

2 油气渗流定律

2.1 达西定律 Darcy's law

任何单一的均质流体或气体在地层中的运动称为**单相流动** single phase flow。如 $P_{\text{地层}} > P_{\text{饱和}}$ 时，地层中的束缚水少而未参与流动，地层中仅有均质石油流动，就是单相流动。

渗流场中驱动力与速度关系的方程称为**运动方程** motion equation。运动方程表明流场中流体所处的流动状态。

流体质点互不干扰，各自成层、流体流速彼此平行并且平行于流动轴线，这种流动称为**层流** laminar flow。

假定：1. 流体在层流状态下流动，即阻力符合牛顿内粘定律。

2. 均质流体，岩石被单相单组份流体 100% 饱和。

3. 均匀介质。

4. 岩石与流体不起化学反应。

5. 流体不可压缩，即无弹性力。

6. 注入流量 q 与时间无关，即任一横截面的流量恒定，也就是各点流速一致，无惯性力

7. 单向流动，断面不变。

8. 质量力只为重力、摩擦质量。

受力分析：

流体的重力为 $\rho g \phi A dL$ ，在 L 方向上的分力为 $\rho g \phi A dL \cos \theta$ 。

压力： $\phi A(p_1 - p_2)$

粘滞力： $\mu A(dv/dr) = \mu A v dL / \alpha_1$

力学平衡原理：压力=重力+粘滞力

$$\phi A(p_1 - p_2) = \rho g \phi A dL \cos \theta + \mu A v dL / \alpha_1$$

同除 $\phi A dL$ ： $-\frac{dp}{dL} = \rho g \cos \theta + \frac{\mu v}{\alpha_1 \phi}$ ，沿坐标方向 $dp = p_2 - p_1$

$$v = -\frac{\alpha_1 \phi}{\mu} \left(\frac{dp}{dL} + \rho g \cos \theta \right) \quad \text{令 } K = \alpha_1 \phi, \cos \theta = \frac{dz}{dL}$$

$$v = \frac{-k}{\mu} \frac{d}{dl} (p + \gamma z)$$

令流动势 $\varphi = p + \gamma z \Rightarrow v = -\frac{k}{\mu} \frac{d\varphi}{dl}$ ，

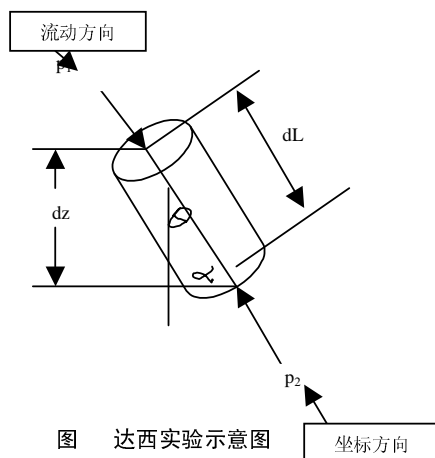


图 达西实验示意图

注意，渗流势 $\Phi = \frac{k}{\mu}(p + \gamma z) = \frac{k}{\mu}\Phi^*$ ，可压缩均质流体：在等压条件，密度 ρ 是压力 P 的单值函数。其流动势

$$\Phi_{\text{可压}}^* = gz + \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho(p)}$$

通量密度：

$$\bar{v} = -\frac{k}{\mu}\rho\nabla\varphi = -\frac{k}{\mu}(\nabla p \pm \gamma\nabla z) \quad \begin{array}{l} \text{座标向上：取正} \\ \text{座标向下：取负} \end{array}$$

注意：

1.负号表示压力梯度方向与流动方向相反，沿流动方向，越近的压力越小，越远的压力越大。

2.当水平流动时，重力可以忽略，得达西定律。

3.注意单位。达西单位制中，压力 p ：工程大气压，at；深度 z ：米，m；重率 γ ：每米工程大气压，at/m；长度 L ：米，m；渗透率 k ：达西，d；粘度 μ ：厘泊，cp；速度 v ：每秒厘米，cm/s。

达西定律在实验室中用于测试渗透率，详见油层物理书中渗透率测试章节。

达西定律用于指导早期勘探，主要寻找裂缝发育带，在裂缝发育带部生产井。在开发中后期，仍然要找裂缝发育带，主要为了堵水防水，控水稳油。冯文光通过常规测井计算地应力，再进行裂缝空间预测，早期作为布井方案的依据，晚期作为改变油水流动方向、进行开发方案调整的依据。通过常规测井地应力计算渗透率，早期用于产能空间预测，中晚期用于堵水防水、调整产能的依据。

达西定律用于注水开采，主要是保存地层压力，增加驱动力，提高压力梯度，增加流速。

达西定律用于酸化，主要增加酸蚀有效距离。冯文光研究出的黏弹性转向酸有以下优点：第一，缓速效果好。实验证明，0.1%的黏弹性转向酸助剂，2.9%浓度为31%的盐酸，97%的水配成的黏弹性转向酸可使 $0.01 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$ 的碳酸盐岩岩心渗透率增加10倍以上。

第二，返排速度快，返排干净。第三，容易形成酸蚀缝，酸化有效距离长。第四，摩阻低，泵压小。第五，具有抗腐蚀能力。第六，抗盐敏，抗水敏。

达西定律用于压裂，主要造成细长裂缝。冯文光研制出的粘弹性清洁压裂液具有以下优点：第一，对油气储层损害最小。第二，泡沫的稳定性好。第三，可以克服粘滞阻力、毛管压力、贾敏效应阻力。第四，不需要破胶剂。第五，有高粘弹性，易于形成细长裂缝。第六，易于返排。返排快，返排干净。

达西定律用于化学驱油，重点是提高注入水的粘度，降低水在裂缝中的流速；同时降低油的粘度，增加油的流速。过去认为应该一次采油、二次采油、三次采油，实际上，油田一开始生产就应该进行化学驱油。冯文光研制出分子膜调剖驱油剂，在实验室，超低渗透岩心水驱至含水率100%以后，用分子膜驱油剂可提高驱油效率20%左右；高温高渗岩心水驱至含水率100%以后，用分子膜调剖驱油剂可提高驱油效率15%左右。

达西定律用于污水回注，通过提高污水回注的渗透能力，降低注入压力。冯文光研

制的污水回注助剂，可以降低 10MPa 的注入压力。

达西定律用于压井，特别是井喷压井，如天然气井喷压井。主要的思路是研制高温高粘的化学剂。冯文光研制的压井剂，价格便宜，0.5%的水溶液在 90℃时的粘度大于 1000mPa.s。

2.2 单位换算

达西定律的原单位为:

$$v[cm/s] = - \frac{k[D]}{\mu[cp]} \frac{dp[at = kg/cm^2]}{dL[cm]}$$

达西定律原单位制与达因厘米制的关系:

$$v[cm/s] = - \frac{k \left[D = \frac{10}{9.80665} \mu m^2 = \frac{10^{-7}}{9.80665} cm^2 \right]}{\mu [cp = 10^{-2} dyns/cm^2]} \frac{dp[kg/cm^2 = 9.80665 \times 10^5 dyn/cm^2]}{dL[cm]}$$

以达西定律为例，若所有的单位都换成新单位，假定速度原单位与新单位的比值或换算系数为 x_v;渗透率原单位与新单位的比值或换算系数为 x_k; 压力原单位与新单位的比值或换算系数为 x_p; 粘度单位与新单位的比值或换算系数为 x_μ; 长度原单位与新单位的比值或换算系数为 x_L。则

$$v[新单位] \left[x_v \frac{原单位}{新单位} \right] = - \frac{k[新单位] \left[x_k \frac{原单位}{新单位} \right]}{\mu[新单位] \left[x_{\mu} \frac{原单位}{新单位} \right]} \frac{dp[新单位] \left[x_p \frac{原单位}{新单位} \right]}{dL[新单位] \left[x_L \frac{原单位}{新单位} \right]}$$

表 2.1 渗流力学中常用单位表

物理量	符号	达西单位制		法定单位制		英制	单位换算
渗透率	k	达西	d=10×9.80665 ⁻¹ μ m ²		1 毫达西≈ 10 ⁻³ μm ²		
长度	L	厘米	cm	米	m		
面积	A	平方厘米	cm ²	平方米	m ²		
渗流速度	v	厘米每秒	cm/s	米每秒	m/s		
流量	q	立方厘米每秒	cm ³ /s	吨每天(油) 万立方米每天(气)	t/d 10 ⁴ ×m ³ /d		
压力	p	工程大气压	at=kg/cm ²	兆帕	MPa		
绝对粘度	μ	厘泊=10 ⁻² 达因 秒/平方厘米	cp=10 ⁻² dyn.s/cm ²	毫帕秒	mPa.s		
运动粘度	ν	厘托	10 ⁻² cm ² /s	平方每秒	m ² /s		
重度	γ = ρ g	公斤每立方米	kg/m ³	牛每立方米	N/m ³		
密度	ρ	公斤秒平方每米 4 次方	kgf.s ² /m ⁴	千克每立方米	Kg/m ³		

将所有的换算系数都放在公式的等号右边，新单位的达西定律变为：

$$v[\text{新单位}] = -\frac{x_k x_p}{x_v x_\mu x_L} \frac{k[\text{新单位}]}{\mu[\text{新单位}]} \frac{dp[\text{新单位}]}{dL[\text{新单位}]}$$

法定单位的达西定律具体换算可表示为：

$$v[m/s] \left[\frac{10^2 cm/s}{m/s} \right] = -\frac{k[\mu m^2] \left[\frac{9.80665 \times 10^{-1} D}{\mu m^2} \right]}{\mu[mPa \cdot s] \left[\frac{1 cp}{mPa \cdot s} \right]} \frac{dp[MPa] \left[\frac{1}{9.80665 \times 10^{-2} MPa} \frac{at}{MPa} \right]}{dL[m] \left[\frac{10^2 cm}{m} \right]}$$

