

文章编号:1001-7372(2004)02-0055-04

混凝土桥梁收缩徐变计算的有限元方法与应用

颜东煌,田仲初,李学文,涂光亚

(长沙理工大学 桥梁与结构工程学院,湖南 长沙 410076)

摘 要:将桥梁规范附录四中给出的混凝土徐变系数表达式用指数函数进行拟合,从而得到了徐变计算的递推公式。利用混凝土收缩应变规律推导出由收缩应变增量产生的单元等效结点力增量,并以此为基础,绘出了用初应变法进行节段施工混凝土桥梁的收缩徐变计算的有限元列式,编制了有限元程序。最后,以三跨等截面混凝土连续梁和长沙湘江北大桥主跨 210 m 的混凝土斜拉桥为例进行了收缩徐变分析,且利用 12 年实桥现场观测结果验证了其理论分析结果。

关键词:桥梁工程;收缩徐变;初应变法;混凝土桥梁

中图分类号:U448.27

文献标识码:A

Finite element method and application for the shrinkage and creep of concrete bridges

YAN Dong-huang, TIAN Zhong-chu, LI Xue-wen, TU Guang-ya

(School of Bridge and Structure Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076, China)

Abstract: In this paper, authors have deduced the recursion formulas for the creep calculation of concrete by substituting the exponent functions for the creep coefficient expression of concrete listed in appendix 4 of the bridge criterion. They also have deduced the equivalent node force increment caused by the shrinkage strain increment in the elements using the rule of the shrinkage strain of concrete. Based on these facts, a group of finite element formulas are deduced by the way of the primary strain method, which can be successfully applied to concrete bridges constructed by the method of sections, the finite element program is programmed, and the results from the program calculating are validated. The shrinkage and creep calculations of two bridges are made and compared with the measuring outcomes in the real bridges through 12 years of these bridges. One bridge is a continuous beam bridge which consists of three spans and the sections are equal in size, the other is Changsha Xiang River Bridge which is a concrete bridge and the main span is 210m. It is concluded that the formulas and the program are correct and feasible.

Key words: bridge engineering; shrinkage and creep; primary strain method; concrete bridge

0 引 言

对于大跨度桥梁,通常采用悬臂法分节段施工,所以各单元的混凝土龄期一般都不相同,其材料特

性也不一定相同。例如,在采用悬臂节段施工的混凝土斜拉桥中,结构的形成和自重的作用均是逐阶段进行的,混凝土的收缩和徐变对结构的变形和内力均有明显的影响,如果不计入混凝土收缩徐变的

收稿日期:2003-08-03

基金项目:教育部高等学校骨干教师资助计划项目(2000-6-20)

作者简介:颜东煌(1961-),男,湖南娄底人,长沙理工大学教授,博士生导师,工学博士。E-mail: yandonghuang@vip.sina.com

影响,则会对结构变形和内力的计算结果带来不可忽视的误差,造成主梁线形的偏差和受力的不安全性。因此,计算中必须计入混凝土收缩徐变的影响。

混凝土收缩徐变的计算是桥梁结构计算中较为复杂的问题,采用基于位移法的有限单元法进行分析较为方便,考虑徐变的方法以初应变法和有效弹性模量法居多^[1~5]。笔者以初应变法为例,介绍收缩徐变分析的思路和编程方法,并介绍于 1991 年初建成的长沙湘江大桥主跨 210 m 的混凝土斜拉桥的理论与实测结果。

1 混凝土徐变计算

将时间轴划分为 $t_0, t_1, \dots, t_n, t_{n+1}, \dots$ 时刻,在各时刻作用有应力增量 $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_n, \sigma_{n+1}, \dots$ 。考虑在 t_n 时刻,在 $t_{n+1} (t_n \sim t_{n+1})$ 时间内的情况。在 t_n 时刻,单元内任意一点的应力为

