

压缩条件下岩石断裂模式与断裂判据的研究

Research on mode and criterion of rock fracture under compressive loading

郭少华, 孙宗颀, 谢晓晴

(中南大学 资源环境与建筑工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘 要: 针对岩石类材料压缩断裂中可能发生的Ⅰ型张拉断裂和Ⅱ型剪切断裂的现象, 依据裂纹尖端应力集中引发的微裂纹损伤性质, 提出了主裂纹尖端“微裂纹单元应力模型”的概念。通过对不同方位微裂纹尖端Ⅰ、Ⅱ型应力强度因子变化规律的研究, 以应力强度因子和比断裂韧度作为表征参数函数方程, 提出了压缩条件下岩石类材料复合型裂纹断裂模式与断裂破坏的判据。该判据既可以预测岩石内部斜裂纹在压应力下的Ⅰ型扩展, 也可以预测它的Ⅱ型扩展。由此判据, 还给出了Ⅱ型断裂出现的条件, 讨论了不同的影响因素。其结果较好地说明了实验现象。

关键词: 压缩载荷; 岩石裂纹; 断裂模式; 断裂判据

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2002)03-0304-05

作者简介: 郭少华(1960-), 男, 西安市人, 教授, 现为中南大学资源环境与建筑工程学院副院长, 主要从事岩土工程与工程力学方面的教学和科研工作。

GUO Shao-hua, SUN Zong-qi, XIE Xiao-qing

(College of Resource, Environment and Civil Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: In order to explain the mode Ⅰ and Ⅱ of rock fracture under compressive loading, a stress model of microcracking element is presented on the basis of damage properties in the tip of main crack. Through studying the distribution law of stress intensity factors of branching cracks in various orientation, a new criterion of fracture mode and failure of mixed crack of rock subjected to compressive loading, expressed by ratios of stress intensity factors and fracture toughnesses, is obtained, which can predict not only mode Ⅰ, but also mode Ⅱ of fracture. Based on it, the geometrical and loading conditions of mode Ⅱ of fracture are given and discussed in detail. The results are in good consistent with experiments.

Key words: compressive loading; rock crack; fracture mode; fracture criterion

1 引言*

压缩条件下的岩石断裂力学研究一直是岩石力学界的重要课题之一。这一方面是因为传统断裂力学中没有压缩破坏的模型可供借鉴; 另一方面也是因为岩石受压断裂的实验研究和现有理论之间存在较大差异。岩石压缩断裂力学的许多概念与传统断裂力学不同, 这方面的研究成果主要是: ①发现了岩石内部斜裂纹在压缩下产生翼形断裂模式(wing crack), 它是Ⅰ型张拉机制的破坏^[1,2]; ②认识到Ⅱ型加载并不导致Ⅱ型断裂(剪切破坏)出现^[3]。近年来, 一些新的实验研究还发现^[4,5]在压缩载荷作用下含中心斜裂纹的岩石材料不只是有Ⅰ型的翼形模式破坏, 而且还可能有Ⅱ型的共面模式破坏。典型的实例是地震断面, 它体现了剪切断裂机制。岩石压缩断裂究竟采取哪一种模式破坏, 在什么条件下出现Ⅱ型模式破坏, 理论上还没有相应的模型。现有断裂力学中的三种经典复合型断裂判据只能够预测张拉型为主导的断裂, 对剪切型断裂则不能完全适用^[6,7]。所以, 在岩石压缩断裂力学中, 建立在裂纹尖端均匀介质模型上, 以应力状态分析为主的经典方法不再完全适用。必须建立新的断裂观点

和断裂判据, 即不仅要注重断裂破坏的条件, 而且还要注重断裂模式的判断。

压缩断裂力学与传统断裂力学一个明显的不同是载荷作用模式与断裂模式之间没有简单的对应关系。因此, 本文以微裂纹单元应力模型为基础, 从断裂模式识别研究入手, 寻求压缩条件下岩石内部裂纹断裂模式的适当判据, 试图对岩石压缩断裂规律的认识有较进一步的了解。