法定单位的达西定律表示为：

$$v[m/s] = -10^{-3} \frac{k[\mu m^2]}{\mu[mPa \cdot s]} \frac{dp[MPa]}{dL[m]}$$

一些常用单位的换算系数如下，其他可参考有关书籍。

$$p[MPa] = p_{wh}[MPa] + 9.80665 \times 10^{-3} \delta h[m]$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \delta[g/cm^3] = 10^3 \delta[kg/m^3] = 10^{-3} \delta[kg/cm^3] \\ &= 0.1 \delta[at/m] = 9.80665 \times 10^{-3} \delta[MPa/m] \end{aligned}$$

$$1at = 9.80665 \times 10^{-2} MPa = 14.223 psi$$

$$1atm = 1.01325 \times 10^{-1} MPa = 14.696 psi$$

$$1D = (10/9.80665) \mu m^2$$

$$1m = 3.2808 ft, 1m^2 = 10.76 ft^2, 1m^3 = 35.31 ft^3 = 6.29 bbl(\text{桶})$$

$$1g/cm^3 = 10^5 dyn(\text{达因}) \cdot s^2/m^4 = 10^{-3} dyn \cdot s^2/cm^4$$

$$1kg/m^3 = \frac{1}{9.80665} kgf \cdot s^2/m^4$$

$$1N = 1kg \cdot m/s^2 = 10^5 dyn = \frac{1}{9.80665} kgf$$

$$1dyn = 1g \cdot cm/s^2 = 10^{-5} N = \frac{1}{9.80665 \times 10^5} kgf$$

$$1cp(\text{厘泊}) = 1mPa \cdot s = 10^{-3} N \cdot s/m^2 = 10^{-3} kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1} = \frac{1}{9.80665 \times 10^3} kgf \cdot s \cdot m^{-2}$$

$$q[t/d] = q[m^3/d] \delta$$

$$t_F \text{ 华氏} = 1.8 t_C \text{ 摄氏} + 32 = 1.8 t_K \text{ 开氏} - 459.67$$

$$t_K = t_C + 273.15, t_R = 1.8t_C + 491.67 = t_F + 459.67 = 1.8t_K$$

2.3 达西定律的范围

2.3.1 达西定律的局限性

2.3.1.1 采油指示曲线

根据稳定试井测得的油、气、水产量或注入量与流动压力资料绘制出的曲线称为采油指示曲线 **indicative curve**。一般以产量或注入量为横坐标，以流动压力为纵坐标。

油井在不同的工作制度下生产，逐步地改变井的工作制度，当每种工作制下产量、压力达到稳定时，测量出每一工作制度下稳定的井底压力，产油量，产液量，产气量，含砂量或注水量，用以绘制试井曲线，这种试井方法称为系统试井, **flow-after-flow test, or step-rate testing**, 又称为稳定试井 **systematic well testing, or oil well potential test**。

用稳定试井曲线研究油井的生产能力，选择合理的生产压差，以便求得部分油层动态参数。

油井开井前，油层压力处于平衡状态；当油井开井后，井底压力突然下降，由于油层内压力很高，所形成的压差叫采油压差。

目前油层压力与井底流动压力的差称为采油压差 **Producing pressure drop**，又称为生产压差 **Producing pressure drawdown**，还称为工作压差 **operating pressure differential, operating pressure difference**。

图 2.3.1 中：曲线 1 是过原点的直线，符合达西定律；曲线 2 凸向产量 **Production** 轴，流速快、产量高，符合非达西高速定律；曲线 3 凸向采油压差轴，流速慢、产量低，符合非达西低速定律。**B.H. 谢尔卡切夫, K.M. 顿佐**认为低速渗流是不稳定所造成。实际上，渗透率低或结构难度指数大都会引起低速渗流。图 2.3.2 说明了不同流动规律的渗流定律。

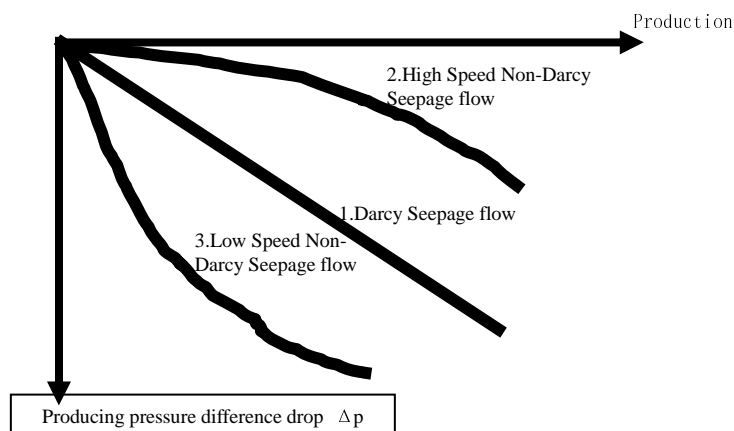


图 2.3.1 不同流动规律的系统试井曲线

储层条件下的水力阻力系数：
$$\lambda = \frac{2 \cdot \phi \sqrt{\phi} \cdot \sqrt{K}}{v_f^2 \rho} \left(\frac{\Delta p}{L} - G_i \right)$$

储层条件下的雷诺数：
$$R_e = \frac{4 \cdot v_f \rho \sqrt{2K}}{\phi \sqrt{\phi} \mu_2 f_i}$$

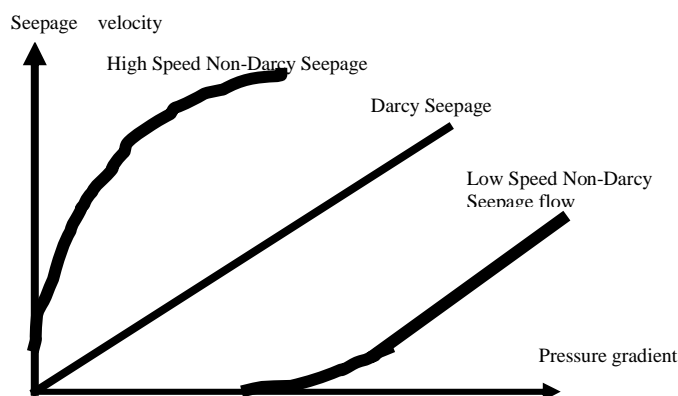


图 2.3.2 不同流动规律的渗流定律

库提勒克(Kutilek 1979)提出了十二种非达西型。可能的主要影响因素有：①高速渗流；①分子效应；②离子效应；③非牛顿流体的流变学性质。分子效应包括三种情况：气体滑脱流动及分子冲流，当孔径小于气体分子平均自由半径的薄层流动，吸附作用与毛管凝析影响形成边界层条件下的流动。离子效应包括四种情况：电化学及粘土膨胀影响下的流动，含盐流体流过含 Na^+ 多孔介质的流动，出现离子交换时的流动，膜层渗吸情况下的流动。

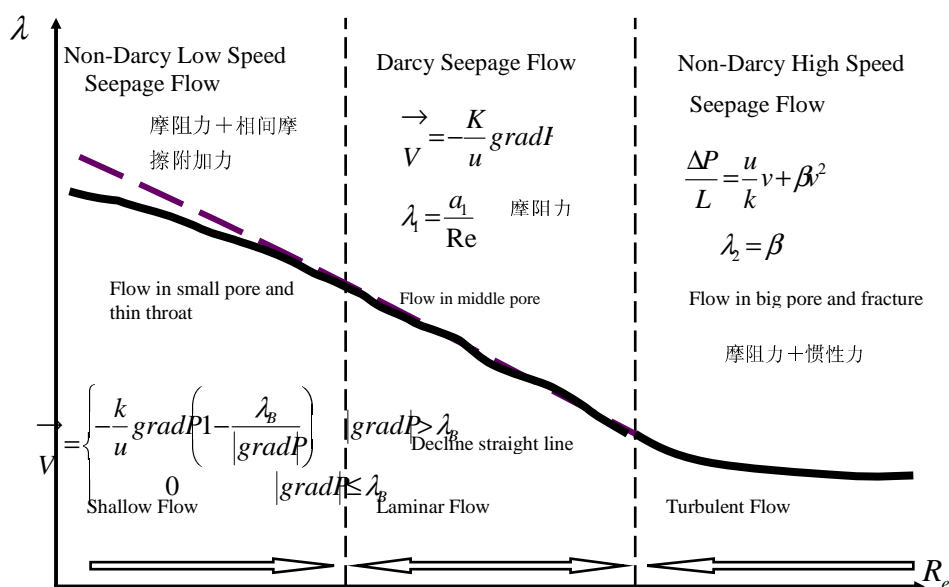


图 2.3.3 不同流动规律的水力阻力系数与雷诺数的关系

压力恢复曲线也会出现凹型、径向流直线型、厂型、污染反 S 型等形状，说明地下流体渗流绝对不只达西渗流一种。

流动状态不同，渗流规律也不相同。

由于流体的平均速度，流体性质不同，流体流经管径不同，使流体质点的流动状况不同。流体质点的运动状况称为流体的流动状态。确定流动状态的基本要素：①平均速度；②直径 d ；③流体密度 ρ ；④流体绝对粘度。流动状态可分为：薄层流动 Shallow Flow、层流流动 Laminar Flow、紊流流动 Turbulent Flow。

2.3.2 达西定律具有上限

很长一段时间，人们都认为地下油气渗流中，达西定律是普遍适用的。后来人们发现并提出：当渗流速度超过一定值时，渗流速度与压力梯度并不成线性关系，产生一定偏差。并且渗流速度增加，多孔介质颗粒直径增大，偏差增大。

Forchheimer (Abbas and KATZ Donald L. 1979) 首先提出了二项式定律：

一维运动方程：

$$\frac{\partial p}{\partial x} = av + bv^2$$

当时没有被人们接受：

- 因为 {
- ① 管子紊流中线性项 $a v$ 不出现；
 - ② 管子的流动从层流向紊流转变是突变而不是渐变；
 - ③ 管子中流态发生转变的临界雷诺数比多孔介质中大几个数量级。

Scheidegger (薛定谔 A. E. 1982) 发现，用非均质性来解释也要失败。

实际上紊流是从较大孔隙开始而较小的孔隙仍然是层流。

苏联 Ф. и. 卡佳霍夫(1958)、Г. Ф. 特列宾都从实验发现了达西定律具有上限。Lindquist(1933), Schneebeli(1955), Hubbert(1956), Scheidegger(1960)分析了偏离 Darcy 定律上限的现象是惯性力引起的。