$$\sigma = \sum_{i=0}^n \sigma_i \quad (1)$$

式(1)反映了在 t_n 时刻以前的应力历史。在 t_{n+1} 时间内,如果忽略结构的应力和材料常数变化的影响,则徐变增量为

$$\epsilon_c^{n+1} = \sum_{i=0}^n (\sigma_i / D) \phi(t, t_i) \quad (2)$$

式中: D 为应力矩阵; ϕ 为徐变系数。

将 ϵ_c^{n+1} 作为初应变,计算其等效结点荷载增量,将其作用在 t_{n+1} 时段末。根据有限元的基本方法,等效结点荷载增量可表示为

$$P_{n+1}^c = B^T D \epsilon_c^{n+1} dv = B^T D \sum_{i=0}^n \frac{\sigma_i}{D} \cdot$$

$$\phi(t, t_i) dv = \sum_{i=0}^n [B^T \sigma_i dv \phi(t, t_i)] \quad (3)$$

$$\sigma_i = D(\epsilon_i - \epsilon_{0i}) = D \epsilon_i - D \epsilon_{0i} \quad (4)$$

式中: ϵ_i 为结点位移引起的应变增量; ϵ_{0i} 为温度、混凝土收缩、制造误差、张拉延伸以及徐变(上一时步)等初应变的增量。

$$B^T \sigma_i dv = B^T D \epsilon_i dv - B^T D \epsilon_{0i} dv$$

$$\epsilon_{0i} dv = F_i + R_i = F_i^c \quad (5)$$

$$F_i = B^T D \epsilon_i dv = B^T D B dv \epsilon_i = [K]^e \epsilon_i \quad (6)$$

$$R_i = -B^T D \epsilon_{0i} dv \quad (7)$$

式中: F_i 为由结点位移增量引起的杆端力增量; R_i 为由 ϵ_{0i} 引起的固端力增量。

式(5)代入式(3)得

$$P_{n+1}^c = \sum_{i=0}^n F_i^c \phi(t_{n+1}, t_i) \quad (8)$$

式(5)、(8)中 F_i^c 不包括由非结点外荷载(如作用在单元中间的各种集中力(偶)或分布力(偶)等)引起的固端力。因此,它只是引起徐变固端力的那一部分杆端力增量,将其称作为徐变杆端内力增量。

按式(8)计算单元的徐变等效结点力时,需记录单元徐变杆端内力的历史 F_i^c ,当计算时步多且单元数量多时,需保存的数据规模将很大,会严重影响解题的速度和求解结构的大小。因此,有必要寻找递推公式来求得 P_{n+1}^c 。

如果徐变系数 $\phi(t, t_i)$ 可表达为指数函数的形式,则可解决该问题。桥梁规范(JTJ 023-85)附录四给出了徐变系数的表达式

$$\phi(t, t_i) = \phi_a(t_i) + 0.4 \phi_d(t - t_i) + \phi_f [\phi(t) - \phi(t_i)] \quad (9)$$

式中: ϕ_a 、 ϕ_d 、 ϕ_f 为与截面的理论厚度 h 、加载龄期和环境条件(相对湿度)有关的函数,是以图表的形式给出的。文献[4]、[6]对该规范公式用指数函数进行了拟合,得到如下的徐变系数表达式

$$\phi(t, t_i) = \phi_a(t_i) + \phi_d(0) + \sum_{i=1}^4 C_i(t_i) [1 - e^{-q_i(t-t_i)}] \quad (10)$$

经推导可得如下递推公式

$$P_{n+1}^c = F_n^c [\phi_a(t_n) + \phi_d(0)] + \sum_{i=1}^4 W_{n+1}^i (1 - e^{-q_i(t_{n+1}-t_n)})$$

式中: $W_{n+1}^i = W_n^i e^{-q_i(t_n-t_{n-1})} + F_n^c C_i(t_n)$; $W_0^i = F_0^c C_i(t_0)$ ($i = 1 \sim 4$); t_0 、 t_n 分别为 F_0^c 和 F_n^c 加载龄期。

