

# 低应变反射波法波形拟合技术的研究

丁 科

(中南大学 资源环境与建筑工程学院, 湖南 长沙 410083)

**摘要:** 针对目前低应变反射波法利用信息量不够的问题, 从桩的振动和波动理论出发, 推导出了桩土体系的理论模型, 并对激振力和传感器特性进行了模拟, 提出了利用波形拟合技术来定量分析桩身完整性, 对工程桩进行了拟合分析, 取得了一定的效果。同时对多解性问题进行了讨论。

**关键词:** 低应变反射波法; 基桩检测; 波形拟合技术; 随机搜索法

**中图分类号:** P631.4<sup>+</sup>4; TU473.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-8918(2001)03-0224-07

目前, 对低应变反射波法所测时域曲线的解释大都采用特征点法, 即在波形曲线上量取入射波与反射波之间的走时差  $t$ , 在已知桩长  $L$  的情况下求得桩身砼的平均纵波波速, 或者假定桩身砼的平均纵波波速, 推算桩长或缺陷在桩身中的位置, 并根据入射波与反射波的相位关系推断缺陷的类型 (扩径类、或缩径类)。用这种特征点法对缺陷的大小、严重程度 (如缩径、扩径处的桩径、缺陷长度等) 仅能根据经验做定性解释。因此, 在《基桩低应变动测规程》(JG/T93-95)<sup>[1]</sup>中也只要求推断缺陷类型, 甚至对缩径类缺陷也不做进一步的要求。在对质量要求越来越高, 越来越重视的今天, 这种特征点法的解释方法已越显不足了。实际上, 所测得的波形曲线包含桩身缺陷的全部信息, 而特征点法仅利用了其中很少一部分信息, 大量有用的信息被丢失了。随着计算机科学和数学计算方法的发展, 运用波形拟合技术对波形曲线进行反演解释已成为可能。笔者采用波形拟合技术对桩身情况进行了定量反演解释研究。

## 1 拟合模型的建立

### 1.1 桩土体系的数学模型

对于桩体, 由于它的桩长一般远大于它的直径, 因此可以将它简化为一维弹性杆。若在桩顶施加一瞬态作用力, 则会在桩体中产生弹性波, 弹性波沿桩身向下传播, 其传播规律服从一维波动方程。设桩身满足以下条件:

1. 桩体材料均匀且各向同性, 并且满足虎克定理;
2. 振动位移相当微小, 以至对动力激发的反应总是线弹性的;
3. 桩体纵向振动时, 其截面保持为平面, 且每个截面上的应力均匀分布;
4. 桩侧土是均匀的, 其剪切应力与深度无关;
5. 桩侧土与桩之间的相互作用可用一个与速度有关的阻尼器以平行的方式耦合。

根据以上假设, 采用连续参数理论体系, 设原点位于桩顶,  $x$  轴垂直向下, 可以导出桩的阻尼振动方程

收稿日期: 2000-05-20; 修回日期: 2000-08-01

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} - v_p^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = 0, \quad (0 \leq x \leq L, t > 0), \quad (1)$$

式中,  $u(x, t)$  表示桩内坐标为  $x$  的横截面在  $t$  时刻的振动位移;  $\gamma$  表示桩侧土对桩的等效粘滞阻尼系数;  $v_p^2$  表示弹性纵波沿桩轴方向的传播速度;  $L$  表示桩长。

若要求解方程(1), 则必须给出其初始条件和边界条件。设桩顶受到一冲量为  $I$  的瞬态激振力作用, 那么桩的振动初始位移和初始速度分别为

$$\begin{cases} u(x, 0) = 0, \\ \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = \frac{I(x)}{A}. \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\delta(x)$  为 Dirac 函数, 即脉冲函数;  $A$  为桩的横截面积;  $\rho$  为桩身砼密度。桩的振动边界条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial u(0, t)}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial u(L, t)}{\partial x} + \frac{K_0}{EA} u(L, t) = 0, \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $K_0$  为桩底土的单位刚度;  $E$  为桩身砼的弹性模量。