2 微裂纹单元应力模型

对岩石类材料而言, 无论是压缩断裂, 还是传统Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ型断裂, 裂纹尖端区域的应力集中是一个普遍存在的客观现象。而由于应力集中所引发的裂纹尖端区域的材料局部损伤在微观实验中可以观察到, 它通常以微细裂纹的形态存在^[9]。

在岩石压缩断裂的实验研究中发现^[1~5]: 当压应力作用达到临界状态, 主裂纹将在与其轴线成 θ 角的方向发生断裂(或张拉型, 或剪切型)。在临界状态, 主裂纹尖端的应力分布特性, 实际上成为控制裂纹扩展及

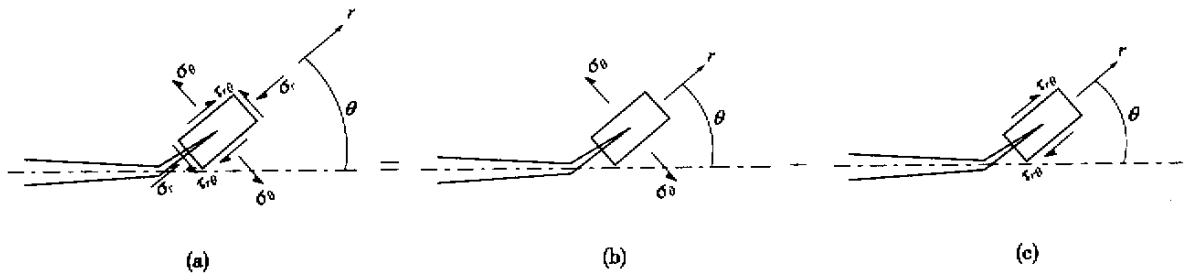


图 1 微裂纹单元应力及其分解模型

Fig.1 Stresses of microcrack element and its decomposed model

其属性的主要因素。鉴于岩石压缩断裂存在模式选择的特点,再考虑到裂纹尖端的损伤性质,本文采用“微裂纹单元应力模型”取代传统断裂力学的均质单元应力模型,作为分析岩石压缩断裂的基础,如图 1 所示。

在该单元模型中,径向应力 σ_r 平行于扩展支裂纹(它可看成由微裂纹发展而得),可认为对裂纹扩展没有贡献。根据叠加原理,图 1(a)微裂纹单元应力模型可以分解为图 1(b)和图 1(c)的微断裂模型。因此,与经典复合型断裂以主裂纹尖端应力分析方法建立相应判据不同,本文则以宏观应力对应的微裂纹的经典断裂模型来建立宏观裂纹的扩展判据。

由图 1(b)和图 1(c),分别有

$$k_{\perp} = \lim_{r \rightarrow 0} (2\pi r)^{1/2} \sigma_{\theta} \quad (1)$$

$$k_{\parallel} = \lim_{r \rightarrow 0} (2\pi r)^{1/2} \tau_{\theta} \quad (2)$$

式中 r 为分支微裂纹长度; k_{\perp} 、 k_{\parallel} 分别为微裂纹尖端应力强度因子,只要知道了它们在主裂纹尖端区域内的分布特点,就能够对岩石压缩断裂的模式做出选择。

3 微裂纹应力强度因子及分布规律

Cotterell 和 Rice^[10]对平面裂纹的无限小支裂纹,给出了其尖端 I、II 型应力强度因子的近似计算公式:

$$k_{\perp} = c_{11} K_I + c_{12} K_{II} \quad (3)$$

$$k_{\parallel} = c_{21} K_I + c_{22} K_{II} \quad (4)$$

式中

$$c_{11} = \frac{1}{4} (3 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2}) \quad (5)$$

$$c_{12} = -\frac{3}{4} (\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2}) \quad (6)$$

$$c_{21} = \frac{1}{4} (\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2}) \quad (7)$$

$$c_{22} = \frac{1}{4} (\cos \frac{\theta}{2} + 3 \cos \frac{3\theta}{2}) \quad (8)$$

