

# 水力致裂法测定分形裂纹下岩石的断裂韧性

李 玮, 闫 铁, 毕雪亮

(大庆石油学院 提高油气采收率教育部重点实验室, 黑龙江 大庆 163318)

**摘要:** 引入分形几何理论, 应用分形方法来描述岩石断裂裂纹的曲折形态, 进而建立分形裂纹下的岩石断裂韧性理论模型。在此基础上, 应用自主研发的内压法岩样断裂韧性测试系统对不同假设条件下的岩石断裂韧性进行测试。结果表明, 分形裂纹模型测试得到的岩石断裂韧性大于直线模型的断裂韧性, 这也从理论上证实了目前水力压裂作业中理论计算值常低于施工压力的结论, 说明应用该文的模型计算结果更接近实际情况。

**关键词:** 岩石力学; 水力致裂; 断裂韧性; 断裂形态; 分形裂纹; 测试系统

**中图分类号:** TU 45

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000 - 6915(2009)增 1 - 2789 - 05

## FRACTURE TOUGHNESS MEASUREMENT OF ROCK WITH FRACTAL CRACKS USING HYDRAULIC FRACTURING

LI Wei, YAN Tie, BI Xueliang

(Key Laboratory of Enhancing Oil and Gas Recovery in Ministry of Education, Daqing Petroleum Institute, Daqing, Heilongjiang 163318, China)

**Abstract:** The fractal methods are used to describe the tortuous shape of rock fracture cracks, and the theoretical models for fracture toughness of rock with fractal cracks are built. Based on these and different assumptions, the rock fracture toughness has been determined with rock fracture toughness testing system, which is self-developed and has the internal pressure. The results show that the fracture toughness of rock with fractal cracks is greater than that obtained by linear model, which also confirms that the theoretical values are often lower than the actual pressures of hydraulic fracturing operations at present. It is further proved that the calculation results with this model are closer to the actual ones.

**Key words:** rock mechanics; hydraulic fracturing; fracture toughness; fracture morphology; fractal crack; testing system

## 1 引 言

岩石的破坏和变形是岩石力学工作者所关心的重要问题, 多年来已对其进行了广泛的研究。其中大量工作是针对均匀介质中平直裂纹尖端的扩展, 而实际岩石是非均匀的, 裂纹几何形状往往很复杂和非规则。近年来, 随着非线性科学的发展, 特别是分形几何的引入, 使断裂力学的研究展现出新的

前景。

在断裂力学中, 为了探讨材料的断裂性能, A. A. Griffith 等<sup>[1, 2]</sup>提出了著名的裂纹临界扩展力准则。阐明了裂纹临界扩展力与单位宏观量度断裂面积表面能之间关系。裂纹表面能的概念并没有暗指线弹性, 也可以用于非线性材料的裂缝扩展, 谢和平<sup>[3]</sup>对裂纹表面能在非线性材料中的应用进行了研究。针对实际观察到的绝大部分岩石断裂面都是粗糙, 且有不规则的特点; 王金安等<sup>[4]</sup>展开对断裂表面的

**收稿日期:** 2007 - 12 - 02; **修回日期:** 2008 - 03 - 03

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(50474093); 中国石油天然气集团公司中青年科技创新基金资助项目(03E703)

**作者简介:** 李 玮(1979 - ), 男, 2006 年于大庆石油学院油气井工程专业获硕士学位, 现为博士研究生, 主要从事油气井工程及岩石力学方面的研究工作。E-mail: cyyping@sina.com

粗糙程度的分形估算。而对于材料断裂和破碎过程中表现出来的力学性质; H. P. Xie 等<sup>[5, 6]</sup>进行了深入的研究。众多的研究表明, 岩石断裂过程的非线性是普遍存在的。

对于岩石断裂韧性的室内测试, 现有的方法已很多, 但能模拟水力压裂性质的莫过于 O. L. Bowie 等<sup>[7, 8]</sup>提出的受内压厚壁空心圆柱形岩样测定断裂韧性的方法。后经陈治喜等<sup>[9, 10]</sup>对实验方案进行了改进, 采用自制模拟设备和测试仪器, 使得测试操作更加简便可靠。