在给出了上述定解条件后, 应用分离变量法可以求得方程(1) 满足条件(2) 和(3) 的桩振动位移响应表达式

$$u(x, t) = \frac{2I}{M} e^{-\gamma t} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(\omega_n t) \cos(\omega_n x), \quad (4)$$

其中,  $A_n = \frac{2L(\omega_n^2 + D^2)}{n[2L(\omega_n^2 + D^2) + \omega_n D]}, D = K_0/EA, \omega_n \tan \omega_n L = D$ ,

式中,  $M = \rho AL$  为桩的质量;  $\omega_n$  表示桩的阻尼自振圆频率序列;  $n$  表示振动应力波的圆波数序列。由于动测时传感器一般是安装在桩顶, 因此令(4) 式中  $x = 0$  并对  $t$  求导, 可以求得桩顶速度响应为

$$v_0(t) = \frac{2I}{M} e^{-\gamma t} \sum_{n=1}^{\infty} A_n [\omega_n \cos(\omega_n t) \sin(\omega_n t)]. \quad (5)$$

这样, 桩顶产生的运动沿桩身向下传播, 形成一正向入射波, 当此波遇到波阻抗(此处为广义波阻抗) 发生变化的界面时产生一上传播的反射波, 此反射波在桩顶发生全反射, 形成第二束正向波, 此正向波传播至反射界面处形成第二次反射波, 回到桩顶引起形成第三次正向波, 依此类推, 反射界面下部和桩底同样可以产生各次反射波, 最后桩顶传感器接受到的是初始入射波与各次反射波叠加的结果<sup>[2]</sup>, 即

$$v_0(t) = v_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-2nL_1} v_0(t - \frac{2nL_1}{v_p}) R_1^n + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-2nL_2} v_0(t - \frac{2nL_2}{v_p}) R_2^n + \sum_{n=1}^{\infty} e^{2nL} v_0(t - \frac{2nL}{c}) R^n, \quad (6)$$

式中,  $\gamma$  表示桩身内阻尼系数。文中仅考虑波的吸收衰减而不考虑波动由桩身折射扩散到地层, 即能量的折射损失, 故其取值在  $1.2 \text{ Np/m}$  左右;  $L_1$  和  $L_2$  分别为缺陷处上下界面距桩顶的距离;  $R_1$  和  $R_2$  分别为缺陷处上下界面的反射系数;  $L$  表示桩长;  $R$  表示桩底反射系数, 应根据桩底土(或岩石) 的刚度与桩身刚度之比来确定。

## 1.2 激振力的模拟

前述基桩瞬态测响应数学模型中,桩头激振力视为具有某一冲量的常量。实际上,激振力是一个宽度很短的脉冲信号。关于此激振力的模拟,通常有 3 种情况<sup>[3]</sup>。本文采用半正弦函数来近似模拟,其一般形式为

$$f(t) = \begin{cases} F_0 \sin(2 f_0 t) & 0 < t < t_0 \\ 0 & t > t_0 \text{ 或 } t < 0 \end{cases}, \quad (7)$$

式中,  $F_0$  为激振力;  $f_0$  为激振力频率;  $t_0$  为脉冲宽度,一般取为入射波的半周期。作用于桩顶的冲量为

$$I = f(t) t_0. \quad (8)$$

## 1.3 传感器的耦合特性

不同的传感器因其本身的特性不同,对于同一信号,其检测到的波形曲线也会大不相同。实际测量时,传感器与基桩之间总是要通过一定的方式粘结在一起,由于粘结剂的不同,所测到的波形曲线也会不相同。此外,不同的激振方式也会引起实测波形曲线的差异。因此,文中选用某一函数来模拟传感器的特性和安装特性以及激振方式等因素对波形曲线的综合影响,其函数的一般表达式为

$$B(t) = \begin{cases} B_0 e^{-\mu t} \sin(2 f_1 t) & 0 < t < t_1 \\ 0 & t < 0 \text{ 或 } t > t_1 \end{cases}, \quad (9)$$

式中,  $B_0$  为综合影响的幅值,其量纲为传感器灵敏度量纲;  $\mu$  为综合影响的衰减系数;  $f_1$  为传感器安装后的安装谐振频率;  $t_1$  为作用时间。用此函数来描述传感器特性等诸多因素对实测波形曲线的影响,使一种复杂的现象简单明了地表现出来了。