2.3.3 达西定律具有下限

Kuup(king,1899)、Н. П. 布兹列夫斯基(1924)。库萨柯夫(к у с д к о в,1940)Ф. А. 特列宾(Ф. А. Требнн, 1945)、罗兹(Роза, 1950)、弗洛林 (В. А. Флорнн, 1951 年), А X 米尔扎任扎杰(1953)、列尔托夫(релтoв, 1956)、Low(1961)、阎庆来(1962)、Swartzendruber(1962)、奥尔芬(Olphen,1963)、Jacqu(1956)、Irmay(1968), Kutilek(1969)、Bolt 和 Groenvelt(1969)都发现当渗流速度很低时, 也偏离了达西定律。这说明达西定律具有下限。虽然很早就提出了这个问题, 但一直不被人们所重视。

2.3.4 达西定律上、下限的判别准则

由水力学：水头损失： $h_f = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$

雷诺数 $R_e = \frac{\text{惯性力}}{\text{粘滞力}}, R_e = \frac{\rho D v}{\mu}$, 其单位为无量纲。

对于层流： $\lambda = \frac{64}{R_e}$

$$\therefore \begin{cases} h_f = \frac{64\mu}{\rho D v} \cdot \frac{L v^2}{D 2g} = \frac{\Delta p}{\gamma} \\ v = \frac{D^2}{32\mu} \frac{\Delta p}{L} = \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{L} \end{cases}$$

芬切尔等作多孔介质流动实验, 仿照上式, 用管子的水动半径 $R = \frac{d}{4}$ (颗粒有效直径) 代替 v 。

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = h_f = \lambda \frac{v^2}{2g}$$

$$R_e = \frac{\rho D_{\text{effect}} v_{\text{渗}}}{\mu}$$

$$\lambda = \frac{D_{\text{effect}} \Delta P}{2 \rho L v_{\text{渗}}}$$

层流： $\lambda = \frac{64}{R_e} \Rightarrow \lg \lambda = \lg 64 - \lg R_e$, 作 $\lg \lambda \sim \lg R_e$ 曲线得一直线。

芬切尔认为胶结性砂岩 $R_e = 1$, 非胶结性砂岩 $R_e = 4$, 偏离达西定律, $R_{e\text{上临界}} = 1 \sim 4$ 。苏联 Н. Н. 巴甫洛夫斯院士, 做液体通过假想多孔介质渗流认为:

$$R_e = \frac{1}{75\phi + 0.23} \frac{\rho D_{effect} v_{\text{渗}}}{\mu}$$

$R_{e\text{上临界}} = 7.5 \sim 9$ ，对大于 1 毫米光滑颗粒组成的多孔介质、精度高。1942，B. H. 谢尔加切夫教授建议用 \sqrt{k} 代替 D_{effect} ，

$$R_e = \frac{10}{\phi^{2.3}} \frac{\rho v_{\text{渗}} \sqrt{k}}{\mu}, R_{e\text{上临界}} = 1 \sim 12。$$

M. Д. 米里昂席哥夫提出用 $\sqrt{\frac{k}{\phi}}$ 代替 D_{effect} ，

$$R_e = \frac{v_{\text{渗}} \rho}{\mu} \sqrt{\frac{k}{\phi}}, R_{e\text{上临界}} = 0.022 \sim 0.29$$

Φ. П. 卡佳霍夫、Г. Φ. 特列宾得出：

$$R_e = \frac{v_{\text{渗}} \sqrt{k} \rho}{1750 \mu \Phi \sqrt{\phi}} = \frac{4 v_{\text{渗}} \sqrt{2k} \rho}{\mu \Phi \sqrt{\phi}}$$

$$\text{卡佳霍夫用孔隙平均直径：} \lambda = \frac{\delta \sqrt{2}}{R_e}, \lambda = \frac{2 \phi \sqrt{\phi k} \Delta P}{\rho v_{\text{渗}}^2 L}$$

考察 Φ. H. 卡佳霍夫——芬切尔、Φ. H. 卡佳霍夫——Г. Φ. 特列宾、Rose(1945), Raknmeteff-Feodroff, Bunke-Plummer、Mavis-Wilsey、Sounders-Ford 及阎庆来(1962)的 $\lambda = f(Re)$ 曲线：

$$\text{Sup} R_e = 0.8 \sim 1.1$$

$$\text{Inf} R_e = 10^{-3} \sim 10^{-2}$$

由 Φ. H. 卡佳霍夫——Г. Φ. 特列宾公式

$$R_e = 5.6569 \frac{v_{[cm/s]} \sqrt{k_{[\mu m^2]}} \rho_{[mkg/cm^3]}}{\mu_{[mpa \cdot s]} \phi \sqrt{\phi}} \times 10^{-2}$$

$$\text{Sup} v = 0.14142 \frac{\mu_{[mpa \cdot s]} \phi \sqrt{\phi}}{\sqrt{k_{[\mu m^2]}} \rho_{[mkg/cm^3]}} \times 10^2$$

$$\text{Inf} v = 1.7678 \times \frac{\mu_{[mpa \cdot s]} \phi \sqrt{\phi}}{\sqrt{k_{[\mu m^2]}} \rho_{[mkg/cm^3]}}$$

达西定律适用的范围

$$\text{Inf} R_e \leq R_e \leq \text{Sup} R_e$$

$$\text{Inf} v \leq v \leq \text{Sup} v$$

由 Φ. H. 卡佳霍夫——Г. Φ. 特列宾公式

$$R_e = 5.6569 \frac{v_{[cm/s]} \sqrt{k_{[\mu m^2]}} \rho_{[mkg/cm^3]}}{\mu_{[mpa \cdot s]} \phi \sqrt{\phi}} \times 10^{-2}$$

$$\text{Sup}v = 0.14142 \frac{\mu_{[mpa \cdot s]} \phi \sqrt{\phi}}{\sqrt{k_{[\mu m^2]} \rho_{[mkg/cm^3]}}} \times 10^2$$

$$\text{Inf}v = 1.7678 \times \frac{\mu_{[mpa \cdot s]} \phi \sqrt{\phi}}{\sqrt{k_{[\mu m^2]} \rho_{[mkg/cm^3]}}}$$

达西定律适用的范围

$$\text{Inf}R_e \leq R_e \leq \text{Sup}R_e$$

$$\text{Inf}v \leq v \leq \text{Sup}v \text{ 由 } \lambda = \frac{8\sqrt{2}}{R_e}$$

$$\lambda = \frac{2\phi \sqrt{\phi k} \Delta p}{\rho v^2 L}$$

可得 $\text{Inf}\Delta P$ 和 $\text{Sup}\Delta P$ 。

$$k_e = 5.6569 \frac{v_{[cm/s]} \sqrt{K_{[\mu m^2]} \rho_{[mkg/cm^3]}}}{\mu_{[mpa \cdot s]} \phi \sqrt{\phi_{[\text{小数}]}}} \times 10^{-2}$$

$$\text{Sup}v = 0.14149 \times 10^{-2} \frac{\mu_{[mpa \cdot s]} \phi \sqrt{\phi}}{\sqrt{k_{[\mu m^2]} \rho_{[mkg \cdot cm^{-3}]}}}$$

$$\text{Inf}v = 1.7678 \times 10^{-3} \frac{\mu_{[mpa \cdot s]} \phi \sqrt{\phi}}{\sqrt{k} \rho} \text{ 由 } \lambda = \frac{8\sqrt{2}}{R_e}$$

$$\lambda = \frac{2\phi \sqrt{\phi k} \Delta p}{\rho v^2 L}$$

可得 $\text{Inf}\Delta P$ 和 $\text{Sup}\Delta P$ 。

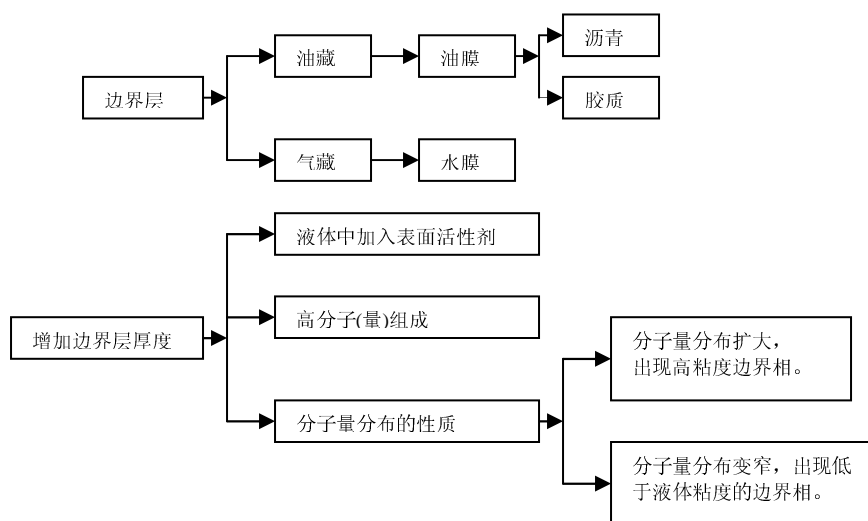
$$k_e = 5.6569 \frac{v_{[cm/s]} \sqrt{K_{[\mu m^2]} \rho_{[mkg/cm^3]}}}{\mu_{[mpa \cdot s]} \phi \sqrt{\phi_{[\text{小数}]}}} \times 10^{-2}$$

$$\text{Sup}v = 0.14149 \times 10^{-2} \frac{\mu_{[mpa \cdot s]} \phi \sqrt{\phi}}{\sqrt{k_{[\mu m^2]} \rho_{[mkg \cdot cm^{-3}]}}}$$

$$\text{Inf}v = 1.7678 \times 10^{-3} \frac{\mu_{[mpa \cdot s]} \phi \sqrt{\phi}}{\sqrt{k} \rho}$$

2.4 边界层与水膜

直接紧贴在固相表面的液体层称为**边界层** boundary layer。边界层存在的状态有两种：固体和液体状态。边界层的决定因素是固体结构和物理化学性质。



吸附过程中被吸附的物质称为**吸附质** adsorbate, 吸附吸附质的物质称为**吸附剂** getter。煤是吸附剂，天然气是吸附质。

在吸附剂表面上，由于分子力的不对称作用面存在一种过剩的自由能，而物质总是力图缩小其表面自由能，即**表面张力** surface tension。这种缩小的趋势可以通过吸附与其相邻的吸附质分子，减少表面积，减少自身的表面自由能，这就是**吸附** adsorption。吸附现象发生于两相界面，随着界面面积的增加，吸附作用也随之增加。煤的微孔隙表面积相当大，1 克煤的内表面积可高达 400m^2 。天然气在煤的微孔隙壁上的吸附以多层吸附为主，吸附厚度可达 0.2 微米以上。吸附前，吸附质的分子具有三个自由度，即可在空间三维上向任何方向移动。吸附后，吸附质的分子只有二个自由度，即吸附质的分子只沿吸附剂的表面移动。

