

陈宗基讲座

# 岩石流变力学及其工程应用研究的若干进展

孙 钧

(同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 讨论岩石流变力学及其工程应用研究近年来的若干进展, 主要内容包括: 对岩石工程流变学问题的综述性介绍、软岩和节理裂隙发育岩体的流变试验研究、流变模型辨识与参数估计、流变力学手段在收敛约束法及隧道结构设计优化中的应用、高地应力隧洞围岩非线性流变及其对洞室衬护的力学效应, 以及岩石流变损伤与断裂研究。此外, 还对土力学与土工流变方面的一些进展作了简要介绍, 并就今后岩土工程流变研究的展望阐述了一点认识。

**关键词:** 岩石力学; 流变特性; 试验研究; 黏弹塑性; 非线性; 隧洞围岩-支护系统; 流变损伤与断裂; 土体流变

**中图分类号:** TU 45

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2007)06-1081-26



## ROCK RHEOLOGICAL MECHANICS AND ITS ADVANCE IN ENGINEERING APPLICATIONS

SUN Jun

(Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University,  
Shanghai 200092, China)

**Abstract:** The recent development in some aspects on the research of rock rheology and its engineering applications are discussed; the main contents are listed as follows: a comprehensive introduction of the rock engineering rheology problems, laboratory as well as in-situ study on the soft rock and rock mass of rich growth with joints and fissures, identification of rheological models and their parameters estimation, applications of rheological mechanics to the convergence-confinement method and its applications to the design optimization of tunnel structures, nonlinear rheological behavior of tunnel surrounding rocks in high earth stress region and its mechanical effect of tunnel lining-support, study on rock rheological damage and fracture mechanics. Besides, this paper gives a brief discussion on the rheology problem in soil mechanics and soil engineering. Finally, several understandings on the research work are presented in prospect of the rheological mechanics in geotechnical engineering in the future.

**Key words:** rock mechanics; rheological behavior; test study; viscous elastoplasticity; nonlinearity; lining support system for tunnel surrounding rocks; rheological damage and fracture; rheology in soft soils

## 1 引言

陈宗基先生生前是中国岩石力学与工程学会的

创始人和学会第一届理事长, 他是我国岩土流变力学学科的先驱和奠基人, 在岩土力学学科和工程应用领域取得了十分突出的成绩, 为学科发展和国家建设事业做出了卓越的贡献。

**收稿日期:** 2007-01-15; **修回日期:** 2007-05-09

**作者简介:** 孙 钧(1926-), 男, 1949年5月毕业于上海国立交通大学土木工程系, 现任同济大学地下建筑与工程系资深荣誉教授、中国科学院院士, 长期从事岩土力学与工程、隧道与地下工程等方面的教学与研究, 并培养博士研究生与博士后。E-mail: junsunk@online.sh.cn

《岩石力学与工程学报》在陈先生谢世 15 周年之际,发起创办这次“陈宗基学术讲座”,以缅怀先哲、激励后人,是十分有意义的。本文作者追随陈先生之后,结合承担国家基金和各个五年计划重大科技攻关项目,学习并致力于岩土流变力学方面的研究工作已近 30 a。此次应《岩石力学与工程学报》编委会邀约,不揣简陋,探讨一点这一子学科领域的若干研究进展,试以综述与评价相结合的方式阐述,以供广大同行切磋交流,共同提高。

下文仅是作者们(见致谢栏)多年来在各该相关子学科领域所接触到的一些主要侧面,而未敢奢求涉猎岩石流变学诸多问题的全面;限于篇幅,只在文后另立一节,试对土力学与土工方面流变力学问题的若干方面也稍加阐介,而未容展开,是祈谅解并指教。

## 2 对岩石工程流变学问题的综述性介绍

### 2.1 岩石流变的研究内容

“流变”一词,源自于古希腊哲学家 Heractitus 的理念,意即“万物皆流”。简而言之,所有的工程材料都具有一定的流变特性,岩土类材料也不例外。大量的现场量测和室内试验都表明,对于软弱岩石以及含有泥质充填物和夹层破碎带的松散岩体,其流变属性则更为显著;即使是比较坚硬的岩体,如受多组节理或发育裂隙的切割,其剪切蠕变也会达到相当的量值。用学术语言概括地说,只要岩土介质受力后的应力水平值达到或超过该岩土材料的流变下限,将产生随时间而增长发展的流变变形。因此,在岩土工程建设中,就经常遇到岩体压、剪变形的历时增长变化情况,即为岩土体流变性的具体反映。

众所周知,岩石流变是指岩石矿物组构(骨架)随时间增长而不断调整重组,导致其应力、应变状态亦随时间而持续地增长变化。对岩石工程流变学的研究<sup>[1]</sup>,诸如在岩基、边坡和隧道与地下工程等有重要实用价值的领域,总的说来常包括有以下方面的研究内容:

(1) 蠕变:在常值应力持续作用下,岩体变形随时间而持续增长发展的过程。

(2) 应力松弛:在常值应变水平条件下,岩体应力随时间而不断地有一定程度衰减变化的过程。

(3) 长期强度:岩体强度随时间而持续有限降低,并逐渐趋近于一个稳定收敛的低限定值。

(4) 弹性后效和滞后效应(黏滞效应):加荷时瞬间发生的弹性变形之后,仍有部分后续的黏性变形呈历时增长;此外,在一定的应力水平持续作用下,在卸荷之后,这部分黏性变形虽属可恢复的,但其恢复过程却需要一定的滞后时间。以上部分的变形虽仍属于弹性变形范畴,但对在加荷过程中其变形随时间的逐渐增长称为“滞后效应”;而在卸荷之后,其变形随时间的逐渐恢复,则称为“弹性后效”。二者统称“黏滞效应”,都归属于流变岩体的黏性特征。

就上述 4 个方面的岩体流变属性而言,其第(1)方面,即岩体蠕变与岩石工程和隧道设计施工的关系最为密切,这一方面的研究工作也最具重要性和工程实用价值。

### 2.2 工程流变研究的重要性

就隧道和地下工程为例,其洞室围岩的受力和变形只有从上述岩体流变学的观点和方法出发,才能对诸如毛洞施工期失稳、围岩变形位移及其对衬砌结构变压力的历时持续增长发展,以及衬砌支护与围岩的时效相互作用等工程实际问题作出有说服力的合理解释。对此试稍作展开说明:

若不计岩体的上述黏性流变特征,则洞体开挖后洞周附近围岩的应力重分布和弹性或弹塑性的收敛变形是以弹性或弹塑性波的传播速度进行的,以弹性波而言即为按声波波速传播,则应视为在成洞的瞬间就已全部完成。如果该瞬间围岩的应力不超过其强度值,则认为毛洞将是永远稳定的,嗣后其变形将不会进一步增长发展。然而,对毛洞体的长期观察和量测都充分表明,许多在成洞之初呈稳定的岩体,如不及时支护,则在经过一段时间之后,洞体才可能局部或整体失稳而导致坍塌、破坏。这说明洞周围岩变形的增长与时间因素密切相关。又如:用岩体流变的观点来解释,作用在衬砌结构上的围岩压力,对软岩而言,主要是因围岩蠕变、因而在衬砌受力以后又增长发展的形变压力(也可能包括小部分的地质松动压力)。此外,当“隧洞围岩-支护系统”的变形逐步趋于稳定以后,由于岩体的应力松弛使作用于隧洞衬砌上的围岩压力以及围岩对支护的约束抗力,仍会有少量的波动变化,并还将再持续相当一段时间。上述这些分析,都已经对许多隧洞的试验和实测所充分证实。再从隧

洞支护与围岩相互作用的认识而言,一般都于毛洞开挖若干时日之后进行衬护,再待衬护(二衬)混凝土强度达到足以参与围岩共同受力,都需要有相当的时间间隔。如果不考虑岩体的上述黏性流变特征,则认为在衬护发挥作用之前,毛洞的弹(弹塑)性变形已早就全部释放完成,这样,支护与围岩之间就不可能有任何相互作用和共同受力,即衬砌结构将谈不上参与围岩相互受力作用而形同虚设,这显然不是事实。此处,除非是坚硬致密的 I, II 级岩体,其二次衬砌受力不很明显以外,对一般中等和软弱岩体的内衬而言,都与后述论点不相符合。因此,只有在围岩变形随时间而不断增长发展的情况下,才能充分阐明它与支护间的相互作用受力机制呈时效变化特征的实质。

由此可知,在隧洞及其他岩石工程中,充分考虑岩体的上述流变特性,对工程的设计施工均具有极为重要而鲜明的实际意义<sup>[1]</sup>。

### 2.3 对岩体流变的进一步认识

这里应该指出的一点是,岩土体的上述流变效应,不仅与岩土材料的压、剪强度密切相关,同时也取决于受荷后岩土体内的应力水平的大小。在受力状态下,岩土材料的压、剪应力都存在一个能以最小程度地产生流变时效的应力下限值,称作“流变下限”。该下限值视围压情况均可由流变试验具体确定;只要外载作用下岩体的应力水平值达到或超过了上述流变下限的条件,就将产生流变效应;反之,如应力水平值小于其流变下限,则不会产生流变。因而,这里纠正了一般认为的只有软岩和软黏土才具有流变特征的不正确理念;相反,在高地应力水平(特别是没有或较小围压作用下)状态下,即便是中等强度岩石或节理发育的硬岩,也会产生一定程度的流变效应,特别是沿岩体结构弱面扩展的剪切流变<sup>[2, 3]</sup>。

### 2.4 黏弹性流变与线弹性应变间的对应法则

另外需说明的一点是:对收敛型的线性黏弹性流变,可从相对应定理(correspondence principle)中由线弹性的本构关系简单地经如下换算得到。此时,就一维问题而言,对线弹性应变情况:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma \quad (1)$$

而对线性黏弹性应变率情况:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{\eta} \sigma \quad (2)$$

式中:  $E$  和  $\eta$  均为不变的常数。

由式(1), (2)可知,若“相对应地”将式(1)中的  $\varepsilon$  置换为式(2)中的  $\dot{\varepsilon}$ , 将式(1)中的  $E$  置换为式(2)中的  $\eta$ , 则可方便地将线弹性问题的解换化为线性黏弹性问题的解。在这种情况下,采用黏弹性法则来描述问题,可以了解其变形发展的时间历程,但其最终的变形达到稳定的收敛值时将与按线弹性问题的解所得的相应结果完全相同。但是,黏弹塑性问题的最终解则与按弹塑性问题求出的结果不会相同。

### 2.5 非线性流变问题及其求解的几种处理

图 1 所示为从一组岩石试样蠕变试验得到的随时间发展的非线性流变曲线簇。由图 1 可知,岩石非线性流变应变值的大小,随其应力水平、应力应变状态和应力持续作用时间三者呈非线性增长变化。

对非线性流变:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{\eta(\sigma, \Omega, t)} \sigma \quad (3)$$

式中:  $\eta$  为黏滞系数,为应力水平  $\sigma$ 、应力应变状态  $\Omega$  (可以是压、剪、拉、弯曲,或其他复杂应力状态)和流变时间历程  $t$  的非线性函数,此时  $\eta$  已不再是一个常数。

对上项非线性流变问题的求解,有以下几种常见的处理方案<sup>[2, 4]</sup>:

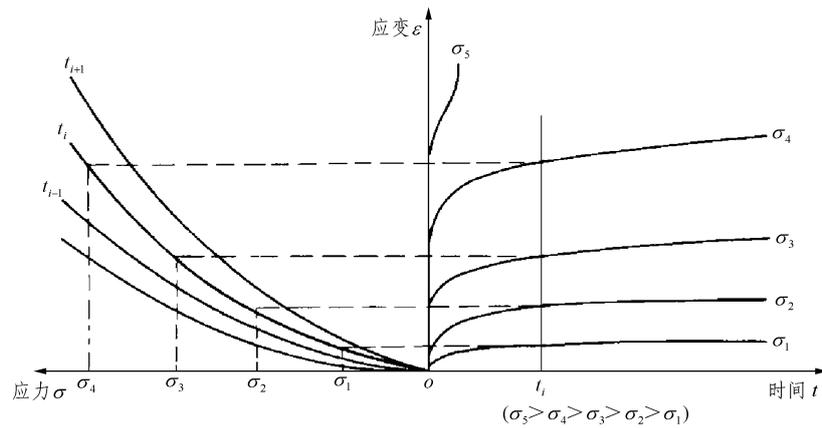
第 1 种方案:在非线性的发展程度不高,即所谓低度非线性问题的情况下,仍可以以线性流变的西原模型(弹-黏弹-黏塑性模型)为基础,而只在其黏塑性部分内再串加上一项非线性的经验黏性元件作为对线性流变模型的一点修正,非线性黏性元件的经验系数可由相应的流变试验确定。这种近似处理,对量大面广的一般性工程问题的研究是比较适用的。非线性流变本构模型的通用表述如图 2 所示。

第 2 种方案:采用由试验拟合的经验本构关系式,式中的诸待定系数可由试验结果逐一拟合确定。如对非线性黏弹性问题,其经验公式可写为一种幂律型的蠕变方程:

$$\dot{\varepsilon} = A \sigma^n t^m \quad (4)$$

式中:  $\dot{\varepsilon}$  为蠕应变率;  $\sigma$  为等效应力,三轴状态下  $\sigma = \sigma_1 - \sigma_3$ ;  $t$  为蠕变时间;  $A, n, m$  均为需要由试验测定后作拟合的蠕变参数。这种处理方法较适合在一些特定的重大工程中采用。

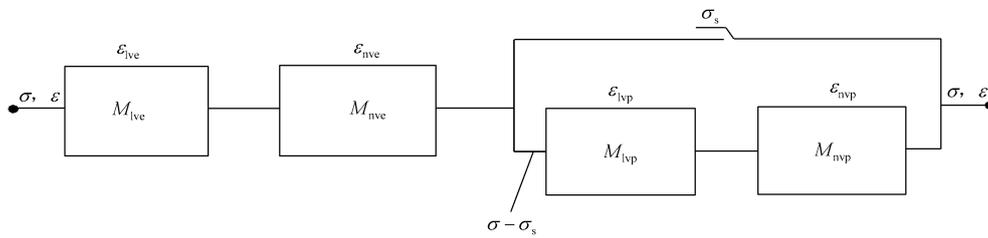
在当前广泛通用的 ANSYS 程序软件文本中,已列有 10 余种各种类型的经验蠕变本构方程关系式,可供选择采用。



(b) 应力 - 应变等时曲线 (a) 蠕变曲线

图 1 非线性流变曲线簇

Fig.1 Curve families of nonlinear rheological behavior



$M_{lve}$ —线性黏弹性模型;  $M_{lvp}$ —线性黏塑性模型;  $M_{nve}$ —非线性黏弹性模型;  $M_{nvp}$ —非线性黏塑性模型

图 2 非线性流变本构模型

Fig.2 Constitutive models of nonlinear rheological behavior

第 3 种方案: 将  $\eta$  值视为非定常的变数值, 而由试验确定, 再进行非线性流变本构关系的分析计算。这种处理方案较为理想, 学术理念上也较为严格, 但计算处理则比较繁复和困难。

### 2.6 岩石流变力学的工程应用

岩石流变力学研究的目的是, 在全面反映岩体流变本构属性的基础上, 通过试验分析和数值解析计算, 求得岩体内随时间增长发展的应力、应变及其作用的时间历程, 为流变岩体的稳定性做出符合工程实际的正确评价。

试仍以隧道和地下工程为例, 其洞室围岩自身的自承和自稳能力对隧洞围岩 - 支护系统相互作用以及洞体的持续稳定都起着重要的作用。在开挖、地震或其他外力作用下洞体丧失稳定, 主要是由于岩体介质及其软弱结构面发生因过大黏塑性变形导致的岩体应变软化, 使其自承和自稳能力降低而最终坍塌破坏所造成的。如何合理地考虑隧洞围岩 - 支护系统的流变相互作用, 最大限度地利用其自承和自稳能力的历时变化, 已成为隧道和地下工程中

急待解决的首要问题之一。

对于高地应力大变形软岩地下洞室而言, 围岩与支护衬砌的变形都是流变型的, 这已为众多的工程实践、实测和试验所证实。只有考虑岩体介质及其支护系统的流变效应, 用黏弹塑性理论对该系统进行深入细致的研究, 才能对隧洞围岩 - 支护系统的受力机制做出充分和有说服力的阐明, 并给出合理的、有理论依据的解释, 最后得出与工程实际相符的正确结论<sup>[2]</sup>。

