

文章编号:0559-9350(2006)01-0028-05

渗流的颗粒流细观模拟

周健,张刚,孔戈

(同济大学 地下建筑与工程系,上海 200092)

摘要:本文基于颗粒流理论,运用 PFC^{2D} 计算程序的 FISHTANK 函数库和 FISH 语言,定义了细观角度概念——流体域,并分别定义了流体域的流动方程和压力方程,将颗粒体与流体域耦合,推导出颗粒流理论显式求解的稳定条件,成功地对土中的渗流进行了模拟,得到了渗流过程中压力和流速的变化规律。结果表明,运用 PFC^{2D} 程序模拟的渗流规律符合达西定律,这一结果为 PFC^{2D} 在渗流和渗透破坏等方面的深入研究应用提供了一定的理论基础。

关键词:颗粒流理论;达西定律;细观模拟;渗流

中图分类号:TU46

文献标识码:A

渗流问题是岩土工程中的重要问题之一,渗流问题的正确求解对于基坑工程等地下工程和土石坝工程等水利工程具有重要的意义。目前对渗流问题主要采用解析解法、有限单元法和有限差分法求解^[1~3],但这几种方法各有局限性。求解渗流问题时,解析解法只用于含水层几何尺寸简单且为均质、各向同性的情况;有限单元法则很难处理复杂的边界条件;同时有限单元法和有限差分法是用来解决小变形前提下的连续介质问题,对于考虑土骨架与水相互作用的渗透变形问题的求解具有一定的局限性。本文基于可以用来解决固体力学大变形问题及颗粒介质流动问题的颗粒流理论^[4~8],运用 PFC^{2D} 定义的 FISHTANK 函数库和内置的 FISH 语言,定义细观角度的概念——流体域,并分别定义流体域的流动方程和压力方程,将颗粒体与流体域耦合,得到颗粒流理论显式求解的稳定条件。并尝试对土中的渗流进行模拟,从而得到渗流过程中压力和流速的变化规律。

1 Darcy 定律

1856 年,Darcy H^[9]曾就法国 Dijon 城的水源问题研究了水在直立均质砂柱中的流动。根据实验,Darcy 断定:流量 Q (单位时间的体积)与横断面积 A 及水头差 $(h_1 - h_2)$ 成正比,而与长度 L 成反比,将这些结论合并成一起就得到了著名的达西(Darcy)定律公式

$$Q = KA(h_1 - h_2) / L \quad (1)$$

达西(Darcy)定律仅在一定的雷诺数范围内适用。达西定律是地下水动力学中的重要定律,地下水动力学的基本理论几乎都是建立在达西定律基础之上。

2 渗流的颗粒流细观模拟原理

假设所研究的介质为低孔隙率的固体介质(即不考虑圆形颗粒间的孔隙),固体中流体的通道可以

收稿日期:2005-05-16

基金项目:国家自然科学基金项目(50379037)

作者简介:周健(1957—),男,浙江临海人,博士,教授,从事土体细观力学模拟和环境岩土工程等方面的研究。

E-mail:tjzj@163.com

假想在颗粒接触的地方用相切于两个颗粒的“管道”模拟,这个通道间隙的大小与颗粒间相互接触的法向位移成比例,特别是当材料的初始状态为相互连接时,这个通道间隙只有在连接破坏或颗粒移位时才会变化。另外,假设模型中存在有“水库”,“水库”由通道连接,其体积的大小与其周围通道间隙的大小和数量有关,储存于“水库”中的水压,在计算过程中不断更新并且象体力一样作用于周围颗粒上。

颗粒流程序中可以用颗粒(Particles)代表土颗粒,并没有实实在在的流体的存在。所以,引入域(domain)的概念。域就是一系列封闭的颗粒链,在链上的每个链接都是一个连接接触。为了实现土与流体的相互作用,首先定义流动方程和压力方程^[4,5]。

