

文章编号 10258-2724(2001)03-0303-05

大跨度悬索桥丝股架设线形 计算的精确方法

唐茂林, 沈锐利, 强士中

(西南交通大学土木工程学院, 四川 成都 610031)

摘 要:根据悬索桥的施工特点及实际施工情况,探讨了悬索桥丝股架设线形计算的精确方法;分析了悬索桥丝股架设时索鞍的最佳平衡条件,建立了丝股架设时索鞍的理想位置——预偏量的理论计算方法。本文的方法不存在用有限元法计算时的那种假设误差,它根据力学平衡条件和变形相容条件确定各部分的索力和曲线形状,自动计入了索曲线的所有非线性,与有限元法相比,计算精度大为提高。

关键词:悬索桥;缆索;索鞍;计算

中图分类号:U443.38 **文献标识号:**A

An Accurate Calculation Method for Erecting Curves of Wire Strands of Long Suspension Bridges

TANG Mao-lin, SHEN Rui-li, QIANG Shi-zhong

(School of Civil Eng., Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: According to the conditions and practices of suspension bridge erection, a method is proposed for accurate calculation of erecting curves of wire strands of long suspension bridges. By analyzing the conditions of equilibrium on the saddles while the wire strands are being erected, the theoretical calculation method of the pre-displacement, which is the desired position of saddles, is developed. The proposed method takes the non-linearity of the wires into consideration, avoids the errors resulted by suppositions in finite element method, and is more accurate than finite element method.

Key words: suspension bridges; cables; saddles; calculation

准确无误地计算丝股的架设线形,特别是基准丝股的空缆线形,是确保悬索桥丝股架设成功的关键。传统的空缆计算方法由于悬链线要素计算复杂而假定自重作用下主缆为抛物线进行计算,与实际线形相差较大。文中根据空缆在自重作用下索曲线呈悬链线的理论线形,采用解析表达式、用数值迭代算法解决给定的问题,是一种精确的方法。丝股架设时索鞍的理想位置——预偏量的计算也是一个难题,文中对于主缆架设时索鞍的预偏量给出了力学上的解释,分析了悬索桥丝股架设时索鞍处的最佳平衡条件,并且编制了算法,得到了索鞍的精确预偏量。本文的方法不存在用有限元法计算时的假设误差,而是根据力学平衡条件和变形相容条件确定各部分的索力和曲线形状,自动计入了索曲线的所有非线性,与有限元法相比,计算精度大为提高。

1 丝股架设时线形的精确算法

在主缆分析计算过程中,采用下列 3 条假定:

(1) 主缆材料线弹性,符合虎克定律;

收稿日期 2000-10-11

作者简介:唐茂林(1973-)男,博士研究生。

(2) 主缆是理想柔性索;

(3) 不考虑变形前后主缆横截面积的变化。

通过上面的假定,主缆的自重恒载沿索为恒量,主缆曲线在自重作用下呈悬链线,且满足线性应力应变关系。如图1所示柔性索段单元,无应力长度为 S_0 ,抗拉刚度 EA ,沿索自重均布荷载为 W ,两支点跨度为 X ,高差为 Y ,水平张力为 H ,索段左端竖向反力为 V ,右端反力为 V' ,索曲线为悬链线,则满足边界条件的曲线方程^[1,2]为

$$X = \frac{HS_0}{EA} + \frac{H}{W} [\ln(V + \sqrt{V^2 + H^2}) - \ln(V - WS_0 + \sqrt{(V - WS_0)^2 + H^2})] \quad (1)$$

$$Y = \frac{WS_0^2 - 2VS_0}{2EA} - \frac{1}{W} (\sqrt{V^2 + H^2} - \sqrt{(V - WS_0)^2 + H^2}) \quad (2)$$

对式(1)和式(2)求 X 和 Y 的全微分得

$$dX = \frac{\partial X}{\partial H} dH + \frac{\partial X}{\partial V} dV \quad dY = \frac{\partial Y}{\partial H} dH + \frac{\partial Y}{\partial V} dV \quad (3)$$

式(3)表示 H 和 V 变化 dH 和 dV 时的跨度和高差变化量。令

$$A_{11} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial Y}{\partial V} \quad A_{12} = -\frac{1}{\xi} \frac{\partial X}{\partial V} \quad A_{21} = -\frac{1}{\xi} \frac{\partial Y}{\partial H} \quad A_{22} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial X}{\partial H} \quad \xi = \frac{\partial X}{\partial H} \frac{\partial Y}{\partial V} - \frac{\partial X}{\partial V} \frac{\partial Y}{\partial H} \quad (4)$$