## 1.4 拟合模型的建立

据以上所述,经桩顶传感器接收并输出到采样器的速度信号为

$$v(t) = v(t) * B(t), \quad (10)$$

式中,  $v(t)$  表示最终仪器采集到的数据。

## 2 拟合反演的实现

### 2.1 方法原理

对低应变反射波法速度波时域曲线的推断、解释可分 3 步来做,即定性、半定量和定量解释。首先,根据反射波与入射波相位特征及其与基桩缺陷的关系,同时结合施工记录和场地的地质情况,确定缺陷的大致类型。在这一步,有时所测速度时域曲线干扰较多,这时有必要采取一些数字信号处理技术,如数字滤波、指数放大等,以便压制干扰,突出有用信息,以利于分析判断。其次,根据速度波时域曲线可以求得入射波经过缺陷反射界面反射后回到桩顶所需要的时间  $t$ ,在设定桩身纵波波速  $v_p$  的情况下可以确定缺陷距桩顶的位置。当缺陷有一定长度时,缺陷下界面产生的反射波在时域曲线上也会有所反映,此时可以估算缺陷的大致长度。最后,通过前面的定性、半定量解释,对基桩缺陷有了一定了解后,可以通过波形拟合技术来作定量解释。笔者采用控制随机搜索法<sup>[4]</sup>来对桩身情况作定量的反演拟合解释。

控制随机搜索法(controlled random searching method)是 70 年代中期首先由 W.J. Price 提出的一种直接求解多参数非线性最优问题的方法。设  $P(p_1, p_2, \dots, p_M)$  是解释模型必须确定的  $M$  维参数,  $v_0(t)$  为实际观测值,  $v_1(t)$  为根据理论模型计算的理论值,我们的目的是

寻找一个估算值  $P^*$ , 使得其满足

$$P_l \leq P^* \leq P_u, \quad v_0(t) - v_1(t, P) < \epsilon. \quad (11)$$

式中,  $\epsilon$  是任意阶范数,  $\epsilon$  是受观测误差大小限制的截止阈值,  $P_l$  和  $P_u$  分别是参数矢量的下限和上限。因为不要求目标函数可导, 为了减少干扰的影响, 文中取  $L_1$  范数作为目标函数, 即

$$f(P) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |v_0(t) - v_1(t, P)|, \quad (12)$$

问题的要求是在约束范围  $P_l \leq P \leq P_u$  的控制下, 求目标函数的极小值。其具体的步骤如下:

1. 在子空间内随机找  $n$  个初始搜索点, 要求  $n > M + 1$ , 并计算目标函数值;
2. 在  $n$  个搜索点中随机地找互不相同的  $M + 1$  个点构成  $M$  维参量空间的任意单纯形, 以任意一点作为单纯形的极点(设为  $Q$  点), 求  $Q$  点相对于其余  $M$  点的“重心”(设为  $W$  点)的反射点作为新的搜索点  $P$ , 其反射方程为

$$P = W + a(W - Q), \quad (13)$$

反射系数  $a$  一般取为 1;

3. 若新点在约束范围内, 且目标函数值小于  $N$  个初始搜索点中目标函数极大的点, 则用  $P$  点取代极大点再返回第 2 步, 否则返回第 1 步;