2.1 流动方程 简化认为圆形颗粒集合体的空隙就是实际颗粒间的空隙,集合体具有初始的孔隙率。在这种情况下,PFC^{2D}颗粒是使空间离散的一个简单方法,并可以产生合适的力学行为(粘结断开、滑动等)。两个相邻的域里的每一个连接(下面称“管道”(pipe))是一个潜在的裂缝,它符合一个可能断裂的粘结接触。对于流体来说,管道相当于一个平板通道,其长度为 L ,孔径为 a 。单位厚度(在垂直平面向上)管道内的流速(单位时间内的体积)为

$$q = k a^3 \frac{(p_2 - p_1)}{L} \quad (2)$$

式中: k 为传导系数; $(p_2 - p_1)$ 为两个相邻域的压力差,正值使域 2 的流体流入域 1。

2.2 压力方程 每个域从周围管道获得的流量为 $\sum q$, 在一个时间步长 Δt 下,流体压力增加的公式(流入为正)为

$$\Delta p = \frac{K_t}{V_d} (\sum q \Delta t - \Delta V_d) \quad (3)$$

式中: K_t 为流体的体积模数; V_d 为域的表观体积。

2.3 耦合方式 在处理耦合过程时,可以采用以下方法:(1)通过接触的张开与闭合或接触力的变化实现通道间隙的变化;(2)通过改变研究区域的力学特性来改变其中的压力;(3)区域孔隙压力对其内部颗粒有推移作用。

2.4 求解方法 应用显式求解方法,将流量方程应用于所有的管道,并将压力方程式应用于所有的域之间交替求解。下面导出稳定的临界时间步长。假设某个域存在扰动压力 Δp_p , 由于扰动流入域里的流量可以从式(2)计算得出

$$q = \frac{N k a^3 \Delta p_p}{2 R} \quad (4)$$

式中: R 为域周围的颗粒的平均半径; N 为连接到单个域的管道的数量。

由式(3)得出由于水流入引起的响应压力变化

$$\Delta p_r = \frac{K_t q \Delta t}{V_d} \quad (5)$$

保持稳定的条件就是水流入引起的压力变化必须小于扰动压力,即 $\Delta p_r < \Delta p_p$ 。当两者相等时可求出临界时间步长

$$\Delta t = \frac{2 R V_d}{N K_t k a^3} \quad (6)$$

3 颗粒流模型的准备

3.1 模型生成 采用 PFC^{2D} 程序进行颗粒流模拟,当只研究圆形颗粒的运动与相互作用问题时可以直接采用 PFC^{2D} 来模拟,不需增加单元的组合形式。为了简化,本文将土颗粒理想化成圆形颗粒。

首先生成土颗粒组成的骨架,尺寸为 $20\text{mm} \times 20\text{mm}$ 。为了更好的模拟土体颗粒分布的不均匀性,颗粒单元半径 R 的分布采用从 R_{\min} 到 R_{\max} 均匀分布。设 \bar{r} 为所有颗粒单元的平均半径,由于颗粒半径均匀分布,故 $\bar{r} = (R_{\min} + R_{\max})/2$ 。综合考虑计算量和计算精度因素,取 $R_{\min} = 0.35\text{mm}$, $R_{\max} = 0.50\text{mm}$ 。

PFC^{2D}在颗粒生成时,把给定半径的颗粒往区域内填充,如果没有已生成颗粒与之重叠,则生成此颗粒,否则,改变颗粒的位置重试。为了保证颗粒的生成以及效率,先生成小直径颗粒,然后再把半径复原,最后通过循环来消除试样内部非均匀应力。颗粒的数目由孔隙比 e 来控制, e 可以近似地用下式计算^[8]

$$e = \frac{2bh\bar{r} - \sum_{i=1}^N \frac{4}{3}\pi r_i^3}{\sum_{i=1}^N \frac{4}{3}\pi r_i^3} \quad (7)$$

式中: b 为试样的宽度; h 为试样的高度; N 为颗粒单元总数。

为了防止在颗粒生成过程中由于颗粒粘结强度不足而四处逃逸,在生成颗粒前按照颗粒模型的尺寸生成四面墙(wall),等到颗粒的不平衡力通过循环减小以后,再将上、下边界的颗粒(图 1 中上、下各一排的灰色颗粒)固定,以划定渗流的范围和边界,再将墙去掉。

