

# 一种空中飞行目标空中姿态参数的算法\*

孙少华, 麻青梅

(中国船舶重工集团公司 七五〇试验场, 云南 昆明 650051)

**摘要:** 要分析导弹等空中飞行目标的飞行轨迹, 就要求解弹道方程组。弹道中常见的物理量用数学形式表示即为矢量。基于此, 介绍了利用光电经纬仪测量空中飞行目标姿态的一种新算法, 详细推证了中轴线矢量法利用面面交会获取空中目标姿态的数学过程, 并由此获得了中轴线矢量法求解空中飞行目标俯仰角和偏航角的数学公式。

**关键词:** 坐标; 中轴线; 姿态角; 矢量; 交会; 光电经纬仪

**中图分类号:** P 20; P 213

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1007-9394(2008)01-0006-03

## Algorithm of Attitude Parameters of a Kind of Aerial Flying Target

SUN Shao-hua, MA Qing-mei

(Kunming Shipborne Equipment Research and Test Center, Kunming Yunnan 650051, China)

**Abstract:** A kind of new algorithm of flying target attitude angles measured using photo-electronic theodolites is discussed. First, the mathematic processing flow of the surface-surface intersection based medial axis line method and then the mathematic expressions of the method to obtain the attitude angles of the flying target with the theodolites measurements are discussed in detail.

**Key words:** coordinate; medial axial line; attitude angles; vector; intersection; photo-electronic theodolite

### 0 引言

利用光电经纬仪、高速摄像机等测量设备获取空中飞行目标的坐标、时间、速度、姿态等参数是目前国内外各靶场进行空中弹道和姿态测量的主要方法。测量时通常采用单站测量和二(多)站交会测量方式。在获取目标飞行的图像和附加的高低、方位角、时间等信息, 通过图像可获得目标在测站坐标系中的位置参数, 对判读结果数据进行空间交会, 利用中轴线法可处理出目标空间姿态。

被测的空中目标主体, 一般可以认为是轴对称的, 其对称轴也就是中轴线。空中飞行目标的姿态角定义如下: 偏航角是指目标主轴线相对于某一固定方向的方位角, 俯仰角是指主轴线与水平面的夹角。根据此定义, 目标偏航角、俯仰角可通过测量其主轴线的方位角和俯仰角得到。因此, 求解目标的姿态角可归结为求解空间矢量的方位角和俯仰角。

确定被测目标的俯仰角、偏航角的中轴线法的基本思想是: 通过经纬仪拍摄到能分辨目标轮廓的数字化图像, 再用数字图像处理技术对其进行分析处理, 高精度地提取出被测目标的两条直线轮廓边界方程; 计算出这两条直线的中心线方程, 即为图像平面上被测目标的中轴线的方程。这个中轴线方程与摄影系统的光心的空间坐标确定了唯一一个空间平面, 空间被测目标

的中轴线必然在此平面上。用两台经纬仪测量就能得到两个平面, 这两个平面必然相交于一条空间直线, 这条直线就是被测目标的空中中轴线。求得被测目标的中轴线方程后, 就能方便地得到被测目标的俯仰角、偏航角。若用多台经纬仪测量就能得到多个平面, 实际测量时由于存在误差, 这些平面可能不交于同一直线。这时可用加权平均的方法确定俯仰角和偏航角。中轴线法利用了面面交汇得空间直线的原理, 而不是像原有光测方法利用线线交汇得到空间点位置, 再首尾两点相连得姿态参数。中轴线法利用了目标图像上大量点的信息, 因此它的精度比用首尾两点相连得到的三维姿态结果精度大大提高。中轴线法利用了间接的方法测中轴线, 它避免了多台经纬仪目标匹配的问题, 甚至在多台经纬仪拍摄到的不是目标的同一部分时, 也能得到结果。中轴线测量原理, 见图 1。