本文在考虑岩石断裂非线性的基础上, 应用分形几何理论描述岩石裂纹扩展的不规则性, 从内压厚壁圆柱形岩样断裂韧性测定方法的角度出发, 建立分形裂纹扩展下的岩石断裂韧性模型, 并从实验角度对分形裂纹扩展下的岩石断裂韧性进行测定。

## 2 直线型裂纹的岩石断裂韧性测定方法

由断裂力学原理可知, 张开型(定义为 I 型)断裂韧性与断裂能存在如下关系:

$$K_I = A\sqrt{G_e} \quad (1)$$

式中:  $K_I$  为 I 型裂纹断裂强度因子, 它反映了裂尖应力奇异性的强度, 与材料和裂缝的尺寸及所受载荷有关;  $A$  为断裂面积,  $A = \sqrt{E/(1-\mu^2)}$ ,  $E$  为岩石弹性模量,  $\mu$  为岩石泊松比;  $G_e$  为断裂能,  $G_e = 2r_s$ ,  $r_s$  为单位宏观量度断裂面积表面能。

由应用最为广泛的断裂韧性判据可知:

$$K_I \leq K_{IC} \quad (2)$$

式中:  $K_{IC}$  为岩石断裂韧性, 是材料对裂缝扩展阻力的一种度量, 是通过实验确定的材料常数。

在式(2)的基础上, O. L. Bowie 和 C. E. Freeze<sup>[7]</sup>提出的受内压厚壁空心圆柱形岩样测定断裂韧性的方法。设空心圆柱体内半径为  $a$ , 外半径为  $b$ , 裂纹深度为  $L$ , 内压为  $p$ , 并设外径与内径之比为  $W$  ( $W = b/a$ , 见图 1)。裂尖应力强度因子为

$$K_I = K^* p \sqrt{\pi a} \quad (3)$$

式中:  $K^*$  为量纲一的修正系数, 是  $L/(b-a)$  和  $W$  的函数。R. J. Clifton 等<sup>[8]</sup>给出了内置衬套的空心圆柱形岩样承受均匀内压时  $K^*$  随  $L/(b-a)$  和  $W$  变化的关系曲线, 即  $K^*$  值根据该曲线来确定。

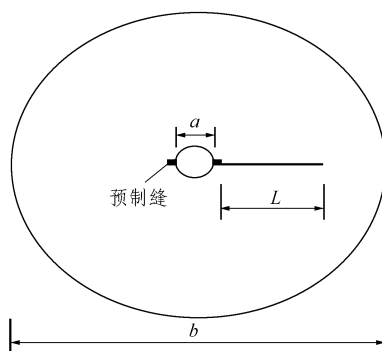
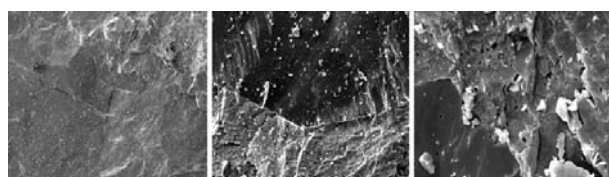


图 1 直线型断裂韧性测试岩样

Fig.1 Testing rock sample for linear fracture toughness

## 3 分形裂纹的岩石断裂韧性

水力压裂裂缝描述各模型都是建立在线弹性断裂力学理论基础之上的, 而经典断裂力学的一个根本假设是将岩石断裂轨迹视为直线型平面模型, 而现场实测和实验观测结果<sup>[11, 12]</sup>均表明, 无论在晶粒尺度上还是在断层尺度上, 岩石的断裂面都是非常不规则和粗糙的, 难以用一个平直面来近似模拟(见图 2)。