正如 Steif 指出的,公式(3)和(4)对全部范围内的 θ 角都是足够精确的^[11]。考虑到本文所研究的压应力状态,主裂纹将闭合,则由主裂纹面滑移而产生的摩擦力

可以通过库仑公式,由有效剪应力形式给出,即

$$\tau_{\text{eff}} = \tau + \mu \sigma \quad (9)$$

这里, σ 和 τ 分别是主裂纹面上的正应力和剪应力。在图 2 所示坐标系下, τ 为负值(沿 x 轴负方向)。若取压应力为正,它们是

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\beta \quad (10)$$

$$\tau = -\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\beta \quad (11)$$

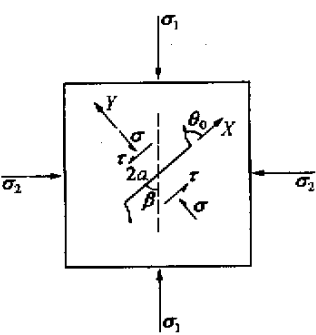


图 2 双向压应力中心斜裂纹

Fig.2 A central oblique crack subjected to biaxial compressive loading

这样,主裂纹尖端应力强度因子分别为

$$K_{\perp} = \left[\frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\beta \right] \sqrt{\pi a} \quad (12)$$

$$K_{\parallel} = \left\{ -\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\beta + \mu \left[\frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\beta \right] \right\} \sqrt{\pi a} \quad (13)$$

图 3 给出的是对不同条件下的无限小支裂纹尖端 I、II 型应力强度因子的系列计算曲线。其中 m 为围压系数, $m = \sigma_2/\sigma_1$, 即围压与轴压之比,取值为 0.3。

由计算结果可以得到如下结论:

(1) 裂纹完全闭合情况 ($\mu \neq 0, K_{\perp} = 0, K_{\parallel} \neq 0$)

无论是单向压缩,还是双向压缩, I 型应力强度因子的最大值均近似与 $K_{\parallel} = 0$ 对应。它说明 I 型断裂扩展选择 $k_{\parallel} = 0$ 的路径。对 $\beta = 30^\circ, \mu = 0.3$, 开裂角在 70° 附近。而 II 型应力强度因子的最大值也与 $k_{\perp} = 0$ 对应。

