



(3) 原点 0 处,  $b_0 = 0, h_0 = 0$ .

(4) 第  $j(j = 1 \sim n)$  点坐标为  $(\sum_{i=1}^j \theta_{i-1,i}(h_i - h_{i-1}) + b_i, h_j)$ , 0 点的坐标为  $(0,0)$ .

## 1.2 坐标原点与破裂面和路基面交点连线的中垂线的斜率

假想破裂面和路基面交点的坐标为

$$(\sum_{i=1}^n \theta_{i-1,i}(h_i - h_{i-1}) + b_i, h_n),$$

因此, 其与坐标原点的连线的斜率为

$$K = \Delta Y / \Delta X = h_n / (\sum_{i=1}^n \theta_{i-1,i}(h_i - h_{i-1}) + b_i). \quad (1)$$

坐标原点与破裂面和路基面交点的连线的中点坐标为

$$\{ \frac{1}{2} [ (\sum_{i=1}^n \theta_{i-1,i}(h_i - h_{i-1}) + b_i), \frac{1}{2} h_n ] \}.$$

令  $M = \sum_{i=1}^{n-1} \theta_{i-1,i}(h_i - h_{i-1}) + b_i, N = h_n$ ,

则破裂面和路基面交点的坐标为  $(M + b_n, N)$ , 而坐标原点与假想破裂面和路基面交点的连线的中点坐标为  $[(M + b_n)/2, N/2]$ .

坐标原点与破裂面和路基面交点的连线的中垂线的斜率为

$$\begin{aligned} K' &= -\frac{1}{K} = -\frac{\sum_{i=1}^n \theta_{i-1,i}(h_i - h_{i-1}) + b_i}{h_n - h_0} \\ &= -(M + b_n)/N. \end{aligned} \quad (2)$$

## 1.3 中垂线方程

坐标原点与破裂面和路基面交点的连线的中点坐标为  $[(M + b_n)/2, N/2]$ , 则中垂线方程

$$y = -\frac{M + b_n}{N}x + \frac{(M + b_n)^2 + N^2}{2N}. \quad (3)$$

## 1.4 36°线方程

荷载端点的坐标为  $(M, N + h_p)$ , 36°线方程斜率

$$K = \operatorname{tg}(180^\circ - 36^\circ) = -\operatorname{tg} 36^\circ.$$

由荷载端点坐标及斜率得 36°线的方程为

$$y = x \operatorname{tg} 36^\circ + M \operatorname{tg} 36^\circ + N + h_p. \quad (4)$$

## 1.5 滑弧圆心的坐标

联解方程 (3), (4), 得滑弧圆心的坐标为  $(P, Q)$ , 其中

$$P = \frac{(M + b_n)^2 - N^2 - 2MN \operatorname{tg} 36^\circ - 2Nh_p}{2(M + b_n) - 2N \operatorname{tg} 36^\circ}, \quad (5)$$

$$Q = \frac{N^2 + 2MN \operatorname{tg} 36^\circ + 2Nh_p - (M + b_n)^2}{2(M + b_n) - 2N \operatorname{tg} 36^\circ} \times \operatorname{tg} 36^\circ + M \operatorname{tg} 36^\circ + N + h_p. \quad (6)$$

## 1.6 圆弧滑面的半径

圆弧滑面的半径即为滑弧圆心与坐标原点的距离, 因此有

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (7)$$

则圆曲线方程为

$$(x - P)^2 + (y - Q)^2 = P^2 + Q^2. \quad (8)$$

## 1.7 求 $t_{j-j+1}(j = 0 \sim n - 1)$

① 求  $t_{0-1}$ . 原点与第 1 点的连线的方程为  $y = Kx$ .

第 1 点的坐标为  $[\theta_1(h_1 - h_0), h_1]$ , 由此得 0 点与第 1 点的连线方程为

$$y = h_1 x / [\theta_1(h_1 - h_0)]. \quad (9)$$

过圆心的垂线方程为  $x = P$ .

则 0 点与 1 点的连线方程与过圆心的垂线方程的交点坐标为  $(P, h_1 P / [\theta_{0,1}(h_1 - h_0)])$ ,

$$\text{则 } t_{0-1} = h_1 P / [\theta_{0,1}(h_1 - h_0)]. \quad (10)$$

② 求  $t_{j-j+1}(j = 0 \sim n - 1)$ . 第  $j$  点坐标  $(\sum_{i=1}^j \theta_{i-1,i}(h_i - h_{i-1}) + b_i, h_j)$ ,  $j + 1$  点的坐标  $(\sum_{i=1}^{j+1} \theta_{i-1,i}(h_i - h_{i-1}) + b_i, h_{j+1})$ . 因此, 第  $j$  点与第  $j + 1$  点的连线方程为

$$\begin{aligned} y &= \frac{h_{j+1} - h_j}{\theta_{j,j+1}(h_{j+1} - h_j) + b_{j+1}}x + \\ &\quad - \frac{(h_{j+1} - h_j)[\sum_{i=1}^j \theta_{i-1,i}(h_i - h_{i-1}) + b_i]}{\theta_{j,j+1}(h_{j+1} - h_j) + b_{j+1}} + h_j. \end{aligned} \quad (11)$$

