

以滲流理論與半經驗公式探討 版樁上下游邊界條件影響滲流效果之研究

楊全成¹

摘 要

邁入二十一世紀電腦自動化及 e 化的世界也隨即到來，本研究致力於大地工程資源之數位化，期望於教學與實務應用上貢獻一份心力。

各種版樁牆於設計與施工之過程，滲流量亦為施工中考慮之重要課題，本研究從滲流之版樁牆出發，以 Visual BASIC(VB)程式，藉由工程界常用六種土層與斷面情況之半經驗公式或圖表，將之寫成 VB 程式，一方面可減少計算之錯誤，另一方面由電腦之大量運算功能，改變版樁入土深度、厚度，上下游土層厚度等之邊界條件，來分析探討版樁滲流量間之關係，並與滲流理論手繪之流線網所得之結果作一比較。

經由本研究完成之 VB 程式，可提供工程設計與施工上之快速應用。完成版樁滲流計算 VB 程式提供上網之下載服務，網址為 <http://civil104.csit.edu.tw/~yanggaic/GAI-VB/GAI-17.exe>。

關鍵詞：營建自動化、滲流版樁、流線網、滲流量。

一、研究目的與研究內容

擋土版樁土層之滲流量及版樁下游抵抗隆起之穩定分析為大地工程中相當重要課題之一 [Polubaronva-Kochina(1952)]，本文作者曾研究利用有限差分法，設計一套視窗化 VB 電腦程式，求解擋土版樁滲流引致之各節點過剩水頭及滲流壓力，可以 Excel 等應用軟體來計算引致隆起或砂湧區塊之平均過剩水頭以求解安全係數 [楊全成、徐佳仕(1999)]，期望日後能並據各節點過剩水頭繪製等勢能線及流線，以求取滲流量。傳統手繪流線網有其缺點，本研究先嘗試以前人之半經驗公式 [林耀煌(1983)] 或圖表 [Harr(1962)]，以 Visual BASIC(VB)軟體 [吳明哲(1998)]，嚴嘉錚(1998)] 設計滲流計算程式，求取滲流量，並可據以繪製各種邊界條件相關曲線，提供初步之比較與工程應用。故本研究可解決部份傳統手繪流線網麻煩之問題，並為 21 世紀 e 化土木教學資源課題盡一份心力，建立基本數位化資料初步目標而邁進 [楊全成、黃正忻(2000)]。

二、文獻回顧

滲流量之求法有以下三種：(一)由 Darcy's Law： $q = kiA = k \frac{h}{L} A$ 求得，於有固定土層面積(A)及流經長度(L)之情況才適用 [Das(1998)]；(二)由流線網理論： $q = kh \frac{N_f}{N_d}$ 求得 [Das(1998)]，楊全成(2002)]；(三)由半經驗公式或圖表求得 [林耀煌(1983)]，Harr(1962)]。

滲流問題乃土壤之水力學問題，解決滲流問題通常需先求滲流區內各點之孔隙水壓力及滲流量，進而推估土工、壩工及基礎開挖施工之安全問題，為土壤力學三大問題之一 (另二者為沉陷量問題及承载力問題)。

(一)滲流理論

經推導得

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad \text{.....(式 1)}$$

於均質等向性土壤， $k_x = k_z = k$
故

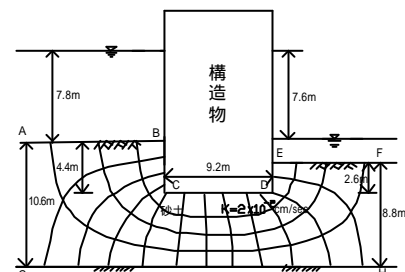
$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad \text{.....(式 2)}$$

上式稱為水頭之拉伯拉斯方程式(Laplace Equation)。

(二)流網的繪法：

以拉伯拉斯方程式之物理意義，得流網的繪法如下及圖一流網作圖法所示：

- (1)按照一定比例繪製滲流區域之邊界線，此線為滲流區域之上限流線(ABCDEF)及下限流線(GH)。
- (2)在上限流線及下限流線之間以平順漸變式的方式插繪中間流線，流線曲率半徑大處，兩線間之隔亦加大。
- (3)繪製等位能線，與所有之流線垂直相交，且約略成正方形。
- (4)修飾調整流線與等位能線，使符合第(3)項之要求。
- (5)必要時加繪流線與等位能線(一般流線約 3~5 條)。