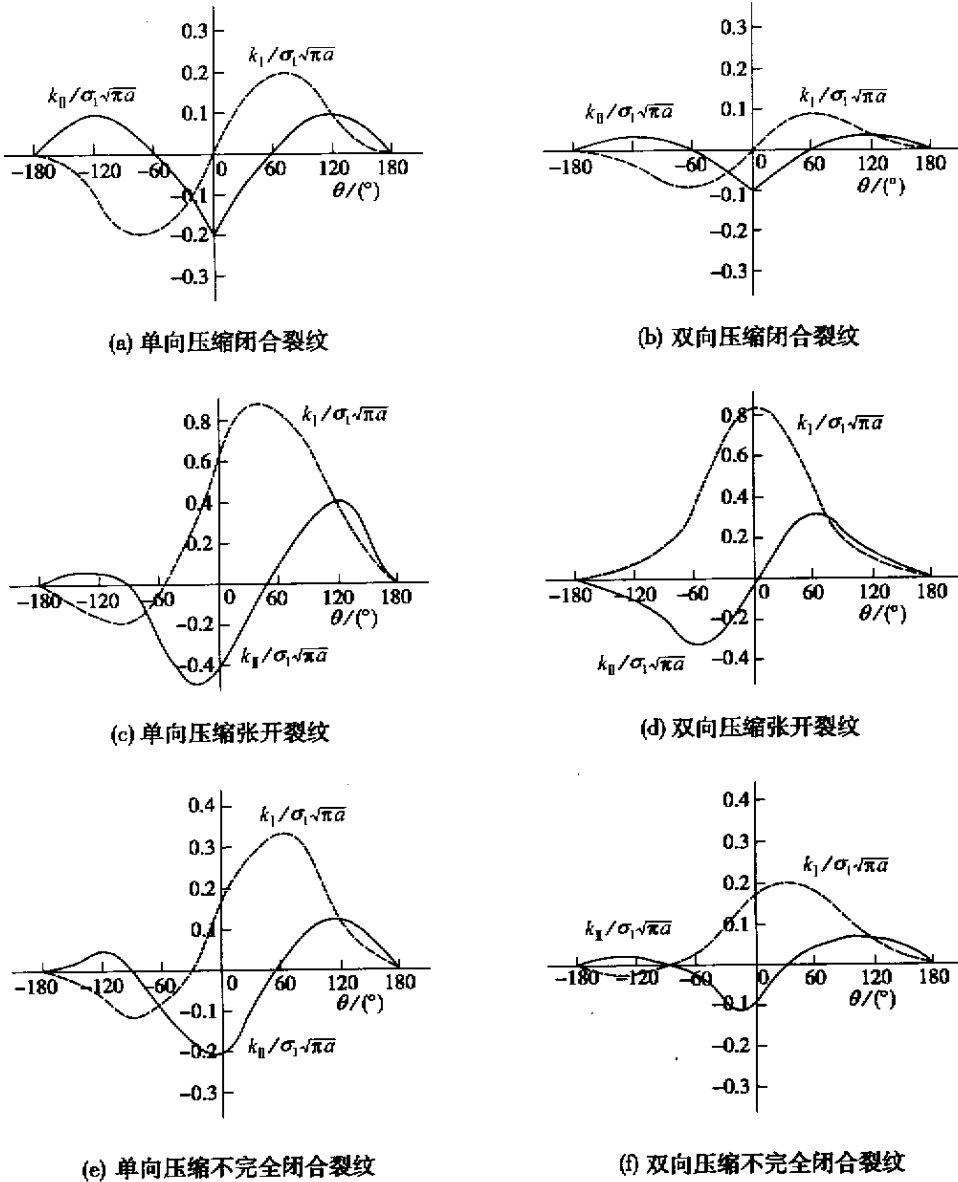


图3 支裂纹尖端I、II型应力强度因子

Fig.3 Mode I and II of stress intensity factors in the tip of branched crack

它说明,如果有II型断裂出现,它必然选择 $k_{II} = 0$ 的路径,即与主裂纹共面的方向扩展。比较图 3(a)和图 3(b),可以看出,尽管单向压缩下 $k_{II\max}$ 和 $k_{I\max}$ 的绝对值大于双向压缩情况,但在双向压应力作用下 $k_{II\max}/k_{I\max}$ 的比值较单向压应力作用下 $k_{II\max}/k_{I\max}$ 的比值为大。因此,在一定的双向组合压力下,有可能出现II型断裂。

(2) 裂纹完全张开情况 ($\mu = 0, K_I \neq 0, K_{II} \neq 0$)

无论是单向压缩,还是双向压缩,I型应力强度因子的最大值也均近似与 $k_{II} = 0$ 对应。它说明I型断裂扩展也选择 $k_{II} = 0$ 的路径。但开裂角与闭合情况有很大的不同。例如,对 $\beta = 30^\circ, \mu = 0.3$,单向应力时开裂角在 50° 附近,而双向应力时开裂角则在 0° 附近。有趣的是,由于 $k_{II} = 0$,后者仍为I型断裂。II型应力强

度因子的最大值则均不与 $k_{II} = 0$ 对应,且最大值所在的方向也均不与主裂纹共面。它说明,如果有II型断裂出现,它也不在主裂纹面方向。而且由于 k_{II} 不为零,其扩展路径必然为曲线。比较图 3(c)和图 3(d),可以看出:在双向压应力作用下 $k_{II\max}/k_{I\max}$ 的比值反而较单向压应力作用下 $k_{II\max}/k_{I\max}$ 的比值为小。因此,对张开裂纹,II型断裂不可能出现。

(3) 裂纹不完全闭合情况 ($\mu \neq 0, K_I' \neq 0, K_{II} \neq 0, K_I' = 0.2K_I$)