相对于坚硬岩石而言, 软弱围岩的力学属性受一般节理裂隙的影响相对比较小, 而主要由岩石自身的力学性质来决定, 但其流变效应则尤为显著。若节理裂隙呈随机性分布, 且无明显的定向大裂隙存在, 则在这种软弱围岩中修建深层隧洞时, 宏观上可视为各向同性、匀质、连续的黏弹塑性介质来对待。此时, 影响隧洞稳定和支护安全主要有两个因素: 二次衬砌设置的时间及其衬砌刚度, 它们是决定系统流变力学性态的主要参数。为此, 计入围岩黏塑性流变变形导致岩体屈服强度降低及其流变

时效作用,着重考虑上述两个因素,以探讨二衬结构如何合理受力,更加有效地利用围岩的自承和自稳能力,将是使岩石流变力学的研究成果更有效地应用于隧道工程实际的核心问题。

### 3 软岩和节理发育岩体的流变试验研究

岩石室内流变试验<sup>[5~27]</sup>是了解其流变力学特性的主要手段,与现场实测相比,它具有便于长期观测、严格控制试验条件、排除次要因素、重复试验次数多而又耗资较少等优点。试验研究结果可以揭示岩石在不同应力水平条件下的流变力学属性,为建立合适的流变本构模型、并为进行工程岩体流变数值分析提供有关流变参数。它是岩石工程流变学研究的重要方面,藉流变试验成果来深刻阐明其力学表现上的本质与机制,不可或缺。

在国外,岩石流变力学特性试验研究可以追溯到 20 世纪 30 年代末。Griggs(1939)最先对灰岩、页岩和粉砂岩等类软弱岩石进行了蠕变试验,指出砂岩和粉砂岩等中等强度岩石,仅当加载达到破坏荷载的 12.5%~80%时,就发生了一定程度的蠕变。日本伊藤(Ito, 1987)对花岗岩试件进行了历时 30 a 的弯曲蠕变试验,研究结果表明,花岗岩同样呈黏滞流动但未观测到屈服应力。近年来,软岩作为重大建(构)筑物地基的情况愈益多见,其变形大、强度低,常具有更为显著的流变特性。因而研究覆盖我国广大地域的软岩的流变力学属性具有重要的工程实用价值。Haupt(1991)研究了盐岩的应力松弛特性,指出在整个应力松弛过程中,其岩石内部的细观结构仍保持不变,而应力松弛则在另一侧面反映了盐岩内部组构受力后的黏性效应<sup>[25]</sup>。E. Maranini 和 M. Brignoli<sup>[23]</sup>对石灰岩进行了单轴压缩和三轴压剪蠕变试验,研究表明,灰岩蠕变的变形机制主要为低围压下的裂隙扩展和高应力下的孔隙塌陷,蠕变对灰岩本构行为的主要影响为其屈服应力降低。Y. Fujii 等<sup>[19]</sup>对花岗岩和砂岩进行了三轴蠕变试验,得到轴向应变、环向应变和体积应变等 3 种蠕变曲线,指出环向应变可以作为蠕变试验和常应变速率试验中用以判断岩石损伤的一项重要指标。Gasc-Barbier(2004)对黏土质岩进行了大量不同加荷方式、不同温度下的三轴蠕变试验,结果表明,应变率和应变大小均随偏应力和温度增高而增大;蠕变

率则还与加载历史有关,试验 10 d 后应变率已趋稳定值( $10^{-11} \text{ s}^{-1}$ ),但经过 2 a 后其应变率却仍保持该速率而没有衰减。本文限于篇幅,对国外方面近年来所进行的岩体流变试验研究,只能如上列举一些代表性工作以说明其发展概况与动向。

自 20 世纪 50 年代末起,特别是近 20 a 来国内许多大型工程的兴建,极大地促进了我国同行对岩石力学基本特性的研究,开展了大量的岩石流变力学试验,积累了十分丰富的、涵盖软岩、节理发育的硬岩和软弱夹层等方面的流变试验资料,获得了各类岩石随时间增长发展的黏性流变规律及其相应的流变力学参数。其中应该指出的是,对于富含节理的岩体,研究岩体沿节理面的剪切流变特性十分重要。由于施工开挖扰动和开挖卸荷也会在围岩近毛洞附近派生次生裂隙,而地下水的渗透又会使岩体节理弱面软化,或形成有、无充填和胶结的各种软弱夹层。岩体软弱夹层的强度低、变形量大,其流变力学属性直接影响着岩石工程的长期持续稳定性。在以上方面,多年来已引起国内业界同仁们的极大关注,相应地进行了许多有关的流变试验研究。此处挂一漏万,就已见到的资料文献按见刊先后列序简介如后。相关文献不难在国内期刊网获得,限于篇幅,不作具体著录。

早在 20 世纪 90 年代初,陈宗基(1991)首次对宜昌砂岩进行了扭转蠕变试验,研究了岩石的封闭应力和蠕变扩容现象,并指出蠕变和封闭应力是岩石性状中的两个基本因素。郭志(1994)论述了岩体软弱夹层充填物的流变变形特性,根据流变过程曲线分析了初始流变与等速流变之间的关系,并指出软弱夹层的临界等速流变变形始终存在,还提出了一种临界等速流变剪应力的确定方法。陈智纯(1994)给出了以材料模量为参数的岩石流变损伤方程。缪协兴(1995)总结了以描述岩石损伤历史并以蠕变模量为参数的岩石蠕变损伤方程。杨建辉(1995)描述了砂岩单轴受压蠕变试验中其纵横向变形随时间的增长发展规律,指出岩石内部裂纹的扩展是产生横向变形的的主要原因。徐平(1995)以长江三峡船闸区闪云斜长花岗岩为工程依托,开展了三点弯曲蠕变断裂试验,并首次进行了四点弯曲 I-II 复合型断裂试验,得到了不同风化程度岩石的蠕变断裂韧度。李永盛(1995)分别对大理岩、红砂岩、粉砂岩和泥岩 4 种不同强度的岩石材料,采用具有伺服控制系统的 Instron 刚性试验机进行了单轴压缩条件下的

蠕变与应力松弛试验,指出岩石材料随时间增长在不同应力水平条件下一般都出现蠕变速率减小、稳定和增大三个变化发展阶段,并具有应力松弛非连续性变化的特点,由此建立了旨在描述岩石材料应力-应变-时间的非线性本构方程。陈智纯(1995)通过大量软岩流变试验发现了两种非常规的流变力学行为:软岩蠕变中泊松比出现负值;蠕变和松弛不能用两个线性相关的函数表示。邱贤德(1995)用自行设计的杠杆式流变仪,对长山、乔后两类盐岩的蠕变、松弛和弹性后效流变力学特性进行了试验研究,研究成果表明,长山盐岩的变形受位错及晶粒间界面控制,在长期蠕变中以位错滑移为主,主要呈现脆性破坏;而乔后盐岩是一种复杂的黏弹塑性体,其屈服应力很低,根据试验结果,还建立了单向应力状态下的最大应变破坏准则。陈有亮(1996)采用直接拉伸试验方法,对红砂岩进行了拉伸断裂和拉伸流变断裂的对比试验,得到了该类岩石的流变断裂准则。杨淑碧(1996)对侏罗系沙溪庙组砂岩和泥岩的流变特性进行了系统的流变试验研究,认为砂岩和泥岩的流变特性主要都受岩性和风化程度控制,砂岩在压缩条件下具有较高的长期强度,而在拉伸条件下的长期强度与蠕变断裂的极限变形量都较低,松弛现象相对于蠕变言则更为突出;泥岩在压缩及剪切条件下的长期强度相对都较低,而强度的时间效应则很显著,蠕变现象相对于松弛而言似乎更为突出。

长江三峡工程建设也为岩石流变的试验研究提供了新的契机。夏熙伦(1996)结合三峡船闸高边坡开挖,对取自船闸区的闪云斜长花岗岩开展了岩石流变特性试验研究。试验结果经分析表明,三峡船闸区岩石弱风化以下虽属坚硬岩石,但其强度仍存在有相当的时间效应,蠕变强度与瞬时强度之比,对弱风化岩石约为 0.837,微风化岩石约为 0.900,强度的时间效应随岩石风化程度增强而更为明显;船闸区岩石的蠕变特性,当应力水平低于屈服应力时,建议采用广义 Kelvin 模型来描述;而当应力水平高于屈服应力时,则可采用西原(弹-黏弹-黏塑)模型来描述。徐平(1996)分析了三峡船闸区花岗岩的蠕变试验,研究表明:三峡船闸区闪云斜长花岗岩的时效特性存在一个门槛值,在低应力水平下,其蠕变变形相对较小,但当应力超过门槛值时,变形随时间增加的趋势则急剧增大。研究试验也认为:船闸区岩石的蠕变特性,当应力水平低于屈服

应力时,可采用广义 Kelvin 模型来描述;当应力水平高于屈服应力时,则可采用西原模型来描述。孙钧(1997)对三峡花岗岩进行了劈裂拉伸蠕变试验,表明蠕变拉伸强度与加荷速率有关,同时还研究了水对岩石拉伸蠕变特性的影响。李建林(2000)根据三峡工程永久船闸区岩体微新花岗岩受拉及拉剪流变的试验结果,研究了岩石受拉和拉剪流变特性,给出了岩石受拉、剪的破坏强度曲线,研究了岩石流变等效抗拉强度和等效流变变形模量。周火明(2001)介绍了三峡船闸边坡现场岩体蠕变试验的技术与成果,与实验室完整的岩块蠕变试验成果相比,包含众多裂隙的较大尺寸岩体较之小尺寸岩样具有更为明显的蠕变特征,其岩体蠕变参数显著降低,并建议船闸边坡岩体蠕变可采用广义 Kelvin 模型来描述。丁秀丽(2000)介绍了三峡工程船闸区硬性结构面的蠕变试验结果,提出了结构面蠕变的剪切蠕变方程。研究表明,花岗岩硬性结构面的剪切蠕变位移不仅是加载持续时间的函数,且与所施加的法向压应力及剪切应力大小有关。张奇华(1997)进行了链子崖危岩体软弱夹层的室内剪切流变试验,根据蠕变曲线的特征,建议可采用以 Burgers 复合黏弹性模型和 Kelvin-Voigt 模型来分别描述当剪应力大于和小于其长期强度时的两种蠕变曲线。张向东(1997)对硅藻岩进行了室内蠕变试验,结果表明:硅藻岩蠕变性强,其蠕变变形量为瞬时变形量的 200%以上;硅藻岩强度则随时间而弱化,荷载作用时间越长,其强度越低,建议硅藻岩的长期强度可用下式来描述:  $\sigma_t = A + Be^{-at}$ , 硅藻岩的流变特性符合 Burgers 模型。Z. Chen(1997)分析了盐岩蠕变试验结果,在热力学限制的基础上提出了一套具有相应积分体系的本构框架,并用以描述包括加速蠕变在内的蠕变响应。朱子龙(1998)根据三峡工程永久船闸地质勘探的花岗岩采样,模拟了现场岩体节理情况,进行了岩石拉剪蠕变断裂的试验研究,研究表明,在拉剪应力作用下,当应力比大于 0.7 时,将产生不稳态蠕变;而当应力比小于 0.6 时,则产生稳态蠕变。邓广哲(1998)从岩体不连续裂隙介质的三轴蠕变试验结果,研究了裂隙起裂机制及其蠕变扩展规律,讨论了岩体裂隙损伤断裂全过程与裂隙岩体蠕变全过程间的耦合相互作用关系,并由此建立了一种相应的本构模型。

进入 21 世纪之初,岩石流变试验研究更趋活跃。陈有亮(2000)用三点弯曲试验方法对层状岩石

的流变断裂特性进行了试验研究与理论分析, 得到了一种岩石流变断裂准则, 验证了直接拉伸试验所得到的试验结果, 分析了层理的存在对断裂扩展的影响, 并用重正化变换理论对岩石的流变断裂机制进行了定量分析。陈有亮(2003)还对三点弯曲条件下细粒砂岩的断裂和蠕变断裂特性进行了试验研究, 结果表明, 岩石裂纹通常在初始应力强度因子  $K_I$  小于断裂韧度  $K_{Ic}$  的情况下, 经过一段时间的持续蠕变变形后才产生裂纹起裂和扩展。任建喜(2002)采用自行研制的 CT 扫描仪专用三轴加载试验设备, 完成了单轴压缩荷载作用下岩石蠕变细观损伤演化的 CT 扫描实时试验, 从 CT 数和 CT 图象的变化规律出发, 对岩石蠕变损伤三阶段的细观扩展机制进行了分析, 完成了裂纹宽度和长度随时间发展变化规律的定量研究, 并建议用 CT 数下降速度的概念来判断岩石蠕变损伤第 3 阶段的阈值。杨春和(2002)基于谢和平提出的岩石蠕变损伤力学模型, 通过对盐岩蠕变试验研究, 给出了一个能以反映盐岩蠕变全过程的盐岩非线性蠕变本构方程。孙 钧(2002)对软岩的非线性流变力学特性进行了试验研究, 提出了一个统一的三维非线性黏弹塑性流变本构模型, 并将其应用于地下工程中。朱定华(2002)通过对南京红层软岩的流变试验, 发现红层软岩存在有比较明显的流变属性, 它符合 Burgers 本构模型, 试验得出长期强度约是其单轴抗压强度的 63%~70%。朱合华(2002)通过干燥和饱水两种状态下凝灰岩蠕变试验结果的对比, 探讨了岩石蠕变受含水状态影响的规律性: 含水量对岩石瞬时弹性变形模量的影响很小, 但含水量对岩石的极限蠕变变形量的影响则极其显著, 干燥试样和饱和试样两者的相应值可以相差 5~6 倍; 含水量还会影响岩石达到稳态蠕变阶段的时间, 干燥试样在较短的时间内就进入了稳态蠕变阶段, 而饱和试样进入稳态蠕变阶段则需要很长的一段时间。邱贤德(2003)在其前述(1995)的对长山和乔后两类盐岩矿进行蠕变试验研究的基础上, 又通过进一步的试验建议了一种盐岩的蠕变模型, 并分析了两类盐岩蠕变过程其蠕变损伤差别的原因, 主要是 NaCl 含量高低、晶粒尺寸大小和胶结性质不同, 造成两种岩样在蠕变过程中发生的现象不同, 其盐岩力学性质也有差异; 其次, 由于在盐岩晶粒结晶过程中, 因地质、环境等因素的影响, 使晶粒内部存在着大量缺陷, 晶粒之间的交界面极不规则, 这时位错在一些晶体内占有

重要地位, 位错基本控制了该晶粒的流变力学性质。徐 平(2003)通过对溪洛渡坝址区玄武岩弱风化含屑角砾型错动带岩体所作现场柔性承压板的蠕变试验研究, 显示该类岩体的变形特性具有较明显的时效特征, 其流变属性可以采用广义 Kelvin 模型描述, 岩体长期模量与瞬时模量的比值约为 0.62。孙 钧、赵永辉(2003)研究了润扬长江大桥北锚碇基础区域基岩的流变力学属性, 采用岩石双轴流变试验机进行了单、双轴的压缩与压剪蠕变试验, 选用了广义 Kelvin 模型进行了流变参数的拟合分析, 获得了黏滞系数等相关的流变力学参数, 并应用于锚碇结构的流变数值计算。黄炳香(2003)利用改进的三点弯曲试验对甘肃北山花岗岩在温度影响下的蠕变断裂特性进行了试验研究, 得到了 200 °C 下北山花岗岩的蠕变全过程曲线, 并研究了北山花岗岩断裂韧度随温度的变化规律, 在 75 °C 时其断裂韧度出现极值, 在 200 °C 以后则呈下降趋势。李化敏(2004)利用自行研制的 UCT-1 型蠕变试验装置, 采用单调连续加载和分级加载方式, 对南阳大理岩进行了单轴压缩蠕变试验研究。试验结果表明, 大理岩虽然属于坚硬岩石, 但在持续高应力作用下仍然会出现较强的时间效应, 产生了较大的蠕变变形, 其蠕变强度与瞬时强度之比为 0.9 左右; 拟合得出了蠕变曲线的经验公式, 认为蠕变试验曲线接近对数规律变化, 还建立了大理岩蠕变的 Burgers 理论模型, 得到了相应的蠕变参数。沈明荣(2004)通过规则齿形结构面在双轴应力条件下的蠕变试验, 对规则齿形结构面的剪切蠕变特性进行了深入研究, 分析了规则齿形结构面蠕变的基本规律, 在分析对比的基础上选取 Burgers 模型来反映凿槽的剪切蠕变特性。张向东(2004)在前述流变试验的基础上采用自行研制的重力杠杆式岩石蠕变三轴试验机, 对泥岩进行了三轴蠕变试验, 试验结果表明, 在高应力水平条件下泥岩的蠕变具有非线性, 其蠕变变形量可达瞬时弹性变形量的 300% 以上, 且当等效正应力  $\sigma_i < 1.5 \text{ MPa}$  时为稳态定常蠕变; 而当  $\sigma_i > 2.4 \text{ MPa}$  后则为非稳态的非定常蠕变。巫德斌(2004)也通过自制试验装置对泥板岩的流变特性进行了研究, 得出了符合该泥板岩流变特性的流变本构模型。刘建忠(2004)使用 XTR01 型微机控制电液伺服试验机, 采用梯级加载法, 对煤岩进行了三轴蠕变试验, 利用五参数的西原模型, 探讨了依附于时间发展的煤岩三维蠕变本构方程, 并利用最小二乘法对蠕变

