

MGM(1, n)模型在软土路基沉降预测中的应用

孙小三¹, 孙志久², 范庆来²

(1.浙江省水利水电技术咨询中心,浙江 杭州 310012; 2.浙江北海水力发电有限公司,浙江 杭州 310014)

【摘 要】为提高高等级公路路基沉降预测的准确性,提出了一种由灰色相似关联度分析优选各个相关预测变量,构建灰色 MGM(1, n)模型进行沉降预测的方法,可以更全面有效地利用工程监测数据。实例分析对比表明,这种方法比其他常用沉降预测法具有更高的准确性和可靠性。

[关键词] 路基沉降; 预测; MGM(1, n)模型

[中图分类号] U 416.1 [文献标识码] B [文章编号] 1002-1205(2005)03-0145-03

Application of Unequal Time Interval Multivariate Gray Modal to Foundation Settlement Forecasting

SUN Xiaosan¹, SUN Zhijiu², FAN Qinglai²

(1. Zhejiang Consulting Center of Water Conservancy and Hydropower, Hangzhou, Zhejiang 310012, China;

2. Zhejiang Beihai Hydropower Limited Company, Hangzhou, Zhejiang 310014, China)

Key words foundation settlement; multivariate forecasting; model

1 引言

由于路基不均匀沉降造成的路面开裂、桥头和箱涵通道跳车等现象,是目前高速公路建设中亟待解决的问题之一。准确地预测路基工后沉降量,对于保证公路工程的施工质量,提高高速公路的维护管理的水平具有重要意义。

路基沉降预测的依据是土体的性质和各类监测数据。从监测数据处理的角度看,设 y 为沉降量数据序列,其它与沉降相关的监测项目数据序列为 x_1, x_2, Δ, x_n , 则沉降量可表示为:

$$\gamma = F(x_1, x_2, \Lambda, x_n)$$

显然,沉降预测的准确性取决于 2 个方面:一是各类监测项目的数据量和精度;二是监测数据的合理、有效使用。从根本上看,路基沉降是由于土的固结和次固结以及复合地基(如搅拌桩)本身弹塑性变形所引起,宏观上表现为孔隙水压力的消散、路基的竖向和水平位移等。许多监测项目的监测值中均包含着部分与沉降过程相关的信息,在路基沉降预测中应予以考虑。但是,目前工程界广泛采用的沉降预测方法中,双曲线法、三点法、指数函数法、灰色 $GM(1, n)$ 模型^[1-3]等回归反分析法都只能对单一

数列进行预测,无法充分考虑其他监测量的影响,因而导致了监测信息的浪费。尽管灰色 GM(1, n)模型和人工神经网络技术能部分实现上述预测目标^[4],但是,由于客观地质条件的复杂性和路基处理方法的多样性,前者计算过程十分繁杂,后者训练样本需求量巨大。实际应用中尚存在困难。

为此,本文建立灰色 MGM(1, n)模型,选取路基沉降量、路基侧向变形、孔隙水压力、复合地基变形等多个监测项目作为预测变量,对路基沉降进行灰色综合预测,以求提高预测的准确性。通过对非等时距数据序列的等时距化处理,可以拓宽该模型的使用范围,使之成为路基沉降预测的有效方法之一。

2 MGM(1, n)灰色模型的基本方程

MGM(1, n)模型采用生成数列建模,假设问题有 n 个变量,则 MGM(1, n)模型的一阶常微分方程组的形式如下:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1^{(1)}}{dt} &= a_{11}x_1^{(1)} + a_{12}x_2^{(1)} + \cdots + a_{1n}x_n^{(1)} + b_1 \\ \frac{dx_2^{(1)}}{dt} &= a_{21}x_1^{(1)} + a_{22}x_2^{(1)} + \cdots + a_{2n}x_n^{(1)} + b_2 \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{dx_n^{(1)}}{dt} &= a_{n1}x_1^{(1)} + a_{n2}x_2^{(1)} + \cdots + a_{nn}x_n^{(1)} + b_n \end{aligned} \right\} (1)$$

[收稿日期] 2004-02-25

【作者简介】孙小三(1975-),男,湖北孝感人,硕士,主要从事水利水电工程及工程地质灾害治理方面的设计与咨询工作。

式中: $x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, L, x_n^{(1)}$ 为一次累加生成数列, 如记

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & L & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & L & a_{2n} \\ & & M & \\ a_{n1} & a_{n2} & L & a_{nn} \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ M \\ b_n \end{pmatrix}, \quad X^{(1)} = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \\ M \\ x_n^{(1)} \end{pmatrix}$$

则式(2)可记为:

$$\frac{dX^{(1)}}{dt} = AX^{(1)} + B \quad (2)$$

上面式中的参数向量 a 可用最小二乘法估计, 即:

$$\tilde{a}_i = [\tilde{a}_{i1}, \tilde{a}_{i2}, L, \tilde{a}_{in}, \tilde{b}_i]^T = (L^T L)^{-1} L^T Y_i \quad i = 1, 2, L, n \quad (3)$$