此情况介于(1)(2)间,兼有二者的特点。但此时的断裂性质与摩擦系数更为密切。在适当的摩擦系数和双向压应力组合下,也有可能出现II型断裂。而此时的II型断裂,尽管开裂角在 0° 附近,但为曲线扩展路径。

4 压缩断裂模式及其破坏判据

在传统断裂力学中,材料的断裂韧度是衡量裂纹是否扩展的唯一指标。但由前面的计算可知:对压缩断裂,无限小支裂纹Ⅰ、Ⅱ型应力强度因子在不同方向上存在最大值。它预示着,在一定条件下,主裂纹可能选其一方向扩展。因此,在压缩断裂力学中,不能孤立地考察不同断裂模式及其相应的应力强度因子和断裂韧度。而需综合考虑张拉机制和剪切机制中谁占主导地位,以及相应材料的断裂性质。这取决于相对应力强度因子和相对断裂韧度值。

为此,引进一个新的表征函数

$$H(\theta) = \frac{|k_{\perp}(\theta)|}{K_{\perp c}} + \frac{|k_{\parallel}(\theta)|}{K_{\parallel c}} \quad (14)$$

将它作为裂纹是否扩展的控制因子,当满足下列条件时,即

$$H(\theta = \theta_0) = \text{maximum} \quad (15)$$

$$H(\theta_0) \geq 1 \quad (16)$$

裂纹将在 $\theta = \theta_0$ 的方向上开始扩展。至于断裂属于Ⅰ型张拉模式,还是Ⅱ型剪切模式,则取决于谁在式(14)中处于主导地位。对闭合裂纹,它等效于如下判据:

$$\frac{|k_{\parallel \max}|}{|k_{\perp \max}|} \geq \frac{K_{\parallel c}}{K_{\perp c}}, \frac{|k_{\parallel \max}|}{K_{\parallel c}} \geq 1 \quad \text{剪切断裂} \quad (17)$$

$$\frac{|k_{\parallel \max}|}{|k_{\perp \max}|} \leq \frac{K_{\parallel c}}{K_{\perp c}}, \frac{|k_{\perp \max}|}{K_{\perp c}} \geq 1 \quad \text{张拉断裂} \quad (18)$$

图4给出的是根据式(3)(4)计算的闭合裂纹支裂纹Ⅱ型应力强度因子的最大值与Ⅰ型应力强度因子的最大值比值的变化曲线。

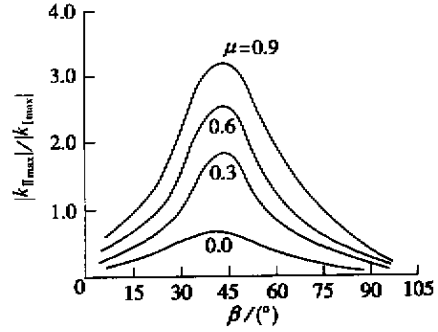
实验结果指出,对岩石类材料, $K_{\parallel c}/K_{\perp c} \geq 1^{[3-5]}$ 。因此,从计算结果可以看出: $|k_{\parallel \max}|/|k_{\perp \max}|$ 随 β 变化的曲线有明显的峰值,且随着摩擦系数的增大,峰值会进一步增加,甚至达到或超过Ⅱ型断裂韧度与Ⅰ型断裂韧度的比值; $|k_{\parallel \max}|/|k_{\perp \max}|$ 随 m 变化的曲线也有类似的性质。因此,在一定的裂纹倾角,足够的摩擦系数和适当的围压作用下,岩石压缩就可能出现Ⅱ型剪切机制的断裂。

5 Ⅱ型断裂条件

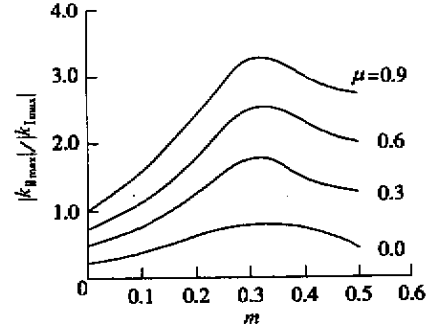
令 $\frac{K_{\parallel c}}{K_{\perp c}} = \chi_c$, 对闭合裂纹,有 $k_{\parallel \max} = K_{\parallel}$, 并且为负值,而 $k_{\perp \max}$ 为正值,于是式(17)第一式可写成

$$\frac{|\chi|}{c_{11}(\theta_0) + \chi c_{12}(\theta_0)} \geq \chi_c \quad (19)$$