试验结果进行了分析, 获得了有关煤岩的流变力学参数。丁志坤(2004)在泥页岩蠕变试验的基础上, 分析了岩石黏弹性变形随应力水平不同和时间的发展变化, 从元件型本构方程出发验证了引入非定常流变参数的必要性; 建立了一维情况下非定常黏弹性模型的蠕变方程, 通过理论计算与试验结果的对比, 发现非定常黏弹性模型比定常黏弹性模型能更为准确地反映泥页岩的非线性黏弹性变形性能。H. J. Liao(2004)通过软岩的固结不排水三轴试验, 证明软岩存在显著的应变率效应, 软岩强度随应变率加大而增高, 并利用殷建华的 3D EVP 模型描述了软岩的应变软化和应变率效应。陈沅江(2005)对湖南某煤矿-350 m 以下采场煤层的砂页岩顶板进行了软岩结构面的压剪蠕变试验, 认为软岩结构面蠕变与结构体(岩块)一样也具有瞬弹、瞬塑、黏弹和黏塑性等多种应变成分; 但在不发生剪切蠕变破坏的情况下, 其瞬时变形远大于黏性变形, 结构面蠕变在应力水平不太高的条件下, 其变形只具有衰减蠕变和稳态蠕变两个阶段, 且后一阶段其变形速率很小而持续时间则很长, 研究中没有考虑结构面的蠕变剪胀效应。宋飞(2005)对石膏角砾岩进行了单轴和三轴蠕变试验, 结果表明: 其蠕变具有非线性和加速蠕变特性, 而且不同围压对蠕变的影响很大; 根据试验结果还按遗传蠕变理论建立了石膏角砾岩的非线性蠕变方程。严仁俊(2005)利用三轴压缩蠕变试验装置对四川三叠系盐岩试样进行了各种温度、压力条件下的常规三轴压缩蠕变试验研究, 得到了在不同温度条件下盐岩材料随时间变形发展的一些规律: 岩样的变形率随其所处温度的增高而加大, 温度越高, 发生稳态蠕变和加速蠕变的时间则越早, 而岩石的长期强度越低, 愈容易进入加速蠕变阶段, 在温度较高时, 其加速蠕变阶段非常短。徐卫亚(2005)从绿片岩三轴流变试验结果, 研究了不同围压条件下绿片岩的流变力学特性, 得到如下结论: 围压对流变变形存在很大的影响, 围压越大, 相应的轴向流变变形量也越小, 即岩样不易发生轴向流变; 岩石局部化的非均匀破坏不会对轴向流变变形构成明显影响, 但对侧向变形则影响比较大; 流变对岩石应力-应变曲线有着重要影响, 流变加载能增加岩石的塑性变形, 从而使岩样破裂更趋迅速; 流变速率随着应力水平而变化, 低应力和较高应力水平时, 其轴向和侧向流变速率均只表现为初期和稳态流变速率 2 个阶段; 但达到破裂应力水平

时, 其轴向流变速率将出现初期、稳态和加速流变速率 3 个阶段, 而侧向流变速率则只表现为稳态和加速流变速率 2 个阶段。孙钧、靖洪文(2005)还通过电磁辐射试验研究了长江三峡船闸工程边坡岩体在不同含水状态(饱水、自然、干燥)、不同受载大小和不同应力水平条件下, 闪云斜长花岗岩流变属性与其电磁辐射脉冲强度之间的依附关系, 以及岩石破碎、断裂程度与其电磁辐射脉冲之间的关系; 较深入地探究了在各个不同加载环境下岩石蠕变变形孕育、发生和发展过程中的电磁辐射效应及其现象规律, 以获求岩石蠕变断裂的电磁辐射信息特征。通过电磁辐射与声发射信息试验研究, 确定了不同含水状态及应力变化与电磁辐射强度间的关系, 为建立三峡工程流变岩体稳定性评价的电磁辐射判据提供了更确切的理论支撑。

#### 4 流变模型辨识及其参数确定

岩土介质材料与时间参量有关并与黏壶元件  $\eta$  相并联的基本流变力学性态共有: 纯黏、黏弹、黏塑和黏弹塑等 4 种, 将它们再与瞬弹( $E$ )和塑性  $F$  元件作串、并联组合, 则共可派生 15 种不同的复合流变本构模型(对已见报导的有些流变力学模型在形式上会有一定差异, 但可以通过等效变换为 15 种模型中的其中一种, 具体的等效变换法则和方法可参见夏才初<sup>[28]</sup>的研究成果)。其时, 对某一特定的岩土体言, 如何从中选用其中合适的某 1, 2 种模型并进而确定其模型参数, 是工程中急待解决的一个问题<sup>[28~32]</sup>。

众所周知, 通过岩石蠕变试验以选定上述中的某一种或二种岩石流变力学模型在某一特定工程场合的适用性, 并进而得出其模型参数的研究, 称之为岩石流变的模型辨识与其参数估计, 其辨识方法通常是: 列举几个有限的模型的蠕变曲线, 逐个与该特定岩样的蠕变试验曲线作比较, 以辨识该类岩石所适合的流变力学模型。但近年来的研究认为, 这种方法存在着一定的局限性和理论上的不严密性。通过对岩石流变力学性态及其所对应的流变力学模型的研究, 建议运用各种流变力学模型间的相互关系, 以及流变力学模型与流变力学性态之间的对应关系, 可以提出用岩石的加、卸载蠕变试验结果, 从上述 15 个模型中系统地辨识出适合于该种特定岩石蠕变试验结果的流变力学模型, 并可相应地从

试验逐一确定得各个模型参数。理论上，即使对最复杂的流变状态所对应的复合流变力学模型也可作唯一性辨识，并唯一地确定其所有的模型参数。夏才初<sup>[28]</sup>列举了几个有关模型辨识的方法应用实例。

4.1 岩石流变模型辨识

将各种复合流变力学模型作统一化处理(见图 3)，可以得到前述 15 种理论流变力学模型中最复杂的流变力学模型。通过分析可以对各种流变状态的变形分量进行辨识和分离，并分别确定其流变力学模型参数，所以，用岩石试件在不同应力水平下的蠕变加、卸载试验曲线，可按如下步骤辨识各种流变

状态(见表 1)，从而可以从全部 15 种流变力学模型中辨识出适合于该种特定岩石的流变力学模型：

- (1) 观察不同应力水平下的蠕变曲线类型；
- (2) 分离蠕变曲线中的衰减蠕变分量与定常蠕变分量，并分析衰减蠕变分量与滞后回弹曲线关系；
- (3) 判断定常蠕变分量的蠕变速率是否与应力成正比。

通过以上 3 个步骤的辨识，则上述 15 种模型均唯一地对应于 15 种不同的流变状态情况，因而模型辨识也是唯一的。

这里，一个较低应力水平  $\sigma \leq \min(\sigma_{s1}, \sigma_{s2})$  和

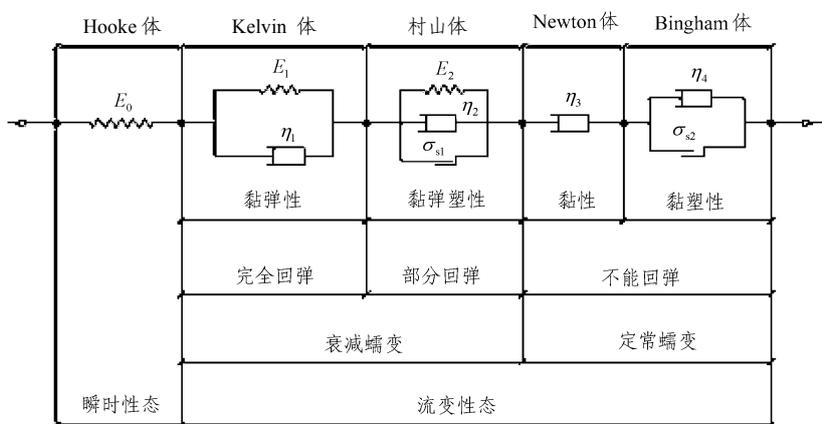


图 3 流变力学模型及其统一化处理

Fig.3 Rheological mechanical models and their unification

表 1 理论流变力学模型辨识表

Table 1 Identification table of theoretic rheological mechanical models

情况	蠕变曲线低应力、高应力	蠕变应变与滞后回弹应变的关系	定常蠕变速率与应力的关系	流变状态	模型名称
1	定常蠕变		(1) 成正比 (2) 不成正比	弹性 - 黏性 黏性 - 黏塑性	Maxwell
2	衰减蠕变	$\epsilon_c(t) = \epsilon_{cc}(t)$ $\epsilon_c(t) > \epsilon_{cc}(t)$		弹性 - 黏弹性 黏弹性 - 黏弹塑性	广义 Kelvin
3	两者兼有	$\epsilon_{cl}(t) = \epsilon_{cc}(t)$ $\epsilon_{cl}(t) > \epsilon_{cc}(t)$	(1) 成正比 (2) 不成正比	黏性 - 黏弹性 弹性 - 黏弹性 - 黏塑性	Burgers 孙 钧
4	无蠕变、定常蠕变		(1) 成正比 (2) 不成正比	黏性 - 黏弹性 - 黏塑性 - 黏弹塑性	经统一化后的
5	无蠕变、衰减蠕变			黏塑性	Bingham
6	无蠕变、两者兼有			黏弹塑性	村山
5	定常蠕变、两者兼有		(1) 成正比 (2) 不成正比	黏塑性 - 黏弹塑性 黏性 - 黏塑性 - 黏弹塑性	马明军
6	衰减蠕变、两者兼有	$\epsilon_{cl}(t) = \epsilon_{cc}(t)$ $\epsilon_{cl}(t) > \epsilon_{cc}(t)$		弹性 - 黏弹性 - 黏塑性 黏弹性 - 黏塑性 - 黏弹塑性	西原

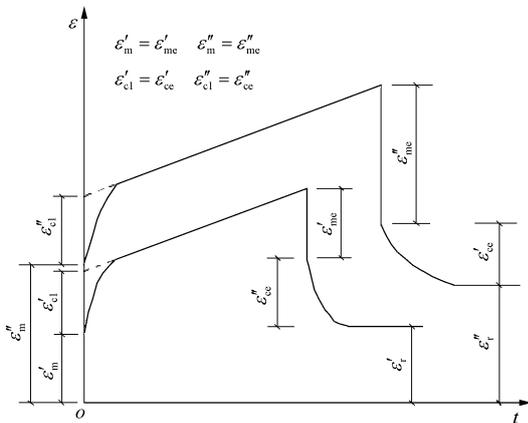
注：“两者兼有”系指定常蠕变与衰减蠕变两者兼有； $\epsilon_c(t)$  为蠕变应变； $\epsilon_{cc}(t)$  为滞后回弹应变； $\epsilon_{cl}(t)$  为衰减蠕变应变。

一个较高应力水平  $\sigma \geq \max(\sigma_{s1}, \sigma_{s2})$  的蠕变加卸载试验曲线, 是对所有流变形态进行全面而系统辨识的充分条件。

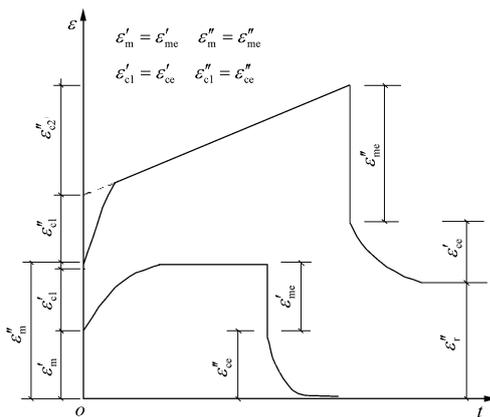
理论上而言, 从试验得到一个较低的应力水平  $\sigma \leq \min(\sigma_{s1}, \sigma_{s2})$  和一个较高应力水平  $\sigma \geq \max(\sigma_{s1}, \sigma_{s2})$  的蠕变加、卸载试验曲线后, 就可以对所有流变形态进行辨识, 但实际上仍需要多取几个应力水平进行试验, 以增加辨识的严格性, 并便于作统计分析。

为稍作展开说明, 列出下列算例试辨识其流变力学模型:

例 1: 已知在低应力水平  $\sigma_1$  和高应力水平  $\sigma_2$  作用下的两条蠕变加卸载试验曲线, 如图 4(a)所示, 且已计算得到定常蠕变的应变速率与其应力成正比。



(a) 例 1: Burgers 模型



(b) 例 2: 西原模型

图 4 不同应力水平下的蠕变加、卸载试验曲线

Fig.4 Loading and unloading creep test curves under different stress levels

解: ① 在低应力水平和高应力水平下, 蠕变加、卸载试验曲线均为衰减蠕变和定常蠕变两者兼有,

因此属于表 1 中的情况 3;

② 两个应力水平的衰减蠕变均与滞后回弹应变相等, 属于情况 3 中的上栏;

③ 因定常蠕变应变速率与应力成正比, 所以符合该试验结果的模型应该是 Burgers 复合黏弹性模型。

例 2: 已知在低应力水平  $\sigma_1$  和高应力水平  $\sigma_2$  作用下的两条蠕变加、卸载试验曲线, 如图 4(b)所示。试辨识其流变力学模型:

解: ① 在低应力水平下, 其蠕变曲线的形式为衰减蠕变; 而在高应力水平下则为衰减蠕变和定常蠕变两者兼有, 此情况属于表 1 中的情况 6;

② 衰减蠕变应变与滞后回弹应变相等, 即  $\epsilon_{cl}(t) = \epsilon_{ce}(t)$ , 所以符合该试验结果的模型应该是西原模型。

#### 4.2 流变模型参数确定

根据蠕变试验结果确定黏性模型、黏弹性模型、黏塑性模型和黏弹塑性模型这 4 种基本流变模型的模型参数是容易的。复合流变力学模型参数的确定在于要先分离蠕变变形中的衰减蠕变变形与定常蠕变变形, 然后可以按基本流变力学模型参数确定其流变形态分量的模型参数。衰减蠕变变形与定常蠕变变形的分离可用多项式拟合蠕变试验的方法来进行, 其线性部分为定常蠕变变形部分; 而减去线性部分后余下的部分即为衰减蠕变变形部分。现就衰减蠕变变形中同时含有黏弹性和黏弹塑性, 以及定常蠕变变形中同时含有黏性和黏塑性流变形态的流变力学模型为例, 对其模型参数的确定方法作以下分析计算:

(1) 当衰减蠕变变形中同时含有黏弹性和黏弹塑性的情况

在低应力水平  $\sigma_1$  下, 只有黏弹性形态, 据此可确定黏弹性部分的模型参数  $(E_1, \eta_1)$ ; 而在高应力水平  $\sigma_2$  下, 则同时含有黏弹性和黏弹塑性形态, 可采用如下公式得到其黏弹塑性应变分量  $\epsilon_{cp}(t)$  及其滞后回弹分量  $\epsilon'_{cp}(t)$ :

$$\epsilon_{cp}(t) = \epsilon_c(t) - \epsilon_{ce}(\sigma_2, E_1, \eta_1) \quad (5)$$

$$\epsilon'_{cp}(t) = \epsilon'_c(t) - \epsilon'_{ce}(\sigma_2, E_1, \eta_1) \quad (6)$$

根据式(5), (6)给出的应变分量曲线, 即可确定其黏弹塑性部分的模型参数  $E_2, \eta_2, \sigma_{s1}$ 。

(2) 当定常蠕变变形中同时含有黏性和黏塑性的情况

与上述情况类似, 先用低应力水平的蠕变曲线

确定  $\eta_3$ ，再在高应力水平的蠕变应变中减去其黏性部分的应变，可进而确定黏塑性部分的模型参数  $\eta_4$ ， $\sigma_{s2}$ 。

