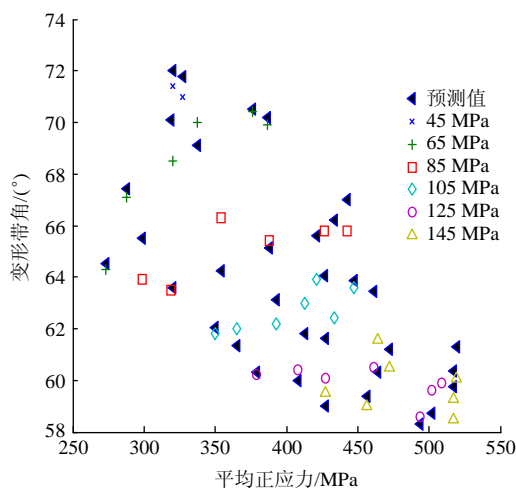


图4 预测值和观测到的变形带角比较

Fig.4 Comparison the band angle of prediction with the observation data

5 结论

现在描述岩石材料变形行为本构模型有很多,

但是有的模型只适合一些特别的岩石样本,并不适合于一般情况,岩石的本构模型必须反映岩石材料加载过程中的重要性质。通过高应力水平下的轴对称压缩和拉伸应力状态实验,观察到岩石强度、形变度和变形带角都受到中间主应力的影响。尽管现在出现了一些考虑第三偏应力不变量影响的岩石变形带角研究模型,但是这些模型都没有考虑局部化变形控制条件,而且这些第三偏应力不变量相关模型都是用来描述土的应力-应变行为,而不适用于岩石。

本文研究了实验观察结果和二应力本构模型预测岩石材料力学行为的不足,在 RR 单屈服面模型和 Issen 双屈服面模型的基础上,选用了假设材料是连续体的本构模型,由经典塑性力学得出岩石材料的应力-应变行为,通过修正对第三偏应力不变量的依赖性,提出了一个与第三偏应力不变量相关的单屈服面模型,得到了临界硬化模量 h_{cr} 的一般表达式,用来判定多孔岩石局部化变形带的发生条件并得到了局部化变形剪切带角的计算公式,结合特殊应力状态下的实验数据计算得到模型中的弹塑性本构参数,得到一般应力状态下的预测值,与实验观测值关联度更高。岩石是一种复杂的自然地质体,在结构和构造上都有极其复杂的特性,加之现有的真三轴实验数据较少,因而给模型的建立以及检验都带来了很大的难题,进一步的实验可以很好的验证现有的理论研究以及模型。

致谢 在本文成文过程中,美国西北大学指导导师 J. W. Rudnicki 给予了悉心的理论指导和资金资助,在此表示感谢!

参考文献(References):

- [1] AYDIN A. Small faults formed as deformation bands in sandstone[J]. Pure and Applied Geophysics, 1978, 16(4-5): 913-930.
- [2] 王宝善, 李 鹏, 陈 颢. 高孔隙岩石局部化变形研究新进展[J]. 地球物理学进展, 2004, 19(2): 222-229. (WANG Baoshan, LI Juan, CHEN Yong. Advances of research on localized deformation in porous rocks[J]. Progress in Geophysics, 2004, 19(2): 222-229. (in Chinese))
- [3] OLSSON W A. Theoretical and experimental investigation of compaction bands in porous rocks[J]. Journal of Geophysical Research, 1999, 104(B4): 7 219-7 228.
- [4] KLEIN E, BAUD P, REUSCHLÉ T, et al. Mechanical behavior and failure mode of Bentheim sandstone under triaxial compression[J]. Physics and Chemistry of the Earth, 2001, 26(1-2): 21-25.
- [5] ISSEN K A, CASEY T P, DIXON D M, et al. Characterization and modelling of localized compaction in aluminum foam[J]. Scripta Materialia, 2005, 52(9): 911-915.
- [6] OLSSON W A, HOLCOMB D J, RUDNICKI J W. Compaction localization in porous sandstone: implications for reservoir mechanics, oil and gas science and technology[J]. Revue de l'Institut Français du Pétrole, 2002, 57(5): 591-599.
- [7] 席道瑛, 杜 赟, 李 廷, 等. 多孔岩石局部变形带的理论和形成条件研究进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(增2): 3 889-3 890. (XI Daoying, DU Yun, LI Ting, et al. Research progress in theory and forming condition of localized deformation bands in high porosity rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(Supp.2): 3 889-3 890. (in Chinese))
- [8] RUDNICKI J W, RICE J R. Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials[J]. Journal of Mechanics and Physics of Solids, 1975, 23(6): 371-394.
- [9] ISSEN K A. The influence of constitutive models on localization conditions for porous rock[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2002, 69(17): 1 891-1 906.
- [10] WONG T F, BAUD P, KLEIN E. Localized failure modes in a compactant porous rock[J]. Geophysical Research Letters, 2001, 28(13): 2 521-2 524.
- [11] HOLCOMB D J, RUDNICKI J W, ISSEN K A, et al. Compaction localization in the earth and the laboratory: state of the research and research directions[J]. Acta Geotechnica, 2007, 2(1): 1-15.
- [12] KOITER W T. General theorems for elastic-plastic solids[J]. Progress in Solid Mechanics, 1960, 21(2): 165-171.
- [13] BARDET J P. Lode dependences for isotropic pressure-sensitive elastoplastic materials[J]. Journal of Applied Mechanics, 1990, 57(3): 498-506.
- [14] AYDIN A. Small faults formed as deformation bands in sandstone[J]. Pure and Applied Geophysics, 1978, 116(4-5): 913-930.
- [15] STERNLOF K R, CHAPIN J R, POLLARD D D, et al. Permeability effects of deformation band arrays in sandstone[J]. American Association of Petroleum Geologists Bulletin, 2004, 88(9): 1 315-1 329.
- [16] DAVIS R O, SELVADURAI A P S. Plasticity and geomechanics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- [17] MOGI K. Effect of the intermediate principal stress on rock failure[J]. Journal of Geophysical Research, 1967, 72(10): 5 117-5 131.
- [18] HAIMSON B. True triaxial stresses and the brittle fracture of rock[J]. Pure and Applied Geophysics, 2006, 22(7): 1 101-1 130.