式中:

$$L = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(x_1^{(1)}(2) + \frac{1}{2} x_1^{(1)}(1) \right) \\ \frac{1}{2} \left(x_1^{(1)}(3) + \frac{1}{2} x_1^{(1)}(2) \right) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{1}{2} \left(x_1^{(1)}(m) + \frac{1}{2} x_1^{(1)}(m-1) \right) \\ \frac{1}{2} \left(x_2^{(1)}(2) + \frac{1}{2} x_2^{(1)}(1) \right) & L \\ \frac{1}{2} \left(x_2^{(1)}(3) + \frac{1}{2} x_2^{(1)}(2) \right) & L \\ \dots\dots\dots & M \\ \frac{1}{2} \left(x_2^{(1)}(m) + \frac{1}{2} x_2^{(1)}(m-1) \right) & L \\ \frac{1}{2} \left(x_n^{(1)}(2) + \frac{1}{2} x_n^{(1)}(1) \right) & 1 \\ \frac{1}{2} \left(x_n^{(1)}(3) + \frac{1}{2} x_n^{(1)}(2) \right) & 1 \\ \dots\dots\dots & \\ \frac{1}{2} \left(x_n^{(1)}(m) + \frac{1}{2} x_n^{(1)}(m-1) \right) & 1 \end{pmatrix}$$

$$Y_i = [x_i^{(0)}(2), x_i^{(0)}(3), L, x_i^{(0)}(m)]^T$$

灰色 MGM(1, n) 模型的时间响应序列为:

$$\tilde{X}^{(1)}(k) = e^{\tilde{A}(k-1)} X^{(1)}(1) + \tilde{A}^{-1} \times (e^{\tilde{A}(k-1)} - I) \cdot \tilde{B} \quad k = 1, 2, L, n \quad (4)$$

式中: 矩阵指数函数 $e^{\tilde{A}t}$ 可按式下式求算:

$$e^{\tilde{A}t} = I + \tilde{A}t + \frac{\tilde{A}^2}{2!} t^2 + L = I + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\tilde{A}^k}{k!} t^k \quad (5)$$

然后通过累减生成, 还原为相应变量的原数列值:

$$\tilde{X}^{(0)}(k) = \tilde{X}^{(1)}(k) - \tilde{X}^{(1)}(k-1) \quad k = 2, 3, L, m \quad (6)$$

$$\tilde{X}^{(0)} = X^{(0)}(1)$$

3 计算实例

为了验证上述模型与方法的实用程度, 下面对某高速公路软基处理试验段的一个粉喷加固重点断面资料进行分析与计算。该观测数据不多且前期观测常有间断, 故仅利用后期连续的等间距 (180 d) 数据 9 组, 见表 1。

表 1 某粉喷加固重点断面监测量实测值

监测 时序	道中沉 降/cm	道肩沉 降/cm	道肩位 移/mm	坡角位 移/mm	孔压消散 值/kPa	桩身平均应 变/($\times 10^{-6}$)
1	9.4	10	30.42	23.72	5.21	264.93
2	10.1	10.4	—	—	4.80	274.19
3	10.9	11	31.36	25.19	4.58	285.50
4	11.25	11.1	—	—	4.76	318.01
5	11.4	11.2	34.45	28.29	4.88	352.14
6	11.9	11.4	36.41	29.82	4.65	363.05
7	12.22	12	37.56	31.23	4.55	380.51
8	12.7	12.5	39.26	32.84	4.62	394.72
9	13.1	12.9	41.13	34.55	4.48	418.85

3.1 建模计算

经过对原始数据进行初值化处理, 用相似关联度法^[5] 计算得道肩沉降量、孔压消散值、桩身平均应变量的关联系数分别为 0.834、0.145、0.587, 可见孔压消散值这一数列的发展速率相关程度很小。事实上, 孔压消散值与道中沉降量之间的关系确实并不密切, 该因素容易对模型精度造成较大的干扰, 故本文在预测模型中剔除孔压消散值因素, 而仅考虑道肩沉降和桩身平均应变因素, 即取 3 个变量 (分别用 x_1, x_2, x_3 表示) 建立 MGM(1, 3) 模型。

取等时间间距的 1~6 组数据, 按 (2) 式建立 MGM(1, 3) 模型, 取表 1 中数据求得 L 与 Y , 进一步计算得时间响应式, 求得 $\tilde{X}_1^{(1)}(k), \tilde{X}_2^{(1)}(k), \tilde{X}_3^{(1)}(k)$ 后, 按照 (7) 式还原计算即可得拟合-预测值。