用 dX 和 dY 表示 dH 和 dV 得

$$dH = A_{11}dX + A_{12}dY \quad dV = A_{21}dX + A_{22}dY \quad (5)$$

式中 ξ , $\partial X/\partial H$, $\partial Y/\partial H$, $\partial X/\partial V$ 和 $\partial Y/\partial V$ 根据式(1)和式(2)可以求得。

式(1)和式(2)表达了单跨索跨度、高差与两端内力的非线性关系,式(5)表达了跨度、高差变化量与内力变化量的关系。主缆的线形是由内力决定的,利用式(5)表达线形误差与内力修正量之间的关系,利用式(1)和式(2)表达丝股架设时主缆的精确线形,因此通过上列推导可以建立一套计算丝股架设时主缆线形的精确解析计算方法。 H , V 和 V' 的初值 H_0 , V_0 和 V'_0 可按如下给出^[3~5]

$$H_0 = \frac{WX}{2\lambda} \quad V_0 = \frac{W}{2} [S_0 - Y \coth \lambda] \quad V'_0 = WS_0 - V_0$$

其中 λ 为 X 和 Y 与 S_0 有关的函数。

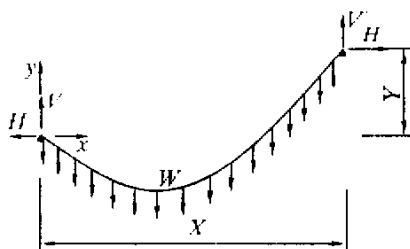


图1 自重作用下的柔索

2 索鞍的预偏量的精确计算法

成桥状态各跨在索鞍处保持平衡,但各跨作用在主缆上的外荷载并不相等。例如中跨荷载较重,边跨荷载较轻。在丝股架设阶段这些外荷载还没有施加,这种状态的主缆内力相当于成桥状态的主缆内力减去了外荷载所产生的主缆内力,如果索鞍和桥塔保持为成桥状态的位置,势必产生强大的不平衡力,可能会发生如下情况:

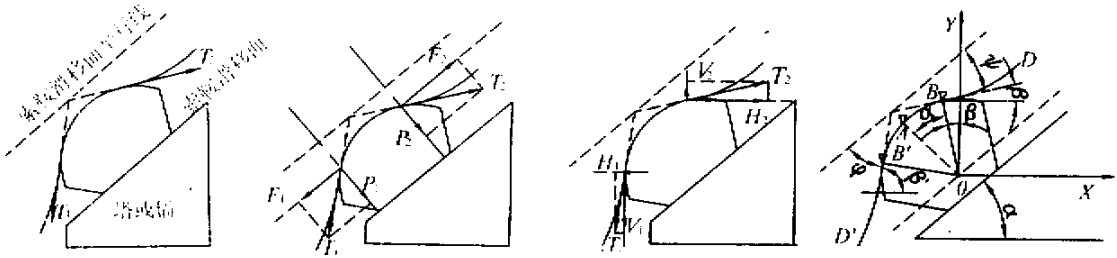
(1) 引起丝股在索鞍的索槽内滑动,造成施工困难,无法保证丝股垂度的架设精度;

(2) 不平衡力通过丝股与索鞍间的摩擦力传给索鞍,为保证支承与索鞍间的相对位置,索鞍的固定限位装置或临时支撑就要做得非常强大,提高了施工的造价;

(3) 对于桥塔,不平衡力将引起桥塔的偏位和桥塔塔底的巨大弯矩,从而增加了桥塔破坏的危险性。

这就要求索鞍在架设丝股时进行预偏,即偏离成桥位置来调整各跨主缆的张力,使相邻两跨在索鞍处保持一定的平衡关系,在外荷载施加时再逐渐顶推索鞍到成桥位置。关于架设丝股时索鞍处的理想平衡条件,实践中有许多不同的意见,下面就这个问题加以详细讨论。索鞍处的力学平衡如图2。

图2中: T_1 和 T_2 为索鞍两端的主缆的张力; F_1 和 F_2 为索鞍两端的主缆沿索鞍滑移面的分力; H_1 和 H_2 为索鞍两端的主缆水平分力。由图2(a)可见,假定索槽完全光滑,那么丝股在索鞍内不滑动的条件是索鞍两端的主缆张力相等,即 $T_1 = T_2$;由图2(b)可见,索鞍不滑动的力学平衡条件是主缆张力沿支承滑移