#### 4.3 对模型辨识与其参数确定问题的讨论

描述流变力学模型动态过程的本构方程是应力和应变关于时间的微分方程，流变力学模型及其参数只能通过流变试验来确定。现有的流变试验手段有蠕变加卸载试验、应力或应变速率效应试验、应力松弛试验等，它们都是将岩石置于特殊的流变条件下(蠕变试验： $\sigma = \sigma_0$ ，应力速率效应试验： $\dot{\sigma} = \text{常数}$ ，应变速率效应试验： $\dot{\varepsilon} = \text{常数}$ ，松弛试验： $\varepsilon = \varepsilon_0$ )进行的试验。对于蠕变试验，可通过流变力学模型的本构方程在  $\sigma = \sigma_0$  情况下推出蠕变加卸载方程，并对该蠕变加卸载方程式和蠕变加卸载试验曲线进行分析、对比和拟合，来确定流变力学模型及其参数，也就是上述的流变力学模型辨识方法。可以推论，对于其他的流变试验方法(应力速率效应试验、应变速率效应试验、松弛试验)，也可用与此相类似的方法来确定流变力学模型及其参数，但具体方法还有待进一步研究。

需要指出的是：用上述的蠕变加卸载试验结果以确定流变力学模型及其模型参数，应与其他试验(应力速率效应试验、应变速率效应试验、松弛试验)结果确定的流变力学模型及模型参数相一致；或者说，由加、卸载蠕变试验确定的流变力学模型参数及模型参数所建立的本构方程导出的相应(常应力、常应变、应力松弛)方程式也应该与相应的试验曲线相吻合，但事实上要做到这一点是很困难的。以当前较为普遍的广义 Kelvin 模型为例，大多数蠕变试验结果用 Kelvin 模型描述是合适的，但广义 Kelvin 模型在不同应变速率下的应力 - 应变曲线与实际结果却很难在定量上达到一致，其他模型也有类似的问题。

进一步而言，即使对某一岩石用现有的几种流变试验手段所确定的流变力学模型及其模型参数都是相同的，也只能说明在这几个特殊的流变条件下，用所确定的流变力学模型及模型参数是相对合适的，至于是否就可以据此推断其在一般的流变情况下也都合适，仍是个值得深入研究的问题。

## 5 流变力学手段在收敛约束方法及隧道结构设计优化中的应用

在对流变岩石隧道与地下工程作设计研究时，

二次衬砌的设置时机及其最佳支护刚度的优选，二者密切关系到工程的安全和经济。众所周知，采用“收敛 - 约束方法”(convergence-confinement method)对解决上项问题不失为一种很好的途径<sup>[33~36]</sup>。

试以洞周围岩变形位移  $u$  为横坐标、作用于二衬支护上的围岩压力  $p_i$  (在未设二衬前， $p_i$  是指一种虚拟的、对毛洞围岩变形的支撑力)为纵坐标，绘出表示二者关系的曲线，该曲线称为“围岩特征曲线”，也称收敛线；同样，可以绘出衬砌支护结构的变形与围岩压力间的关系曲线，该曲线称为“支护特征曲线”，也称约束线。在同一个坐标平面内同时绘出收敛线与约束线，则两条曲线交点  $c$  的值即可作为隧道二衬支护结构设计计算的依据。此时，交点  $c$  的纵坐标即为作用于衬砌结构最终的围岩压力  $p_c$ ，交点  $c$  的横坐标即为衬砌支护结构最终的变形位移  $u_c$ ，如图 5 所示。图 5 中曲线①为洞室开挖后围岩变形达到稳定时的围岩特征线，曲线②~⑥则为不同时间设置支护或支护刚度不同的各种支护特征线。

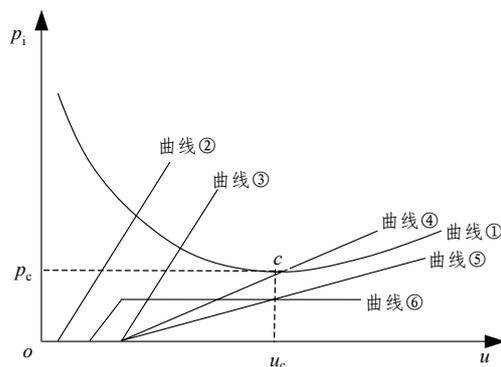


图 5 围岩收敛线与支护约束线

Fig.5 Surrounding rock convergent line and lining support confinement lines

### 5.1 围岩特征曲线的确定方法

典型的围岩特征曲线，可分为以下几个部段：第 1 段为直线段，反映了隧道开挖后围岩的弹性变形阶段；第 2 段为曲线最低点  $c$  以左的曲线段，是指隧道开挖后初始地应力释放到一定阶段使其周边围岩出现并发展为黏塑性变形增长的阶段；第 3 段则为最低点  $c$  以右的向上翘曲段，这是由于洞周部分围岩破坏而导致出现的松动压力段。该段的松动围岩将丧失其自承与自稳能力。因此，围岩特征曲线可以通过曲线  $c$  点以左与其形变压力相应的收敛线和曲线  $c$  点以右与其松动压力相应的收敛线二者

相拼合得到。可以认为，松动压力即为围岩松动圈内岩石的自重。由于围岩屈服破坏后特性的实测资料目前鲜有报道，为简单起见，同时也为确保安全，可认为隧道周边围岩的松动圈即为围岩松动区。因此，松动压力可计算为松动圈岩体的自重。洞周围岩松动区的部位不同，其松动压力对围岩特性曲线的影响也不同，计算上常规为：在洞室拱顶部位，围岩压力为形变压力与松动压力之和；洞室侧向，除侧压力系数 $\geq 1$ 以外，一般多只承受形变压力；而洞室底部，则为形变压力与松动压力之差。实际工程中，由于洞形的不规则和围岩岩性的复杂性，有限单元法等数值方法得到广泛应用。在数值计算过程中，如沿洞周设置必要的节点，即可根据计算得出这些节点的收敛线。此外，已建立了根据现场实测数据确定围岩特征曲线的几种方法，主要有压力位移法、放松系数法和参数换算法等。

### 5.2 考虑应变软化的二维黏弹塑性分析

由于岩体过峰值强度后其软化阶段强度的降低，一般依据塑应变值的大小，提出以等效塑性应变作为塑应变软化开始的判据，进而可得出黏聚力  $c$  的软化规律如下：

$$c = c_i \left\{ 1 - \left( \frac{\bar{\varepsilon}^p - [\bar{\varepsilon}_a^p]}{[\bar{\varepsilon}_s^p] - [\bar{\varepsilon}_a^p]} \right)^2 \right\}^2 \quad (7)$$

其中，

$$\bar{\varepsilon}^p = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p)^2 + (\varepsilon_2^p - \varepsilon_3^p)^2 + (\varepsilon_3^p - \varepsilon_1^p)^2} \quad (8)$$

式中： $c_i$  为初始黏聚力； $\bar{\varepsilon}^p$  为等效塑性应变； $\varepsilon_1^p, \varepsilon_2^p, \varepsilon_3^p$  均为主塑应变； $[\bar{\varepsilon}_a^p]$  为开始发生塑应变软化时的等效塑性应变，可以由蠕变试验确定的各主塑应变求得； $[\bar{\varepsilon}_s^p]$  为蠕变破坏时的主塑应变。将上面的塑应变软化规律引入数值计算，并选用合适的某一种黏弹塑性模型进行数值分析。

上述模型与不考虑软化模型所得围岩特征曲线相类似。一般认为，从隧道开挖后 10 d 左右的软化与非软化模型围岩特征曲线的比较可以看出，当洞壁作用力较大时，软化模型与非软化模型的计算结果相同，即围岩不发生软化；而当洞壁作用力较小时，围岩发生软化，在同样的洞壁作用下，软化模型较非软化模型将产生更大的围岩位移。在洞壁作用力为 0 的情况下，经历 10 d 后软化模型与非软化模型围岩塑性应变计算值的对比可以看出，围岩塑应变软化影响区域主要分布在洞周约 3 m 范围以

内，并以墙腰方向最为突出。此外，软化模型和非软化模型塑性应变计算曲线与坐标横轴的交点基本相同，表明并没有因为围岩的塑应变软化而产生新的塑性屈服区。

### 5.3 三维黏弹塑性分析

随着隧道作业面的向前推进，其附近一定范围内围岩变形的发展与应力重分布都将受到作业面自身的制约，而使围岩体的自由变形得不到充分释放，应力重分布不能很快完成，称为开挖作业面的空间效应。对于软弱破碎围岩介质而言，由于岩体流变时效的作用，在作业面附近，将伴有围岩变形时效效应和开挖面空间效应二者的耦合相互作用。如以毛跨 16 m 的隧道开挖施工为例，从计算分析可以看出，作业面对隧道前方的影响，对不同部位其范围亦不相同：拱顶处约至前方 24 m (1.5 倍洞跨)；墙腰处约至前方 6 m (0.4 倍洞跨)，洞底处约至前方 34 m (2 倍洞跨)。作业面后方 2 倍洞跨以外，所述的空间约束效应将基本消失，此后的隧道变形主要只受围岩的流变属性控制。

已有研究根据有限元模拟结果指出，由于受作业面空间效应影响，作用于毛洞断面上的释放荷载不会立即达到初始地应力状态，而是有一个时间历程。该释放荷载随时间的变化过程为

$$p(t) = p_0(1 - 0.7e^{-mt}) \quad (9)$$

其中，

$$m = \frac{3.15V}{2R} \quad (10)$$

式中： $V$  为工作面平均推进速度， $R$  为等效圆形洞室的毛洞半径， $t$  为从断面开挖瞬间的起始时间， $m$  为待定的、需由现场测试得到的常数。

由此可知，根据虚拟支撑力思想，作用于毛洞断面上的假想径向支护压力为

$$p_i(t) = p_0 - p(t) = 0.7p_0e^{-mt} \quad (11)$$

### 5.4 支护特征曲线的确定

假设支护材料的力学行为均符合弹性 - 理想塑性，则支护特征曲线可表述为图 6 所示，可得

$$p_i = K(u - u_m) \quad (12)$$

式中： $K$  为支护刚度系数，即支护特征曲线的斜率，弹性阶段其值为常数，支护屈服后，即当  $u > u_{el}$  时， $K = 0$ 。

(1) 对于径向锚杆支护：

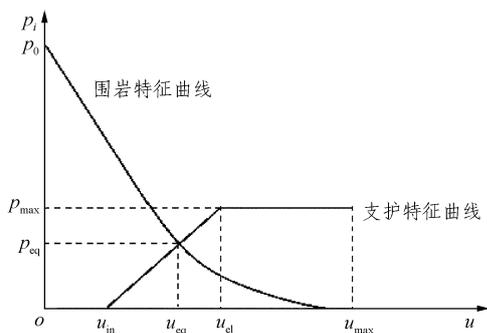


图 6 弹性 - 理想塑性支护材料的特征曲线  
Fig.6 Characteristic curves of elastic-ideal plastic supporting material

$$K_{bol} = \frac{1}{S_c S_l \left( \frac{4L_{bol}}{\pi\phi^2 E_{st}} + Q \right)} \quad (13)$$

式中： $K_{bol}$  为径向锚杆支护的刚度； $S_c$ ， $S_l$  分别为锚杆的环向间距与纵向间距； $L_{bol}$  为锚杆长度； $\phi$  为锚杆直径； $E_{st}$  为锚杆材料弹性模量； $Q$  为与锚杆体、垫板、锚头的受力变形特征有关的常数。

(2) 对于喷射混凝土支护：

$$K_{shot} = \frac{E_{con}}{(1 + \nu_{con})} \frac{[R^2 - (R - t_{shot})^2]}{(1 - 2\nu_{con})R^2 + (R - t_{shot})^2} \frac{1}{R} \quad (14)$$

式中： $K_{shot}$  为喷射混凝土支护的刚度； $E_{con}$ ， $\nu_{con}$  分别为喷混凝土的弹性模量和泊松比； $t_{shot}$  为喷混凝土厚度。

(3) 对于钢拱架支护：

$$K_{set} = \frac{1}{\frac{d(R - t_{block} - h_{set}/2)^2}{E_{st} A_{set}} + \frac{2\theta dt_{block}}{E_{block} b_{block}^2} R} \quad (15)$$

式中： $K_{set}$  为钢拱支护的刚度， $E_{st}$  为钢拱材料的弹性模量， $d$  为钢拱支护沿隧道轴向的间距， $A_{set}$  为钢拱的横截面面积， $2\theta$  为连接点间的夹角， $t_{block}$  为木垫块的径向厚度， $b_{block}$  为木垫块的环向宽度， $E_{block}$  为木垫块材料的弹性模量。

(4) 对于由上述支护形式中的几种所构成的复合式支护：

$$K_{tot} = \sum_j \bar{K}_j \quad (16)$$

当复合式支护中的几种支护形式同时设置时，则

$$\bar{K}_j = K_j \quad (u < u_{el, j}) \quad (17)$$

式(16)，(17)中： $K_{tot}$  为复合式支护体系的刚度； $\bar{K}_j$ ， $K_j$  分别为复合式支护中各单一支护的刚度。由此可见，复合式支护需要的支护刚度将随其设置时间的后移而逐渐减小。

多数情况下，如复合式支护中的一次、二次支护形式分别在不同的时间段先后设置，则此时：

$$\left. \begin{aligned} \bar{K}_j &= K_j \quad (u_{in, j} \leq u < u_{el, j}) \\ \bar{K}_j &= 0 \quad (u < u_{in, j} \text{ 或 } u \geq u_{el, j}) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

由此可见，复合式支护的支护刚度是先增大而后又逐渐减小。

实际工程中多数是先施作喷射混凝土支护后再在其内侧设置二次衬砌支护(或再加设钢拱架支护)的情况，此时由于二次支护的作用改变了喷射混凝土支护内侧的受力边界条件，就不能简单地将喷射混凝土支护刚度与锚杆支护刚度叠加得到该复合式支护体系的刚度。由此建议改用下式计算<sup>[35]</sup>：

$$K_{tot} = \frac{2(1 - \nu_{con})E_{con}R \left[ \frac{E_{con}}{1 + \nu_{con}} + (R - t_{shot})K^* \right]}{E_{con}(1 - 2\nu_{con})R^2 + (R - t_{shot})^2 A} - \frac{E_{con}}{R(1 + \nu_{con})} \quad (19)$$

其中，

$$A = E_{con} + (1 - 2\nu_{con})(1 + \nu_{con})K^* t_{shot} \left( 1 + \frac{R}{R - t_{shot}} \right)$$

### 5.5 支护效果评价

可以从以下两个方面来评价所选择的二衬支护是否合适：

(1) 支护具有一定的安全储备，即其安全系数应满足：

$$F_s \geq F_{s, \min} \quad (20)$$

(2) 支护设置后，隧道洞壁变形应在允许的范围值之内，即

$$u_{eq} \leq u_{lim} \quad (21)$$

对于弹性 - 理想塑性材料的支护而言，当满足  $u_{eq} < u_{max}$  时，支护将不会发生破坏，因此，支护安全系数可定义为

$$F_s = \frac{u_{max} - u_{in}}{u_{eq} - u_{in}} \quad (22)$$

实际工程中，为安全起见通常不允许支护结构出现塑性屈服，因为支护材料发生屈服后其力学性能将急剧恶化。这可以通过按下式定义安全系数来实现：

$$F_s = \frac{P_{max}}{P_{eq}} \quad (23)$$

### 5.6 支护设置前洞壁径向自由位移 $u_0$ 值的确定

图 7 所示的点  $I$  代表开挖作业面后方距离  $x$  处的隧道断面，其洞壁径向位移为  $u_r^I$ ，点  $F$  代表开挖作业面处的隧道断面，其洞壁径向位移为  $u_r^F$ 。若在  $I$  处设置支护，则此时  $u_m = u_r^I$ ，对应于下方图中的  $K$  点，即支护特征曲线的起点。此时，若保持开挖面不动(即  $x$  不变)，并且不考虑围岩变形时间效应的影响，则只由开挖面的空间约束效应维持断面稳定，也即作用于支护上的荷载为 0，开挖面承受了  $KN$  段的荷载大小。随着开挖面的继续推进，支护与围岩共同变形，当前进至对断面  $I$  处无空间约束效应时，支护与围岩压力在点  $D$  达到平衡，支护承受的荷载即为  $p_i^D$ 。

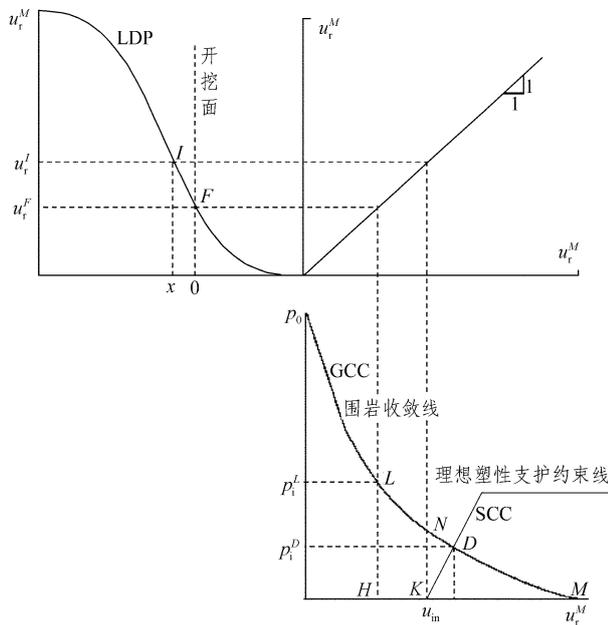


图 7 支护设置前的洞壁自由位移(按 LDP 线确定  $u_m$ )