物理吸附具有 100% 的还原性，这个过程称为**解吸** desorption，即在一定条件，吸附质的分子脱离吸附剂的表面，成为自由状态。

物理吸附的特点是吸附质的分子保持其个性，并吸附在吸附剂的表面保持范·德·华力。吸附质分子落到吸附剂的表面上，并在其上保持一定的时间力场，然后解吸。当吸附速度大于解吸速度时，继续吸附，直到吸附速度等于解吸速度时达到吸附平衡，吸附质分子在吸附剂表面上形成吸附层。

吸附质是任何气体时，在相当低的条件下都能在任何吸附剂表面上吸附。因此天然气在煤的孔隙壁面上吸附条件很低，吸附速度很快，几乎是瞬息发生。假若吸附质不被次生过程造成复杂化，如吸附质分子向吸附剂表面慢慢扩散或慢慢渗透过吸附剂孔隙，吸附质的分子一接近吸附剂表面就发生吸附。当然，解吸过程也是在固气界面上发生，天然气通过微孔隙扩散，天然气分子本身首先和孔隙壁表面分离。解吸的速度有人称为吸附时间。单位：天。吸附时间越小，解吸速度越快。煤中孔隙大小分布的控制因素是压力、温度和水分，因此吸附速度、解吸速度的控制因素也是压力、温度和时间。一般说来，压力越大，吸附量越多，压力上升快，吸附速度快。反之，压力下降快，解吸速度也快。埋深造成的地层高压使煤的吸附作用达到最大。温度越低，吸附量越大，温度

下降速度越快, 吸附速度也越快。煤层水越多, 天然气被吸附的量就越少。因为煤的孔隙壁表面积与煤的粒度有关, 因此吸附量也与煤的粒度有关。颗粒越小, 粒度目数越多, 孔壁表面积越大, 吸附量越大。

边界层是从相界面物理力学吸附开始,至毛细管凝缩告终的物理吸附、化学吸附、物理化学吸附综合的复杂吸附现象。

	物理吸附	化学吸附
基本性质	吸附质与吸附剂之间的键合强度小。	吸附质与吸附剂之间的键合强度大。
	吸附质的分子保持个性,并在吸附剂的表面保持范德华力。	吸附质分子与吸附剂形成表面化学化合物,通过共价力而键合。
还原性	可还原性	不可还原性
条件	在相当低的条件下,任何气体都能在任何表面上吸附。无特异性。	仅在吸附剂和吸附质的化学同族条件下吸附。
吸附速度	瞬息发生。假如吸附不被次生过程造成复杂化(如吸附质向表面慢慢扩散或慢慢渗透过吸附剂孔隙。),吸附质的分子一接近吸附剂表面就发生吸附。	犹如化学反应,随温度上升而加快。
吸附层分子层数	即可形成单分子层,又可形成聚合物分子层,甚至还形成多分子层。	仅仅形成单分子层。

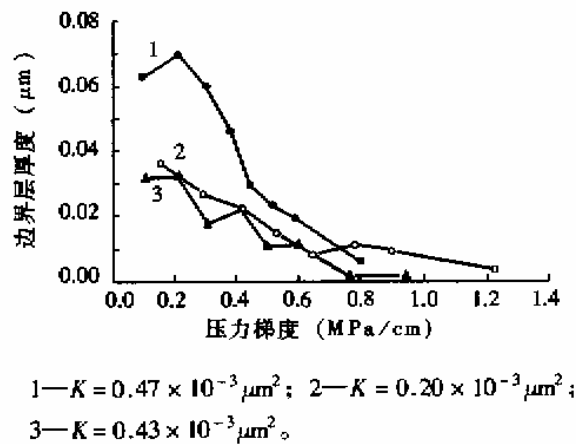


图 2.4.1 水相边界层厚度随压力梯度变化

肖鲁川等人(2000)通过实验获得特低渗透储层边界层厚度的经验公式为:

水相:

$$h_w = a_w \exp[-b_w(dp/dx)], a_w = 0.124 \exp[-0.904(k/\phi)], b_w = 0.474 + 9.588[k/(\phi D)]$$

系数。油相:

$$h_o = a_o \exp[-b_o(dp/dx)], a_o = 0.228 \exp[-5.736(k/\phi)], b_o = 7.587 + 0.449[k/(\phi D)]$$

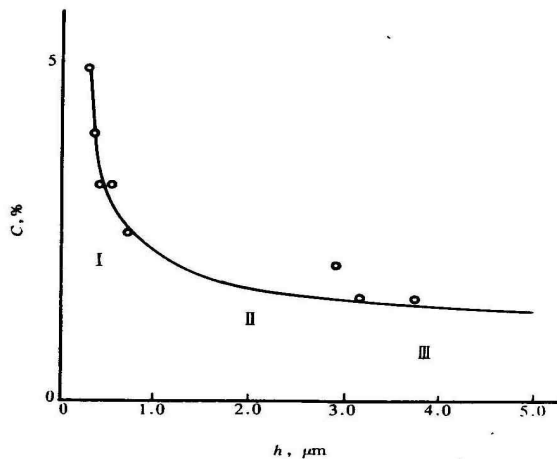


图 2.4.2 流体浓度与边界层厚度

图 2.4.2 说明，流体浓度与边界层的厚度成反比。

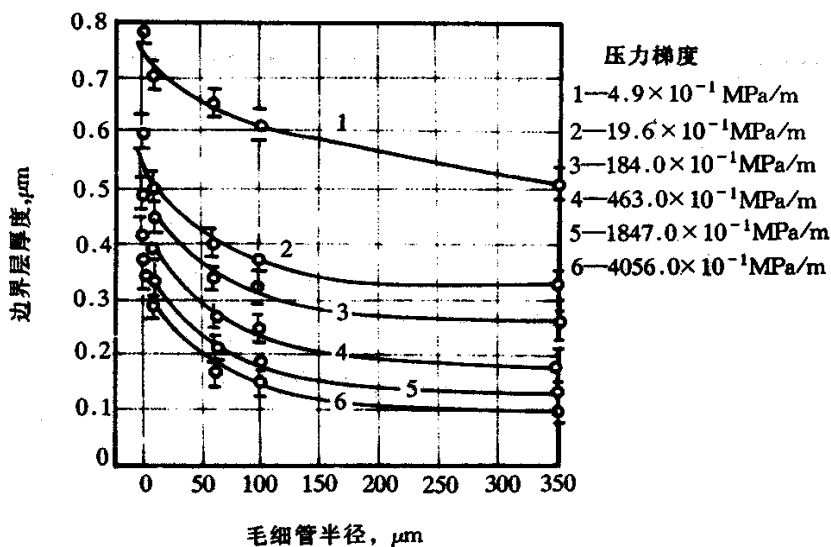
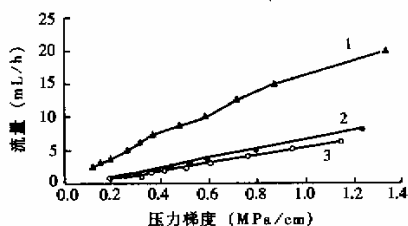


图 2.4.3 不同压力梯度条件下，毛细管半径对边界层厚度的影响

图 2.4.3 说明，压力梯度越小，边界层厚度越大；毛细管半径越小，边界层厚度越大。

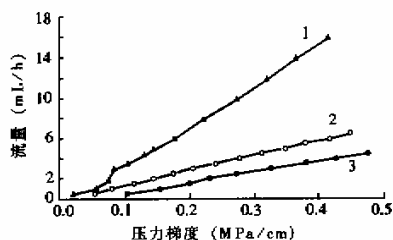
2.5 非达西低速流定律

由于边界层的影响，渗流规律也发生了变化。肖鲁川等人(2000)获得了单相水驱的非达西低速渗流，如图 2.5.1；单相油驱的非达西低速渗流如图 2.5.2。



1— $K = 1.15 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$; 2— $K = 0.47 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$;
3— $K = 0.43 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$

图 2.5.1 单相水驱的非达西低速渗流



1— $K = 1.15 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$; 2— $K = 0.56 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$; 3— $K = 0.50 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$

图 2.5.2 单相油驱的非达西低速渗流

初始压力梯度与渗透率如图 2.5.3 和图 2.5.4, 都说明初始压力梯度与渗透率成反比。

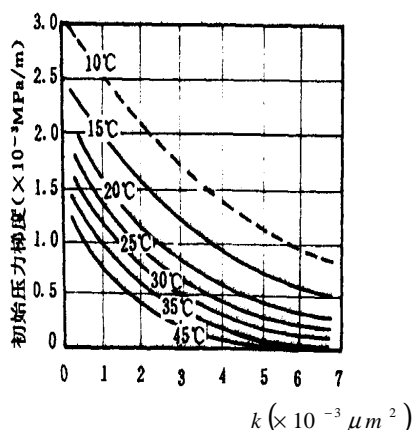


图 2.5.3 不同温度条件下, 初始压力梯度与渗透率的关系

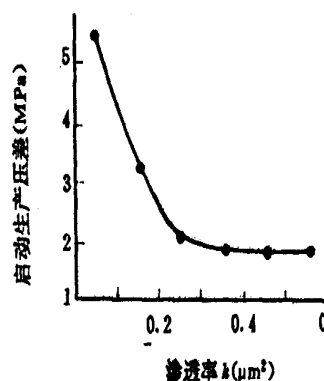


图 2.5.4 启动压差与渗透率

图 2.5.5 说明渗透率越低, 起始压力梯度越大, 非达西低速渗流现象越显著。

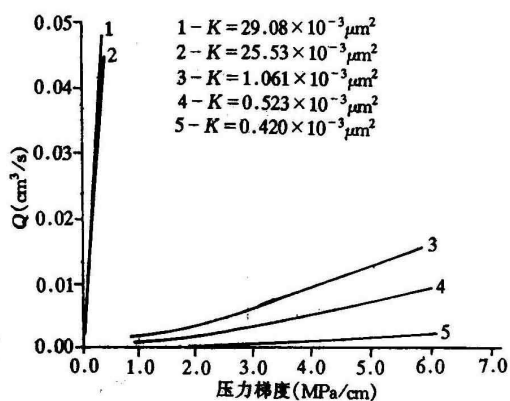


图 2.5.5 不同渗透率条件下, 产量与压力梯度的关系(选自李国诚)