(a) 丝股不滑动, 即 $T_1 = T_2$ (b) 索鞍不滑动, 即 $F_1 = F_2$ (c) 塔不偏位, 即 $H_1 = H_2$ (d) 一般计算式图

图 2 索鞍处的力学平衡

面分力相等, 即 $F_1 = F_2$; 由图 2(c) 可见: 塔不偏位的力学平衡条件是主缆张力的水平分力相等, 即 $H_1 = H_2$ 。对于一般的情况, 要同时满足以上 3 个条件是不可能的。因此, 索鞍处的平衡条件, 要根据施工时的具体情况进行分析, 解决主要的问题, 忽略次要问题。

对于桥塔上的主索鞍, 一般其滑移面是水平的, 主缆沿滑移面的分力就是水平分力, 即 $H_1 = H_2$ 和 $F_1 = F_2$ 两侧水平分力相等, 鞍座就不会滑动, 塔顶也不会偏位。考虑到悬索桥使用的一般是小垂度悬索, 即 $T \approx H$, 故 $H_1 = H_2$ 和 $F_1 = F_2$ 两者有一个成立则另一个条件的不平衡力也不会相差太大, 而丝股放入索鞍的索槽后可通过强大的摩擦力来限制滑动。若利用平衡条件 $T_1 = T_2$, 保证了丝股架设时两端张力相等, 因而调索较易, 但随着丝股架设的进行, 丝股沿水平方向的不平衡力增加, 索塔偏位逐渐增大, 使得架设跨度不固定, 降低了施工精度, 利用平衡条件 $H_1 = H_2$ 或 $F_1 = F_2$ 可以基本保证在给定温度下架设丝股时跨度不变(桥塔不偏位), 架设精度较高, 调索时的不平衡力也不大, 所以施工可行。

对于散索鞍, 其支承构件一般抗弯、抗剪刚度非常大, 基本上可以忽略其偏位, 所以只需考虑丝股不滑动, 鞍座沿滑移面剪力不大的条件。根据成桥状态散索鞍处主缆的设计特点: 保证散索鞍两端的索力相等, 散索鞍支于两端主缆的角平分线上, 如图 2(d), 所以 $\psi = \varphi$ 。在架设丝股阶段 ψ 和 φ 也近似相等, 因此保证两端索力相等时, 其沿滑移面的分力也近似相等; 相反, 保证索鞍两端的主缆沿支承滑移面的分力平衡时, 索力也不会相差太大。但是, 正如在主索鞍中所分析的, 宜保证索沿支撑滑面的分力平衡这个条件。

通过以上的分析得出: 索鞍预偏后的位置最适宜的条件是预偏后索鞍两端的主缆沿支承滑移面的分力相等。下面推导预偏量的计算公式。在图 2(d) 中, α 为索鞍的支承面, R 为圆弧半径, A 为主缆的分跨标记点, 也称为永不脱离点。 B 和 B' 为切点, β 和 β' 为切线角, H_1 和 V_1 为索鞍左边缆跨水平分力和在切点处的竖向分力, H_2 和 V_2 为索鞍右边缆跨水平分力和在切点处的竖向分力, 则主缆满足的几何条件如下

$$\left. \begin{aligned} B_x &= A_x + R(\sin\beta - \sin\alpha) & B_y &= A_y + R(\cos\beta - \cos\alpha) \\ B'_x &= A'_x + R(\sin\beta' - \sin\alpha) & B'_y &= A'_y + R(\cos\beta' - \cos\alpha) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

索鞍两端主缆的内力沿滑面的不平衡分力为

$$F = (H_2 - H_1)\cos\alpha + (V_2 - V_1)\sin\alpha \quad (7)$$

计算自重作用下主缆的内力和线形是一个迭代过程, 同样, 索鞍预偏量的计算也是一个迭代过程。定义索鞍的移动刚度为索鞍沿滑面移动单位距离时所需要的力, 下面推导索鞍的移动刚度。

索鞍沿水平移动距离 dX 时, 则沿支承滑移面移动和竖向移动距离分别为

$$d\delta = \frac{dX}{\cos\alpha} \quad dY = dX \tan\alpha \quad (8)$$

由式(5)可以得出索鞍左边和右边主缆的内力变化为

$$\left. \begin{aligned} dH_1 &= A_{11}dX + A_{12}dY & dV_1 &= A_{21}dX + A_{22}dY \\ dH_2 &= -A'_{11}dX - A'_{12}dY & dV_2 &= -A'_{21}dX - A'_{22}dY \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: A_{11} , A_{12} , A_{21} 和 A_{22} 为左跨系数; A'_{11} , A'_{12} , A'_{21} 和 A'_{22} 为右跨系数。