如图 2 所示, 设  $OXYZ$  为发射坐标系, 设两台经纬仪光学中心在发射坐标系中的坐标分别为  $O_1(X_1, Y_1, Z_1)$  和  $O_2(X_2, Y_2, Z_2)$ , 以  $O_1, O_2$  为原点分别建立两相机坐标系  $O_1x_1y_1z_1$  和  $O_2x_2y_2z_2$ , 经纬仪上高速摄像坐标系  $z_1, z_2$  与两台经纬仪的光轴重合,  $x_1, y_1$  和  $x_2, y_2$  分别平行于高速摄像机的像面坐标系的坐标轴。

设空间某一矢量  $L$  在两高速摄像机像面上对应的像矢量分

\* 收稿日期: 2007-11-28



别为  $l_1$  和  $l_2$ 。由上分析,就是由  $l_1$  和  $l_2$  求解出  $L$ 。

根据平面  $O_1 l_1$ 、 $O_2 l_2$  与  $L$  的关系, $L$  位于  $O_1 l_1$  平面与  $O_2 l_2$

平面的交线上,因此,只要求解出  $O_1 l_1$  平面与  $O_2 l_2$  平面的平面方程,即可求得  $L$  所在直线的直线方程,进而可求得矢量  $L$ 。

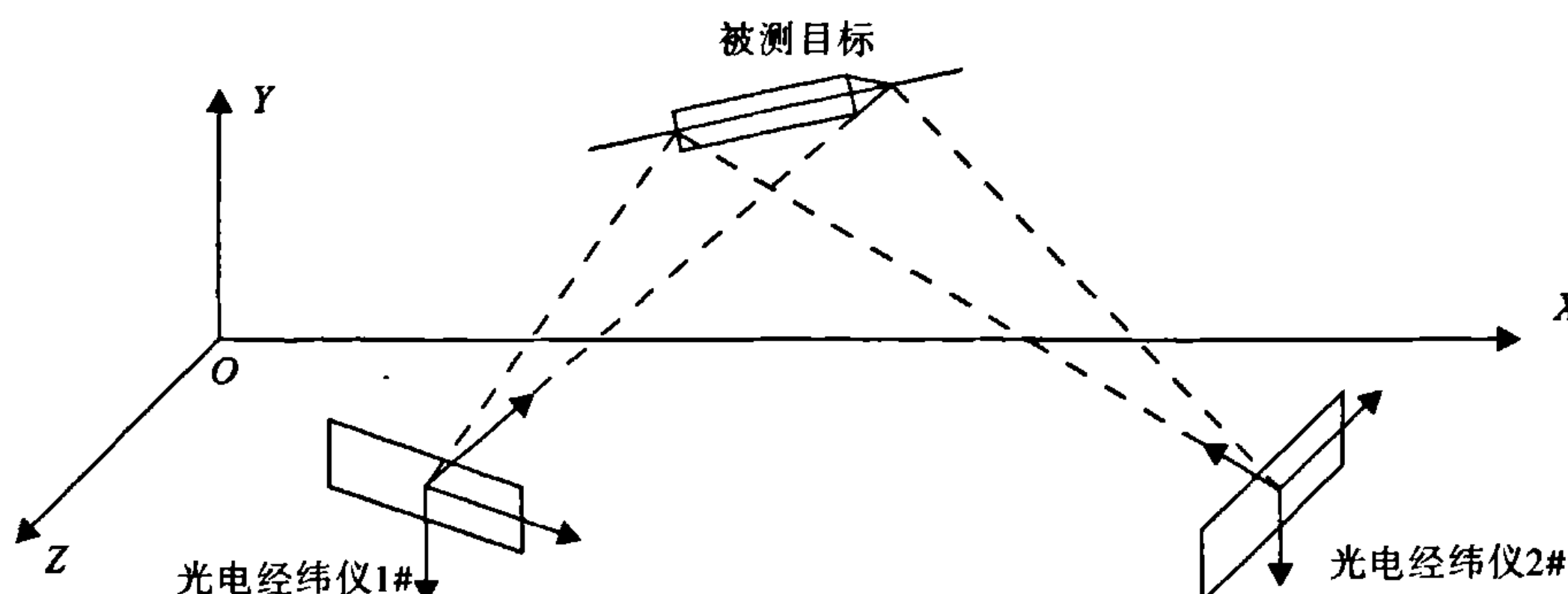


图1 中轴线矢量法原理图

Fig. 1 Schematic diagram of vector method of the medial axis line

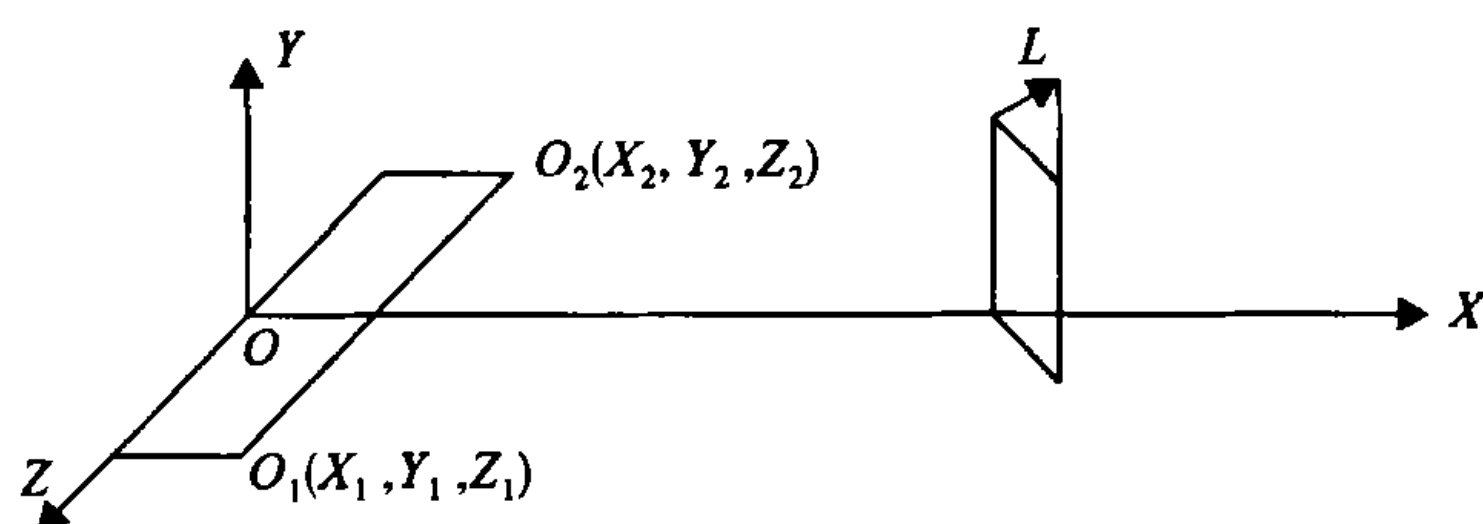


图2 发射坐标系及布站示意图

Fig. 2 Sketch map of launching coordinate system and arranging station

## 1 中轴线矢量的提取

所谓目标像矢量是指目标像轴线矢量,为了提高目标像矢量直线方程的求解精度,可利用最小二乘法求解,具体求解过程如下:

以经纬仪1为例进行计算。将目标像以轴线为分割线一分为二(分成的两部分暂以左、右相称),下面以左部分为例进行计算,把这一部分沿轴线分成若干段,并通过判读求解各段的形心坐标  $(x_i, y_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ ;

根据各段形心坐标,利用最小二乘法拟合出这部分目标像在像面坐标系中的直线方程。设目标像轴线直线方程为:

$$y_i = ax_i + b + \varepsilon_i (i=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

式中:  $\varepsilon_i$  为判读随机误差。

记:

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$$

$$\beta = (a, b)^T$$

$$\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)^T$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \dots & \dots \\ x_n & 1 \end{bmatrix}$$