这里, θ_0 为Ⅰ型开裂角,若再令



(a) 随 β 变化, $m=0.3$



(b) 随 m 变化, $\beta=40^\circ$

图4 $|k_{\parallel \max}|/|k_{\perp \max}|$ 的变化曲线

Fig. 4 Curves of $|k_{\parallel \max}|/|k_{\perp \max}|$

$$\lambda_{1c} = \frac{c_{11}(\theta_0)\chi_c}{1 - c_{12}(\theta_0)\chi_c} \quad (20)$$

$$\lambda_{2c} = \frac{c_{11}(\theta_0)\chi_c}{1 + c_{12}(\theta_0)\chi_c} \quad (21)$$

$$\text{则有} \quad -\lambda_{2c} \geq \frac{\tau}{\sigma} + \mu \geq \lambda_{1c} \quad (22)$$

$$\text{或} \quad -\lambda_{2c} \geq -\frac{\sin 2\beta}{\left(\frac{1+m}{1-m}\right) + \cos 2\beta} + \mu \geq \lambda_{1c} \quad (23)$$

式(23)即为压缩断裂Ⅱ型扩展的必要条件。

进一步求解式(23),可以得到在恒定围压系数的情况下,出现Ⅱ型剪切模式断裂可能的临界裂纹倾角是

$$\beta_{1c} = \frac{1}{2} \left\{ \arcsin \left[-\frac{(\lambda_{1c} - \mu)}{\sqrt{1 + (\lambda_{1c} - \mu)^2}} \left(\frac{1+m}{1-m} \right) \right] - \arcsin \left[\frac{(\lambda_{1c} - \mu)}{\sqrt{1 + (\lambda_{1c} - \mu)^2}} \right] \right\} \quad (24)$$

$$\beta_{2c} = \frac{1}{2} \left\{ \arcsin \left[\frac{(\lambda_{2c} + \mu)}{\sqrt{1 + (\lambda_{2c} + \mu)^2}} \left(\frac{1+m}{1-m} \right) \right] - \arcsin \left[-\frac{(\lambda_{2c} + \mu)}{\sqrt{1 + (\lambda_{2c} + \mu)^2}} \right] \right\} \quad (25)$$

因此,下列方程是压缩斜裂纹Ⅱ型断裂破坏的条件之一,即几何条件:

$$\beta_{2c} \leq \beta \leq \beta_{1c} \quad (26)$$

$$k_{\parallel} \geq K_{\parallel c} \quad (27)$$

同理,进一步求解式(23),可得到在恒定裂纹倾角情况下,出现Ⅱ型剪切模式断裂可能的临界围压系数

$$m_{1c} = \frac{(\lambda_{1c} - \mu) \cos 2\beta + 1}{(\lambda_{1c} - \mu) \cos 2\beta - 1} + \sin 2\beta \quad (28)$$

$$m_{2c} = \frac{(\lambda_{2c} + \mu) \cos 2\beta + 1}{(\lambda_{2c} + \mu) \cos 2\beta - 1} - \sin 2\beta \quad (29)$$

因此,下列方程也是压缩斜裂纹Ⅱ型断裂破坏的条件之一,即载荷条件:

$$m_{2c} \leq m \leq m_{1c} \quad (30)$$

$$k_{II} \geq K_{IIc} \quad (31)$$

6 实例计算

Broberg^[5]对含 45°中心斜裂纹的 PMMA 板进行双向压缩实验,首次在实验室条件下获得了Ⅱ型断裂。相关材料参数: $\mu = 0.46$, $\chi_c = 2.5$, $K_{Ic} = 1.56 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ 。试件尺寸: 83 mm × 83 mm × 3 mm, $a = 42 \text{ mm}$ 。测试结果: $p_1 = 4 \text{ kN}$, $m = 0.33$ 。计算结果: $p_1 = 3.94 \text{ kN}$, $m = 0.316$ 。