(a) 放大 100 倍 (b) 放大 540 倍 (c) 放大 2700 倍

图 2 脆性花岗岩断裂表面放大图

Fig.2 Magnification schemes of fracture surfaces of brittle granite

实际水力压裂产生的地下岩石断裂表面也是凹凸不平, 裂纹扩展路径是不规则的, 弯弯曲曲的。将这种介于二维直线和二维平面间的不规则曲线定义为分形曲线。

假设水力压裂岩石的断裂裂缝用图 3 来表示。B. B. Mandelbrot<sup>[13]</sup>分形曲线长度的估计式为

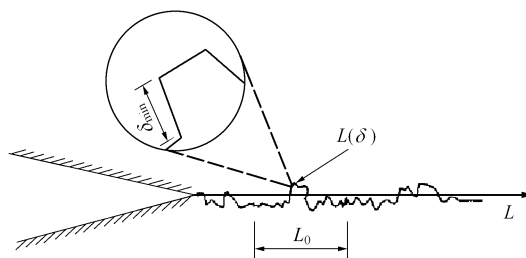


图 3 水力致裂裂纹扩展的分形模型

Fig.3 Fractal model of hydraulic fracturing crack propagation

$$L(\delta) = L_0 \delta^{1-D} \quad (4a)$$

式中:  $L_0$  为裂纹路径的直线长度,  $\delta$  为码尺,  $D$  为不规则扩展路径的分形维数。可近似地选择  $\delta \approx r$  ( $r$  为自相似比)。这样式(4a)可近似表示为

$$L(\delta) = L_0 \left( \frac{1}{r} \right)^{D-1} \quad (4b)$$

根据 H. P. Xie 和 D. J. Sanderson<sup>[5]</sup>的研究结果可知, 裂纹不规则扩展下临界断裂能可表示为

$$G_{\text{crit}} = 2r_s (1/r)^{(D-1)} \quad (5)$$

由式(1)可推导得如下关系:

$$K_{\text{ID}} = K_{\text{I}} (1/r)^{(D-1)/2} \quad (6)$$

式中:  $K_{\text{ID}}$  为沿分形裂纹断裂的岩石应力强度因子。

由式(6)可知, 裂纹不规则扩展下, 岩石断裂路径较直线假设要长, 所以沿分形裂纹扩张的岩石断裂韧性要大于直线扩展情况。

根据受内压厚壁空心圆柱形岩样测定断裂韧性的方法, 由式(3), (6)得

$$K_{\text{ID}} = K^* p \sqrt{\pi a (1/r)^{D-1}} \quad (7)$$

岩石裂纹扩展过程随机性大, 裂纹形态各异。若把裂纹的弯折段看作裂纹扩展的生成元, 可用图 4 的裂纹扩展的分形模型来描述图 3 中裂纹扩展段。

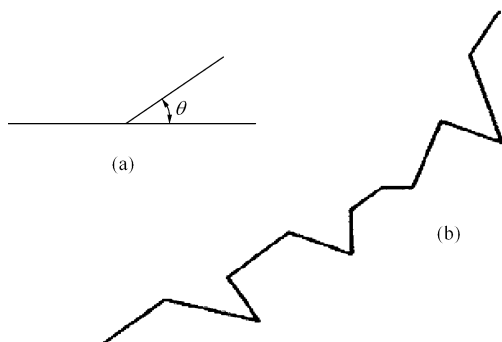


图 4 裂纹扩展的分形模型

Fig.4 Fractal model of crack propagation

孙丽凤等<sup>[14, 15]</sup>对该分形裂纹模型的有效性作了证明, 由此可以计算出裂纹分形扩展的分形维数<sup>[16]</sup>为

$$D_f = \frac{\lg 3}{\lg(5 + 4 \cos \theta)} \quad (8a)$$

又由于

$$D_f = \frac{\lg n}{\lg \frac{1}{r}} \quad (8b)$$

故

$$\frac{1}{r} = (5 + 4 \cos \theta)^{1/2} \quad (8c)$$

式中:  $n$  为生成元个数,  $\theta$  为弯折角。

将式(8c)代入式(7)可得

$$K_{\text{ID}} = K^* p \sqrt{\pi a (5 + 4 \cos \theta)^{(D_f - 1)/2}} \quad (9)$$

其中,

$$\theta = \arccos \frac{(3^{2/D_f} - 5)}{4}$$

因此, 根据式(9)可用分形裂纹来描述岩石断裂的非规则扩展过程, 同时也揭示了分形裂纹的不规则程度和裂缝弯折角对应力强度因子的影响。对式(9)进行分析, 具体数据如表 1 所示。

表 1 分形维数和断裂韧性比值随弯折角的变化关系  
Table1 Changing relations between fractal dimensions and fracture toughness with bending angles