圖一 流網作圖法

以流網估計滲流量：

h = 總水頭差。

N_d = 等位線間隔數。

N_f = 流槽數 (為兩相鄰流線所夾的槽道數)。

滲流量

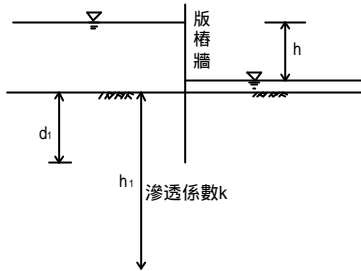
$$q = kh \frac{N_f}{N_d} \dots\dots\dots(\text{式 } 3)$$

(三)以半經驗公式或圖表求版樁之滲流量

(1)Case1 版樁下之滲透流透水性區域為半無限區域時[林耀煌(1983)]

如圖二所示，版樁下游側開挖度為 0 時，水頭差為 h ，版樁之入土深度為 d_1 ，滲透係數為 k ，深度 h_1 範圍內之單位寬度的滲流量 q 為：

$$q = k \frac{2.3h}{\pi} \log\left(\frac{h_1}{d_1} + \sqrt{\left(\frac{h_1}{d_1}\right)^2 - 1}\right) \dots\dots\dots(\text{式 } 4)$$



圖二 Case1 版樁下之滲透流透水性區域為半無限區域時

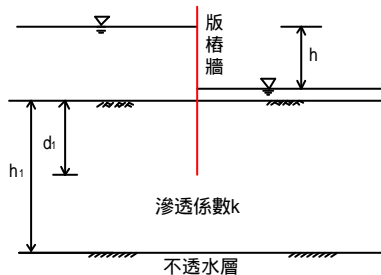
(2) Case2 版樁下之滲透流透水性區域為有限深時[林耀煌(1983)]

如圖三所示，透水層為有限深度，版樁入土深度 d_1 ，土層深度 h_1 ，水頭差為 h ，滲透係數為 k 時之版樁下的滲流量 q ，可利用下式而求之：

$\dots\dots\dots(\text{式 } 5)$

$$q = k \times h \frac{\pi}{4 \ln 2 \cot \frac{\pi}{4} \frac{d_1}{h_1}} A \frac{d_1}{h_1} \geq \frac{1}{2} \pi$$

$$q = k \times h \left(\frac{1}{\pi}\right) \ln 2 \cot \frac{\pi d_1}{4 h_1} A \frac{d_1}{h_1} \leq \frac{1}{2} \pi \dots\dots\dots(\text{式 } 6)$$



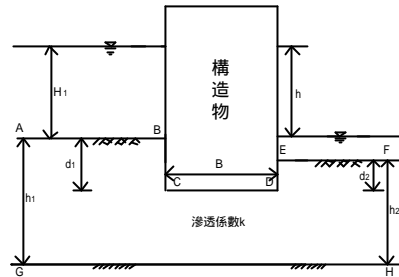
圖三 Case2 版樁下之滲透流透水性區域為有限深時

(3)Case3 版樁寬度 B 時[林耀煌(1983)]

繞經此部份之滲透流量在圖四所示的情況下，繞經構造物寬度(可視為版樁)為 B 版樁上游入土深度 d_1 ，上游土層深度 h_1 ，下游入土深度 d_2 ，下游土層深度 h_2 ，水頭差為 h ，滲透係數為 k 時，單位寬度之滲透流量 q 可由下式計算出：

$\dots\dots\dots(\text{式 } 7)$

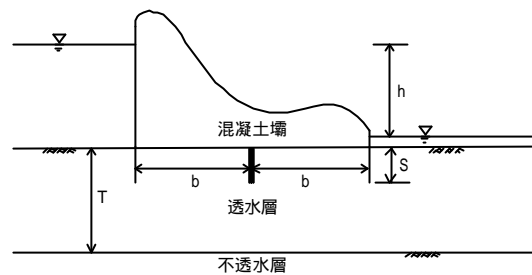
$$q = \frac{kh}{\sqrt{\frac{d_1}{h_1 - d_1}} + \frac{B}{h_1 - d_1} + \sqrt{\frac{d_2}{h_2 - d_2}}}$$