4. 直到所有点的目标函数值小于误差水平  $\epsilon$ , 则终止迭代, 并用  $N$  个点的“重心”作为参量的最佳估算值。

控制随机搜索法的搜索点是随机选择的, 因此能够保持一个广泛的随机搜索范围, 并且不受初始搜索状态的影响。

## 2.2 应用效果分析

图 1 实线为某工程桩的实测速度波时域曲线, 该曲线是用尼龙头力棒激振, 高阻尼速度传感器用橡皮泥粘结所测得的。该桩桩长  $L = 10.4$  m, 桩径  $D = 0.5$  m, 由图可以看出在  $t = 3.64$  ms 处有一反相反射波, 判断该桩在此处扩径。从实测曲线上量得入射波与桩底反射波的走时差为  $t = 5.28$  ms, 入射波与扩径反射波的走时差为  $t = 1.74$  ms, 据此可以先求得桩身砼平均纵波波速为  $v_P = 3\,939.4$  m/s, 然后根据此波速求得缺陷位置  $L = 3.43$  m。因该桩设计为摩擦桩, 桩身刚度远大于桩底土刚度, 故桩底反射系数  $R$  取为 1, 选用控制随机搜索法对上述曲线进行拟合, 其中对桩身参数确定的约束范围为: 缺陷处桩径  $d = 0.5 \sim 0.8$  m, 桩身砼正常密度  $\rho_0 = 2\,000 \sim 3\,000$  kg/m<sup>3</sup>, 缺陷处桩身砼密度  $\rho_1 = 2\,000 \sim 3\,000$  kg/m<sup>3</sup>, 缺陷上界面距桩顶距离  $L_1 = 3.0 \sim 4.0$  m, 桩身砼弹性模量  $E = 37\,500 \sim 38\,000$  MPa, 等效粘滞阻尼系数  $\gamma = 5 \sim 30$  s<sup>-1</sup>, 桩身内阻尼系数  $\beta = 0.01 \sim 0.2$  Np/m。

关于力脉冲及传感器参数的选择, 因不同的安装方式、激振方式对实测波形曲线的影响非常大, 因此应根据所测波形曲线的实际情况来确定。根据入射波的幅值及其半周期, 公式(7)中的  $F_0$  取为 104 N,  $t_0$  取为 0.94 ms,  $f_0$  取为 525 Hz。公式(9)中的综合影响幅值  $B_0$  取为

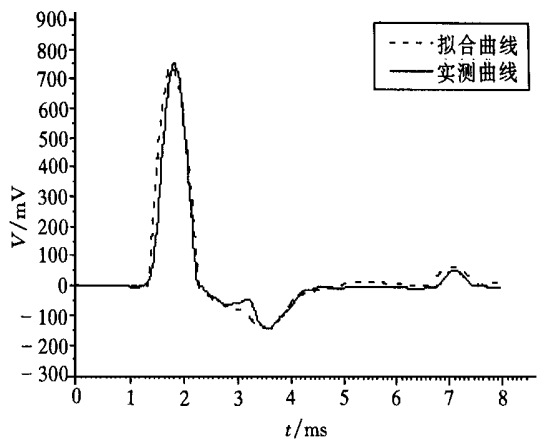


图 1 某基桩实测速度波曲线及其拟合曲线

500 mV/(cm·s<sup>-1</sup>), 传感器安装谐振频率  $f_1$  取为 200 Hz, 其作用时间一般应大于桩底反射时间, 此处取为 5.4 ms, 综合影响的衰减系数  $\mu$  取为 700 ms<sup>-1</sup>。取误差水平为  $\sigma = 18.0$  mV, 搜索 75 次后, 得到结果如下:  $d = 0.61$  m,  $L_1 = 3.55$  m,  $\rho_0 = 2\,619.5$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_1 = 2\,520.4$  kg/m<sup>3</sup>,  $E = 37\,769$  MPa,  $\eta = 21$  s<sup>-1</sup>,  $\xi = 0.085$  Np/m, 拟合误差  $d_e = 17.7$  mV, 拟合结果如图 1 中虚线所示, 因实测波形曲线无法分辨缺陷下界面来的反射波, 估计其原因可能是桩径逐渐变化到正常桩径所致, 因此下界面无法拟合。由此可见, 运用 CRS 法可以定量推断桩身缺陷。

### 2.3 方法特点

CRS 法是求解约束非线性最优化问题的一种直接算法, 它将模式搜索法和单纯形法有机地结合起来。该算法不要求目标函数可导或连续, 在约束范围内随机地选择单纯形, 可以避免过分地依赖初始模型的限制, 但当反演参数增多时, 必会使搜索时间增加, 搜索次数增多, 搜索精度也会有所下降。影响 CRS 法的因素有以下几个方面。