图 2.5.6 说明在致密特低渗透气藏中, 在速度与压力梯度坐标中, 存在不过原点且偏向压力梯度轴的曲线, 即存在有起始压力梯度; 也就是说, 在致密特低渗透气藏中也存在非达西低速渗流。

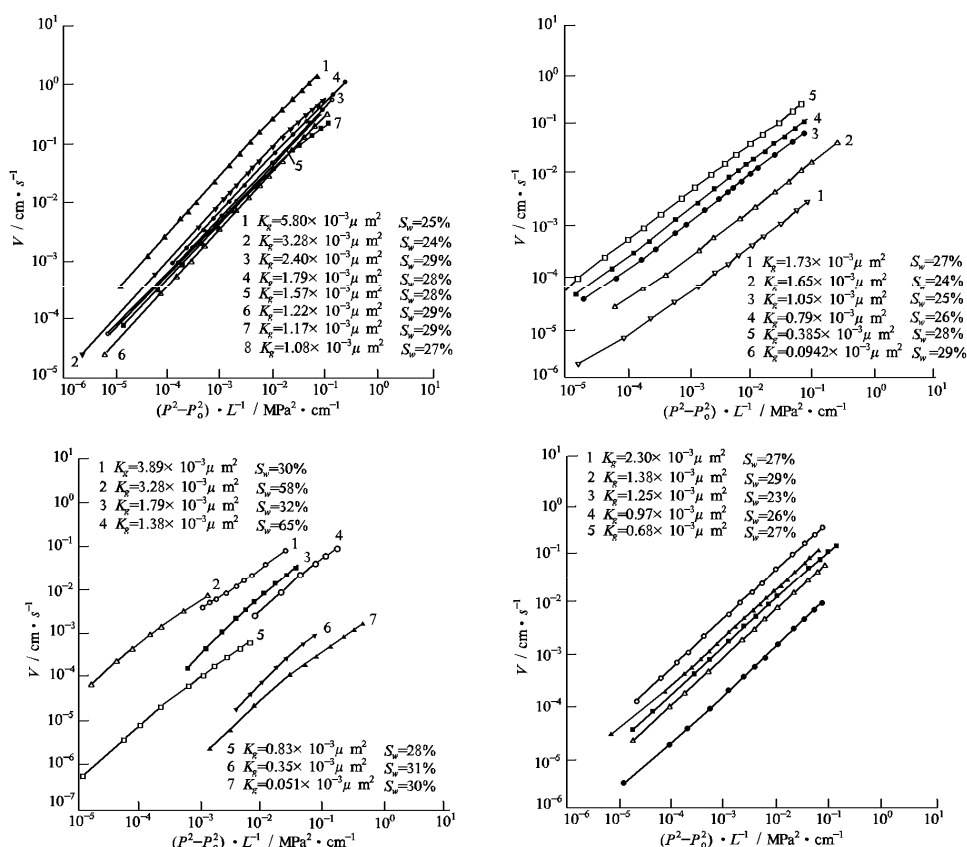


图 2.5.6 不同渗透率条件下, 气藏岩芯气体流速与压力梯度的关系(选自李国诚)

1940 年库萨柯夫发现: 当含有表面活性物质的原油通过两种不同颗粒直径的石英砂时, 非极性液体转向天然原油, 渗透率急剧下降; 渗流速度与压差增加不成比例地迅速增长。特列宾(1945 年)、列尔托夫(1956 年)、奥尔芬(1963 年)都发现了类似现象。

流体在多孔介质中渗流时, 始终存在着固、液两相间的表面作用, 在裂缝—孔隙介质中也同样如此。液体中的表面活性物质与岩石之间产生吸附作用, 形成稳定的胶体溶液, 部分或全部地覆盖在孔隙中, 使吸附层厚度增加, 孔隙喉道变小, 裂缝宽度减小, 渗透率急剧降低, 流动速度减小。另一方面, 粘土由很薄的晶片组成, 这些晶片具有吸引水的极性分子的能力。水在粘土中渗流时, 形成水化膜, 同样使渗透率降低, 流速减小。

低渗透率油田在国内外种类繁多, 分布极广, 开发这类油田具有重要的现实意义。由于低渗透油田的特殊性和复杂性, 搞清楚致密低渗透油气藏的渗流机理是合理开发这类油气藏的前提。

特列宾 Т р е б н н (1945 年), Irmay(1959 年)都获得了非达西低速渗流的定律。

$$\vec{V} = \begin{cases} -\frac{k}{\mu} \left(1 - \frac{\lambda_B}{|\text{grad}p|} \right) \text{grad}p, & |\text{grad}p| > \lambda_B \\ 0 & |\text{grad}p| \leq \lambda_B \end{cases}$$

在柱坐标中，压力梯度可表示为：

$$\text{grad}p = \frac{\partial p}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{e}_z$$

对于柱坐标中的轴对称，

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \text{grad}p = \frac{\partial p}{\partial r} \vec{e}_r$$

$$V = \begin{cases} -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial r} - \lambda_B \right), & \left| \frac{\partial p}{\partial r} \right| > \lambda_B \\ 0 & \left| \frac{\partial p}{\partial r} \right| \leq \lambda_B \end{cases}$$

冯文光(1985,1986)进行了上述简化。邓英尔(1998)在文章的附录中提出：“1985 年文献 [11] 较系统地研究了非达西渗流问题，但文中的数学模型是值得商榷，还有待于进一步研究”。程时清等（1996、1997、2002）连续五篇文章证明了冯文光（1985、1986）简化建立的数学模型是正确的。从邓英尔(1998)的“商榷”起至今（2007 年 6 月），冯文光一直反复检查，仍坚持认为由上述简化获得的数学模型是完全正确的。

图 2.5.7 说明起始压力梯度与渗透率呈双曲线递减，渗透率越低，起始压力梯度越大。图 2.5.8 说明喉道直径是影响渗透率的关键因数，喉道直径越大，渗透率呈级数增加。也就是说，喉道越小，起始压力梯度越大。

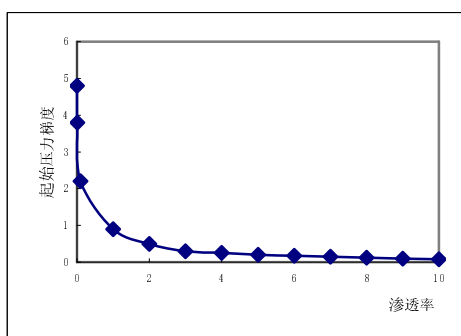


图 2.5.7 渗透率对起始压力梯度的影响

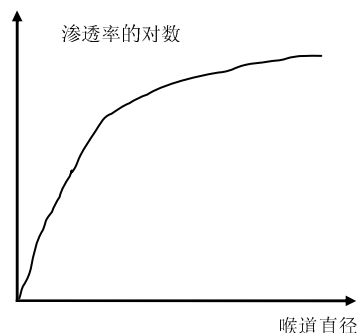


图 2.5.8 喉道直径与渗透率的关系

杨正明等人（1999）获得了低渗透岩芯起始压力梯度的经验公式：

$$\lambda_B = \frac{10^{1.36\mu^{0.2221}}}{k^{0.008\mu+0.5072}}$$

非达西低速渗流获得的稳定渗流的产量公式为：

$$Q = \frac{2\pi kh(p_e - p_{wf})}{\mu \ln \frac{r_e}{r_w}} \left[1 - \sqrt{\frac{\phi}{2k} \lambda_B (r_e - r_w)} \right]$$

式中： P_e 为边界压力 boundary pressure； P_{wf} 为井底流动压力 well bottom flow pressure； r_e 为边界半径 boundary radius； r_w 为井半径 well radius； ϕ 为孔隙度 porosity； K 为渗透率 permeability； h 为油藏厚度 oil reservoir thick； λ_B 为起始压力梯度 start pressure gradient； μ 为粘度 viscosity。

滑脱流动 Slip Flow 又称为克鲁德森流动 Knudsen Flow，还称为自由分子流动 Free Molecular Flow，又被认为是克林贝尔效应 Klinkenberg Effect。

图 2.5.9 说明气体流动存在滑脱流动，即管壁的流速不为零；而液体的流动不存在滑脱流动，因为液体流动时管壁的流速为零。



图 2.5.9 气体滑脱流动

很多人根据气体流动存在滑脱流动的现象，否认致密气藏中存在非达西低速渗流。事实上，气体的滑脱流动也是有范围的。影响气体在孔隙中滑脱流动的主要因素是流体的密度和孔隙喉道半径。图 2.5.10 说明 Klinkenberg 效应越显著；流体密度越小，Klinkenberg 效应越显。图 2.5.11 只有分子平均自由进程 λ 约等于喉道半径的中渗透岩心，Klinkenberg 效应才显著。分子平均自由进程约大于喉道半径的低渗透岩心，Klinkenberg 效应不显著。分子平均自由进程约小于喉道半径的高渗透岩心，Klinkenberg 效应也不显著。