Fig.7 Free displacement of tunnel opening before installing lining support(determining  $u_m$  by LDP line)

根据“纵向变形剖面”(LDP)法则，用 LDP 线(即用未支护前毛洞的径向位移沿隧道纵向在开挖面前、后各位置点的历时变化。如图 7 所示，上面一图的左方曲线)来确定围岩在设置二衬支护前的初

始自由位移是一种好的尝试，其关键在于 LDP 线的构建。在无现场实测资料的情况下，LDP 线可以根据三维数值分析得到。Panet(1995)在弹性有限元分析的基础上、建议洞壁径向位移与至作业面距离之间的关系，可用下式近似表述：

$$\frac{u_r}{u_r^M} = 0.25 + 0.75 \left[ 1 - \left( \frac{0.75}{0.75 + x/R} \right)^2 \right] \quad (24)$$

式中： $x$  为隧道计算断面至开挖面距离， $R$  为隧道毛洞半径。

Hoek(1999)对 Mینگtam 电站洞室工程的现场实测数据进行了拟合，建议了洞壁径向位移与至作业面距离之间的经验关系式：

$$\frac{u_r}{u_r^M} = \left[ 1 + \exp\left(\frac{-x/R}{1.10}\right) \right]^{-1.7} \quad (25)$$

将 Panet 方法与 Hoek 方法计算所得的 LDP 线与实测得到的 LDP 线比较。可见 Panet 方法过高估计了洞壁径向位移，这样会导致过小估计支护荷载，使设计偏于不安全。

### 5.7 收敛约束法对隧道围岩和支护特征曲线的确定

在设支护材料行为符合弹性 - 理想塑性的假定条件下，分别给出了锚杆支护、喷射混凝土支护、钢拱架支护和复合式支护的支护刚度方程；讨论了构成复合式支护的各单一支护的设置时间，以及当边界条件发生变化时对复合式支护刚度的影响；还介绍了引进 LDP 线以确定围岩支护前初始自由位移以及 LDP 线的确定方法。

通过考虑应变软化的黏弹塑性数值分析，讨论了不同模型下隧道开挖过程中围岩应力和应变的变化规律，得到了黏弹塑性围岩特征曲线，并研究了岩石流变与岩石应变软化特性对围岩特征曲线的影响；进而又通过三维黏弹塑性数值分析，研究了隧道开挖过程中的时空效应问题。分析了洞壁径向位移在开挖作业面空间效应和围岩变形流变时效作用共同影响下的变化规律；还沿用虚拟支撑力的思想，得到了考虑作业面时空效应的围岩特征曲线。

对上述方面的一点认识为：

收敛约束法的理论基础是围岩特征曲线和支护特征曲线。此处主要讨论了上述两种曲线的确定方法和利用 LDP 线确定围岩初始自由位移(指支护设置前的洞壁径向位移)的方法。利用数值分析方法，从黏弹塑性本构模型出发，可以研究得出隧道开挖过程中和开挖后围岩的应力和应变及其特征曲线的

变化。

作者对所建议方法的分析表明：拱顶部位，Hoek 经验方法与数值分析结果非常接近；墙腰部位，在工作面后方，Hoek 经验方法与数值分析结果也能较好吻合。只是在工作面前方，二者差别较大，但这已不是所关心的区域。因此，Hoek 经验公式能较好地用来描述隧道的 LDP 线。

计入围岩变形的时间效应后，LDP 线将随时间发生变化。实际工程中，对于软弱破碎围岩，通常要求支护(包括初支和二衬)紧跟开挖面进行，以限制围岩发生过大的变形，保持洞室的施工稳定。在这种情况下，开挖和支护之间的间隔时间不会很长，围岩的流变性对 LDP 线的影响将很小。

上述采用收敛约束法的研究成果，现正拟在厦门市翔安海底隧道几处风化深槽/风化囊流变显著区段的衬护设计研究中试作具体的应用实践。

### 5.8 隧道支护结构设计优化

目前，隧道支护基本上采取以锚喷支护和二次衬砌相复合支护的技术。支护结构优化中考虑的主要因素具体可分为：初次锚喷支护时机(新奥法，一般需在拱部开挖后即及时施作)、喷射混凝土厚度、二次衬砌施作时机以及二衬刚度(厚度)等四个方面。

利用正交试验设计，可以明确回答以下几个问题：(1) 诸影响因素的主次轻重；(2) 因素与各项指标的关系，即每个因素当各个水平不同时，其指标值应作怎样变化；(3) 较好的施工工艺条件；(4) 进一步试验的方向。

采用正交试验数据的级差分析方法，可以根据“因素 - 指标”图，经黏弹塑性分析得到支护结构的优化组合，此处用厦门隧道截面支护条件作计算举例为：初始地应力释放 80%~90%时(实际上只是开挖瞬间)施作初次锚喷支护 + 喷射混凝土(厚度取 18~24 cm) + 在洞室开挖完成约 155 h 后施作二次衬砌，二次衬砌厚度取 60 cm。在此种组合情况下，计算得到初支喷射混凝土的最大压应力为 11.4 MPa(喷射混凝土极限抗压强度为 15.5 MPa)；二衬钢筋混凝土内最大压应力为 5.72 MPa(混凝土容许压应力为 9.6 MPa)。此时二者均未出现拉应力，为最优选择。

试对上述的每一因素取 4 个水平，而考察的指标为初次喷射混凝土和二衬钢筋混凝土中的应力。经分析认为，当喷射混凝土和二衬钢筋混凝土中的

压应力同时达到最大、而拉应力最小；且初支和二衬均未破坏时的组合为最优组合。初次支护破坏标准取喷混凝土的极限强度，二次衬砌则采用混凝土的容许应力作为设定标准。

上述对隧道衬护结构设计优化的研究成果，近年来亦已在兰武铁路复线乌鞘岭隧道岭脊段几处断层大变形软岩地带的衬护设计研究中得到成功的应用实践。

由研究成果可知，利用正交试验设计方法，综合考虑初次和二次支护的支护时间和支护刚度，达到了支护结构优化和设计经济合理的目的。这种方法值得在同类工程中推荐采用。

## 6 高地应力隧洞围岩非线性流变及其对洞室衬护的力学效应

在总结前人研究<sup>[3, 5, 37~39]</sup>的基础上，本节对高地应力区流变软岩讨论了其黏滞系数与加载应力水平及与加载持续作用时间的非线性函数关系，建议了一种岩石非线性黏塑性流变模型及其相应的蠕变状态方程。然后，将理论成果应用于一水电站地下洞室工程，利用黏性增量初应变有限元法分析计算了高应力条件下软岩的非线性流变状态对该隧洞围岩 - 衬砌支护系统的力学效应，并与传统的将围岩按线性流变模型的计算结果加以对比研究。进而提出了岩石工程设计中应予以考虑的有关岩体非线性变形时效的若干问题。

### 6.1 问题的提出

众所周知，与经典弹塑性理论的解答不同，从工程流变学的观点而言，岩体中的应力 - 应变状态及其关系并不是恒定和单一的，它将随时间历程而增长与发展变化。在高地应力地区的软质岩体则更呈现非线性的流变属性，上述力学行为还取决于以前的加载历史。同时，非线性流变岩体的黏滞系数(或蠕变柔量)都不再是不变的常数值，它们与当时的应力水平、加载持续作用时间以及不同的应力应变状态的本构特征等都密切相关，非线性流变问题的求解也将更趋复杂。

早在 1964 年，Haefeli 和 Schaerer 分析了在环剪、单轴和三轴压缩条件下岩石蠕变的试验资料，同时沿用了黏滞流动的 Newton 定律，指出：一般情况下，岩质材料的流动速率与其应力间的关系都是非线性的。在对岩石流变特性的最初一些研究中，

就已发现多数岩石并不是在任意大小的荷载持续作用下都会如理想黏性流体那样呈现出定常的黏滞流动,它一方面只是在应力超过某个极限值(材料流变下限)以后才可能发生;另一方面,对较高应力水平作用下的软岩(包括节理、裂隙发育的岩体),比较适合的并不是牛顿黏弹性流体假设,而是 Bingham 体的黏滞塑性流动理论。Tan 和陈宗基先生也曾同样指出过非线性黏塑性的 Bingham 定律对某些岩土质材料的适用性,进行了空心圆柱形土样的扭转流变试验,并在第二届国际流变学会议和以后一系列的其他资料中都阐述了这方面的研究成果。考虑到黏滞流动速率与土体应力间的非线性关系,做出修正的 Bingham 定律是 Vyalob 于 1959 年提出的,他指出:黏滞塑性流动理论描述了具有恒定速率的稳态流动过程,然而,在蠕变发展的进程中,一些岩土材料的流动速率则一直在不断地变化;此外,这个过程不仅包括非线性的黏塑性变形,还存在有可恢复的弹性变形。此后,出现了各种各样的流变力学模型来描述岩石的这种非线性流变行为。但是,在处理流变体的非线性黏滞系数与加载作用应力及其持续作用时间的关系方面,尚均存在有明显的疏漏和不足。

自 20 世纪 30 年代初开始研究岩石与岩体的流变属性以来,较成熟的基本上仍只停留在牛顿理想黏性流变体,即岩石线性流变问题的范畴。作者对高地应力黏性岩体所表现的非线性流变力学性质进行了一些探讨,包括尚未形成自身理论系统的数值分析方法以及少量室内和现场试验与实测研究。本节试将有关非线性流变模型建立和数值计算方面的部分工作成果作扼要介绍。

### 6.2 岩石弹 - 非线性黏塑性流变模型及其蠕变状态方程

当隧洞围岩处于高地应力作用条件下时,在洞室开挖后除瞬间释放的弹性变形外,由于围岩二次应力场内某些部位的应力超过了岩体的屈服极限而出现其变形随时间增长的黏塑性状态。研究认为,这类围岩的失稳和破坏是与岩体内出现这种黏塑性流动相密切关联的。这时,任一时刻围岩二次应力状态的剪切应变  $\gamma(t)$  可写为

$$\gamma(t) = \gamma_e + \gamma_{vp}(t) \quad (26)$$

式中:  $\gamma_e$  和  $\gamma_{vp}(t)$  分别为瞬时弹性剪应变和随时间发展的黏塑性剪应变。一般地,后者的变化速率与

剪应力间的关系呈非线性。满足式(26)的岩石弹 - 非线性黏塑性流变模型建议如图 8 所示,可定义为一种非线性的广义 Bingham 模型。其中,  $G_0$  为岩石的剪切弹性模量;  $\tau_f$  为岩石的剪切屈服强度;  $\eta$  为岩石的非线性黏滞系数,它是所施加的应力值  $\tau$  以及应力持续作用时间  $t$  的函数。

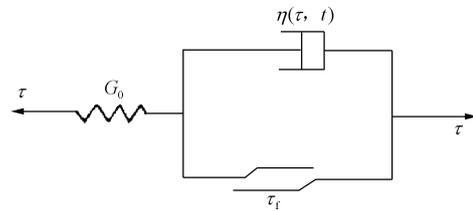


图 8 非线性广义 Bingham 模型  
Fig.8 Nonlinear generalized Bingham model

从作者已进行的岩石蠕变试验,经整理分析后得知,围岩黏塑性变形(不包括弹性变形部分)的等时曲线簇呈相似的条件,可以写为

$$\psi(\gamma_{vp})(t) = (\tau - \tau_f)\psi(t) \quad (27)$$

式中:  $\psi(\gamma_{vp})(t)$  为任一时刻与黏塑性剪应变有关的函数,  $\tau - \tau_f$  为超出岩石剪切屈服强度后的过量应力,  $\psi(t)$  为时间参量。此处沿用 S. S. Vyalob 提出的通式:

$$\psi(t) = \int_0^t [T_2 / (T_1 + t)]^n dt$$

设取幂指数  $n = 2$ ,  $T_1 = T$ ,  $T$  以小时(h)计,和  $T_2 = (aT)^{1/2}$  时,得

$$\psi(t) = at / (T + t) \quad (28)$$

式中:  $a$  为量纲一的参数,且  $a > 0$ 。

黏塑性应变与过量应力间的关系,取 S. P. Timoshenko 提出的通式:

$$\tau - \tau_f = G_0 \tau_0 \gamma_{vp} / (\tau_0 + G_0 \gamma_{vp}) \quad (29)$$

式中:  $\tau_0$  为岩石的瞬时剪切强度。

将式(28)和(29)代入式(27),可求解得  $\gamma_{vp}(t)$ ,再将其与弹性剪应变  $\gamma_e = \tau / G_0$ ,一起代入式(26),可得岩石非线性蠕变本构方程:

$$\gamma(t) = \tau / G_0 + [a(\tau - \tau_f)t / \{G_0 \{T + t[1 - (\tau - \tau_f)a / \tau_0]\}\}] \quad (\tau > \tau_f) \quad (30)$$

式(30)中的右端第二项为黏塑性应变  $\gamma_{vp}$ ,式(30)中诸有关参数均可从岩石蠕变试验逐一确定。

由图 8 所示的岩石非线性流变模型可知,其非线性黏滞体的状态方程可写为

$$\tau - \tau_f = \eta(\tau, t) \dot{\gamma}_{vp} \quad (31a)$$

将式(30)中的右端第二项对时间取微分后代入式(31a), 并化简, 可得岩石非线性黏滞系数的表达式:

$$\eta(\tau, t) = G_0 \{T + t[1 - (\tau - \tau_f)a / \tau_0]\}^2 / [a(T + t)] \quad (31b)$$

图 9 所示为  $\eta(\tau, t)$  与应力水平  $\tau$  以及与持续时间  $t$  间的关系曲线。

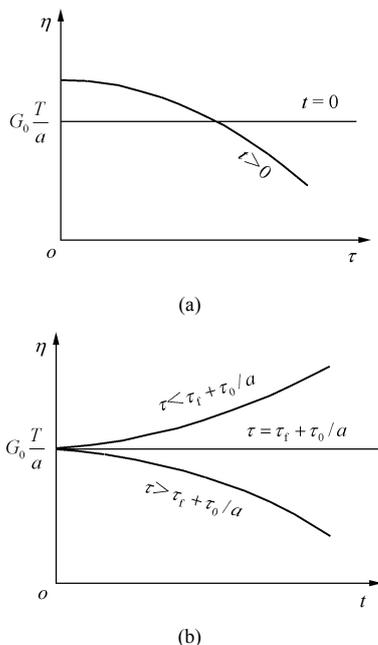


图 9  $\eta(\tau, t)$  与  $\tau$  及与  $t$  的关系曲线  
Fig.9 Relation curves of  $\eta(\tau, t)$  with  $\tau$  and  $t$

由图 9(a)可知, 在时间  $t > 0$  的任一时刻, 随应力  $\tau$  增长而  $\eta$  减小, 隧洞围岩的流动度加大, 围岩变形逐次加剧, 最终导致洞体整体失稳而破坏。由图 9(b)可知, 当  $\tau < \tau_f + (\tau_0/a)$  的情况下,  $\eta$  随时间推移而加大, 当  $t \rightarrow \infty, \eta \rightarrow \infty$ , 表现为岩体流变不致无限增长而将逐次收敛于某一定值, 隧洞围岩能以长期持续稳定; 当  $\tau = \tau_f + \tau_0/a$  时,  $\eta = G_0 T/a$  为定值, 它反映了围岩在常值荷载持续作用下所表现的定常蠕变, 这时岩石流变将由非线性的退化为线性的, 即为惯称的 Bingham 黏塑性线性流变; 只是当岩体处于高地应力水平  $\tau > \tau_f + (\tau_0/a)$  作用下,  $\eta$  将随时间逐次减小, 围岩的黏塑性变形持续加剧而呈发散态势, 如未及时支护, 终将导致最后失稳破坏。

### 6.3 考虑岩体非线性流变效应的隧洞围岩 - 支护系统有限元法分析

在岩体黏塑性流变过程中, 一般认为仅有形状

和位置的改变, 而无体积变化, 则有

$$\varepsilon_{x, vp}(t) + \varepsilon_{y, vp}(t) = 0 \quad (32)$$

对于式(30)中右端第二项, 可改写为

$$\frac{1}{2} \dot{\gamma}_{xy, vp}(t) = \varepsilon_{x, vp}(t) - \varepsilon_{y, vp}(t) = \frac{a \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} - \tau_f \right) t}{G_0 \left[ T + t \left( 1 - \frac{\sigma_x - \sigma_y - \tau_f}{\tau_0} a \right) \right]} \quad (33)$$