笔者对含 40°中心斜裂纹的熟石膏板进行了双向压缩实验,也在实验室条件下获得了Ⅱ型断裂破坏的实例。相关材料参数: $\mu = 0.83$, $\chi_c = 2.25$, $K_{Ic} = 0.098 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ 。试件尺寸: 150 mm × 100 mm × 15 mm, $a = 30 \text{ mm}$ 。测试结果: $p_1 = 9.76 \text{ kN}$, $m = 0.32$ 。计算结果: $p_1 = 9.68 \text{ kN}$, $m = 0.314$ 。

由此可见,理论预测与实测结果是较为一致的。

7 结 论

(1) 岩石压缩断裂主要表现为Ⅰ型断裂。在特殊情况下(高围压,大摩擦系数),也可能出现Ⅱ型断裂。

(2) 岩石压缩Ⅱ型断裂既可以是直线路径(完全闭合裂纹),也可以是曲线路径(不完全闭合裂纹)。张

开裂纹不可能发生Ⅱ型断裂。

(3) 压缩Ⅱ型断裂与试件材料的断裂韧度比 χ_c 有关。一般来说, χ_c 越大,Ⅱ型断裂出现的机会就越小。岩石材料 χ_c 较大,所以,岩石压缩Ⅱ型断裂的实验室条件非常困难。

参考文献:

- [1] Cotterell B. Brittle fracture in compression[J]. Int J Fracture, 1972, 8(2): 195–208.
- [2] Horii H, Nemat-Nasser S. Compression-induced microcrack growth in brittle solids: axial splitting and shear failure[J]. J Geophys Res, 1985, 90: 3105–3125.
- [3] Rao Q, Stillborg B, Sun Z Q. Mode II fracture toughness testing of rock[A]. Int Congress on Rock Mechanics: Vol 2[C]. Paris: A A Balkema, 1999. 731–734.
- [4] Bobet A, Einstein H H. Fracture coalescence in rock-type materials under uniaxial and biaxial compression[J]. Int J Rock Mech Min Sci and Geomech Abstract, 1998, 35(7): 863–889.
- [5] Broberg K B. On crack paths[J]. Eng Fracture Mech, 1987, 28(5/6): 663–679.
- [6] Shen B, Stephansson O. Modification of the G criterion for crack propagation subjected to compression[J]. Eng Fracture Mech, 1994, 47(2): 177–189.
- [7] Shen B, Stephansson O. Numerical analysis of mixed mode I and mode II fracture propagation[J]. Int J Rock Mech Min Sci and Geomech Abstract, 1993, 30(7): 861–867.
- [8] Nuismer R J. An energy release rate criterion for mixed mode fracture[J]. Int J Fracture, 1975, 11(2): 245–250.
- [9] 周翠云, 王良之, 龙湘桂, 周群力. 岩石闭合裂缝的压剪断裂形态[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(3): 259–261.
- [10] Cotterell B, Rice J R. Slightly curved or kinked cracks[J]. Int J Fracture, 1980, 16(1): 155–169.
- [11] Steif P S. Crack extension under compressive loading[J]. Engng Fracture Mech, 1984, 20(3): 463–473.

加筋土工程技术研讨会征文通知

中国土工合成材料工程协会拟于 2002 年 10 月在江苏召开加筋土工程技术研讨会,会议议题包括:加筋土挡墙、陡坡、堤坝工程、地基加固、软基处理(包括水下)、加筋土桥台、桥墩、加筋防波墙、防浪墙、隔音和各种阻隔墙以及路面防裂等。涉及

到的土工合成材料品种有单双向土工格栅、加筋带、土工格室、经编(化纤、玻纤)格栅、高强土工织物、铅塑网笼及低强度的土工网、纤维加筋等。会议在会前不出版论文集。欲参加会议者请于 8 月 31 日前向协会秘书处报名。

(中国土工合成材料工程协会 供稿)