弯折角/(°)	分形维数 $D$	断裂韧性比值( $K_{\text{ID}}/K_{\text{I}}$ )
0	1.000	1.000 0
10	1.003	1.001 6
20	1.013	1.007 1
30	1.028	1.015 1
40	1.053	1.028 0
50	1.085	1.044 0
60	1.129	1.064 7
70	1.187	1.090 4
80	1.263	1.121 2
90	1.363	1.157 3

表 1 数据表明, 裂纹的弯折角对裂纹的分形维数和岩石的强度因子影响明显, 且裂纹的分形维数和岩石的强度因子随裂纹的弯折角的增大指数增加。

## 4 室内实验及结果分析

采用预裂纹厚壁筒测试断裂韧性方法的可靠性已由 R. J. Clifton 等<sup>[8]</sup>的实验所证实。对于施加内、外压时, 预裂纹厚壁筒的应力强度因子的计算原理, 已在陈治喜等<sup>[9]</sup>的岩样断裂韧性测试实验中得到证明。本文将在原有实验的基础上添加断裂面微观分

析系统, 来测定分形裂纹下岩样断裂韧性。

4.1 岩样制备

由于取得岩芯尺寸的限制, 将钻井所取出的岩芯切成长 40~60 mm 的岩芯段, 外部车成柱状, 在岩样中心钻出直径为 10 mm 左右的注压孔, 然后在内孔壁上沿径向制成与岩样内孔中心轴线平行的预裂纹(见图 5)。为了保证实验过程中裂缝的稳定扩展, 对单裂纹岩样保证  $W>7$ , 对双裂纹岩样  $W>10$ 。预裂纹深度的选取原则是使初始裂纹长度处于稳定扩展区内。在岩样制备中, 加工预裂纹是一个难点, 为此设计加工了一套专用装置, 采用直径小于 0.2 mm 的钢丝用切割的方式加工预裂纹。本文所用的岩样外径 100 mm 左右, 预裂纹深度 3 mm 左右。岩样尺寸见表 2。



图5 加工后岩样  
Fig.5 Processed rock specimen

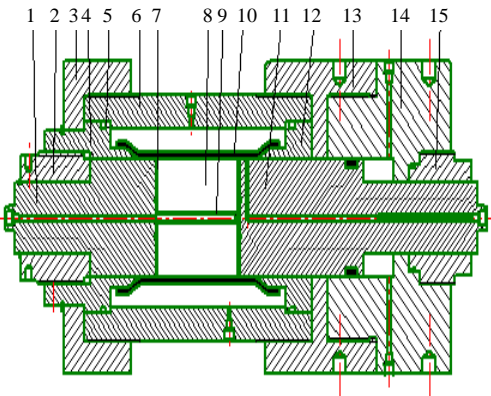
表 2 岩样分形裂纹扩展岩石断裂韧性实验测试数据  
Table 2 Testing data of rock fracture toughness for fractal crack propagation

岩性	内径 /mm	外径 /mm	高度 /mm	缝长 /mm	破裂 压力 /MPa	裂缝面 分形 维数	直线型裂缝 断裂韧性 /(MPa·m <sup>1/2</sup> )	分形裂缝 断裂韧性 /(MPa·m <sup>1/2</sup> )
砂岩	10.1	100.3	40.6	2.8	5.8	1.02	0.31	0.31
砂岩	9.8	99.1	42.1	2.3	4.9	1.10	0.25	0.26
砂岩	10.2	100.7	41.6	2.6	6.1	1.14	0.32	0.34
砂岩	10.4	100.9	40.1	3.0	5.4	1.08	0.31	0.32
砂岩	9.9	101.3	42.6	2.8	6.7	1.20	0.36	0.39
泥岩	10.0	100.5	41.8	2.9	5.6	1.08	0.32	0.33
泥岩	9.7	101.6	40.2	2.7	6.3	1.11	0.33	0.35
页岩	10.3	99.8	45.2	2.5	5.5	1.05	0.29	0.30

4.2 设备及测试方法

测试装置为大庆石油学院自主开发的内压法岩样断裂韧性测试系统, 主要部件包括实验平台、圆

柱体及立方体岩样夹持器、加压系统、地温模拟系统及岩样断裂面微观分析系统, 其中实验所用的岩芯岩样夹持器如图 6 所示。



1—左岩芯塞; 2—调节压帽; 3—压帽; 4—左封头; 5—密封圈; 6—筒体; 7—O 形圈; 8—岩芯; 9—T 形压裂胶皮筒; 10—胶皮筒; 11—右岩芯塞; 12—右封头; 13—压帽连接体; 14—三轴接头; 15—三轴接头压帽