3.2 模型精度检验

为了检验所建模型是否合适, 对模型计算值和

实测值的误差 $e_i(k) = x_i^0(k) - \tilde{x}_i^0(k)$ 进行逐点检验,结果见表 2。

表 2 MGM(1,3)模型逐点残差

监测时序	道中沉降				道间沉降				桩身应变			
	实测值/ cm	拟合值/ cm	绝对误差/ cm	相对误差/ %	实测值/ cm	拟合值/ cm	绝对误差/ cm	相对误差/ %	实测值/ cm	拟合值/ cm	绝对误差/ cm	相对误差/ %
1	9.40	9.40	0	0	10.00	10.00	0	0	264.93	264.93	0	0
2	10.10	10.15	0.05	0.48	10.40	10.42	0.02	0.17	274.19	271.78	2.41	0.88
3	10.90	10.85	0.05	0.45	11.00	10.96	0.04	0.37	285.50	289.41	3.91	1.37
4	11.25	11.28	0.03	0.25	11.10	11.18	0.08	0.72	318.01	318.28	0.27	0.09
5	11.40	11.56	0.16	1.44	11.20	11.26	0.06	0.55	352.14	347.33	4.81	1.37
6	11.90	11.75	0.15	1.23	11.40	11.26	0.14	1.24	363.05	373.47	10.42	2.87
平均相对误差/%				1.65					0.51			

3.3 自适应 MGM(1,3)模型预测结果

为了预测稍长时刻的系统情况,可采用等维灰数递补模型:将获得的预测数据充实到原始数列中,并去掉最老的数据,形成等维的新数列用以建模,并预测下一步。利用上述所建 MGM(1,3)模型,预测得第 7 组数据,将预测值加入原数据组并去掉最老

的第 1 组数据,建立 MGM(1,3)模型,继续预测出第 8 组数据加于刚才预测得的第 7 组数据之后,并同时去掉第 2 组数据建模……如此,数据“新陈代谢”一直到预测出时序 9 的沉降,结果如表 3 所示。为了对比,表中还列出了自适应 GM(1,1)模型的预测结果。

表 3 2 种模型预测沉降值结果

监测时序	沉降实测值/m	自适应 GM(1,1)模型			自适应 MGM(1,3)模型		
		预测值/m	绝对误差/m	相对误差/%	预测值/m	绝对误差/m	相对误差/%
7	12.22	11.86	0.36	2.95	12.38	0.16	1.35
8	12.70	12.20	0.50	3.94	12.84	0.14	1.18
9	13.10	12.37	0.73	5.57	13.32	0.22	1.85
平均相对误差/%				4.15	1.46		

上表中相对误差以沉降实测值为分母,由表可见自适应 MGM(1,3)模型预测精度比自适应 GM(1,1)模型的预测精度高,这是因为 MGM(1,n)模型比 GM(1,1)更全面地考虑了相关变量的结果。2 个模型的拟合和预测值情况见图 1。

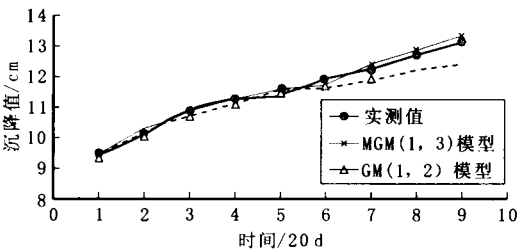


图 1 2 种模型拟合曲线和沉降值预测情况

4 结束语

由于路基监测项目较多,数据繁杂,难以用数理统计、机理分析的方法得出统一的方程。灰色 MGM(1,n)模型通过关联度分析、有目的的选择监测项目作为预测变量建立联立微分方程组的形式,能够考虑多个变量之间的相互影响,故可以较全面地利用信息,为路基沉降的有效预测提供了技术支持,本

文研究表明该法具有一定的实用性。另外,由于路基参数的时变性,更合理的方法是用变系数代替微分方程组的常系数,以体现路基参数这种变化^[6]。

[参考文献]

[1] 王立忠.岩土工程现场监测技术及其应用[M].杭州:浙江大学出版社,2000.

[2] Ou, Chang-Yu; Hsieh, Pio-Go; Chiou, Dar-Chang. Characteristics of ground surface settlement during excavation[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1993, 30(5): 758 ~ 767.

[3] 雷学文,白世伟,孟庆山.灰色预测在软土地基沉降分析中的应用[J].岩土力学,2000,21(2):145 ~ 147.

[4] 刘勇健.用人工神经网络预测高速公路软土路基的最终沉降[J].公路交通科技,2000,17(6):15 ~ 18.

[5] 马保国,成国庆.一种相似关联度公式[J].系统工程理论与实践,2000,(7):69 ~ 71.

[6] 翟军,盛建明.MGM(1,n)灰色模型及应用[J].系统工程理论与实践,1997,17(5):109 ~ 113.

[7] 张仪萍,俞亚南,张士乔.时变参数灰色沉降预测模型及其应用[J].浙江大学学报(工学版),2002,36(4).

[8] 高伏良.高填方路基自然沉降现象与应对措施[J].中南公路工程,2003,(2).

[9] 夏昌林.通道基底局部沉降的治理[J].湖南交通科技,2003,(4).