

光电经纬仪空中轨迹交会测量方法研究及误差分析*

顾 青, 毛建民

(中国船舶重工集团公司 750 试验场, 云南 昆明 650051)

摘要:对运动目标空中轨迹进行精确测量是光电经纬仪的主要任务。据此, 讨论了光电经纬仪在无测距设备配合的情况下, 基于交会测量原理的多种数据解算方法, 并根据各种方法的解算误差分析了在实际使用过程中的利弊。

关键词:光电经纬仪; 交会测量; 目标误差; 轨迹参数

中图分类号: TH 761.1

文献标识码: A

文章编号: 1007 - 9394 (2009) 01 - 0012 - 03

Research on Photoelectric Theodolite Intersection Based on Air Trajectory Testing Methods and Its Error

GU Qing, MAO Jian-min

(Kunming Shipborne Equipment Test and Research Center, Kunming Yunnan 650051, China)

Abstract: The air trajectory testing methods based on photoelectric theodolite intersection without distance measuring information is discussed and the errors of the methods are analyzed. The appropriate application cases of the methods are proposed then.

Key words: photoelectric theodolite; intersection survey; target error; trajectory parameters

0 引言

光电经纬仪是一种带伺服系统, 具有对空中运动目标进行自动跟踪功能的大型光学测量设备。主要由光电经纬仪组成的光学测量系统适用于空中轨迹段较长的运动目标空中轨迹测量。没有装载测距设备的单台经纬仪无法进行目标的距离的测量, 只能测量目标的高低角和俯仰角, 这样单台经纬仪就无法对空中目标的轨迹进行测量。将两台或多台经纬仪的测量数据综合起来, 联立可以求解目标在空中的位置信息, 以达到跟踪测量的目的, 这就是光电经纬仪交会测量产生的背景。通过多台光电经纬仪的联合测量可以实时解算空间运动目标的轨迹, 并将解算数据提供给其它测量系统进行实时导引。

光学测量系统具有测量精度高、可获得直接影像资料、在目标成像尺寸较大的情况下可以进行姿态测量和不受地面杂波影响等优势, 但其作用距离较近且受地面测站位置和天气条件的影响。随着高性能目标对空中轨迹、主要特征点和落点精度要求变高, 对光学测量系统的测量精度要求也越来越高, 本文主要论证了在无测距设备配合的情况下多台光电经纬仪利用方位角和高低角进行交会测量的方法, 以及各种数据处理方法的适用性。

1 测量坐标系的确定

首先将光电经纬仪测站站址坐标和测量数据从大地坐标转换为法线发射坐标。

法线发射坐标系的定义为, 坐标系原点为发射点, Y 轴沿地球椭圆面指向地球外, X 轴与 Y 轴垂直指向大地北, Z 轴与 X 轴和 Y 轴构成右手坐标系。

发射原点信息参数: 大地经度 L_0 、大地纬度 B_0 、大地高程 H_0 、发射方位大地方位角 FS_i ; 光电经纬仪测站信息参数: 大地经度 L_i 、大地纬度 B_i 、大地高程 H_i 。测站站址在法线发射坐标系中的坐标 (X_i, Y_i, Z_i) 的计算公式为:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = [A_0] [B_0] \begin{bmatrix} X_0 - X_i \\ Y_0 - Y_i \\ Z_0 - Z_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\text{式中: } A_0 = \begin{bmatrix} \cos FS_i & 0 & \sin FS_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin FS_i & 0 & \cos FS_i \end{bmatrix}; [B_0] = \begin{bmatrix} \cos B_0 & \sin B_0 & 0 \\ -\sin B_0 & \cos B_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\begin{cases} X_0 = [N_i(1 - e^2) + H_i] \sin B_i \\ Y_0 = (N_i + H_i) \cos B_i \cos(L_i - L_0) \\ Z_0 = (N_i + H_i) \cos B_i \sin(L_i - L_0) \\ X_i = [N_p(1 - e^2) + H_0] \sin B_0 \\ Y_i = (N_0 + H_0) \cos B_0 \\ Z_i = 0 \end{cases}$$

$$\text{其中, } N_i = a / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_i}, N_0 = a / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_0},$$

$a = 6\,378\,245\text{ m}$, $b = 6\,356\,863.018\,77\text{ m}$, $e^2 = (a^2 - b^2)/a^2 = 0.006\,693\,421\,623$ 。

再将各经纬仪测量数据转换为发射法线坐标系。各测站测量数据信息参数:目标方位角 A_i 、目标高低角 B_i 、发射方位角 FS_i 、测站零方位角 A_0 、测站数据在发射坐标系下的值为:

$$\begin{cases} A_f = 180^\circ + \lg^{-1}(Z_n/X_n), & X_n < 0 \\ A_f = 360^\circ + \lg^{-1}(Z_n/X_n), & X_n \geq 0 \text{ 且 } Z_n < 0 \\ B_f = \sin^{-1} Y_n \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{式中: } \begin{bmatrix} X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{bmatrix} = [A_1][B_1][A_2][B_2] \cdot$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(L_i - L_0) & -\sin(L_i - L_0) \\ 0 & \sin(L_i - L_0) & \cos(L_i - L_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos A \cos E \\ \sin E \\ \cos E \sin A \end{bmatrix};$$

$$[A_1] = \begin{bmatrix} \cos FS_i & 0 & \sin FS_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin FS_i & 0 & \cos FS_i \end{bmatrix}; [B_1] = \begin{bmatrix} \cos B_0 & -\sin B_0 & 0 \\ \sin B_0 & \cos B_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$[A_2] = \begin{bmatrix} \cos A_0 & 0 & -\sin A_0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin A_0 & 0 & \cos A_0 \end{bmatrix}; [B_2] = \begin{bmatrix} \cos B_i & \sin B_i & 0 \\ -\sin B_i & \cos B_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