将式(32), (33)联立求解, 可得

$$\varepsilon_{y, vp}(t) = \varepsilon_{x, vp}(t) - \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{xy, vp}(t) = \frac{a(1 + \mu) \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} - \tau_f \right) t}{E_0 \left[ T + t \left( 1 - \frac{\sigma_x - \sigma_y - \tau_f}{\tau_0} a \right) \right]} \quad (34)$$

围岩场域内各屈服单元的物理方程:

$$\{\sigma_{vp}\}^e = [D][B]\{\delta\}^e - [D]\{\varepsilon_{vp}\}^e \quad (35)$$

而黏塑性应变换算得的单元等代节点荷载:

$$\{F_{vp}\}^e = \iint_{\Omega} [B]^T [D] \{\varepsilon_{vp}\}^e d\Omega \quad (36)$$

对于混凝土衬护(指隧洞二次复合衬砌结构)单元, 因其应力值一般都很小, 当可视为只产生线性黏弹性应变, 则相应有

$$\{\sigma_{ve}\}^e = [D][B]\{\delta\}^e - [D]\{\varepsilon_{ve}\}^e \quad (37)$$

$$\{F_{ve}\}^e = \iint_{\Omega} [B]^T [D] \{\varepsilon_{ve}\}^e d\Omega \quad (38)$$

对于多维问题, 设  $E_{1, h}$  和  $\eta_h$  分别为混凝土材料的延迟弹性模量和黏弹性系数;  $\mu_h$  为混凝土材料的泊松比。则广义 Kelvin 线性黏弹性应变可写为熟知的形式:

$$\{\varepsilon_{ve}\}_{t+\Delta t}^e = \{\varepsilon_{ve}\}_t^e \exp(-b\Delta t) + \frac{m}{b} [A] \{\sigma_{ve}\}_t^e [-\exp(-b\Delta t) + 1] \quad (39)$$

其中,

$$m = \frac{1}{\eta_h}$$

$$b = \frac{E_{1, h}}{\eta_h}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\mu_h}{1-\mu_h} & 0 \\ -\frac{\mu_h}{1-\mu_h} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{1-\mu_h} \end{bmatrix}$$

代入整个围岩场域和衬护的所有单元，可得整体平衡方程：

$$[K]\{\delta\}_{(t)} = [F] + \{F_v\}_{(t)} \quad (40)$$

除静载节点荷载项 $[F]$ 外，式(40)右端第二项为节点黏性荷载项 $\{F_v\}$ ，在非线性流变问题中它不是一个常量，而是随黏弹性应变(对初支锚喷单元和未屈服的围岩单元)和黏塑性应变(对围岩已屈服单元)而变化。因而需要多次逐一求解式(40)，才能得到节点位移随时间增长的值 $\{\delta\}_{(t)}$ 。其具体计算步序如下：

(1) 在 $t_0 = 0$ 时刻，刚开挖毛洞，尚未施筑衬护，沿洞周施加的瞬间节点释放荷载为 $\{F\}_0$ 。此时围岩尚无黏性流变，可由平衡方程、几何方程和物理方程分别求得围岩的瞬时弹性位移 $\{\delta\}_0$ 、应变 $\{\varepsilon\}_0$ 和应力 $\{\sigma\}_0$ 。

(2) 将 $\{\sigma\}_0$ 与围岩给定的屈服准则(例如习惯用的 Drucker-Prager 屈服准则) $F$ 值判据相比较。如果 $F < 0$ ，表示围岩应力均未超过其屈服值，处于弹性受力状态，不致出现黏塑性流变，当可终止计算；反之，随时间推移，围岩中部分屈服单元的黏塑性位移、应变和应力可继续下步计算。

(3) 考虑 $t = t_1$ 时刻，设 $\{\sigma\}_0$ 在时步 $\Delta t_1 = t_1 - t_0$ 内保持不变，该时步内的围岩岩性参数 $G_0$ ， $\mu$ 的值也都保持不变。由式(34)可求得该时步末 $t_1$ 时刻已屈服围岩单元的黏塑性应变 $\{\varepsilon_{vp}\}_1$ ，亦即时步 $\Delta t_1$ 内的蠕应变增量 $\{\Delta\varepsilon_{vp}\}_1$ 。

(4) 将 $\{\Delta\varepsilon_{vp}\}_1$ 视为初应变，由式(36)求出该应变增量等代的节点荷载增量 $\{\Delta F_{vp}\}_1$ ，并由式(40)求得 $\{\Delta F_{vp}\}_1$ 产生的节点位移增量 $\{\Delta\delta\}_1$ ，则 $t_1$ 时刻的围岩弹 - 黏塑性位移 $\{\delta\}_1 = \{\delta\}_0 + \{\Delta\delta\}_1$ 。再按式(35)求出围岩应力增量 $\{\Delta\sigma\}_1$ 。将 $\{\sigma\}_1 = \{\sigma\}_0 + \{\Delta\sigma\}_1$ 代入所采用的屈服准则作判别，求得 $t_0 \rightarrow t_1$ 时步内又进入屈服的围岩单元。

(5) 设 $t_2$ 时刻所施筑的衬护开始参与受力作用，并将衬护单元增加入体系的总刚。仍设 $\{\sigma\}_1$ 和

材料参数在 $\Delta t_2 = t_2 - t_1$ 的第二时步内均保持不变，再从式(34)可得 $t_2$ 时刻已屈服围岩单元的 $\{\Delta\varepsilon_{vp}\}_2$ ，此时：

$$\Delta\varepsilon_{x, vp, 2} = \varepsilon_{x, vp, t_2} - \varepsilon_{x, vp, t_1}$$

$$\Delta\varepsilon_{y, vp, 2} = \varepsilon_{y, vp, t_2} - \varepsilon_{y, vp, t_1}$$

$$\Delta\varepsilon_{xy, vp, 2} = \varepsilon_{xy, vp, t_2} - \varepsilon_{xy, vp, t_1}$$

(6) 仿步骤(4)，同样可分别求得 $\Delta t_2$ 时步内的 $\{\Delta F_{vp}\}_2$ ， $\{\Delta\delta\}_2$ ， $\{\delta\}_2$ ， $\{\Delta\sigma\}_2$ 和 $\{\sigma\}_2$ ，以及该时步内进一步屈服的围岩单元。

(7) 考虑 $t_3$ 时刻。由式(39)先求出时步 $\Delta t_3 = t_3 - t_2$ 内衬护的黏弹性应变增量 $\{\Delta\varepsilon_{ve}\}\Delta t_3$ ，即得 $t_3$ 时刻衬护单元的黏弹性应变 $\{\varepsilon_{ve}\}_3$ ；由式(38)求出衬支各单元节点处的等代黏弹性荷载 $\{F_{ve}\}_3$ ，由式(40)求出衬护各节点的位移 $\{\delta\}_3$ ，再由式(37)求出衬护各单元的黏弹性应力 $\{\sigma_{ve}\}_3$ 。同样，仿以上各步，求得时步 $\Delta t_3$ 内围岩的各个增量及在 $t_3$ 时刻其相应的累计所得的各个量值，及围岩在该时刻的屈服单元，以便下一时步继续计算。

(8) 重复以上计算。直到体系各单元的应力(应变)的增长变化率逐步减少，并渐趋近于0(一个规定的小值)为止。

### 6.4 工程计算实例

本项研究以我国西南地区某水电站运输隧洞的围岩 - 支护系统为工程对象进行了计算分析。该隧洞位于软弱泥岩山体内，水平构造地应力强烈，经测试，岩体流变属性明显，且呈高度非线性状态。原岩垂直向应力可取自重力场，而水平侧压力系数达到1.0。

隧洞埋深150 m。毛洞高、宽均为8.0 m，顶部为半径5 m的割圆拱，侧壁高5.8 m。采用25 cm厚的钢筋混凝土整筑式衬砌，在成洞5 d后支护起受力承载作用。

围岩岩性和衬砌混凝土的诸力学参数经测定如下：

(1)  $\rho = 2.78 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ;  $G_0 = 1.21 \times 10^3 \text{ MPa}$ ;  
 $\nu = 0.38$ ;  $\tau_0 = 14.5 \text{ MPa}$ 。

(2)  $\eta_0$ (初始黏塑性系数) =  $0.747 \times 10^6 \text{ MPa} \cdot \text{h}$ ;  
 量纲一参数  $a = 3.4$ 。又  $E_{1, h} = 3.0 \times 10^4 \text{ MPa}$ ;  $\nu_h = 0.25$ ;  
 $E_{1, h}$ (延滞弹模) =  $3.5 \times 10^4 \text{ MPa}$ 。

(3)  $\eta_{1, h}$ (线性黏弹性系数，为常数) =  $2.5 \times 10^6$

MPa·h。

有限元网格划分共 66 个八节点平面等参元，合共 233 个节点。

计算结果可归结为以下各点：

(1) 隧洞开挖成形之初和衬砌支护施筑 10 d 变形趋于稳定后的围岩塑性区范围如图 10 所示。

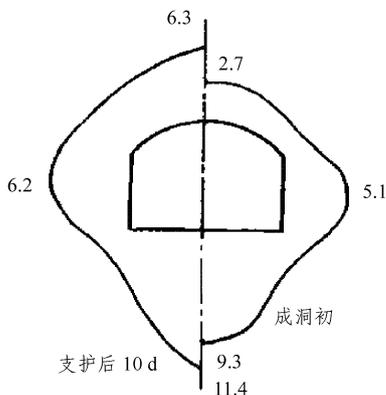


图 10 支护前后洞周围岩塑性区分布(单位: m)  
Fig.10 Plastic zone distribution of surrounding rock before and after tunnel supporting(unit: m)

(2) 施筑衬砌后，支护内侧位移随时间的增长变化如图 11 所示。

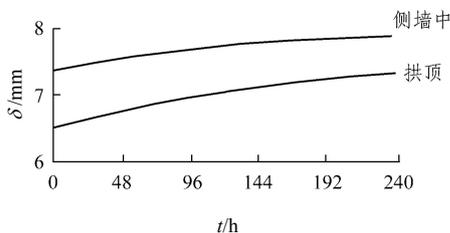


图 11 支护内侧位移随时间变化关系  
Fig.11 Displacement varying with time of the inner surface of tunnel support

(3) 围岩非线性黏塑性系数值随时间增长而变化：随时间推移，拱顶围岩黏塑性系数与毛洞裸露时间近似呈线性增长关系，不设支护情况 240 h 后(如设支护则仍能维持围岩稳定)拱顶塑性区围岩的  $\eta$  值可增大到  $0.956 \times 10^6$  MPa·h；而侧壁处围岩塑性区的  $\eta$  值则呈非线性关系增大，240 h 后为  $1.096 \times 10^6$  MPa·h。在设洞室成形之初即有支护情况下，洞周围岩的  $\eta$  值与时间呈上凹形曲线关系加速增长，如图 12 所示。

(4) 支护承受的围岩流变压力亦随时间而变化。在拱顶处，衬砌刚参与受力作用时(洞室成形 5 d

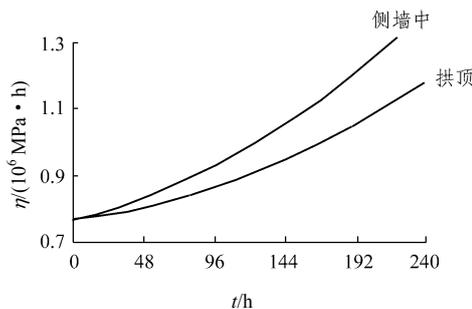


图 12 支护条件下洞周围岩  $\eta$  值与时间关系曲线图  
Fig.12 Relation curves of  $\eta$  value with time of tunnel surrounding rock under supporting condition

后)围岩压力为 2.06 MPa，施筑衬砌 10 d 后围岩压力值增大到 2.83 MPa，以后逐渐趋向稳定。

(5) 为简化分析，此处仅比较了在未施筑支护情况下，与假设围岩呈线性黏塑性流变( $\eta = \eta_0 = 0.747 \times 10^6$  MPa·h，为常数值)时的计算有差异。计算结果表明，无论是围岩塑性区范围以及各个时刻的洞周围岩位移都比按上项线性流变假设计算的值为大。以隧洞拱顶和侧壁中点为例，其值(较仍按线性流变计算)在成洞 5 d 后尚未施筑支护前，要分别大出 28%~34%。

### 6.5 几点认识

(1) 对非线性流变问题言，就任一给定时刻岩石的非线性黏滞系数值均随加载应力水平增高而减小。这说明了岩质材料由低应力作用下的衰减型蠕变变形向高应力作用下的加速型蠕变变形发展的整个过程。

(2) 岩石的非线性黏滞系数值随加载持续作用时间的变化情况与所施加的应力水平密切相关。当  $\tau < \tau_f + \tau_0/a$  时， $\eta$  值随加载持续作用时间推移而加大，在蠕变试验曲线上反映为其黏性变形的流动度下降，曲线呈衰减型；当  $\tau = \tau_f + \tau_0/a$  时， $\eta$  值与加载持续作用时间无关，呈线性蠕变变形；而当  $\tau > \tau_f + \tau_0/a$  时， $\eta$  值随加载作用时间而减小，反映为黏性变形流动度增大，曲线呈加速型急剧陡升。

(3) 隧洞支护能有效地限制围岩黏塑性区范围以及洞周位移的发展，并加速其收敛，使塑性区内围岩的非线性黏塑性系数随时间加速增大，体现了支护对隧洞围岩流变有利的约束作用。

(4) 计算结果表明，如按通常采用的线性流变岩体作分析，将失之保守，多耗用支护材料；而如改按此处建议的非线性流变岩体计算，则当有相当的技术经济效益。应特别指出，对高地应力地区的

大断面地下厂房和水工隧洞的支护设计往往十分困难,如考虑改用此处的非线性流变计算,将使支护设计参数更为经济合理。

(5) 由于受试验设备的限制,此处未能得到岩石在高应力作用下发生加速型蠕变破坏时的非线性蠕变量,相应地也未能得出蠕变破坏前短时间内出现的加速蠕变量随荷载持续时间及荷载水平的关系。但上述研究对于深化探讨软岩隧洞在高地应力条件下的非线性流变属性及其围岩失稳全过程均具有极为重要的理论意义和工程实用价值。

## 7 岩石流变损伤与断裂研究

岩石(包括岩体)流变破坏的全过程常常表现为分布裂缝形成、发展最终导致岩石材料或工程岩体失去原有承载力而失稳破坏的过程。分析研究岩石和岩体中非贯通分布裂缝产生、演化和发展的规律,可采用损伤力学方法。而分析研究岩石和岩体中一条或几条非贯通控制裂缝的演化发展规律,可采用断裂力学方法。因此,许多岩石流变力学问题可转化为岩石流变损伤或流变断裂问题而加以解决。

由于目前岩石流变力学的重点还是集中在岩石蠕变问题的研究上,对岩石应力松弛的研究相对要少得多。因此,目前岩石流变损伤断裂的研究主要还是岩石蠕变损伤、蠕变断裂以及它们的耦合情形的研究<sup>[40~46]</sup>。

### 7.1 蠕变条件下岩石的细观损伤断裂机制

单轴和三轴压缩蠕变试验的结果表明:

(1) 低应力水平下岩石的蠕变变形主要由介质的挤密压实、原始裂纹的压闭等引起,随时间增长几乎没有任何新的细观损伤产生。

(2) 较高水平的持续应力作用下,岩石的细观结构随时间不断变化,不仅表现在蠕变变形过程中大量细观裂纹的产生和扩展,而且可以逐渐形成细观主裂纹并持续发展。

(3) 细观主裂纹出现后,有的试样因应力水平过高,在很短的时间内迅速发展成贯通性裂面而使试样发生蠕变断裂;有的试样则表现出明显的细观主裂纹的时效扩展现象。

(4) 从细观分布裂缝产生、演化到细观主裂纹出现以后的主裂纹稳定扩展阶段,岩石蠕变变形均表现出平稳发展的特点,因此,一般来讲,这一阶段正好对应于第Ⅱ蠕变阶段。而细观主裂纹发生失