为了实现计算中颗粒体与域的耦合,必须保证模型内每两个颗粒之间的接触连接都不小于两个,以确保在渗流的过程中所有的通道都保持通畅。通过 PFC^{2D} 的内置函数库(FISHTANK)中的 zap_dead_ends 函数扫描模型内的所有颗粒,将任一颗粒的接触点都调整为大于或等于两个。然后用 dom_scan 函数为颗粒模型定义一系列完整的域,创建相应的链接列表,任意两个相邻的域用流动路径(管道)连接,以保证计算中水流在土骨架中流动的连续性。使用 outer_domain 函数将上、下边界上固定的颗粒标记为不排水边界,从而模拟单一的从左到右的渗流路径。

生成后的模型如图 1 所示。模型中包含颗粒数量 567 个,域的数量 497 个。图 1 中深黑色圆点代表域,连接域的黑色线段为管道;浅灰色的圆代表土颗粒,连接圆颗粒的灰白色线段代表颗粒之间的连接接触。

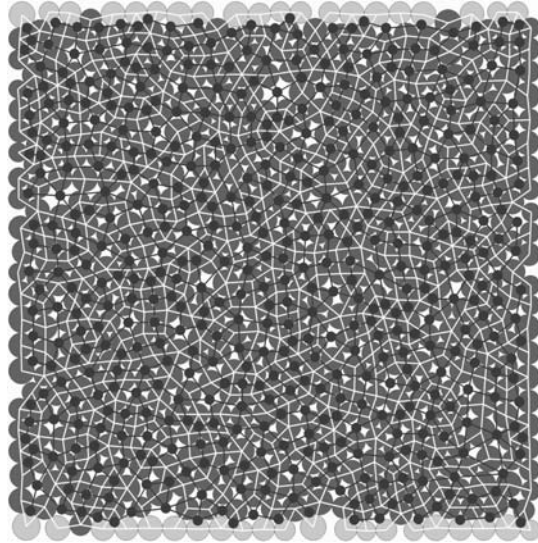


图 1 模型示意

3.2 模拟过程 在模型左侧施加不同的水头压力,右边为零,则模型两侧产生水头压力差。待压力和流速稳定以后,改变水头压力差,计算多个不同水头压力差下的压力和流速变化。其它参数如流体体积模数、域的表观体积、传导因数等与计算有关的参数取值见表 1。

达西定律是在雷诺数较低的条件才成立的,不存在水与土颗粒的相互耦合,因此保持式(2)中的管道直径 a 为常数。

由于颗粒模型的边界处比较复杂,所以在加压时左右两侧各缩短 0.5mm,即实际的渗流路径为 19mm。将水流过的渗径长度 19mm 分为竖向的 20 段,取每段中点处的位置对应于在数值模拟的过程中每一竖段的压力和流速的平均值用于结果的分析。当循环到一定步数时,流速恒定,停止循环。

表 1 颗粒流模型计算参数

左侧水头压力	右侧水头压力	域的表观体积	一个域的管道的数量	传导系数	流体体积模数	管道直径	时间步长
p_L/kPa	p_R/kPa	V_d/mm^3	N	$K/(\text{mm}^2/\text{s})$	K_f/kPa	d/mm	$\Delta t/\text{s}$
$10^{-3} \sim 10^3$	0	1	2	1.0×10^{-6}	1.0×10^6	1	1.0×10^{-2}

4 数值模拟结果

4.1 压力变化规律 首先对压力差为 1kPa 下,不同步的压力与位置关系进行分析。不同步的压力与位置关系曲线如图 2 所示。开始时高水头压力集中左边,压力与位置不成线性关系。随着循环步数的增加,时间的增长,水头压力随位置的分布逐渐均匀,大约 $10\,000$ 时步后水头压力随位置基本呈线性分布,水流的流动进入稳定流状态,这样就再现了达西定律的线性特征。