2 混凝土收缩计算

混凝土收缩应变对结构的影响也可作为初应变问题来计算,收缩应变通常采用单项指数函数曲线

$$\epsilon_s(t) = \epsilon_s(t_0) (1 - e^{-pt})$$

式中: $\epsilon_s(t_0)$ 为收缩应变终极值; p 为收缩应变增长速度系数。

由于各单元混凝土的龄期不同,收缩计算的起点也就不同,设混凝土的硬化时间为 t_0 ,则

$$\epsilon_s^{n+1} = \epsilon_s(t_{n+1} - t_0) - \epsilon_s(t_n - t_0) = \epsilon_s(t_0) [e^{-p(t_{n+1}-t_0)} - e^{-p(t_n-t_0)}]$$

收缩引起的等效结点荷载为

$$P_{n+1}^s = B^T D \epsilon_s^{n+1} dv$$

对于杆件单元,由于单元的收缩应变沿截面高度是一致的,因此,所引起的单元等效结点力只有单元轴向的力 H ,其增量的绝对值为

$$H = EA \epsilon_s^{n+1}$$

单元收缩固端力向量为

$$R_{n+1}^s = [-H \ 0 \ 0 \ H \ 0 \ 0]^T \quad (11)$$

由收缩应变增量产生的单元等效结点力增量为

$$P_{n+1}^s = - R_{n+1}^s \tag{12}$$

3 程序设计方法

采用增量法求解桥梁结构从施工到运营的全过程受力计算问题。

3.1 时步的划分

斜拉桥一般采用悬臂法施工,从基础、墩、塔身到主梁均是逐阶段施工的。对于主梁采用前支点挂篮进行现浇施工的情况,在每一个标准梁段通常分成 7 ~ 9 个典型施工状态(工况),如:挂篮前移;

斜拉索牵拉挂篮并进行第一次张拉; 浇主梁混凝土的一半; 斜拉索第二次张拉; 浇完主梁混凝土; 混凝土待强、张拉预应力、斜拉索锚点从挂篮上转移至主梁上; 斜拉索第三次张拉。一个梁段一般 10 d 左右完成。因此,在施工阶段一般按施工工况分时步已足够细化了,对于个别大工况,如二期恒载施工,可再细化成几个时步。运营阶段通常至少要计算 5 年,收缩徐变都基本遵循指数函数规律,因此,各时步长可按对数函数来自动选取。

$$S = (\ln T_e - \ln T_s) / n, \ln T_{i+1} = \ln T_i + S$$

式中: T_s 为成桥时刻(d); T_e 为收缩徐变计算最终时刻(d); n 为运营期间计算时步数; S 为时间对数步长; T_i 、 T_{i+1} ($i = 0, 1, \dots, n$) 分别为第 i 和 $i + 1$ 时步对应的时刻(d), $i = 0$ 对应 T_s 时刻。例如: $T_s = 700$ d,成桥后计算 5 年,则 $T_e = 700 + 5 \times 365 = 2\,525$ d,取 $n = 10$,则 $S = (\ln 2\,525 - \ln 700) / 10 = 0.128\,29$,10 个计算时间分别为:796、905、1 029、1 169、1 329、1 511、1 718、1 954、2 221、2 525。

3.2 程序设计思路

这里仅对混凝土收缩徐变的计算思路进行说明,计算收缩徐变基本步骤:首先是输入基本参数,确定时间轴,然后进行时步循环,时步循环结束则收缩徐变计算结束。其中在时步的每一次循环中又包括 7 个主要步骤按顺序依次为:计算外荷载 I 对温度、制造误差等初应变按式(7) 计算 R_j ;计入上一时步的收缩徐变等效结点荷载,同时将其反号叠加至 R 中作为徐变初应变影响部分;结构刚度矩阵计算;求解总刚,获得结点位移增量;杆端内力增量计算,将其作为式(6) 中的 F ; 结点位移和杆端内力累加;按式(8) 计算下一时步的收缩徐变等效结点荷载。这样即用有限元的方法实现了混凝土的收缩徐变计算。

4 程序考证

3 × 30 m 三跨等截面混凝土连续梁(图 1),主梁截面几何特性为: $A = 4\text{ m}^2$, $I = 4\text{ m}^4$,容重 $= 25\text{ kN/m}^3$,弹性模量 $E_c = 3 \times 10^4\text{ MPa}$;混凝土徐变特性按《桥规》^[7] 附录四计算,梁体理论厚度 $h = 400\text{ mm}$, $f = 2.8$,混凝土的初始加载龄期为 7 d,混凝土收缩终极值 ϵ_s 取 $200\text{ }\mu$,收缩率取 0.006 5。将主梁均匀分成 45 个单元、46 个结点。