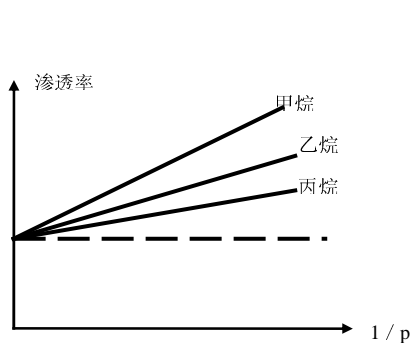


图 2.5.10 流体密度对滑脱效应的影响

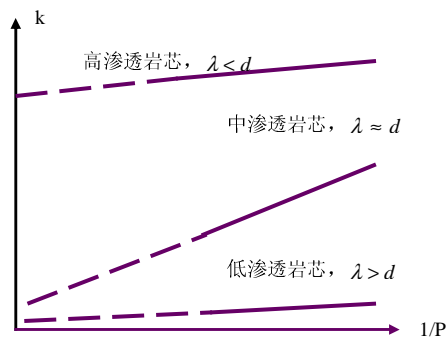


图 2.5.11 岩石渗透率对气体滑脱流动的影响

渗透率大于 $10 \times 10^{-3} \mu m^2$ 而小于 $50 \times 10^{-3} \mu m^2$ 的油藏称为**低渗透油藏**，low-permeability。渗透率大于 $1 \times 10^{-3} \mu m^2$ 而小于 $10 \times 10^{-3} \mu m^2$ 的油藏称为**特低渗透油藏** ultra-low permeability。渗透率小于 $1 \times 10^{-3} \mu m^2$ 的油藏称为**超低渗透油**,sub-low permeability。

利用 MTS 高温高压测试仪测试地层条件下的岩石力学参数、孔隙度和渗透率，通过这些参数找出横波时差与纵波时差的数学关系式；找到渗透率与孔隙度、岩石应变系数的关系式。将这些关系式用于每口井的常规测井资料，计算油气藏空间的岩石力学参数，计算油气藏空间的渗透率。低渗透率油藏特别要重视利用常规测井找相对高的渗透率发育带布井。

低渗透油藏压力梯度必须起始压力梯度才能流动。特低渗透油藏的起始压力梯度大于低渗透油藏的起始压力梯度。超低渗透油藏的起始压力梯度大于特低渗透油藏的起始压力梯度。

根据非达西低速渗流定律,低渗透油藏需要的初始压力梯度大,生产中压力下降快,产量小且递减快。中石油长庆分公司创造性地进行超前注水，保持地层压力，取得了显著的成果。油田开发初期，首先布局注水井，注水井注水 1—2 年以后，才开始布局采油井，这种开发模式成为**超前注水**，leading water injection or leading water flooding。

2.6 非达西高速流定律

水力阻力系数与雷诺数的关系如图 2.6.1。

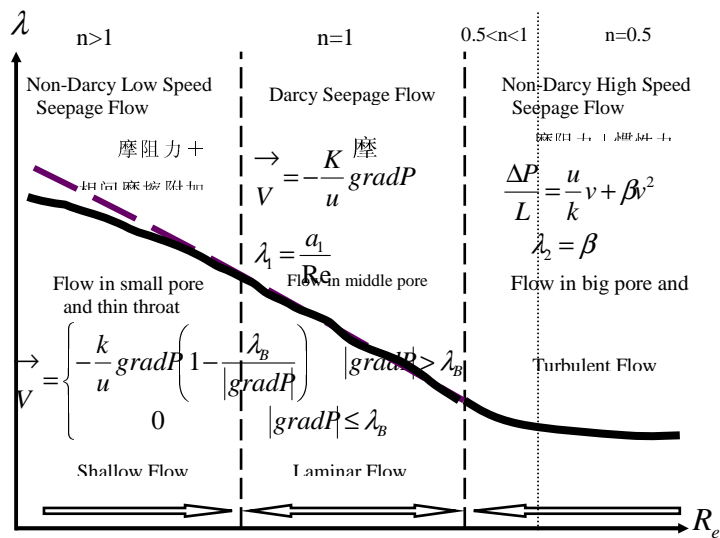


图 2.6.1 达西渗流、非达西低速渗流、非达西高速渗流的区别

莫宣志等人（1999）总结出水力阻力系数的关系式为：

$$\lambda = a/R_e^k \tag{2.6.1}$$

当 $R_e < 0.1$ 时，属于层流，得斯托克斯公式：

$$\lambda = 24/R_e, \quad (2.6.2)$$

渗流力学中，一般认为层流时都为

$$\lambda = 64/R_e。 \quad (2.6.3)$$

当 $0.1 < R_e < 1$ 时，也属于层流，得奥森公式：

$$\lambda = \frac{24}{R_e} \left(1 + \frac{3R_e}{16} \right) \quad (2.6.4)$$

当 $1 < R_e < 2000$ 时，也属于层流与紊流之间的过渡段，

$$\lambda = \frac{24}{R_e} \left(1 + \frac{3R_e}{16} \right) \cos^3 \left[\frac{\ln(2R_e)}{\ln 5000} \cdot \frac{\pi}{2} \right] + 0.45 \sin^2 \left[\frac{\ln(2R_e)}{\ln 5000} \cdot \frac{\pi}{2} \right] \quad (2.6.5)$$

也可记为

$$\lambda = 18/R_e^{3.5} \quad (2.6.6)$$

当 $R_e > 2000$ 时，属于紊流， $\lambda = 0.43$ 。

2.6.1 非达西高速二项式的推导

由达西定律：

$$\vec{v} = -\frac{k}{\mu} \text{grad} p, \quad \lambda_1 = \frac{a_1}{R_e} \quad (2.6.7)$$

对于非达西高速二项式：

$$\lambda_2 = \beta \quad (2.6.8)$$

综合的水力阻力系数为：

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{a_1}{R_e} + \beta \quad (2.6.9)$$

$$\lambda R_e = a_1 + \beta R_e \quad (2.6.10)$$

可见，在 $\lambda R_e \sim R_e$ 坐标中，截距为 a_1 ，斜率为 β 。

因为

$$\lambda = \frac{D_{\text{effect}} \Delta p}{2 \rho L v^2}, R_e = \frac{\rho D_{\text{effect}} v}{\mu} \quad (2.6.11)$$

非达西高速渗流二项式定律为：

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{\mu}{k} v + \rho \beta v^2 \quad (2.6.12)$$

2.6.2 其他非达西高速渗流定律

Hiles 和 Mott (1945) 提出了幂律渗流定律

$$v = \frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^n \quad (2.6.13)$$

该幂律定律的量纲不正确。应改为

$$v = c \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^n \quad (2.6.14)$$

如图 2.6.1 所示, 当 $n=1$ 时, 是达西线性渗流, 即层流区, $R_e < R_{e\text{上临}}$, 惯性质量力可以忽略, 驱动阻力为摩阻质量力。当 $0.5 < n < 1$ 时, 是层流—紊流过渡区, $R_e > R_{e\text{上临}}$, 驱动阻力为摩阻惯性力和惯性质量力。当 $n=0.5$ 时, 是紊流平方区, $R_e \gg R_{e\text{上临}}$, 驱动阻力为摩阻惯性力和惯性质量力, 以惯性质量力为主。当 $n > 1$ 时, 是非达西低速渗流, 即薄层流, 驱动阻力为相间表面摩擦产生的外部附加阻力与流体内部摩阻质量力; 简单的说, 驱动阻力为摩阻力和相间摩擦附加力。

其他非达西高速渗流的运动方程如:

Forchheimer(1930)

$$\frac{\partial p}{\partial x} = av + bv^m \quad 1.6 \leq m \leq 2 \quad (2.6.15)$$

Forchheimer(1901)

$$\frac{\partial p}{\partial x} = av + bv^2 + cv^3 \quad (2.6.16)$$

郭尚平等(1982、1986、2000)认为这个运动方程适合于在动物大动脉血管中的血液流动。

缝洞性油藏符合非达西高速渗流定律, 特大缝洞性油藏应该符合管道流动规律。

利用 MTS 高温高压测试仪测试地层条件下的岩石力学参数、孔隙度和渗透率, 通过这些参数找出横波时差与纵波时差的数学关系式; 找到渗透率与孔隙度、岩石应变系数的关系式。将这些关系式用于每口井的常规测井资料, 计算油气藏空间的岩石力学参数, 计算油气藏空间的渗透率。缝洞性油藏特别要重视利用常规测井找缝洞发育带、裂缝发育带、中高渗透发育带。最好在中高渗透发育带布井。

缝洞性油藏水产量上升快, 油产量下降快。可以根据干扰试井、采油曲线和压降试井可以判断缝洞连通性。缝洞堵水成为缝洞性油藏开发的特点。

2.7 非牛顿流体的渗流定律

稠油是非牛顿流体。稀油是牛顿流体。

对牛顿流体, 本构方程

$$\tau = -\mu \frac{dv}{dx}$$

运动方程:

$$\bar{v} = -\frac{k}{\mu} \text{grad} p$$

非牛顿流体的平均渗流速度与压力梯度, 多孔介质的绝对渗透率、石油的性质 A 、沥青质 C 、石蜡 π , 氮气 N_2 , 甲烷 CH_4 、乙烷 C_2H_6 的含量、温度 T 、总含气量 v_{gk}

$$\bar{v} = f(\text{grad} p, K, A, C, \pi, N_2, CH_4, C_2H_6, T, v_{gk})$$

宾厄姆模式(Bingham)

$$\tau = \tau_0 + \eta_{cp} \gamma, \gamma = \frac{dv}{dx}$$

幂律模式(P—L)

$$\tau = k\gamma^n$$

卡森模式(Casson)

$$\tau^{0.5} = \tau_0^{0.5} + \eta_\infty^{0.5} \gamma^{0.5}$$

三参数流变模式:

H—B 模式

$$\tau = \tau_0 + k\gamma^n$$

R—S 模式

$$\tau = A(\gamma + C)^B$$

双曲模式

$$\tau = \tau_0 + \frac{a\gamma}{1+b\gamma}$$

四参数流变模式,

多项式模式(Polynomial I)

$$\tau = a + a_1\gamma + a_2\gamma^2 + a_3\gamma^3$$

多项式模式(Polynomial II)

$$\tau = a + a_1\gamma + a_2\gamma^n$$

郭小阳等 (1997) 提出

$$\tau = \left(\tau_0^{0.5} + k^{0.5} \gamma^n \right)^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_0 = 0, \left\{ \begin{array}{l} n = 0.5, \tau = k\gamma, \text{牛顿流体} \\ n < 0.5, \tau = k\gamma^{2n}, \text{假塑性流体} \\ n > 0.5, \tau = k\gamma^{2n}, \text{膨胀性流体} \end{array} \right. \\ \tau_0 \neq 0, \left\{ \begin{array}{l} n = 0.5, \tau^{0.5} = \tau_0^{0.5} + k^{0.5} \gamma^{0.5}, \text{卡森流体} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