由式(9)可得索鞍沿水平移动距离 dX 后, 主缆作用在索鞍上的内力变化为

$$dH = (A_{11} - A'_{11})dX + (A_{12} - A'_{12})dY \quad dV = (A_{21} - A'_{21})dX + (A_{22} - A'_{22})dY \quad (10)$$

根据索鞍两端的主缆内力变化,由下式计算索鞍沿滑移面的不平衡力变化为

$$dF = dH\cos\alpha + dV\sin\alpha \tag{11}$$

由式(8)式(10)和式(11)得索鞍沿滑面的移动刚度为

$$K = \frac{dF}{d\delta} = (A_{11} - A'_{11})\cos^2\alpha + (A_{22} - A'_{22})\sin^2\alpha + (A_{12} - A'_{12} + A_{21} - A'_{21})\cos\alpha\sin\alpha \tag{12}$$

为使索鞍沿滑面平衡,由式(7)和式(12)计算索鞍的移动量 $d\Delta$ 为 F/K 。

上述过程推导了索鞍的移动刚度,它表达了索鞍处沿滑移面不平衡分力与索鞍移动量之间的关系,从理论上给出了丝股架设时索鞍的理想位置—索鞍预偏量的计算方法,利用这个关系可以获得丝股架设时的最佳平衡位置。当然利用索鞍移动刚度的概念还可以建立其它平衡条件的不平衡力与索鞍移动量之间的关系。由于索鞍的移动,使得索鞍上的永不脱离点坐标发生变化,这样就需要计算所考虑索鞍临近两跨主缆在新坐标下的内力和线形,同样可以计算出在新坐标下索鞍两端主缆的内力沿滑移面的不平衡分力 F 和索鞍的移动量 $d\Delta$ 。随着索鞍的移动, F 逐渐减小,这样直到 $F=0$,即索鞍沿滑移面平衡,所有 $d\Delta$ 之和即为索鞍预偏量 Δ 。索鞍移动 $d\Delta$,索鞍上的永不脱离点坐标变化为

$$A_x = A_x + d\Delta\cos\alpha \quad A_y = A_y + d\Delta\sin\alpha \tag{13}$$

由于索鞍上的永不脱离点坐标发生变化,使索鞍临近两跨主缆在新坐标下的内力和线形发生变化,从而引起其它索鞍沿滑移面不平衡,这就需要重新计算已经经过预偏移动平衡的索鞍预偏量。经过如此反复过程,直到计算出所有索鞍的预偏量为止。

3 丝股架设线形计算程序的实现

根据上述的推导,用 VC++6.0 编制了悬索桥丝股架设线形计算程序 SGJS。首先是单跨线形计算模块,其功能为计算介于两个永不脱离标记点之间的主缆内力与线形。设永不脱离标记点为 (X_1, Y_1) 和 (X_2, Y_2) , N 为索鞍总数, ϵ 为计算精度,计算过程见流程图 3。第 I 个索鞍预偏量计算过程见流程图 4,其中要调用单跨线形计算模块。有了单跨线形计算模块和单个索鞍预偏量计算模块,全桥的索鞍预偏量和线形很容易得到,计算过程见流程图 5。