图 6 圆型岩芯岩样夹持器  
Fig.6 Circular core sample clip

加压过程是通过恒压恒速泵将高压液体注入到内压孔中, 为防治高压液体渗漏到岩样中影响实验结果, 使用外径 9 mm, 内径 6 mm 的橡胶管置于岩样内孔中, 作为分隔压裂液与岩样内壁的衬套。A. S. Abou-Sayed<sup>[17]</sup>的实验表明, 轴向压力的大小对断裂韧性测试结果无明显影响。为了尽量减少端部效应, 在岩样两端涂有一层润滑脂。实验中通过恒压恒速泵缓慢提高压力(2.5 MPa/min), 以便于确定岩样破裂过程中的压力状态变化。

4.3 实验结果及分析

实验岩芯取自大庆油田葡深 1 井, 该井位于西部断陷区古龙断陷北部葡萄花构造上, 取心层位分布在 2 100~5 300 m。从取心段中筛选 8 块合格岩样, 其中砂岩 5 块, 泥岩 3 块。岩样均制成双裂缝。实验是在室温和大气压条件下进行的, 其实验结果列于表 2 中。岩石裂缝面的分形维数由实验装置中的断裂面微观分析系统来确定。 $K_{ID}$  是根据实验获得的岩样破裂压力按式(9)计算得到的。

由实验结果发现以下几个特点:

- (1) 测试岩样的断裂韧性为 0.26~0.39, 其变化范围较大, 即使是同一类岩石也取值各异, 这是由于岩石内部结构特征(如微裂隙、微节理发育, 晶粒粗大, 组成成份复杂等因素)造成的岩石各向异性引起的。
- (2) 由于预制裂纹的原因, 岩样形成的裂缝宏观尺寸上基本上是沿径向对称发展, 但从微观角度

上裂缝表现为曲折不规则, 且裂缝面不是平直的, 而是粗糙、弯曲的。曲折扩展的裂缝会消耗更多的岩石断裂能, 使岩石破裂显得更加困难, 表 2 中的实验数据也证明了这点。由此对裂缝进行分形假设和建立分形模型来分析裂缝的不规则性, 是符合岩石断裂的本质特点的, 所以引入分形裂纹方法来有助于提高岩石的断裂韧性的测定精度。

(3) 岩石断裂是微裂纹的形成、融会、贯通逐渐形成宏观断裂的过程, 这说明在主裂缝周围会存在一个微裂缝的发育区。实验中, 在破裂面上发现有许多脱离基体的小岩屑碎粒也证明了这点, 这些发育的微裂缝将消耗更多的断裂能, 使得岩石的表现断裂韧性增大, 岩石较难断裂。

## 5 结 论

(1) 对水力致裂岩石断裂面观察表明, 岩石的断裂面是粗糙的, 岩石断裂扩展过程是非线性和不规则的。

(2) 对岩石断裂裂纹的特点, 应用分形模型来描述岩石裂纹的形态, 由此建立了分形裂纹扩展下的岩石断裂韧性模型, 其理论计算结果比直线裂纹下岩石断裂韧性计算值大。