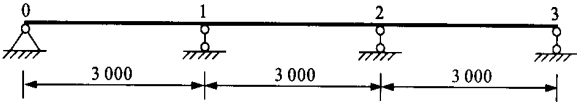


图 1 计算简例结构/cm

Fig. 1 Simple calculating structure

三跨连续梁在支架上分三次现浇,各梁段依次浇筑后经养护一周后落架,前后梁段落架时间相隔二周。第一段现浇 36 m,即第一孔再加 6 m 悬臂,养生 7 d 后落梁,经 7 d 准备后在支架上浇筑第二段 30 m,即第二孔浇完,再加第三孔浇 6 m,养生 7 d 后落架,再经 7 d 准备后在支架上浇筑最后一段 24 m,同样养生 7 d 后落架成桥。用本文程序按以上工序进行分析后,主梁的弯矩如图 2 所示。中支点的弯矩与文献[8]和文献[2]的比较见表 1。

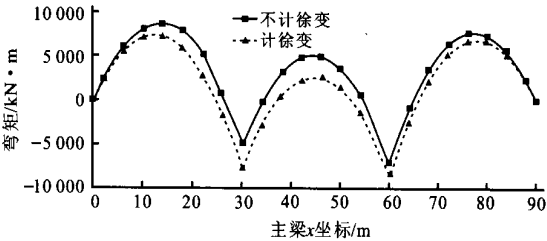


图 2 成桥 3 年时主梁弯矩

Fig. 2 Bending moment for girder after completion on construction for three years

表 1 中支点弯矩比较/kN·m

Tab. 1 Comparison with moment on intermediate bearing point

内 容		文献[8]	文献[2]	本 文
不计徐变	支点 1 弯矩		- 4 930	- 4 940
	支点 2 弯矩		- 6 999	- 7 022
计徐变	支点 1 弯矩	- 8 476	- 8 056	- 7 990
	3 年时 支点 2 弯矩	- 9 161	- 8 900	- 8 838

5 实桥算例

长沙湘江北大桥为跨度 105 + 210 + 105 m 的双塔单索面预应力混凝土斜拉桥(图 3),其主塔为纵向倒 Y 型,自桥面起塔高 53.72 m,塔身横桥向宽

3.5 m。主梁为高 3.4 m 的等截面单箱三室箱梁,翼板悬挑达 4.9 m,顶板宽 30.1 m。主梁上索距 6.2 m,一个 6.2 m 梁段重 3660 kN,箱梁设纵、横、竖三向预应力。斜拉索为热挤 PE 防护的平行钢丝索,索型为 151、163、169、199、211 和 217 7 共 6 种。主梁和主塔混凝土标号分别为 40[#] 和 50[#],斜拉索钢丝极限强度为 1 600 MPa。结构体系上为塔梁墩固结,主塔墩采用双肢薄壁墩以减小温度变化对中跨的影响。本桥边、中跨比为 0.5,这种布孔使体系刚度下降且梁塔活载弯矩增大。但由于梁塔固结以及主梁采用较高的箱梁,所以结构刚度能满足要求,且梁塔受力也可行。

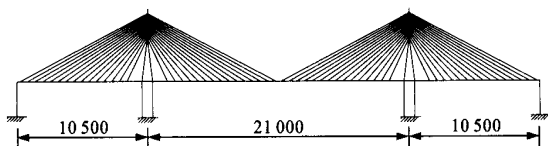


图3 长沙湘江北大桥 210 m 斜拉桥结构计算
Fig.3 Structure for calculating about Changsha Xiang River Bridge—a cable-stayed bridge with a main span of 210 m