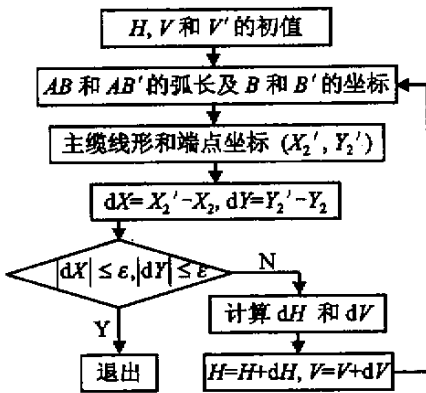


图 3 单跨线形计算模块流程图

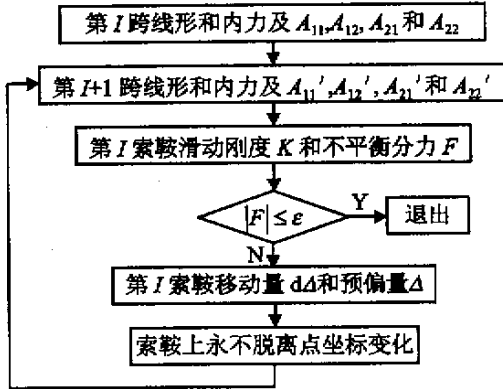


图 4 单个索鞍预偏量计算模块流程图

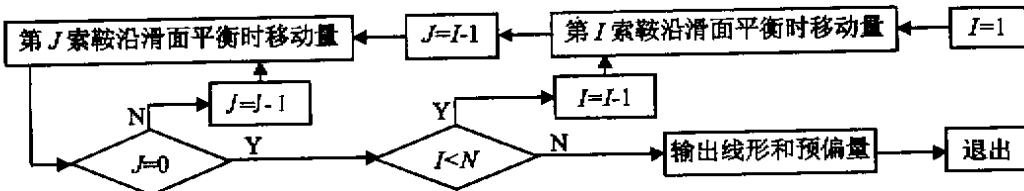


图 5 全桥线形和索鞍预偏量计算模块流程图

可以看出,上述模块思路清晰,模块化强,适用于任意跨数的悬索桥的计算,可以同时计算出架设线形和预偏量。

4 算 例

利用悬索桥丝股架设线形计算程序 SGJS ,计算了厦门海沧大桥悬索桥的丝股架设线形和索鞍预偏量 ,其主要的计算资料如下 :

厦门海沧大桥悬索桥为三跨连续钢箱梁悬索桥 ,其分跨为 230 m + 648 m + 230 m ,主缆弹性模量为 1.980×10^8 kPa ,用 110 股 91 丝 $\Phi 5.08$ 的钢丝制成 ,成桥状态锚跨等效主缆曲线的总长度为 40.947 m ,边跨为 242.495 m ,中跨为 661.587 m ;左散索鞍标记点坐标为(0.120 ,53.777) ,左鞍座标记点坐标为(230.000 ,130.889) ,右鞍座标记点坐标为(878.000 ,130.889) ,右散索鞍标记点坐标为(1107.879 ,53.777) ,丝股架设状态散索鞍支承预留弹性压缩量 0.015 m ,桥塔预留弹性压缩量 0.050 m ,由此计算的丝股线形和索鞍预偏量如表 1。由表 1 的结果可以看出 :索鞍处采用不同的平衡条件 ,计算的结果相差不大 ,表明文中方法的正确性 ,同时由于采用本文方法有利于提高架设精度 ,调索时需要克服的不平衡力不大 ,施工是可行的。因而文中方法具有优越性、实用性。

表 1 海沧大桥丝股架设线形和索鞍预偏量计算结果

| 项目 | 索鞍两端主缆沿 滑面分力相等 | * 主索鞍处水平分力相 等 ,散索鞍处索力相等 | 索鞍两端主缆 水平分力相等 |
|--------------|-------------------|----------------------------|------------------|
| 散索鞍沿滑面预偏量/cm | 9.2 | 8.2 | 8.7 |
| 主鞍座沿滑面预偏量/cm | 55.6 | 54.5 | 53.6 |
| 边跨跨中标高/m | 85.283 | 85.259 | |
| 中跨跨中标高/m | 74.926 | 74.898 | |
| 调索最大不平衡力/kN | 6.0 | | |
| 丝股锚跨张力/kN | 140.6 | 140.1 | 138.9 |

注 :加 * 表示厦门海沧大桥悬索桥施工时使用的数据。

5 结束语

(1)使用悬链线理论计算悬索桥丝股架设线形 ,具有精度高的特点。实践表明 ,本文推导的索自重下跨度、高差变化量与内力变化量的关系 ,解决了悬索桥的丝股架设时的理论线形计算问题 ;

(2)丝股架设时索鞍预偏后的位置最适宜的条件是预偏后索鞍两端的主缆沿支承滑移面的分力相等。本文中推导的索鞍移动刚度 ,给出了不平衡力与索鞍移动量之间的关系 ,从理论上建立了预偏量计算方法 ;

(3)经过算例比较 ,证明理论和程序都是正确的。

参考文献 :

[1] 吕子华 ,吕令毅 .矩阵结构力学[M].北京 :中国建筑工业出版社 ,1997 :441-456.
[2] 沈世钊 ,徐崇宝 ,赵臣 .悬索结构设计[M].北京 :中国建筑工业出版社 ,1997 :67-75.
[3] O 'Brien T , Francis A J. Cable movement under two-dimensional load[J]. Structural Division ASCE , 1964 : 89-123.
[4] Peyrot A H , Goulois A M. Analysis of cable structur[J]. Computer and Structures , 1979 ; 10 : 805-803.
[5] 魏建东 ,车惠民 .斜拉索静力解及其应用[J].西南交通大学学报 ,1998 ,23(5) :539-543.