首先, 我们从力学分析推导非牛顿流体的运动方程。

对于非牛顿流体, 本构方程

$$\tau = -\mu \left(\frac{dv}{dx} \right)^n \quad (2.7.1)$$

对于假塑性流体, $n < 1$; 对于膨胀流体, $n > 1$; 对于牛顿流体, $n = 1$ 。本构方程还可以简化为

$$\tau = -\mu \left(\frac{dv}{dx} \right)^n \approx \frac{1}{\alpha_1} \mu_{eff} v^n dL, \quad (2.7.2)$$

$$\mu_{eff} = \frac{H}{12} \left(9 + \frac{3}{n} \right)^n (150K\phi) \left(\frac{1-n}{2} \right) \quad (2.7.3)$$

受力分析:

压力为 $dp\phi A$, 重力为 $\rho g \phi A dL \cos \theta$, 剪切力为 $\frac{1}{\alpha_1} A \mu_{eff} v^n dL$ 。

由力学平衡: 压力+重力+剪切力=0, 则

$$dp\phi A + \rho g \phi A dL \cos \theta + \frac{1}{\alpha_1} A \mu_{eff} v^n dL = 0 \quad (2.7.4)$$

同除 $\phi A dL$ 得:

$$-\frac{dp}{dL} = \rho g \frac{dz}{dL} + \frac{1}{\alpha_1 \phi} \mu_{eff} v^n \quad (2.7.5)$$

忽略重力

$$-\frac{dp}{dL} = \frac{1}{\alpha_1 \phi} \mu_{eff} v^n, K = \alpha_1 \phi \quad (2.7.6)$$

$$v^n = -\frac{K}{\mu_{eff}} \frac{dp}{dL} \quad (2.7.7)$$

现在, 我们由幂律型流体的本构方程推导非牛顿流体的运动方程。幂律型流体的本构方程为

$$\tau = C \gamma^n, \gamma = -\frac{dv}{dr}$$

这里 τ 为切应力, γ 为剪切率的绝对值, C 为稠度系数, n 为幂指数, 利用管中心线至管内任意距离 r 处流体层所受切应力

$$\tau = -\frac{r}{2} \frac{dp}{dL}$$

dL 是沿管长的微元素, 此式对任何流体层流流动均成立, 容易求得单个半径为 r_i 的毛细管中流量 Q_i 为

$$Q_i = \pi \left(-\frac{1}{2C} \frac{dp}{dL} \right)^{1/n} \left(\frac{n}{1+3n} \right) r_i^{\frac{1+3n}{n}}$$

因而通过 N 个半径不均匀毛细管组的总流量为:

$$Q = \frac{n\pi}{1+3n} \left(-\frac{1}{2C} \frac{dp}{dL} \right)^{1/n} \sum_{i=1}^N r_i^{\frac{1+3n}{n}}$$

$$\phi = \left(\sum \pi r_i^2 \right) / A$$

渗流速度为

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{n\pi}{1+3n} \left(-\frac{1}{2C} \frac{dp}{dL} \right)^{1/n} \frac{\sum_{i=1}^N r_i^{\frac{1+3n}{n}}}{\sum_{i=1}^N r_i^2}$$

引进视粘度

$$\mu_a = \tau / \gamma = C \gamma^{n-1}$$

则

$$\mu_a = \mu_{eff} V^{n-1}, \mu_{eff} = C \left(\frac{\phi \pi}{1 + 3n} \right)^{1-n} \left(\frac{\sum_{i=1}^N r_i^{\frac{1+3n}{n}}}{\sum_{i=1}^N r_i^2} \right)^{1-n}$$

$$k_e = \frac{0.5 \phi n \sum_{i=1}^N r_i^{\frac{1+3n}{n}}}{1 + 3n \sum_{i=1}^N r_i^2}$$

再次证明，非牛顿流体的运动方程为 $v^n = -\frac{k_e}{\mu_{eff}} \frac{dp}{dL}$

Г о р б у н о в А. Т., Е ф р е м о в а Н. А. 1969 提出非牛顿流体的运动方程为

$$\bar{v} = -\frac{k}{\mu_m [1 + a \exp(-b |\text{grad} p|)]} \text{grad} p \quad (2.7.8)$$

杰夫里卡莫夫 В. В. Д ё в л и к а м о в、哈比布林 З. А. Х а б н б ц л л н н、卡比洛夫 М. М. К а б н р о в (1975) 提出

$$\bar{v} = -\frac{k_H \{1 + \exp[(-|\text{grad} p| - |\text{grad} p_n|)]\}}{\mu_m \exp[C(|\text{grad} p| - |\text{grad} p_n|)]} + \mu_0 \quad (2.7.9)$$

k_H —大气压时渗透率， μ_m —石油结构极限破坏时粘度； μ_0 —石油结构极限未破坏时粘度； $\text{grad} p_n$ —石油结构极限开始破坏时压力梯度。

В. М. Е п т о в 殷道夫 1968 分片状线性迭加渗流定律：

$$\bar{v}(x, y) = \sum_i \frac{k_i h_i \text{grad} p - k_i h_i \gamma_i \frac{\text{grad} p}{|\text{grad} p|}}{\mu h_i} \quad (2.7.10)$$

Bondor, 1972 数值模拟

$$\bar{v} = -\frac{k}{\mu(\bar{v})} (\nabla p - \gamma Z) \quad (2.7.11)$$

Blake-Kozeny、Bind, 1960 提出：

$$\mu_{app} = H v^{n-1} \quad (2.7.12)$$

由于宾汉型非牛顿流体独特的内部构造，存在一个屈服应力 τ_B 。当剪切应力 $\tau \leq \tau_B$ 时，流体不流动；只有当 $\tau > \tau_B$ 时，流体的内部构造完全破坏，流体才开始流动。这种流体的流变方程为

$$\tau = \tau_B + \mu_B \gamma$$

式中, τ_B 为屈服应力, Pa; μ_B 为宾汉塑性系数, Pa·s; γ 为剪切速度, s^{-1} 。

对于宾汉非牛顿流体在孔隙介质中的流动问题的运动方程也可以用非达西低速渗流定律表述:

$$\vec{V} = \begin{cases} -\frac{k}{\mu} \left(1 - \frac{\lambda_B}{|\text{grad}p|} \right) \text{grad}p, & |\text{grad}p| > \lambda_B \\ 0 & |\text{grad}p| \leq \lambda_B \end{cases}$$

线性化的幂律非牛顿流体的运动方程:

$$v_{[m/s]} = -10^{-3/n} \left[\frac{k_{[\mu m^2]} v_{\text{lim}}^{n-1}}{\mu_{[mPa \cdot s]}} \frac{\partial p_{[MPa]}}{\partial r_{[m]}} \right] \quad (2.7.13)$$

粘弹性非牛顿流体的运动方程:

$$v = -\lambda_v \frac{\partial v}{\partial t} - 10^{-3} \frac{k}{\mu} \left[\frac{\partial p}{\partial r} + \lambda_p \frac{\partial p}{\partial r \partial t} \right] \quad (2.7.14)$$

λ_v : 速度弛张时间, s^{-1} ; λ_p : 压力弛张时间, s^{-1} 。

驱动阻力的区别: 牛顿流体低速渗流的驱动阻力为狭窄通道内相间表面作用的外部附加阻力; 非牛顿流体的低速渗流的驱动阻力为结构力学性质所产生的粘滞力。

钟展强等人(1999)提出粘塑性非牛顿流体渗流的运动方程为:

$$\vec{v} = -\frac{kk_{rl}}{\mu_l} f_l(\nabla p_l)(\nabla p_l - \gamma_l \nabla z)$$

$l=w$ 代表水相渗流; $l=o$ 代表油相渗流。

压力梯度函数:

$$f_l(\nabla p_l) = \frac{|\nabla p_l| - \lambda_1 \bar{\mu} \lambda_B}{\lambda_2 \lambda_B + \sqrt{\lambda_3 \lambda_B^2 + (\nabla p_l)^2}}$$

λ_B 为起始压力梯度。

对于宾厄姆(Bingham)流体: $\lambda_1 = \bar{\mu} = 1, \lambda_2 = \lambda_3 = 0$;

$$f_l(\nabla p_l) = \begin{cases} 0 & |\nabla p_l| \leq \lambda_B \\ 1 - \frac{\lambda_B}{|\nabla p_l|} & |\nabla p_l| > \lambda_B \end{cases}$$

对于双曲型流体: $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \lambda_3 = 1$;

$$f_l(\nabla p_l) = \frac{|\nabla p_l|}{\lambda_B + \sqrt{\lambda_B^2 + (\nabla p_l)^2}} = \frac{\sqrt{\lambda_B^2 + (\nabla p_l)^2} - \lambda_B}{|\nabla p_l|}$$

对于黑格型流体: $\lambda_1 = \lambda_3 = 0, \lambda_2 = 1$;

$$f_l(\nabla p_l) = \frac{|\nabla p_l|}{\lambda_B + |\nabla p_l|}$$

对于分段线性流体 $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = \lambda_3 = 0, \bar{\mu} = 1 - \mu_l/\nu_l$;

$$f_l(\nabla p_l) = \begin{cases} 0 & |\nabla p_l| \leq \lambda_B \\ 1 - \frac{(1 - \mu_l/\nu_l)\lambda_B}{|\nabla p_l|} & |\nabla p_l| > \lambda_B \end{cases}$$

ν_l 为小压力梯度下的动力粘度。

2.8 分形油气藏的渗流定律

分形几何学是 19 世纪 70 年代发展起来的一门新兴几何学，专门描述自然界大量不规则的几何现象。分形几何比人们熟悉的欧氏几何更能接近大自然的本来面貌，已广泛应用于自然科学、工程技术和社会人文科学等领域。

英文(分形)Fractal 由拉丁文词干 Fract(意为“断(裂)”)加形容词尾 al 构成。所谓“分形”就是指“分出形态”或“分裂(分离)出形态(形状)”。分形也可以泛指自然现象的分裂(分离)变化。

分形几何学主要是研究一些具有自相似性的不规则曲线和不规则图形等。分形几何学的主要概念是分形维数。分形维数最早是由 F. Hausdorff 提出，而把分形维数概念推广形成分形几何学的则是法国当代著名数学家 B. B. Mandelbrot；他提出了分形几何学的思想。他认为分形几何学能用来处理那些极不规则的几何形状，而分数维数的概念是一个可用于研究许多物理现象的有力工具。