1. 搜索范围的确定。为了使搜索时间减少, 目标函数尽快收敛, 搜索范围应尽可能缩小, 并且保持在真值附近为佳。

2. 误差水平的确定。误差水平不仅与干扰水平有关, 而且与模型参数的选择、约束范围的确定、搜索点数等有关。由于计算的是平均绝对误差, 因此误差水平还与速度波幅值有关, 当幅值较大时, 误差水平也会有所增大。如果误差水平取得太小, 将会进入死循环, 为此在程序设计时引进了最高搜索次数, 当达到最高搜索次数仍不能满足要求时, 即自行停止运行。

3. 搜索点数的确定。搜索点数主要影响算法搜索的广泛性, 间接影响了收敛速度以及反演效果。总的来说, 搜索点数要足够, 以使搜索的广泛性得到保证。在此前提下, 搜索点数又要尽可能少, 以加快收敛速度。一般取搜索点数为模型参数个数的 1.5~2 倍为宜。

### 2.4 多解性问题的讨论

地球物理反演不可避免的存在多解性, 目前还没有一种有效的方法能够保证解的唯一性。低应变反射波法波形拟合反演中, 各种参数相互制约, 以反射系数  $R = \frac{v_p A}{v_p A}$  为例, 只要保持  $R$  不变, 即使  $v_p$  或者  $A$  变化, 也不会产生反射波; 或者产生了反射波, 但究竟是由哪一个或哪几个参数变化引起的也仍然不知道。因此在反演时必须尽可能了解地质情况和施工情况等先验信息, 缩小反演解的搜索范围。

## 3 工程应用实例分析

根据上述方法, 对湖南永州市某工地部分人工挖孔灌注桩进行了波形拟合反演解释(表 1)。由表 1 可知, 通过波形拟合技术可以定量了解桩身的基本情况。该工地桩身内阻尼系数一般在 0.05~0.19 Np/m 之间, 桩侧土的等效粘滞阻尼系数在 20 s<sup>-1</sup> 左右。B11, C9, G4, E11 桩的桩底土刚度与桩身刚度之比大于 0.8, 说明桩底嵌固较好; B23, F16, F20 桩的桩底土刚度与桩身刚度之比在 0.6~0.75 之间, 其嵌固情况较差些; 而 F25 号桩的桩底土刚度与桩身刚度之比仅为 0.5, 说明其嵌固较差, 分析其原因, 极有可能是清孔不彻底, 桩底浮渣较多或者是浇灌混凝土时出现塌方所致。通过对 F20 号桩的拟合分析, 定量说明了离析段的长度和密度。对于桩身弹性模量, 由于成桩时间差距较大, 因而差别也较大, 在一定的限度内, 成桩时间越长, 则弹性模量越大。