稳扩展正好对应于岩石蠕变的第三阶段——蠕变断裂阶段。

(5) 对四川峨眉红砂岩和青砂岩的单轴压缩蠕变试验以及含切口试样的三点弯曲蠕变断裂试验的试验结果均表明,岩石蠕变裂纹的起裂和失稳均表现出明显的时效性。

### 7.2 岩石和节理岩体蠕变损伤理论

目前,各种各样的蠕变损伤理论大都是以Kachanov-Rabotnov方程为基础发展起来的。与金属材料、航天材料等均质性较好材料的蠕变损伤的研究现状不同,目前国内外岩石和岩体蠕变损伤理论的研究进展仍然非常缓慢,这主要是由于岩石和岩体是非常特殊和复杂的工程介质。岩石蠕变损伤研究的方法主要包括能量研究方法和几何研究方法。能量研究方法就是利用能量理论建立岩石材料的蠕变损伤本构方程和蠕变损伤演化方程,从而进一步分析岩石演化发展规律的方法。几何研究方法就是以分布裂纹的几何统计特征为基础,通过损伤张量来反映分布裂纹的各向异性效应,然后应用宏观损伤力学的方法建立岩石和岩体的黏弹(塑)性损伤模型。

Dragon, Krajcinovic 和 Costin 等最早将损伤力学应用于岩石材料。F. Géraldine 等研究了单轴压缩条件下黏土岩的蠕变损伤特性。谢和平从理论上研究了岩石的蠕变损伤本构模型和损伤演化方程。凌建明结合红砂岩和青砂岩的蠕变试验结果,建议了岩石三轴条件下的蠕变本构关系和单轴蠕变损伤演化方程。陈锋等<sup>[43]</sup>在 Norton Power 盐岩蠕变本构模型基础上引入损伤变量,建立了盐岩蠕变损伤本构模型。高小平等从研究盐岩蠕变模量随蠕变时间变化的规律入手,导出了以蠕变时间为自变量的损伤率演化方程和用损伤表示的蠕变模量演化方程。

### 7.3 岩石流变断裂研究的若干进展

由于蠕变变形的影响,岩石和岩体常常在强度低于传统强度值的条件下发生蠕变破坏,此强度可称为蠕变强度。凌建明通过试验得到的某节理岩体的蠕变强度大致相当于瞬时强度的62%~75%。黄润秋等用重正化群理论推知,岩石的单轴蠕变抗压强度约为其峰值强度(瞬时强度)的77%。基于这一结果,陈有亮等对蠕变条件下红砂岩的断裂特性进行了研究,研究结果发现,蠕变变形也会导致岩石裂尖及其他部位的微结构调整,从而导致岩石的抗裂纹扩展能力下降。蠕变岩石可以用蠕变断裂韧度表

示其蠕变条件下的抗断裂能力。蠕变断裂韧度要低于传统意义上的断裂韧度。至于它们之间的比值为多大, 作者认为, 这与岩石材料本身的性质有一定关系。

#### 7.4 研究岩石流变断裂应注意的问题

(1) 首先必须清楚地认识岩石材料的组分、结构和构造, 这是研究岩石蠕变断裂扩展机制的前提。

(2) 必须充分理解岩石材料与金属材料、石膏材料以及其他均质性较好的材料之间的区别与联系, 只有这样, 才能知道断裂力学哪些成果可以直接引用, 哪些工作需要重新进行。

(3) 必须对岩体的结构面网络分布情况以及结构面和结构体的物理力学性质进行充分调研, 在此基础上才可以确定断裂力学对所研究的岩体是否适用以及如何应用断裂力学原理分析所研究的岩体。

(4) 一定要准确认识岩石和岩体的应力环境、物理环境和地质环境对岩石和岩体流变断裂机制的影响。

#### 7.5 岩石蠕变断裂过程研究可以观察到的现象

(1) 宏观上岩石裂纹流变扩展受主拉应力或最大剪应力控制, 微(细)观上则受岩石的结构和构造控制。

(2) 岩石裂纹蠕变起裂和扩展过程中, 裂纹尖端周围常形成一定范围的微裂区(断裂过程区)。

(3) 不同试验方法得到的岩石断裂韧度和岩石蠕变断裂韧度往往有很大差距, 这一点严重影响了岩石断裂力学和岩石流变断裂理论的工程应用, 有必要通过深入研究提出一个标准的岩石流变断裂韧度的测试方法。

## 8 土力学与土工方面的若干流变力学问题

### 8.1 问题的提出

土体中孔隙水的存在, 使软土在荷载作用下的物理变化过程相当复杂: 土体中孔隙水在荷载作用下逐渐消散, 使土体产生压缩变形, 随着孔隙比的减小其有效应力则不断提高, 即为土体的主固结(Biot 固结)效应; 同时, 土体颗粒组构骨架又在荷载作用下发生黏弹/黏弹塑性蠕变, 使土体应力和位移场持续随时间增长变化, 即为土体的次固结效应。近年来的研究已证明, 土体主固结与次固结(主要是早期流变)是耦合相互作用的, 是在时间发展历程中

的两个方面。此外, 如果土体中因采取排/降水等工程措施而导致水位差, 则还存在地下水渗流效应。地下水渗流进一步影响土体应力场的分布, 并进而使位移场随之变化; 而土体固结反过来又对渗流场分布与渗透压力产生影响。由此可知, 土体的 Biot 主固结、次固结流变、地下水渗流三者是耦合相互作用的。因此, 软土地基在荷载作用下的物理、力学变化, 其性态表现是土体的主、次固结以及渗流过程相互作用的多场耦合过程。

软土地基结构物内力随时间的增长变化同样是一种长期而复杂的历时过程。软基上卧结构的横向、纵向内力及其变形位移也随着地基工后沉降和差异沉降的历时变化而改变。只有当地基沉降趋于收敛稳定以后, 其上卧结构的内力和变形位移方可达到稳定的最终收敛值。因此, 研究层状地基软土的工后沉降/长期差异沉降的时空分布特性及其上卧结构层(物)内力与变形位移变化的黏性时效流变特性, 不仅深富学术内涵, 对结构物日后安全运营也具有重要的实用价值。

### 8.2 主要研究内容和方法

现试就作者所在的学科研究组近年来在上述方面的研究工作<sup>[47]</sup>做一简要介绍, 主要为:

(1) 建立了呈层状分布软黏性土体在横观各向同性条件下的地下水渗流模型, 并采用可变网格法以搜索渗流自由浸润面, 并模拟稳态渗流场作用。

(2) 结合广义的 K-H 复合流变模型和具有自由浸润面的稳态渗流模型, 建立了层状土体在横观各向同性假定条件下的“固结-流变-渗流”耦合分析模型, 并推导了相应的有限元方程。

(3) 模拟分析了在大面积堆载预压条件下饱和软土地基的变形特性和孔压分布特性, 以及在不同计算模型条件下地基的沉降和孔压的时效特性。此外, 还进一步探讨了在不同降水深度情况下的地基沉降与其孔压变化, 量化了降水对饱和软土地基固结过程的影响, 进而将计算结果与现场实测值作了对比分析, 论证了计算的可靠性。

(4) 以浦东国际机场二期场道工程为依托, 设定跑道地基为分段均匀的, 研究了地基的工后长期沉降/长期差异沉降的时空域分布。

(5) 根据饱和软土地基工后沉降/长期差异沉降的时效发展, 采用数值计算方法, 求解了黏弹塑性地基内场道结构垫层的内力与位移的历时增长变

化,以模拟地基长期差异沉降导致跑道结构垫层纵向内力(弯矩)的变化。

(6) 采用模块化编程策略,研制了三维黏弹塑性 Biot 固结、三维渗流过程以及三维土体应力场、位移场与渗流场三场耦合分析的有限元法程序软件。

### 8.3 研究工作结论

(1) 研究中比较分析了 Biot 固结模型、“流变-固结”模型和“渗流-流变-固结”模型的地基沉降和土体超静孔隙水压力的变化。流变-固结模型的计算结果与实测值的吻合性比较好,更能反映软土流变变形的长期过程。在存在水头差的地基中,渗流作用对地基沉降的影响不可忽视;考虑渗流场作用时,不但地基的沉降量显著增大,同时在渗透力作用下土体内部孔隙水压力的时效增量也明显加大。此外,不同的降水深度对地基沉降和孔压影响也很显著;随着降水深度的增加,地基的沉降量也明显增大,而地基内超孔隙水压则同步降低,加速了超孔压的消散进程,对于减小地基工后沉降具有相当的促进作用。

(2) 现亦以浦东机场二期场道工程为例,在诸如古河道等区域因淤泥质软土层深厚,其地基沉降以及沉降历时均大于其他区域;而且,古河道区域的荷载影响深度也较其他区域为大。此外,古河道区域地基的工后沉降量远大于其他正常区段地基的工后沉降量,且其次固结流变变形历时也更长;工后沉降在竣工后的前 2~3 a 内的增长发展较为显著,其后虽然沉降仍在持续发展,但其沉降速率则随时间逐步减小。跑道地基沿纵向的工后沉降量在古河道区域为最大,在古河道南侧的滩涂区和鱼塘区则次之,而在古河道与其两侧区段的交界面处,其差异沉降量则为最大。

(3) 吹砂抛填土的场道地基,其工后差异沉降也随时间而增长变化,差异沉降量在竣工初期较大,而差异沉降速率的历时发展则逐步降低,并最终趋于收敛的稳定值。

(4) 跑道结构素混凝土垫层的纵向弯矩分布呈现明显的不均匀性,差异沉降量大的区域其纵向弯矩也大,而差异沉降量小的区域则纵向弯矩也较小。结构层的纵向弯矩值与地基绝对沉降量无关,而对地基差异沉降量则相当敏感;纵向弯矩随时间均呈持续增长变化。当软基差异沉降表现出呈时效稳定性以后,结构层的弯矩值亦同步表现出其时效稳定达到收敛的最大定值。

## 9 今后岩土工程流变研究的一些展望

### 9.1 岩石流变试验及其工程应用

(1) 岩石流变试验是一个较长时间的过程,进行较长时间流变试验时室内和现场温度和湿度条件的变化必然会影响试验的结果。由于国内实验室往往不易具备室内恒温和恒湿条件,对这些因素的影响作出定量估计尚有待今后深化研究。

(2) 对于实际工程岩体的流变问题如何在室内小尺寸岩样的流变试验中得到较为有效的反映,如在室内流变的试验方式方面(包括试件的受力状态、试验的边界条件和加荷方式,以及试样的尺寸效应等),也都是须进一步深入研究的问题。

(3) 岩石的室内蠕变试验一般均采用分级加载的方式进行,并按线性叠加原理整理蠕变试验结果,从而得到岩石连续的蠕变曲线。然而,在高压应力水平条件下软岩的蠕变往往是高度非线性的,它并不满足线性叠加原理。因此,沿用上述常规方法得到的岩石蠕变曲线视应力水平增高将有一定偏差,有必要改用其他更合适的方法。

(4) 对于确定工程岩体普遍适用的模型参数,目前的研究和试验都还远远不够,更大量的研究和试验工作亟需进行,进而形成一套结合具体工程更为完善、准确而可靠的岩体流变试验规程,以利在不同工程情况下选用。

(5) 为了从机制和本质上对岩体的非线性蠕变特性有更加清楚的认识,必须对岩体的颗粒组构进行细微观分析,从考察岩体的细微观晶粒得出岩体的细微观组构对岩体蠕变的影响以及岩体蠕变过程中其内部细微观组构的动态变化,进而从岩体的细微观角度来更好解释岩体的宏观蠕变特性。岩石细微观流变力学的试验研究工作亟待展开。

(6) 岩体的非线性流变是个很复杂的问题,目前对岩体非线性流变的许多重要特性还未被充分认识,而且对岩体非线性流变的研究难度较高,其研究方法和手段也很有限。因此,目前对岩体的非线性流变试验进行系统研究还很少见。实际工程中的岩体非线性流变是个更复杂的问题,它既有蠕变现象,又有应力松弛现象,两者是交叉融合在一起的,很难单独将其分开处理。而且,实际工程中岩体所受的荷载都是随时间变化的,更有加载和卸载。因此,建立一种更为通用的非线性流变模型,将有助于同时反映岩体的非线性蠕变和应力松弛两个力学

过程以及在反复加、卸载和变荷载作用下岩体的非线性流变特性,这在实际工程中具有十分重要的现实意义。

(7) 对于利用电磁辐射及声发射来监测岩石蠕变的整个过程,还停留在定性的分析阶段,没有给出蠕变破坏的定量判据。电磁辐射及声发射的产生与岩石的蠕变损伤有关,但尚缺乏建立二者之间的量化关系,如何更好地利用电磁辐射及声发射信号对蠕变破坏行为进行分析研究也是一项当务之急。采用电磁辐射及声发射对岩石蠕变破坏进行监测和预报,目前还只是处于室内试验阶段,希望今后能有更多的现场测试研究,从而为丰富该子学科理论内涵并为工程所用提供确切依据。

## 9.2 流变模型辨识及其参数估计

各种流变本构模型,在某些特定的条件下也只是带局限地较适用于一定的岩土介质;但是,如果只满足工程所要求的精度,则对量大、面广的一般性工程问题,由于采用模型的方法可以节约大额的试验化费而为人们所乐于采用。

尽管如此,对模型先作必要的辨识和论证,并继而确定其各个有关参数(含模型中常规的变形参数、黏性流变参数和岩土体的塑性屈服参数等)则是不可或缺的重要一环。需要指出的是,只是常用的几种蠕变试验还经常达不到确切地验证模型适用与否的目的;此时,再补充在应变水平保持常值情况下的应力松弛试验,有时就显得尤为必要。通过试验论证应该是当前作模型辨识时所要求的研究重点。

众所周知,研究岩土体的应力-应变-时间特性时,采用上述各种力学模型可把复杂的流变属性用一种近似而较间接的方法表现出来,这样做可对数值分析进行计算处理时会感到方便应手。但是,由于岩土介质的力学属性复杂多变,所有流变模型往往只能说明某些主导方面属性的现象,不可能全面地反映其他某些特定的力学性质,同时也存在着较大的抽象性;此外,一些模型的参数也难以试验确定。目前,对某些特大型重要工程对象作研究时,如果具备经费和现场实测试验等条件,则当尽可能通过一定数量的现场测试再辅之以室内流变试验来对给定的岩土体专门地建立针对性强而又更为适应的经验本构关系式,对符合特定岩石工程的实际力学属性,当最为理想。事实上,现行某些国际知名的通用软件都附列有众多的经验本构关系公式。当然,也需要在选用这些公式前进行有关的辨识工作。

## 9.3 隧洞围岩收敛-约束特征曲线研究

(1) 围岩特征曲线的松动段部分如何进一步描述,尚未得到有效解决,需作深化研究。

(2) 利用虚拟支撑力的思想,对由三维数值分析计算的围岩特征曲线进行修正,从而得到考虑开挖作业面时空效应的围岩特征曲线。此处所建议围岩特征曲线的准确程度再将由现场监测数据作进一步验证。

(3) 利用正交试验设计方法进行支护结构优化时,仅考虑了支护结构的应力,进一步研究应补充计入围岩变形,作更加全面的分析。

## 9.4 岩石非线性流变问题研究

目前,流变问题分析中其本构模型中的力学参数一般都是定常的,认为所有岩体力学参数并不随时间增长而变化,即所谓线性流变问题。但实际上,岩体这种复杂材料在地质构造运动、地下水渗流和自然风化等诸多因素的作用下,其某些力学参数随时间而变化是十分明显的:比如,试验已证实,岩体弹性模量、强度和黏性等参数通常都会随时间的增长而降低。若能通过引入非定常流变参数,在某种意义上也可以从另一角度表征岩体的损伤演化过程,同时,也是一种材料特性的劣变过程。通过采用流变损伤力学方法来研究岩体的劣化力学行为,可以借引入内变量(损伤因子)来表征岩体的力学性状劣化,而岩体的损伤演化实际反映的将是某些流变力学参数随时间的弱化。如上所述,这种将岩体流变力学参数看作是非定常的,将会更加直接而客观地反映岩体的非线性黏性时效特征。采用非定常的非线性流变模型代替传统上定常的线性流变模型将能以更加准确地预测工程岩体的时效非线性变形特征,它将是下步深化研究的一个努力方向。近年来,结合承担国家基金(与同济大学合作),山东科技大学吕爱钟教授等在这一子学科方面已有了一定的阶段成果。进而言之,除了时间因子  $t$  外,非定常流变参数  $\eta$  还将随应力水平  $\tau$  和不同应力状态  $\Omega$  而变化,即  $\eta = \eta(t, \tau, \Omega)$ ,这是更为广义层面上的非线性流变属性,亦有待下步开展深入研究。