最早的有关分形著作是 1977 年美国 B. B. Mandelbort 著“Fractals: Form, Chance and Dimension 分形: 形态、概率、维度”，1982 年他又发表了一本著作“The Fractal Geometry of Nature(自然分形地质学)”。1988 年美国又出版了“The Science of Fractal Images(分形映象科学)”一书。

分形理论处理的对象具有无标度性和自相似性。形象地说，就是当用放大倍数不同的放大镜去观察研究对象时，所看到的图形的几何特征都是一致的，而与放大倍数(标度)无关，即局部是整体成比例缩小的性质，在不少复杂的物理现象背后通常均含有这种特征。具有无标度性和自相似性结构的物体在几何上有一个重要的性质，它们都可以用一个有效的空间维数来表示，这是一个连续变化的数，称为分形维数。大家知道，在经典几何学中，点是零维的，各种各样的曲线是一维的，各种各样的平面是二维的，各种各样的立体是三维的，这种维数数只取整数是拓扑维数，记为 d 。而在分形几何中的分形维数 d_f 可以是整数，也可以是分数，它能更准确地描述曲线或图形的非规则特征。可以从局部与整体成比例缩小的倍数来定义分形维数，如一个正方体分成 N 个边长缩小为 r 的小正方体，则 N 个小正方体的总体积用符号表示为：

$$Nr^{d_f} = 1 \quad (2.8.1)$$

两边取对数后移项,得自相似性的分形几何体的分形维数为

$$d_f = \frac{\log N}{\log(1/r)} \quad (2.8.2)$$

分形有两个最重要特征。第一,分形的规则性。分形分为有规则分形和无规则分形,具有部分或整体的自相似性的分形称为有规则分形。统计意义上的近似相似性的分形称为无规则分形。第二,分形的不可微分性。分形在所有的尺度下都呈现出变化无穷的情况,分形不充满空间,对任何一个点均不能求得微分,只能用分形的间断(间歇)或斑点来刻画。

1989年SPE RE第3期发表了Cherron油田研究公司A. S. Emanned等4人合著的“基于分形地质统计学的油藏动态预测方法”最早应用到油藏工程领域。

姚约东和葛家理(2003)建立了石油非达西渗流新的渗流模式。Chang和Yortsos(1990)将分形理论引入渗流力学并建立了分形油藏不稳定渗流模型,Beier(1990)运用分形油藏渗流模型解释了现场中传统模型无法解释的油藏试井结果,同登科(1999、2000)对分形油藏非牛顿幂律液的不稳定渗流进行了研究。宁正福、姚约东和葛家理(2001)采用新的非达西渗流幂律模型,建立了分形油藏低速非达西不稳定渗流进行了研究。

Dinariev(1990、1992)利用分形理论研究了分形非均质体的流体运动特性。多孔介质具有分形特征。第一,孔隙空间具有分形特征;第二,岩石骨架具有分形特征;第三,岩石骨架表面具有分形特征;第四,多孔介质中裂隙网络具有分形特征;第五,多孔介质中的渗透性具有分形特征;第六,多孔介质中的渗流规律也具有分形特征。多孔介质在统计意义下具有分形特征的油藏称为“分形油藏”。

发现的储量与探井数的关系也具有分形特征。设单井累积发现的储量为 N_p , $10^6 m^3$ /井;探井数为 N_w ;分维数为 d_f ,则

$$N_p = a N_w^{-d_f} \quad (2.8.3)$$

设 R 为单井可能发现的总储量, $10^6 m^3$ /井, N_{w0} 为含油区内完成勘探所需的总探井数。

$$R = N_p \left(\frac{N_w}{N_{w0}} \right)^{d_f/3} \quad (2.8.4)$$

由于储层孔隙分布、毛细管渗吸通路的分布具有分形特征,因此分形理论在研究粘滞指进现象、微观残余油分布、多孔介质孔隙结构、分形渗流等诸多方面都有广阔的应用前景。

分形理论出现,标志着复杂科学可以定量研究。

复杂科学包括:非数量、非度量(无统一标度);非确定(状态复杂性、状态空间复杂性、维数减小,变换群作用的不变量的复杂程度),非透明,非有序,非线性,非还原性,非稳定性,非可积系统。

复杂油气藏的复杂性包括:裂缝分布复杂性;孔隙结构复杂性;边界复杂性;油气水分布复杂性;物化性质复杂性;渗流规律复杂性。

信息维

$$D_H = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^N p_i \ln p_i}{\ln \delta}, \quad p \text{ 为分布概率。} \quad (2.8.5)$$

相似维

$$C(\delta) = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N H(\delta - |x_i - y_i|) = \sum_{i=1}^{\infty} p_i^2 \quad (2.8.6)$$

关联维

$$D_g = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln C(\delta)}{\ln \frac{1}{\delta}} \quad (2.8.7)$$

谱维数，平方期望

$$E_{\xi}^2 \propto N^{\bar{D}/D} \quad (2.8.8)$$

单位时间距离

$$S_N \propto \begin{cases} N^{\bar{D}/2} & \bar{D} < 2 \\ N & \bar{D} \geq 2 \end{cases} \quad (2.8.9)$$

质量分形维

$$N(r) = ar^{df-1} \quad df \begin{cases} \text{一维} & 0 < d_f < 1 & d = 1 \\ \text{二维} & 1 < d_f < 2 & d = 2 \\ \text{三维} & 2 < d_f < 3 & d = 3 \end{cases} \quad (2.8.10)$$

d_f 越大，越复杂，其中欧几里得维为 d 。

反常扩散指数 θ ，刻画连通性(动态特性)，代表连通难度。

$\theta = 0$ ，连通性好； θ 越大，复杂性增加。

谱维数

$$d_s = \frac{2d_f}{\theta + 2} \quad (2.8.11)$$

谱维数反映几何特性、动态特性。

设体积因子

$$B = \begin{cases} A \text{ 面积} & \text{直线流 一维} \\ 2\pi h & \text{柱对称 二维} \\ 4\pi & \text{球对称 三维} \end{cases} \quad (2.8.12)$$

某一坐标点的孔隙密度为

$$N(r) = ar^{d_f-1} \quad (2.8.13)$$

分形孔隙度 ϕ_f

$$\phi_f = \frac{V_{\text{孔隙}}}{V_{\text{总}}} = \frac{VN(r)dr}{Br^{d-1}dr} = \frac{Var^{d_f-1}}{Br^{d-1}} = \frac{aV}{B} r^{d_f-d} \quad (2.8.14)$$

令

$$r = r_0 \quad \phi_0 = \phi_f \Big|_{r_0} \quad \phi_0 = \frac{aV}{B} r_0^{d_f-d} \quad (2.8.15)$$

$$\phi_f = \phi_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{d_f-d} \quad (2.8.16)$$

Chang, J. Yortsos, Y.C (1990) .获得分形渗透率:

$$k_f(r) = \frac{aV_\phi m}{B} r^{d_f-d-\theta} \quad (2.8.17)$$

当

$$r = r_0 \quad k_0 = k_f \Big|_{r_0}, \quad k_0 = \frac{aV_\phi m}{B} r_0^{d_f-d-\theta}, \quad (2.8.18)$$

分形油气藏的渗流定律为

$$\bar{v} = -\frac{k_0}{\mu} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{d_f-d-\theta} \nabla p \quad (2.8.19)$$

向开理、李允和何国良 (2002) 提出服从 Ostwald—dewade 幂律关系的非牛顿流体非达西低速渗流速度为

$$v_r = \begin{cases} \left[-\frac{k(r)}{\mu_{ef}(r)} \left(\frac{\partial p}{\partial r} - \lambda_B \right) \right]^{1/n}, & \left| \frac{\partial p}{\partial r} \right| > \lambda_B \\ 0, & \left| \frac{\partial p}{\partial r} \right| \leq \lambda_B \end{cases} \quad (2.8.20)$$

$$\mu_{we} = \frac{H}{12} \left(9 + \frac{3}{n} \right)^n (150k_w \phi_w)^{(1-n)/2} \quad (2.8.21)$$

$$\mu_{ef} = \mu_{we} \left(\frac{r}{r_w} \right)^{(n-1) \left(\frac{\theta+2}{2} - d_f + 1 \right)} \quad (2.8.22)$$

n 为非牛顿幂律流体的幂律指数, H 为粘度指数, λ_B 为起始压力梯度。非牛顿幂律流体分形渗流的运动方程为:

$$v_r = \begin{cases} \left[-\frac{k_w}{\mu_{we}} \left(\frac{r}{r_w} \right)^{d_f-d-\theta-(n-1) \left(\frac{\theta+2}{2} - d_f + 1 \right)} \left(\frac{\partial p}{\partial r} - \lambda_B \right) \right]^{1/n}, & \left| \frac{\partial p}{\partial r} \right| > \lambda_B \\ 0, & \left| \frac{\partial p}{\partial r} \right| \leq \lambda_B \end{cases} \quad (2.8.23)$$

考虑受压力影响的分形渗透率、孔隙度分别为:

$$k_f = k_w \left(\frac{r}{r_w} \right)^{d_f - \theta - 2} \exp[-\alpha_f (p_e - p_f)] \quad (2.8.24)$$

$$\phi_f = \phi_w \left(\frac{r}{r_w} \right)^{d_f - 2} \exp[-\beta_f (p_e - p_f)] \quad (2.8.25)$$

Warren—Root 模型的分形窜流方程为

$$q_{mf} = \frac{\alpha k_m}{\mu} (p_f - p_m) \quad (2.8.26)$$

其中 α 为表征岩石特征的参数，在此赋予分形意义，则有 $\alpha = b r^{\sigma_1 - 1}$ ， σ_1 为岩石的分形参数， b 为几何因子。

思考题

1. 解释第二章的名词术语。
2. 什么是运动方程？
3. 简述渗流定律在生产中的运用。
4. 从系统试井、运动方程、水力阻力系数与雷诺数的关系说明达西渗流、非达西低速渗流、非达西高速渗流的区别？
5. 天然气渗流是否存在非达西低速渗流？依据是什么？
6. 幂指数定律怎样表示达西渗流、非达西低速渗流、非达西高速渗流？
7. 分形渗流的特点是什么？