表 1 某工地人工挖孔灌注桩控制随机搜索法分析结果

桩号	桩长 m	桩径 m	扩底桩径 m	桩底土刚度 桩身刚度	d/m		$\rho_0/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$		$\rho_1/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$		$L_1$		$L_2$		$\beta/\text{s}^{-1}$		E/MPa		$a/(\text{Np}\cdot\text{m}^{-1})$		$d_e/\text{mV}$	搜索 次数
					约束 范围	取值	约束 范围	取值	约束 范围	取值	约束 范围	取值	约束 范围	取值	约束 范围	取值	约束 范围	取值	约束 范围	取值		
B11	7.48	0.8	1.06	1.0	0.8 ~ 1.2	1.05	2000 ~ 3000	2714.4	1800 ~ 3000	2267.9	6.0 ~ 8.0	6.65	/	/	10 ~ 30	19.2	2000 ~ 25000	22668	0.01 ~ 0.3	0.14	1.16	112
C9	9.13	0.8	1.16	0.85	0.8 ~ 1.3	1.08	2000 ~ 3000	2617.8	1800 ~ 3000	2376.9	7.0 ~ 9.0	8.36	9.0 ~ 9.3	9.14	10 ~ 30	19.5	24000 ~ 26000	24377	0.01 ~ 0.3	0.15	1.26	126
G4	8.33	0.8	1.06	1.0	0.8 ~ 1.2	1.12	2000 ~ 3000	2649.6	2000 ~ 3000	2543.8	7.5 ~ 8.4	7.82	/	/	10 ~ 30	16.4	18000 ~ 19000	18245	0.01 ~ 0.3	0.05	0.79	89
B23	4.85	0.8	1.10	0.6	0.8 ~ 1.4	1.17	2000 ~ 3000	2422.3	2000 ~ 3000	2408.6	4.0 ~ 5.0	3.31	4.8 ~ 5.0	4.79	10 ~ 30	19.4	24000 ~ 24500	24393	0.01 ~ 0.3	0.19	1.50	140
F16	7.52	0.8	1.16	0.7	0.9 ~ 1.4	0.99	2000 ~ 3000	2391.2	2000 ~ 3000	2326.1	5.8 ~ 7.4	6.13	7.4 ~ 7.6	7.46	10 ~ 30	26.8	24000 ~ 25000	24195	0.01 ~ 0.3	0.11	0.97	132
F20	6.92	0.8	0.80	0.75	0.7 ~ 0.8	0.71	2000 ~ 3000	2621.3	1500 ~ 2500	1894.4	2.0 ~ 3.0	2.54	4.0 ~ 5.5	4.71	10 ~ 30	21.3	22000 ~ 23000	22302	0.01 ~ 0.3	0.02	2.41	150
E11	8.61	0.8	1.45	0.8	0.1 ~ 1.6	1.24	2000 ~ 3000	2704.1	2000 ~ 3000	2660.9	5.5 ~ 8.0	5.87	8.5 ~ 8.7	8.53	10 ~ 30	21.4	28500 ~ 29500	28860	0.01 ~ 0.3	0.14	2.46	150
F25	4.07	0.8	1.10	0.5	0.8 ~ 1.2	1.06	2000 ~ 3000	2350.8	2000 ~ 3000	2576.9	2.0 ~ 4.0	3.14	3.8 ~ 4.2	4.13	10 ~ 30	21.3	21000 ~ 23000	20331	0.01 ~ 0.3	0.18	1.46	109

## 4 结论

通过以上实例分析可以看出,应用波形拟合技术来定量分析桩身完整性是切实可行的,但是要获得较好的分析结果,则数据的采集是至关重要的。同时在进行分析前,应该尽可能收集已知先验信息(包括地质勘探资料,成桩日期,成桩方法,施工情况等)以缩小解的范围。

### 参考文献:

- [1] 地质矿产部勘查技术司. 中华人民共和国行业标准(JG/T93-95), 基桩低应变动测规程[S]. 北京:中国工业出版社,1995.
- [2] 郭平. 桩内应力波的频散现象及数学模型[J]. 振动工程学报,1992,5(1).
- [3] 刘明贵,余诗刚,汪大国. 桩基检测技术指南[M]. 北京:科学出版社,1995,10.
- [4] PRICE W L. A controlled random search procedure for global optimisation[J]. The computer journal,1977,20(4).
- [5] 丁科. 桩几何参数和力学参数的正反演研究[D]. 长沙:中南工业大学,1999.
- [6] 许光本. 瞬态动测法桩基的弹性杆理论与应用[J]. 地质与勘探,1991,27(9).

## A STUDY OF WAVEFORM FITTING TECHNIQUE IN LOW-STRAIN REFLECTED WAVE METHOD

DING Ke

(College of Resource, Environment and Civil Engineering, Central South University of Technology, Changsha 410083, China)

**Abstract:** Aimed at solving the problem that the reflected wave method does not fully make use of the information received, this paper deduces the theoretical model of pile-soil system on the basis of pile vibration theory and wave theory and also imitates exciting force and property of sensor. An effective waveform fitting technique is put forward to make quantitative analysis of pile completeness. The application of this technique to engineering pile has achieved good result. In addition, this paper discusses the multi-solution problem.

**Key words:** low-strain; reflected wave method; pile; waveform fitting technique; controlled random searching method

**作者简介:** 丁科(1971-),男,生于湖南省桃江县,1999年3月毕业于中南工业大学资源环境与建筑工程学院,获工学硕士学位,现为中南工业大学地球探测与信息技术专业的博士研究生,主要从事工程物探和地震资料数据处理的研究。