联解方程 (9)、(11), 得交点的纵坐标为

$$\begin{aligned} y_{j-j+1} &= \frac{h_{j+1} - h_j}{\theta_{j,j+1}(h_{j+1} - h_j) + b_{j+1}}P + \\ &\quad - \frac{(h_{j+1} - h_j)[\sum_{i=1}^j \theta_{i-1,i}(h_i - h_{i-1}) + b_i]}{\theta_{j,j+1}(h_{j+1} - h_j) + b_{j+1}} + h_j. \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{由此得 } t_{j-j+1} = Q - y_{j-j+1}. \quad (13)$$

1.8 圆心与过  $j$  点的垂线与滑弧交点的连线与过圆心的垂线的夹角  $\alpha_j$

① 求 0 点与圆心的连线与过圆心的垂线的夹角  $\alpha_0$

$$\alpha_0 = \arctg \Delta y / \Delta x = \arctg Q / |P|. \quad (14)$$

② 求夹角  $\alpha_j (j = 1, 2, \dots, n)$

第  $j$  点的坐标  $(X_j, Y_j)$ , 其中

$$X_j = \sum_{i=1}^j \theta_{i-1,i} (h_i - h_{i-1}) + b_i, Y_j = h_j.$$

过第  $j$  点的垂线与滑弧的交点的坐标可求解得

$$(X_j, Q - \sqrt{P^2 + Q^2 - (X_j - P)^2}).$$

则过第  $j$  点的垂线与滑弧的交点与圆心的连线和过圆心的垂线两线的夹角为

$$\alpha_j = \arctg \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \arctg \frac{\sqrt{P^2 + Q^2 - (X_j - P)^2}}{|P - X_j|}. \quad (15)$$

## 2 算 例

以上推导的计算公式规律性强, 很适合于计算机编程计算, 再结合圆弧法的计算公式, 可以编制专门用于粘性土路基稳定性验算的计算程序, 大大方便了公路路基设计. 根据以上算法编制了一个计算程序 Subgrade1.0, 并以下面的算例作了对比计算.

算例<sup>[3]</sup>: 现有一高路堤, 顶宽 8.5 m, 高 25 m, 填料的容重  $\gamma = 19.2 \text{ kN/m}^3$ , 单位粘聚力  $c = 42.5 \text{ kPa}$ , 内摩擦角  $\varphi = 15^\circ$ , 设计边坡为路堤上部 8 m 边坡坡率为 1:1.5, 下部 17 m 边坡坡率为 1:1.75. 试计算其稳定性.

文献 [3] 采用条分法的计算结果为  $K_{\min} =$

1.262, 采用简化的毕绍普法则为  $K_{\min} = 1.32$ .

用 Subgrade1.0 计算该算例所得结果  $K_{\min} = 1.13$ . 与前两者相比, 本文的计算结果略小. 从计算原理来看, 3 种方法中, 计算精度最高的应是公式法, 其次为条分法, 精度最差的是简化的毕绍普法. 因此, 可认为, 条分法的计算结果略大, 简化的毕绍普法偏冒险, 而本文的计算方法以公式法为基础, 计算结果则略偏安全.

## 3 结 语

为了弥补图解法求解粘性土路基圆弧破裂滑面的几何参数—— $R$ ,  $t$ ,  $\alpha$  等的不足, 提出了采用解析法予以求解, 并推导出相应的计算公式. 解析法具有规律性强、精度高, 适合机算, 可用于高边坡稳定性验算等优点. 方法对工程实践有一定的参考意义.

## 参考文献

- [1] 方左英. 路基工程 [M]. 北京: 人民交通出版社, 1999. 82-90.
- [2] 李峻利, 姚代禄. 路基设计原理与计算 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2001. 176-179.
- [3] 交通部第二公路设计院. 公路设计手册——路基 (第 2 版) [M]. 北京: 人民交通出版社, 2001. 48-54.

## Analytic solution to geometrical parameters of circular slide in clay subgrade stability evaluation

CHEN Fu-jian, DENG Kang-cheng

(Department of Civil Engineering, Guilin Institute of Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract:** Based on the  $36^\circ$  method and analytic geometry, the analytic solution to geometrical parameters of slide in clay subgrade stability evaluation is deduced. The analytic solution has the advantages of precision and suitability for computer programming and high slope stability evaluation, thus the deficiencies of graphical solution in corresponding aspects are removed. Comparative calculation shows that the minimum stability of the slope calculated with the solution is 1.13, while those with methods of Slices and Simplified Bishop's are 1.262 and 1.32 respectively. The test indicates that the analytic solution is more conservative than the other two methods.

**Key words:** highway; subgrade; circular slide method; analytic solution; graphical solution