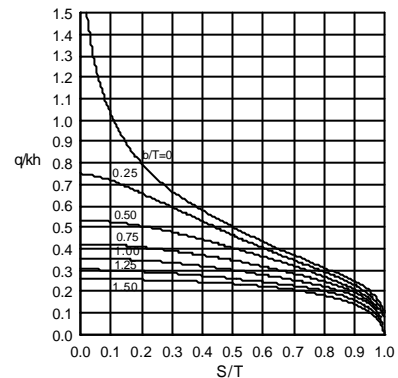
圖四 Case3 版樁之寬度為 B 時

(4)Case4 混凝土壩體中央下有一版樁時[Harr(1962)]

如圖五所示，混凝土壩體正中間下有一版樁，混凝土壩體寬度 B 之半為 b ，且無入土深度時，水頭差為 h ，版樁之深度為 S ，滲透係數為 k ，透水層深度為 T ，無因次滲流量 q/kh 與 b/T 、 S/T 之關係如圖六所示：



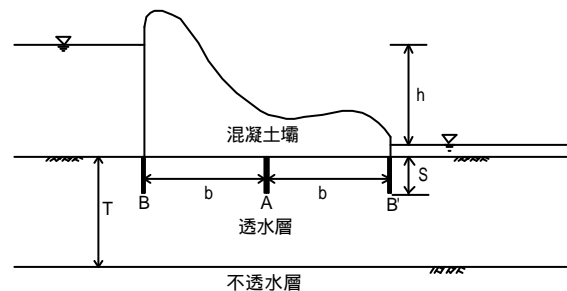
圖五 Case4 壩體中央下有版樁



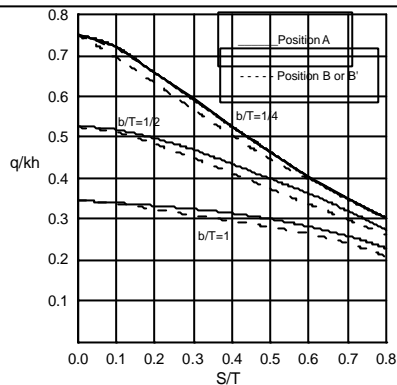
圖六 Case4 壩體中央下有版樁(after Harr,1962)

(5)Case5 混凝土壩體兩邊下或中間有一版樁時[Harr(1962)]

如圖七所示，混凝土壩體兩邊下有一版樁(位於左側、右側或正中間)，混凝土壩體寬度 B 之半為 b ，且無入土深度時，水頭差為 h ，版樁之深度為 S ，滲透係數為 k ，透水層深度為 T ，無因次滲流量 q/kh 與 b/T 、 S/T 之關係如圖八所示：



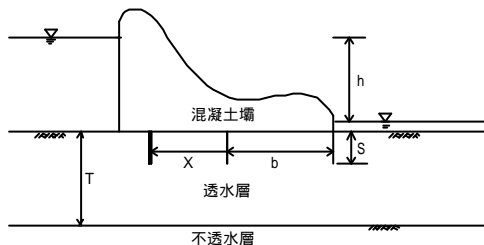
圖七 Case5 壩體兩邊下或中間有一版樁



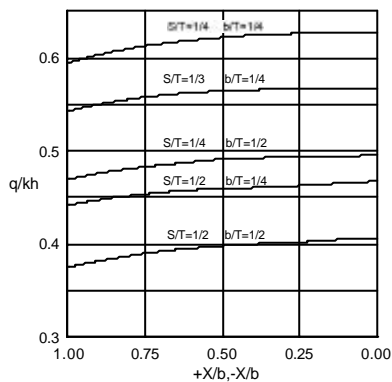
圖八 Case5 壩體兩邊下或中間有一版樁(after Harr,1962)

(6)Case6 混凝土壩體任一點下有一版樁時[Harr(1962)]

如圖九所示，混凝土壩體下有一版樁位於距中間 X 處，混凝土壩體寬度 B 之半為 b，且無入土深度時，水頭差為 h，版樁之深度為 S，滲透係數為 k，透水層深度為 T，無因次滲流量 q/kh 與 S/T 、 b/T 及 X/b 之關係如圖十所示：



圖九 Case6 壩體任一點下有一版樁



圖十 Case6 壩體任一點下有一版樁(after Harr,1962)