则这部分目标像的直线方程可写为矩阵形式:

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (2)$$

由(2)式可得  $\beta$  的最小二乘估计为:

$$\beta = \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (3)$$

据此可得左部分目标像直线方程的最小二乘估计为:

$$y = a_1 x + b_1 \quad (4)$$

在相机坐标系中,其直线方程为:

$$\begin{cases} y_1' = k_1 x_1' + b_1 \\ z_1' = -n_1 f_1 \end{cases} \quad (5)$$

同理,可得到右部分目标像在相机坐标系中直线方程:

$$\begin{cases} y_1' = k_2 x_1' + b_2 \\ z_1' = -n_1 f_1 \end{cases} \quad (6)$$

如果  $k_1 = k_2$ ,则目标中轴线方程可写为:

$$\begin{cases} y_1' = k_1 x_1' + \frac{b_1 + b_2}{2} \\ z_1' = -n_1 f_1 \end{cases} \quad (7)$$

如果  $k_1 \neq k_2$ ,则目标中轴线方程可写为:

$$\begin{cases} y_1' = k_3 x_1' + b_3 \\ z_1' = -n_1 f_1 \end{cases} \quad (8)$$

$$k_3 = \frac{k_2 \sqrt{1 + k_1^2} - k_1 \sqrt{1 + k_2^2}}{\sqrt{1 + k_1^2} - \sqrt{1 + k_2^2}};$$

$$b_3 = \frac{b_2 \sqrt{1 + k_1^2} - b_1 \sqrt{1 + k_2^2}}{\sqrt{1 + k_1^2} - \sqrt{1 + k_2^2}}.$$

同理,可求得另一台相机上目标中轴线方程。

## 2 空间平面确定

设空间坐标系的  $Z$  轴方向为正北,  $X$  轴垂直  $Z$  轴并平行于水平面,  $Y$  轴垂直于水平面向上,原点与第一台相机回转中心重合,即:

$$x_1 = y_1 = z_1 = 0$$

设两测量站为  $A$  站和  $B$  站,则上述两直线与各自测量站回转中心决定的平面为:

$A$  站:

$$-k_1 n_1 f_1 x_1' + n_1 f_1 y_1' + b_1 z_1' = 0$$

$B$  站:

$$-k_2 n_2 f_2 x_2' + n_2 f_2 y_2' + b_2 z_2' = 0$$

设 A、B 两站方位、俯仰角分别为  $A_1$ 、 $E_1$  和  $A_2$ 、 $E_2$ ，则对上述两平面进行空间坐标转换，转换到 OXYZ 坐标系中，其方程分别为：

A 站：

$$T_1 R_{E_1} R_{A_1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

其中： $T_1 = [-k_1 n_1 f_1, n_1 f_1, b_1]$ ；

$$R_{E_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos E_1 & \sin E_1 \\ 0 & -\sin E_1 & \cos E_1 \end{bmatrix}；$$

$$R_{A_1} = \begin{bmatrix} \cos A_1 & 0 & -\sin A_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin A_1 & 0 & \cos A_1 \end{bmatrix}。$$

$E_1$  向上旋转为正， $A_1$  向左旋转为正。

B 站：

$$T_2 T_3 R_{E_2} R_{A_2} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (10)$$

其中： $T_2 = [-k_2 n_2 f_2, n_2 f_2, b_2, 1]$ ；

$$T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_2 \\ 0 & 1 & 0 & y_2 \\ 0 & 0 & 1 & z_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}；$$

$$R_{E_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \cos E_2 & -\sin E_2 & 1 \\ 0 & \sin E_2 & \cos E_2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}；$$

$$R_{A_2} = \begin{bmatrix} \cos A_2 & 0 & \sin A_2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -\sin A_2 & 0 & \cos A_2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