图 3 给出了随着时间步的变化,域内的压力从左到右逐渐扩散的过程。图中黑点为土骨架颗粒,灰白色的圆点表示域内的压力,圆的直径大小表示压力数值的相对大小。从图中可以形象的看出,循环开始时压力主要集中在最左侧,随着时间的增加,模型内压力从左到右的分布逐渐均匀。

下面选取中点位置分析水头压力随着时步的变化规律。中点位置的水头压力在水流进入稳定流状态以后约为 0.5kPa 。从图 4 中可以得到这一位置断面上压力随时间步长的变化。从开始到 $4\,000$ 步时,由于水头差的作用,该断面的压力增长迅速;从第 $4\,000$ 步到 $12\,000$ 步时,压力的增长减缓;第 $12\,000$ 步以后,逐渐趋近于直线 $y=0.5\text{kPa}$,压力和流速稳定。

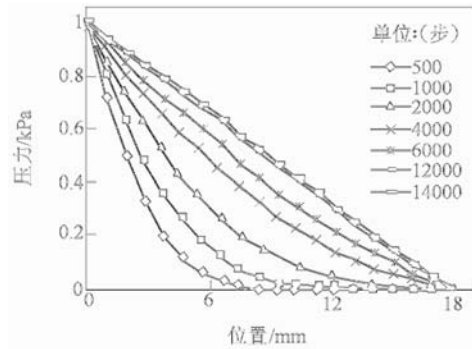


图 2 不同步下压力与位置关系曲线

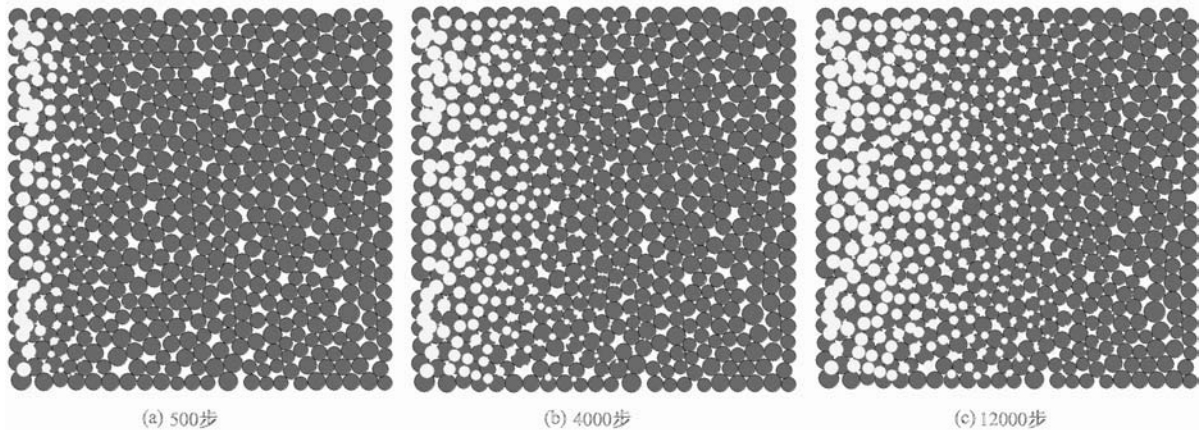


图 3 在不同时步时压力的分布

4.2 流速变化规律 本文由计算得到达到稳定流状态后 6 个不同压力差下水力梯度和流速的对应数值,见表 2。图 5 中的流速和水力梯度成线性关系,与式(1)中达西定律的关系吻合。