三、版樁層版樁牆滲流分析程式設計

(一)砂土層版樁牆之滲流分析 程式撰寫

本文作者曾以有限差分法研究砂土層版樁牆之滲流分析，求取過剩淨水頭，於下游向上滲流區，經 VB 程式分析可得過剩淨水頭，已可求出滲流壓力及上游抵抗隆起之安全係數，尚待研究者為流網繪製及應用。本研究先以此邊界條件為基礎(版樁入土深度 $d_1=8m$ 、土層深度 $h_1=10m$ 、上下游水頭差 $h=5m$)，著手搜集以半經驗公式或圖表求取滲流量之相關文獻，並應用 VB 程式設計滲流量分析程式，尋求簡易快速求取滲流量之計算方式，並研究比較其中之誤差。

(二)版樁牆滲流量應用 VB 電子計算機程式設計運算結果比較分析：

於程式中選取如圖二所示之 Case1 情況之版樁，可出現圖二之斷面圖及半經驗公式，於程式中適當地輸入版樁之入土深度 $d_1=4m$ 、 $h=2m$ 、 $k=3 \times 10^{-4} m/sec$ ，求版樁 h_1 範圍內，

單位寬度之滲流量 q ，程式執行結果

$q = 2.52 \times 10^{-4} m^3/sec \cdot m$ 。於程式中選取如圖三所示之 Case2 情況之版樁，可出現圖三之斷面圖及半經驗公式，於程式中適當地輸入版樁之入土深度 $d_1=8m$ 、 $h_1=12m$ 、 $h=2m$ 、 $k=3 \times 10^{-4} m/sec$ ，求單位寬度之滲流量 q ，程式執行結果

$q = 2.40 \times 10^{-4} m^3/sec \cdot m$ 。再於程式中選取如圖三所示之 Case2 情況之版樁，可出現圖三之斷面圖及半經驗公式，於程式中適當地輸入版樁之入土深度 $d_1=5m$ 、 $h_1=12m$ 、 $h=2m$ 、 $k=3 \times 10^{-4} m/sec$ ，求版樁單位寬度之滲流量 q ，程式執行結果

$q = 3.40 \times 10^{-4} m^3/sec \cdot m$ 。於程式中選取如圖四所示之 Case3 情況之版樁，可出現圖四之斷面圖及半經驗公式，於程式中適當地輸入版樁之入土深度 $d_1=4.4m$ 、 $h_1=10.6m$ 、 $d_2=2.6m$ 、 $h_2=8.8m$ 、 $B=9.2m$ 、 $h=7.6m$ 、 $k=3 \times 10^{-4} m/sec$ ，求版樁單位寬度之滲流量 q ，程式執行結果

$q = 4.87 \times 10^{-4} m^3/sec \cdot m$ 。經以上三個土工結構物與土層之邊界條件之運算，發現以本研究之邊界條件：版樁入土深度 $d_1=d_2=8m$ 、土層深度 $h_1=h_2=10m$ 、版樁寬度 $B=0.2m$ 、上下游水頭差 $h=5m$ 、 $k=3 \times 10^{-4} m/sec$ ，代入 Case1 得

$q = 0.000331 m^3/sec \cdot m$ ，代入 Case2 得

$q = 0.000464 m^3/sec \cdot m$ ，代入 Case3 得

$q = 0.000458 m^3/sec \cdot m$ 。本研究認為 Case3 為通用式，一般工程問題經適當之代入，可輕易由所設計出 VB 程式中，而快速求出滲流量，而得到 $(0.000458/0.000464)=98\%$ 以上之精確度。

於程式中選取如圖五所示之 Case4 情況之混凝土壩下之版樁牆，或如圖七所示之 Case5 情況之混凝土壩下之版樁牆，或如圖九所示之 Case6 情況之混凝土壩下之版樁牆，本研究之 VB 程式已成功將圖六、圖八及圖十予以數值化，並用最小二乘法迴歸分析分別找到最小變異數之方程式次數[楊全成，2000]，大底該曲線均可用三次或四次方程式(如圖六， $b/T=0$ 時， $y_0 = 6.13774 * x^4 - 16.13122 * x^3 + 14.7802 * x^2 - 6.1912 * x + 1.54655$)予以迴歸而應用於數值化之 VB 程式中，並視情況予以內差求得滲流量，Das 亦將 $b/T=0$ 視為版樁重繪 Harr 之圖(Das,1998)。