$E_2$  向上旋转为正， $A_2$  向左旋转为正。

### 3 空间交会俯仰角和偏航角的求解

两平面方程联立方程组所表示的空间直线方程即为被测目标中轴线方程。方向数为：

$$\begin{cases} l = \begin{bmatrix} l_{00} & l_{01} \\ l_{10} & l_{11} \end{bmatrix} \\ m = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} \\ m_{10} & m_{11} \end{bmatrix} \\ n = \begin{bmatrix} n_{00} & n_{01} \\ n_{10} & n_{11} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (11)$$

式中： $l_{00} = n_{01} = n_1 f_1 \cos E_1 - b_1 \sin E_1$ ；

$$l_{10} = n_{11} = n_2 f_2 \cos E_2 - b_2 \sin E_2；$$

$$l_{01} = m_{00} = k_1 n_1 f_1 \sin A_1 + n_1 f_1 \cos A_1 \sin E_1 + b_1 \cos A_1 \cos E_1；$$

$$l_{11} = m_{10} = k_2 n_2 f_2 \sin A_2 + n_2 f_2 \cos A_2 \sin E_2 + b_2 \cos A_2 \cos E_2；$$

$$m_{01} = n_{00} = -k_1 n_1 f_1 \cos A_1 + n_1 f_1 \sin A_1 \sin E_1 + b_1 \sin A_1 \cos E_1；$$

$$m_{11} = n_{10} = -k_2 n_2 f_2 \cos A_2 + n_2 f_2 \sin A_2 \sin E_2 + b_2 \sin A_2 \cos E_2；$$

其中：

$n_1$ 、 $n_2$  表示大气折射率；

$f_1$ 、 $f_2$  表示两相机焦距；

$k_1 = a_1 = \tan \alpha_1$ 、 $k_2 = a_2 = \tan \alpha_2$  表示像面上中轴线斜率；

$\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  表示在像面坐标系中中轴线与  $x$  轴的夹角。

当  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  接近  $90^\circ$  时 ( $>45^\circ$ )，由于  $k$  的误差急剧增大，则改判中轴线与  $y$  轴的夹角  $\beta$  作为直线的斜率角，则  $k = \tan \beta$ ， $a$  为直线在  $x$  轴上的截距。中轴线方程改为：

$$\begin{cases} x' = ky' + a \\ z' = -nf' \end{cases} \quad (12)$$

相应的平面方程改为： $nf x' - kfy' + az' = 0$ 。

按上述同样方法进行坐标变换后，可求得  $l$ 、 $m$ 、 $n$ 。

俯仰角：

$$\varphi = \arctg\left(\frac{m}{\sqrt{l^2 + n^2}}\right) \quad (13)$$

偏航角：

$$\theta = -\arctg\left(\frac{l}{n}\right) \quad (14)$$

至此，求得在交会测量条件下的俯仰角和偏航角。

### 4 结束语

利用光电经纬仪等光学测量系统测量空中飞行目标的轨迹是国内、外靶场中广泛使用的一种测量方法，光学测量具有直观、准确性高等其它测量方式无法取代的优点。光电经纬仪的测量元素是仪器的方位角和高低角，采用交会测量方法可确定空间运动目标的瞬时坐标。传统的目标飞行姿态测量方式是通过解算出目标的首、尾点空间坐标参数，利用空间几何投影关系获得目标的姿态参数。根据被测目标的轴对称关系，本文介绍的中轴线法利用面面交会获得空间直线姿态参数的方式，有别于利用线线交会获得姿态参数的传统方式。

### 【参 考 文 献】

- [1] 杜之明,等. 发射试验结果分析与鉴定技术[M]. 北京:国防工业出版社,2006.
- [2] 阎更章,等. 试验数据的统计分析[M]. 北京:国防工业出版社,2001.
- [3] 何照才,等. 光学测量系统[M]. 北京:国防工业出版社,2002.
- [4] 徐智勇,等. GD-750 光电经纬仪研制总结报告[R]. 北京:中国科学院光电技术研究所,2007.

作者简介:孙少华(1963~),男,辽宁沈阳人,高级工程师,主要研究方向:靶场光电测量。