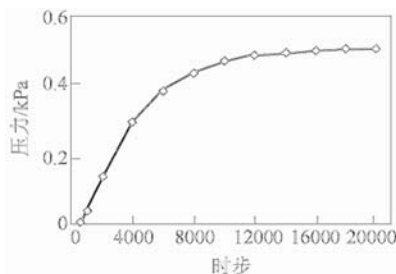


图 4 中点位置压力随时步变化曲线

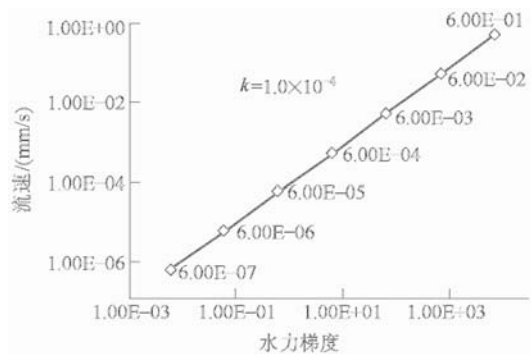


图 5 流速与水力梯度的关系曲线

表 2 不同压力差下的水力梯度和流速

压力差 kPa	1.14E-03	1.14E-02	1.14E-01	1.14E+00	1.14E+01	1.14E+02	1.14E+03
水力梯度	6.00E-03	6.00E-02	6.00E-01	6.00E+00	6.00E+01	6.00E+02	6.00E+03
流速 (mm/s)	6.00E-07	6.00E-06	6.00E-05	6.00E-04	6.00E-03	6.00E-02	6.00E-01

5 结论

本文运用颗粒流理论(PFC^{2D}),定义了细观角度的概念——流体域,并分别定义了流体域的流动方程和压力方程,模拟了地下水的渗流,并根据数值模拟试验的结果分析,得出了数值模拟的结果符合达西定律的结论。本文成功地运用颗粒流理论在细观角度模拟和描述了地下水的渗流,为颗粒流理论在渗透破坏方面的运用奠定了理论基础,这一结果为下一步继续采用颗粒流理论分析流、固耦合渗流和渗透破坏的物理特性,建立孔隙度和渗透率等细观力学参数的动态模型;并依据流体力学连续性方程,考虑流、固耦合渗透破坏下多孔介质骨架变形的细观力学特性,模拟管涌的细观发展变化机理提供了重要的理论基础。

参 考 文 献:

- [1] Chen C J, Chen H C. Development of Finite Analytic Numerical Method for Unsteady Two Dimensional Convective Transport Equation[A]. Proceedings of the Symposium-International Association for Hydraulic Research; Refined Modelling of Flows[C]. Paris; Presses de l'Ecole Natl des Ponts et Chaussees, 1982. 69—78.
- [2] Kalkani E C. Finite differences analysis of seepage[J]. International Water Power and Dam Construction. 1992, 1(44): 21—23.
- [3] Adil Elkrail, Shu L C, Hao Z C. Numerical simulation of groundwater dynamic for songhuajiang river vally in China[J]. Journal of Hydrodynamics, 2004, 16(3): 332—335.
- [4] Potyond D O, Cundall P A. A bonded-particle model for rock[J]. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 2004, 41(8): 1329—1364.
- [5] Itasca Consulting Group, Verification Problems and Example Applications[M], USA. Minneapolis, 2005. 8—9.
- [6] 廖雄华,周健.粘性土室内平面应变试验的颗粒流模拟[J].水利学报, 2002, (12): 11—17.
- [7] 周健,池永.土的工程力学性质的颗粒流模拟[J].固体力学, 2004, 25(4): 377—382.
- [8] J·贝尔.多孔介质流体动力学[M].李竞生,陈崇希译,北京:中国建筑工业出版社, 1983. 91—94.
- [9] 周健,池毓蔚,池永,徐建平.砂土双轴试验的颗粒流模拟[J].岩土工程学报, 2000, 22(6): 701—704.

Meso-mechanics simulation of seepage with particle flow code

ZHOU Jian, ZHANG Gang, KONG Ge

(Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: By using the function library and FISH language of software PFC^{2D}, the domain of flow is defined from the viewpoint of meso-mechanics and the formulas for flow and pressure are established respectively on the basis of particle flow code theory. The particles flow are coupled with flow domain to deduce the critical condition for stability in explicit solution scheme. By this method the seepage flow in soil can be simulated and the variations of pressure and velocity in the flow passage are obtained. The study result shows that the seepage flow simulated by PFC^{2D} obeys the Darcy's law.

Key words: seepage flow; particle flow code; software PFC^{2D}; meso-mechanical simulation; Darcy's law

(责任编辑:韩昆)