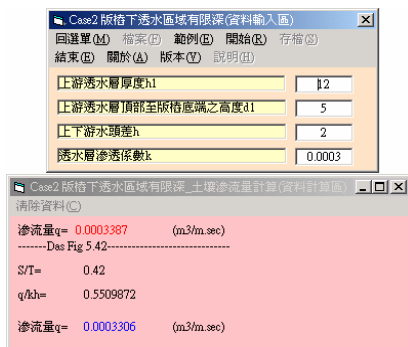
四、邊界條件影響版樁滲流與程式設計

結果之應用

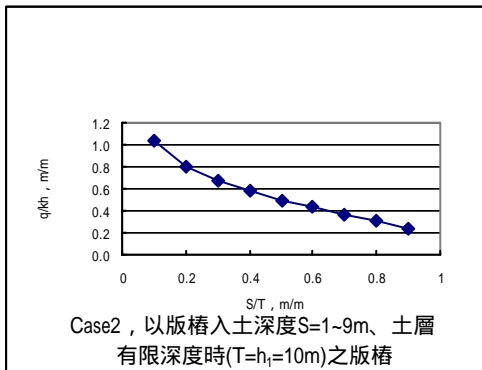
本研究完成之滲流版樁 VB 程式設計，分三種版樁斷面情況：Case1 版樁下之滲流區域為無限深時、Case2 版樁下之滲流區域為有限深時及 Case3 版樁之寬度為 B 時。本研究已用範例作程式之驗證，並有手繪流線網與 VB 程式驗證之比較，如圖一之流線網圖誤差 4.2%。本研究再以圖二、圖三滲流版樁所計算出下游各點之過剩水頭範例所用參數版樁入土深度 $d_1=8m$ 、土層深度 $h_1=10m$ 。Case1 版樁下之滲流區域為無限深時：版樁入土深度 $d_1=8m$ 、土層深度 $h_1=10m$ 變化到 40m、上下游水頭差 $h=5m$ 與滲透係數 $k = 3 \times 10^{-4} m/sec$ ，算出滲流量後再換算成無因次之 q/kh ，可繪出土層深度與 q/kh 之關係圖，其中版樁入土深度 $d_1=8m$ 、土層深度 $h_1=10m$ 時， $q/kh=0.220667m/m$ 。

於 Case2 版樁下之滲流區域為有限深時：版樁入土深度 $d_1=1m$ 變化到 9m、土層深度 $h_1=10m$ 、上下游水頭差 $h=5m$ 與滲透係數 $k = 3 \times 10^{-4} m/sec$ ，算出滲流量後再換算成無因次之 q/kh ，可繪出版樁入土深度與 q/kh 之關係圖，其中版樁入土深度 $d_1=8m$ 、土層深度 $h_1=10m$ 時， $q/kh=0.309733m/m$ 。又以 Case2 版樁下之滲流區域為有限深時：版樁入土深度 $d_1=8m$ 、土層深度 $h_1=10m$ 變化到 40m、上下游水頭差 $h=5m$ 與滲透係數 $k = 3 \times 10^{-4} m/sec$ ，算出滲流量後再換算成無因次之 q/kh ，並可繪出土層深度與 q/kh

之關係圖，其中版樁入土深度 $d_1=8\text{m}$ 、土層深度 $h_1=10\text{m}$ 時， $q/kh=0.309733\text{m/m}$ 。最後以 Case3 版樁之寬度為 B 時：版樁入土深度 $d_1=d_2=8\text{m}$ 、土層深度 $h_1=h_2=10\text{m}$ 、版樁寬度 $B=10\text{m}$ 變化到 0.1m 、上下水頭差 $h=5\text{m}$ 與滲透係數 $k=3\times 10^{-4}\text{m/sec}$ ，算出滲流量後再換算成無因次之 q/kh ，並可繪出版樁寬度與 q/kh 之關係圖，其中版樁入土深度 $d_1=d_2=8\text{m}$ 、土層深度 $h_1=h_2=10\text{m}$ 時、版樁寬度 0.2m 時， $q/kh=0.305333\text{m/m}$ 。綜合以上之討論顯示：Case1 版樁入土深度 $d_1=8\text{m}$ 、土層深度 $h_1=10\text{m}$ 時為 Case2 之 q/kh 誤差 $[(0.309733-0.220677)/0.309722]=22\%$ 。Case3 樁入土深度 $d_1=8\text{m}$ 、土層深度 $h_1=10\text{m}$ 、版樁寬度 0.2m 時為 Case2 之 q/kh 誤差 $[(0.309733-0.305333)/0.309733]=2.2\%$ 。本研究 Case2 與 Case4($b/T=0$)之程式解範例如圖十一所示，無因次相似於 Das 與 Harr 之圖如圖十二所示，經本研究之分析比較 Case2 之半經驗公式與 Case4 圖六 Harr 半經驗圖表之誤差則在 $\pm 3\sim\pm 10\%$ 、 \bar{p}_0 。