## 9.5 岩石流变损伤与断裂研究

(1) 流变损伤和流变断裂理论在分析岩石和岩体破坏特性时的适用性

流变损伤和流变断裂理论在何种情况下以及在多大程度上适用于分析岩石和岩体的破坏特性是一个值得进一步研究的问题。

(2) 压剪、拉剪条件下岩石流变断裂特性的进

### 一步研究

由于工程岩体多处于复杂应力状态,常常出现压剪和拉剪应力状态,在现有研究成果的基础上进一步深化对岩石压剪、拉剪流变断裂特性的研究很有理论意义和工程实用价值。

#### (3) 尺寸效应

岩石流变断裂韧度、断裂过程区与试件尺寸和几何形状的关系是一个需要进一步研究的问题。

(4) 多条主裂纹条件下岩石蠕变裂纹起裂、扩展及贯通规律的研究

Wong 等研究了含 3 条裂纹的岩石类材料的裂纹扩展机制。对含多条主裂纹的岩石和岩体来讲,多条主裂纹之间的相互关系往往是岩石与岩体稳定与否的控制因素,研究蠕变条件下多条主裂纹的扩展、连接的规律很有意义。

(5) 节理岩体流变断裂与流变损伤相关统一性的研究

流变条件下节理岩体的断裂与损伤是不可分割的,是同一事物的两个方面。损伤实际上是大量断裂问题的综合反映,而节理岩体在断裂扩展过程中往往伴随有各种尺度的损伤演化,如裂尖局部损伤等。流变条件下损伤和断裂往往是互相嵌套、互相影响的,将流变、损伤和断裂等理论结合起来有利于揭示节理岩体破坏的真正规律。

#### (6) 岩石流变损伤与流变断裂耦合问题的研究

岩石力学与岩石工程中经常遇到岩石流变损伤断裂的耦合问题,如岩石流变-断裂-损伤耦合、岩石动力-流变-损伤(或断裂)耦合、岩石大变形-流变-损伤(或断裂)耦合、岩体渗流-流变-损伤(或断裂)耦合等,在此限于篇幅,不再逐一介绍。

### 9.6 土力学与土工流变力学研究

(1) 对于渗透力附加荷载的计算,业界目前尚存在一定争议。尤其对黏性土而言,认为地下水位降低导致土体有效应力增加全部施加于相关单元部位。具体应如何模拟施工降水引起的附加荷载,有待进一步探索。

(2) 研究中采用的模型参数比较多,但过多的模型参数不利于真实状态下土体介质相关特性的分析。此处对土体黏性流变参数的取值仍沿用各向同性条件下的相应数据,是有偏差的。这些参数对于计算结果的具体影响,亦需作深化研究。

(3) 研究中地下水渗流的模拟只是采用了稳态渗流场的简化假定,没有考虑存在外界不规律地

补充水源(如遇雨季不规则性的间歇降雨或短时间暴雨)而呈现非稳态渗流等复杂情况。此外,采用可变网格法确定渗流自由浸润面时,对于网格划分不均匀的流体单元,在出渗点部位存在一定误差,主要是由于网格变动后单元边长的差距过大,有可能出现病态矩阵而使计算困难。

**致谢** 参加本文研究的人员主要有:李永盛、夏才初、宋德彰、曹 刃、谢 宁、陈有亮、凌建明、刘保国、赵永辉、靖洪文、齐明山、吴小建、赵旭峰等。本文第 6 节由陈有亮教授撰述。特此感谢!

### 参考文献(References):

- [1] 孙 钧,王贵君. 岩石流变力学研究的若干进展[C]// 中国岩石力学与工程——世纪成就. 南京: 河海大学出版社, 2004: 123 - 146.(SUN Jun, WANG Guijun. Some progress on study of rock rheological mechanics[C]// Rock Mechanics and Engineering in China—the Centurial Achievements. Nanjing: Hohai University Press, 2004: 123 - 146.(in Chinese))
- [2] 孙 钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.(SUN Jun. Rheological behavior of geomaterials and its engineering applications[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1999.(in Chinese))
- [3] 章根德,何 鲜,朱维耀. 岩石介质流变学[M]. 北京: 科学出版社, 1999.(ZHANG Gende, HE Xian, ZHU Weiyao. Rheology of rock media materials[M]. Beijing: Science Press, 1999.(in Chinese))
- [4] 金丰年. 岩石的非线性流变[M]. 南京: 河海大学出版社, 1998. (JIN Fengnian. Nonlinear rheological behavior of rocks[M]. Nanjing: Hohai University Press, 1998.(in Chinese))
- [5] 杨圣奇. 岩石流变力学特性研究及其工程应用[博士学位论文][D]. 南京: 河海大学, 2005.(YANG Shengqi. Study on characteristics of rock rheological mechanics and its engineering applications[Ph. D. Thesis][D]. Nanjing: Hohai University, 2005.(in Chinese))
- [6] 徐卫亚,杨圣奇. 节理岩石剪切流变特性试验与模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(增 2): 5 536 - 5 542.(XU Weiya, YANG Shengqi. Test study on shear rheological behavior of jointed rock mass and the model investigations[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(Supp.2): 5 536 - 5 542.(in Chinese))
- [7] 沈明荣,朱银桥. 规则齿形结构面的蠕变特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(2): 223 - 226.(SHEN Mingrong, ZHU Yinqiao. Test study on creep characteristics of regular teeth-shaped structure faces[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(2): 223 - 226.(in Chinese))
- [8] 周火明,徐 平,王复兴. 三峡永久船闸边坡现场岩体压缩蠕变

- 试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(增): 1 882 - 1 885.  
(ZHOU Huoming, XU Ping, WANG Fuxing. Test study on compressive creep of high-slope rocks in-situ of the permanent ship-lock, the Three Gorges Project, China[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(Supp.): 1 882 - 1 885.(in Chinese))
- [9] 彭苏萍, 王希良, 刘咸卫, 等. “三软”煤层巷道围岩流变特性试验研究[J]. 煤炭学报, 2001, 26(2): 149 - 152.(PENG Suping, WANG Xiliang, LIU Xianwei, et al. Test study on rheological characteristics of the roadway surrounding rock for “three-softening” coal stratum[J]. Journal of China Coal Society, 2001, 26(2): 149 - 152.(in Chinese))
- [10] 赵永辉, 何之民, 沈明荣. 润扬大桥北锚碇岩石流变特性的试验研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(4): 583 - 586.(ZHAO Yonghui, HE Zhimin, SHEN Mingrong. Test study on rheological characteristics of the north anchor-chamber structure of Runyang suspension bridge[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(4): 583 - 586.(in Chinese))
- [11] 梁卫国, 赵阳升. 岩盐力学特性的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(3): 391 - 394.(LIANG Weiguang, ZHAO Yangsheng. Test study on mechanical properties of the rock salt[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(3): 391 - 394.(in Chinese))
- [12] 赵法锁, 张伯友, 卢全中, 等. 某工程边坡软岩三轴试验研究[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2001, 20(4): 478 - 480.(ZHAO Fasuo, ZHANG Boyou, LU Quanzhong, et al. Triaxial test study on soft rock slope of a certain engineering project[J]. Journal of Liaoning Technology University, 2001, 20(4): 478 - 480.(in Chinese))
- [13] 冒海军, 杨春和, 刘 江, 等. 板岩蠕变特性试验研究与模拟分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(6): 1 204 - 1 209.(MAO Haijun, YANG Chunhe, LIU Jiang, et al. Test study and simulation analysis of creep properties of slate-rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(6): 1 204 - 1 209.(in Chinese))
- [14] 崔希海, 付志亮. 岩石流变特性及长期强度的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(5): 1 021 - 1 024.(CUI Xihai, FU Zhiliang. Test study on rock creep properties and its long-term strength[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(5): 1 021 - 1 024.(in Chinese))
- [15] 邓广哲, 朱维申. 蠕变裂隙扩展与岩石长时强度效应试验研究[J]. 实验力学, 2002, 17(2): 177 - 183.(DENG Guangzhe, ZHU Weishen. Test study on development of creep fissures and rock long-term strength effect[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2002, 17(2): 177 - 183.(in Chinese))
- [16] SUN J, HU Y Y. Time-dependent effects on the tensile strength of saturated granite at the Three Gorges Project in China[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1997, 34(2): 323 - 337.
- [17] SUN J, JING H W, RUAN W J. Experimental study on electromagnetic radiation and sound emission during creep-fracturing of water content rock samples[C]// Advances in Rheology and Its Applications, Proc. the 4th Pacific RIM Conf. on Rheology. Beijing: Science Press, 2005: 971 - 974.
- [18] SHI X J, WEN D, BAO X Y, et al. Application of rock creep experiment in calculating the viscoelastic parameters of earth medium[J]. Science in China(Ser.D), 2006, 49(5): 492 - 498.
- [19] FUJII Y, KIYAMA T, ISHIJIMA Y, et al. Circumferential strain behavior during creep tests of brittle rocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1999, 36(3): 323 - 337.
- [20] PARASCHIV-MUNTEANU I, CRISTESCU N D. Stress relaxation during creep of rocks around deep boreholes[J]. International Journal of Engineering Science, 2001, 39(7): 737 - 754.
- [21] 李云鹏, 王芝银, 丁秀丽. 岩体原位流变荷载试验的力学参数与模型反演[J]. 实验力学, 2005, 20(2): 297 - 303.(LI Yunpeng, WANG Zhiyin, DING Xiuli. Back analysis of mechanical parameter and model of rheological in-situ loading test for rock mass[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2005, 20(2): 297 - 303.(in Chinese))
- [22] FABRE G, PELLET F. Creep and time-dependent damage in argillaceous rocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2006, 43(6): 950 - 960.
- [23] MARANINI E, BRIGNOLI M. Creep behavior of a weak rock: experimental characterization[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1999, 36(1): 127 - 138.
- [24] HEEGE T J H, DE BRESSER J H P, SPIERS C J. Rheological behavior of synthetic rock salt: the interplay between water, dynamic recrystallization and deformation mechanisms[J]. Journal of Structural Geology, 2005, 27(6): 948 - 963.
- [25] LI Y S, XIA C C. Time-dependent tests on intact rocks in uniaxial compression[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37(3): 467 - 475.
- [26] SHIN K, OKUBO S, FUKUI K, et al. Variation in strength and creep life of six Japanese rocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2005, 42(2): 251 - 260.
- [27] BÉREST P, BLUM P A, CHARPENTIER J P, et al. Very slow creep tests on rock samples[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2005, 42(4): 569 - 575.
- [28] 夏才初. 统一流变力学模型及用蠕变试验辨识流变力学模型的方法[C]// 盛世岁月论文集. 上海: 同济大学出版社, 2006: 505 - 516.(XIA Caichu. Unified rheological model and method of model identification by creep test[C]// Proc. Flourishing Years. Shanghai: Tongji University Press, 2006: 505 - 516.(in Chinese))
- [29] 夏才初, 孙 钧. 蠕变试验中流变模型辨识及参数确定[J]. 同济大学学报(自然科学版), 1996, 24(5): 498 - 503.(XIA Caichu, SUN

- Jun. Identification of rheological models and parameters estimation in creep test[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 1996, 24(5): 498 - 503.(in Chinese))
- [30] 刘保国, 孙 钧. 岩体流变本构模型的辨识及其应用[J]. 北方交通大学学报, 1998, 22(4): 10 - 14.(LIU Baoguo, SUN Jun. Identification of constitutive models for rock rheological behavior and its applications[J]. Journal of Northern Jiaotong University, 1998, 22(4): 10 - 14.(in Chinese))
- [31] 刘保国, 孙 钧. 岩体黏弹性本构模型辨识的一种方法[J]. 工程力学, 1999, 16(1): 18 - 25.(LIU Baoguo, SUN Jun. A method subject to identification of rock viscoelastic constitutive models[J]. Engineering Mechanics, 1999, 16(1): 18 - 25.(in Chinese))
- [32] 刘世君, 徐卫亚, 邵建富. 岩石黏弹性模型辨识及参数反演[J]. 水利学报, 2006, (6): 101 - 105.(LIU Shijun, XU Weiya, SHAO Jianfu. Identification of rock viscoelastic models and back analysis of parameters[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2006, (6): 101 - 105.(in Chinese))
- [33] 齐明山. 大变形软岩流变性状及其在隧道工程结构中的应用研究[博士学位论文][D]. 上海: 同济大学, 2006.(QI Mingshan. Rheological behavior of soft rock under large deformation and its applications in tunnel engineering structures[Ph. D. Thesis][D]. Shanghai: Tongji University, 2006.(in Chinese))
- [34] ORESTE P P, PEILA D. Radial passive rockbolting in tunneling design with a new convergence-confinement method[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1996, 33(5): 443 - 454.
- [35] CARRANZA-TORRES C, FAIRHURST C. Application of the convergence-confinement method of tunnel design to rock masses that satisfy the Hoek-Brown failure criterion[J]. Tunneling and Underground Space Technology, 2000, 15(2): 187 - 213.
- [36] ORESTE P P. Analysis of structural interaction in tunnels using the convergence-confinement approach[J]. Tunneling and Underground Space Technology, 2003, 18(4): 347 - 363.
- [37] 孙 钧, 宋德彰. 高地应力隧洞围岩非线性流变及其对洞室支护的力学效应[C]// 盛世岁月论文集. 上海: 同济大学出版社, 2006: 148 - 154.(SUN Jun, SONG Dezhang. Nonlinear rheological behavior of tunnel surrounding rock in overstressed region and the mechanical effect for tunnel lining support[C]// Proc. Flourishing Years. Shanghai: Tongji University Press, 2006: 148 - 154.(in Chinese))
- [38] 王来贵, 何 峰, 刘向峰, 等. 岩石试件非线性蠕变模型及其稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(10): 1 640 - 1 642.(WANG Laigui, HE Feng, LIU Xianfeng, et al. Nonlinear creep models of rock specimen and its stability analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics Engineering, 2004, 23(10): 1 640 - 1 642.(in Chinese))
- [39] 孙 钧. 岩石非线性流变特性及在地下结构工程中的应用研究[C]// 第二届全国岩土工程数值方法的工程应用学术研讨会论文集. 上海: 同济大学出版社, 1990.(SUN Jun. Nonlinear rheological behavior for rocks and the application study on underground structures[C]// Proc. the 2nd Nationwide Academic Conference on Numerical Method in Geotechnical Engineering and its Engineering Applications. Shanghai: Tongji University Press, 1990.(in Chinese))
- [40] 杨春和, 陈 峰, 曾义金. 盐岩蠕变损伤关系研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(11): 1 602 - 1 604.(YANG Chunhe, CHEN Feng, ZENG Yijin. A study on creep damage of rock salt[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics Engineering, 2002, 21(11): 1 602 - 1 604.(in Chinese))
- [41] 肖洪天, 周维垣, 杨若琼. 三峡永久船闸高边坡流变损伤稳定性分析[J]. 土木工程学报, 2000, 33(6): 94 - 98.(XIAO Hongtian. ZHOU Weiyuan, YANG Ruoqiong. A stability analysis of rheological damage of high rock slope of the permanent ship-lock, the Three Gorges Project in China[J]. China Civil Engineering Journal, 2000, 33(6): 94 - 98.(in Chinese))
- [42] 陈有亮, 孙 钧. 岩石的蠕变断裂特性分析[J]. 同济大学学报(自然科学版), 1996, 24(5): 504 - 508.(CHEN Youliang, SUN Jun. Analysis of creep fracture properties of hard rocks[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 1996, 24(5): 504 - 508.(in Chinese))
- [43] 陈 锋, 杨春和, 白世伟. 盐岩储气库蠕变损伤分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(6): 945 - 949.(CHEN Feng, YANG Chunhe, BAI Shiwei. Analysis of creep damage of a petroleum-gas storehouse situated underground in rock salt stratum[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(6): 945 - 949.(in Chinese))
- [44] 陈有亮. 岩石蠕变断裂特性的试验研究[J]. 力学学报, 2003, 35(4): 480 - 483.(CHEN Youliang. Test study on creep fracture characteristics of hard rocks[J]. Acta Mechanica Sinica, 2003, 35(4): 480 - 483.(in Chinese))
- [45] 陈卫忠, 朱维申, 李术才. 节理岩体断裂损伤耦合的流变模型及其应用[J]. 水利学报, 1999, (12): 33 - 37.(CHEN Weizhong, ZHU Weishen, LI Shucai. Coupled rheological model study on fracture-damage problem for jointed rocks and its applications[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1999, (12): 33 - 37.(in Chinese))
- [46] 陈有亮, 孙 钧. 岩石的流变断裂特性[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, 15(4): 323 - 327.(CHEN Youliang, SUN Jun. Study on rock creep-fracture properties[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1996, 15(4): 323 - 327.(in Chinese))
- [47] 吴小建. 软土地基与上卧结构的黏弹塑性分析及其工程应用[博士学位论文][D]. 上海: 同济大学, 2006.(WU Xiaojian. A viscous elastic plastic analysis of underground structure situated in soft clay and its engineering application[Ph. D. Thesis][D]. Shanghai: Tongji University, 2006.(in Chinese))