(3) 根据内压法设计了室内岩样断裂韧性测试系统, 可以测定分形裂缝扩展下不同岩样的断裂韧性, 其实验测得数据与理论计算结果很好的吻合。

(4) 实验中观察到断裂面上存在大量的微裂纹, 会消耗更多的岩石断裂能, 这也证明了岩石的断裂不是简单的直线型, 在其断裂过程中岩石扩展路径存在多种选择。

## 参考文献(References):

- [1] GRIFFITH A A. Theory of rupture[C]// Proceedings of the 1st Int. Congress of Appl. Mech. [S. l.]: [s. n.], 1924: 55 - 63.
- [2] IRWIN G R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate[J]. Appl. Mech., 1957, 48(12): 361 - 364.
- [3] 谢和平. 脆性材料裂纹扩展分形运动学[J]. 力学学报, 1994, 26(6): 757 - 762.(XIE Heping. Fractal kinematics of crack propagation in brittle materials[J]. Acta Mechanica Sinica, 1994, 26(6): 757 - 762.(in Chinese))
- [4] 王金安, 谢和平, 田晓燕, 等. 岩石断裂表面分形测量的尺度效应[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(1): 11 - 17.(WANG Jin'an, XIE Heping, TIAN Xiaoyan, et al. Scale effect on fractal measurement of rock fracture surfaces[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(1): 11 - 17.(in Chinese))
- [5] XIE H P, SANDERSON D J. Fractal effects of crack propagation on dynamic stress intensity factors and crack velocities[J]. Int. J. Fracture, 1995, 74(1): 29 - 42.
- [6] 谢和平, 高峰, 周宏伟, 等. 岩石断裂和破碎的分形研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2003, 23(4): 1 - 9.(XIE Heping, GAO Feng, ZHOU Hongwei, et al. Fractal fracture and fragmentation in rocks[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2003, 23(4): 1 - 9.(in Chinese))
- [7] BOWIE O L, FREEZE C E. Elastic analysis for a radial crack in a circular ring[J]. Eng. Frac. Mech., 1972, 4(2): 315 - 321.
- [8] CLIFTON R J, SIMONSON E R, JONE A H, et al. Determination of the critical stress intensity factor  $K_{IC}$  from internally pressured thick-walled vessels[J]. Experimental Mechanics, 1976, 16(6): 233 - 238.
- [9] 陈治喜, 陈勉, 金衍, 等. 水压致裂法测定岩石的断裂韧性[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(1): 59 - 64.(CHEN Zhixi, CHEN Mian, JIN Yan, et al. Determination of rock fracture toughness with hydraulic fracturing method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1997, 16(1): 59 - 64.(in Chinese))
- [10] 陈勉, 金衍, 袁长友. 围压条件下岩石断裂韧性的实验研究[J]. 力学与实践, 2001, 23(4): 32 - 35.(CHEN Mian, JIN Yan, YUAN Changyou. Study on the experiment for fracture toughness under confining pressure[J]. Mechanics in Engineering, 2001, 23(4): 32 - 35.(in Chinese))
- [11] 刘洪, 符兆荣, 黄楦, 等. 水力压裂力学机制新探索[J]. 钻采工艺, 2006, 29(3): 36 - 40.(LIU Hong, FU Zhaorong, HUANG Zhen, et al. Study on hydraulic fracturing mechanics[J]. Drilling and Production Technology, 2006, 29(3): 36 - 40.(in Chinese))
- [12] 何满潮, 苗金丽, 李德建, 等. 深部花岗岩岩样爆破过程实验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(5): 865 - 876.(HE Manchao, MIAO Jinli, LI Dejian, et al. Experimental study on rockburst processes of granite specimen at great depth[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(5): 865 - 876.(in Chinese))
- [13] MANDELBROT B B. The fractal geometry of nature[M]. New York: [s. n.], 1982.
- [14] 孙丽凤. 分形几何方法模拟混凝土材料的裂纹扩展[J]. 青岛建筑工程学院学报, 1998, 19(2): 1 - 5.(SUN Lifeng. A fractal kinked model for simulation of cracks development of reinforced concrete material[J]. Journal of Qingdao Institute of Architecture and Engineering, 1998, 19(2): 1 - 5.(in Chinese))
- [15] COTTEREL B, RICE J R. Slightly curved or linked cracks[J]. Int. J. Fracture, 1980, 16(2): 155 - 169.
- [16] 吴立, 阎天俊. 岩体爆破破碎过程中的分形效应[J]. 凿岩机械气动工具, 2002, (3): 6 - 9.(WU Li, YAN Tianjun. Fractal effect of crack spreading in rock blasting[J]. Rock Drilling Machines and Pneumatic Tools, 2002, (3): 6 - 9.(in Chinese))
- [17] ABOU-SAYED A S. Fracture toughness  $K_{IC}$  of triaxially loaded Indiana limestone[C]// Proceedings of the 17th U. S. Symp. on Rock Mech.. [S.l.]: [s.n.], 1977: 2A3.1 - 2A3.8.