圖十一 Case2 版樁下之透水性區域為有限深時 VB 畫面



圖十二 Case2 版樁下之透水性區域為有限深時無因次曲線

五、結論與建議

(一)結論

1. 本研以半經驗公式探究三種版樁之邊界條件下之範例，並據以完成可求得滲流量之 VB 程式。其中 Case3 以傳統流線網圖解法與半經驗公式解滲流量誤差在 5% 範圍內。
2. 以電腦強大之計算功能分別計算各種邊界條件下之版樁滲流參數 q/kh ，Case1 版樁入土深度 $d_1=8\text{m}$ 、土層深度 $h_1=10\text{m}$ 時為 Case2 之 q/kh 誤差=22%。Case3 樁入土深度 $d_1=8\text{m}$ 、土層深度 $h_1=10\text{m}$ 、版樁寬度 0.2m 時為 Case2 之 q/kh 誤差=2.2%。
3. Case3 變化之參數較多，經適當參數之輸入應可取代 Case1 及 Case2，一般工程問題經適當之代入可輕易由所設計出 VB 程式中，而快速求出滲流量，而得到 98% 以上之精確度。
4. 經本研究之分析比較 Case2 之半經驗公式與 Harr 半經驗

圖表之誤差則在 $\pm 3\sim\pm 10\%$ 、 \bar{p}_0 。

5. 完成版樁滲流分析 VB 程式提供上網之下載服務，網址為 <http://civil104.csit.edu.tw/~yang/gaic/GAI-VB/GAI-17.exe>。

(二)本研究未來可進一步深入探討之主題，茲建議如下：

1. 直接以 VB 程式繪出版樁牆之流線網並求出滲流量。
2. 進一步搜集各家之半經驗公式探究三種或更多種版樁或霸體等之邊界條件下，求出滲流量與滲流壓力之 VB 程式，以提供更廣泛之應用，為營建自動化與土木工程教學提供一點棉薄之貢獻。

誌謝

本研究承蒙正修技術學院之 CSIT-91-15 號教師專題研究計劃經費補助，方能有所成就，敬表謝忱。

參考文獻

1. Polubaronva-Kochina, P. Ya.: "Theory of the Motion of Ground Water." Gostekizdat, Moscow, (1952).
2. 楊全成、徐佳仕，以數值分析法求解版樁下游抵抗隆起之安全因素，第八屆大地工程研究討論會，恆春，第567-581頁(1999)。
3. 林耀煌，高層建築基礎開挖施工法與設計實例，長松出版社，臺北，第413-P.416 頁(1983)。
4. M.E. Harr, "Groundwater and Seepage" McGraw-Hill Inc., New York, PP.116-125(1962).
5. 吳明哲，Visual Basic 6.0 中文版學習範本，松崗電腦圖書資料股份有限公司，臺北(1998)。
6. 嚴嘉錚，Visual Basic 6.0 中文版實務經典，第三波資訊股份有限公司，臺北(1998)。
7. 楊全成、黃正忻，技職教育之科技應用 以大地材料試驗課程之研究為例，2000 海峽兩岸技職(高等職業)教育學術研討會，臺北，第 78 頁(2000)。
8. Braja M. Das, Principles of Foundation Engineering, 4th ed., 高立圖書有限公司，臺北，PP.214(1998)。
9. 楊全成，大地工程原理與試驗，人生書局，高雄，第 120-126 頁(2002)。
10. 楊全成，土壤力學試驗分析與繪圖之研究，八十八年電子計算機於土木水利工程應用研討會，臺中，第 592-600 頁(2000)。