该桥主梁采用对称悬臂现浇法施工,每个索距分 A、B 二个 3.1 m 长的梁段,其中 B 型梁段为斜拉索锚固段,用后支点挂篮整个梁段一次连续浇筑,斜拉索在对应梁段内分二次张拉到位,第一次张拉在 B 型梁段浇筑完后,第二次张拉在下一个 A 型梁段浇筑完后。该桥于 1991 年 1 月 30 日竣工通车。主梁上设有 32 个标高永久观测点,成桥后不定期地进行了 12 年的主梁标高观测。按施工过程计算成桥,成桥后再计算 12 年混凝土收缩徐变影响。混凝土收缩徐变参数按桥梁规范取值,其中收缩终极值取 210 μ ,收缩率取 0.006 5,各梁段混凝土初始加载龄期按 10 d 计。从竣工之日起,12 年的混凝土收缩徐变引起的中跨跨中点的竖向位移(向下)随时间的变化曲线见图 4,从图 4 可见:12 年内中跨跨中累计位移可达 138 mm,并且与实测值也比较吻合。图 5 为 1998 年 8 月相对成桥时理论挠度与实测挠度的比较,两者整体上符合较好。

6 结 语

(1) 用简洁明确的方式给出了用初应变法分析混凝土桥梁收缩徐变影响的有限元方法,其计算结果得到了较好的验证。

(2) 对长沙湘江北大桥主跨 210 m 的混凝土斜拉桥进行收缩徐变分析,其理论计算值得到了 12 年

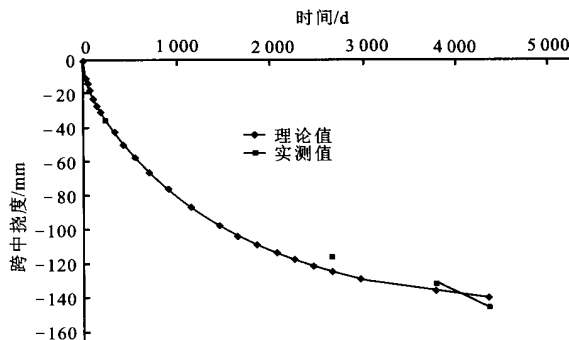


图4 长沙湘江北大桥主桥混凝土收缩徐变引起的中跨跨中挠度

Fig.4 Deformation in the middle of main span about Changsha Xiang River North Bridge due to concrete shrinkage and creep

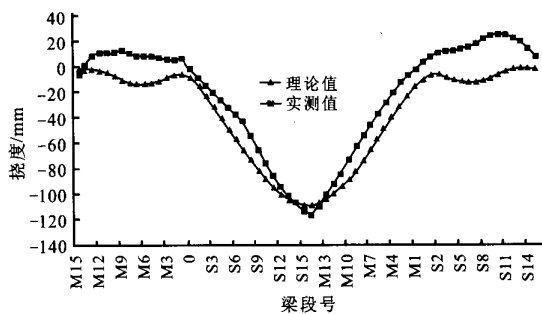


图5 成桥 7 年时理论挠度与实测挠度比较

Fig.5 Comparison with theoretical deformation and measuring deformation after completion on construction for seven years

观测结果的较好验证。

参考文献:

- [1] 潘家英. 混凝土结构的徐变计算[J]. 土木工程学报, 1983, 15(4): 29—40.
- [2] 王书庆. 徐变自动增量分析方法及其在 BRCAD 系统中的实现[A]. 中国公路学会桥梁结构和结构工程学会 1999 年桥梁学术讨论会论文集[C]. 北京: 人民交通出版社, 1999.
- [3] 郑信光. 变位法分析混凝土桥梁的徐变影响[J]. 重庆交通学院学报, 1984, 3(3): 31—39.
- [4] 郑信光, 韩振勇, 项海帆. 桥梁节段施工过程的徐变分析[J]. 同济大学学报, 1991, 19(3): 355—362.
- [5] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 北京: 水利电力出版社, 1979.
- [6] 李国平, 刘健. 大跨连续梁桥线形最优施工控制的理论与方法[J]. 华东公路, 1992, 15(2): 66—69.
- [7] JTJ 023-85, 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S].
- [8] 范立础. 预应力混凝土连续梁桥[M]. 北京: 人民交通出版社, 1988.