2 空间轨迹参数解算

2.1 交会测量方法

2.1.1 位置测量方程

设坐标系为 $O-XYZ$, 4 个经纬仪测量站 (C_1, C_2, C_3, C_4) 与两个空间目标 (M_1, M_2) 的空间相对位置关系, 见图 1。通过前文所述可以得出基本的位置测量方程为:

$$\begin{cases} X_1 + R_{11} \cos E_{11} \cos A_{11} = X_3 + R_{31} \cos E_{31} \cos A_{31} \\ Y_1 + R_{11} \sin E_{11} = Y_2 + R_{31} \sin E_{31} \\ Z_1 + R_{11} \cos E_{11} \sin A_{11} = Z_2 + R_{31} \cos E_{31} \sin A_{31} \end{cases} \quad (3)$$

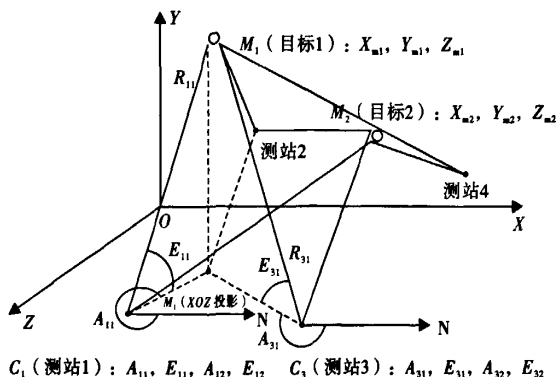


图1 测量目标和测量站相对空间位置关系图

Fig.1 Relative space ubiety drawing between measuring targets and surveying stations

2.1.2 传统的 L 、 K 和 M 公式

满足交会测量条件可以求出 R_{11} 和 R_{31} , 由式(3)中 3 个联立方程求出两个未知数, 能组合出在传统交会测量方法上常用

L 、 K 和 M 公式。即分别投影在水平面 XOZ 、垂直面 YOZ 和 XOY 上进行解算。但这 3 个公式都存在在某一区域精度较高, 而在另一区域精度较低的问题, 混合起来使用在衔接处数据跳动也较大, 容易出现较明显的台阶效应。

2.1.3 高斯-马尔可夫估计算法

随着高性能目标的发展对外测数据处理精度的要求也不断提高。在靶场测量设备增加的前提下逐渐采用多台经纬仪交会的高斯-马尔可夫估计算法进行空中轨迹参数的解算。

根据图 1 所示可以列出第 C_i 台经纬仪对于第 M_n 个目标在发射坐标系的相对关系式为:

$$\begin{cases} R_{in} = [(X_{mn} - X_i)^2 + (Y_{mn} - Y_i)^2 + (Z_{mn} - Z_i)^2]^{1/2} \\ A_{in} = \arcsin[(Z_{mn} - Z_i)/L_{in}], & X_{mn} - X_i \geq 0 \\ A_{in} = 180^\circ - \arcsin[(Z_{mn} - Z_i)/L_{in}], & X_{mn} - X_i < 0 \\ E_{in} = \arctg[(Y_{mn} - Y_i)/L_{in}] \\ L_{in} = [(X_{mn} - X_i)^2 + (Z_{mn} - Z_i)^2]^{1/2} \end{cases} \quad (4)$$

由于非线性关系, 需要经过泰勒展开式利用最小二乘估计轨迹位置参数, 目标 1 得到 4 台经纬仪交会有效联测:

$$\Delta L = A \Delta Z + \phi$$

$$= \begin{bmatrix} R_{11} - R_{11}', A_{11} - A_{11}', E_{11} - E_{11}', R_{21} - R_{21}', A_{21} - A_{21}', E_{21} - E_{21}' \\ R_{31} - R_{31}', A_{31} - A_{31}', E_{31} - E_{31}', R_{41} - R_{41}', A_{41} - A_{41}', E_{41} - E_{41}' \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

式中: ϕ 为随机误差向量; A 为经纬仪测量数据对轨迹参数 X_{mi} , Y_{mi} , Z_{mi} 偏导数的雅可比矩阵; R_{in}' , A_{in}' 和 E_{in}' 为将测站与目标之间的直接测量向量 R_{in} 和 A_{in} 利用方向余弦进行角坐标转换得到轨迹初值 X_{mn}' , Y_{mn}' 和 Z_{mn}' 再带入相对关系式得到。

这样由最小二乘估计得到目标 1 精确轨迹参数为:

$$\begin{aligned} [\hat{X}_{mn}] &= [X_{mn}'] + [\Delta \hat{X}_{mn}] \\ &= [X_{mn}'] + (A^T P^{-1} A)^{-1} A^T P^{-1} \Delta L \end{aligned} \quad (6)$$

式中: P 为随机误差向量 ϕ 的协方差矩阵, P 的计算公式为:

$$P = \text{diag}(\sigma_{R_{11}}^2, \sigma_{A_{11}}^2, \sigma_{E_{11}}^2, \sigma_{R_{21}}^2, \sigma_{A_{21}}^2, \sigma_{E_{21}}^2, \sigma_{R_{31}}^2, \sigma_{A_{31}}^2, \sigma_{E_{31}}^2, \sigma_{R_{41}}^2, \sigma_{A_{41}}^2, \sigma_{E_{41}}^2) \quad (7)$$

2.1.4 异面交会算法

无论采用传统的 L 、 K 和 M 公式还是高斯-马尔可夫估计算法都存在一种理想化的假设, 即每两台经纬仪交会测量时主光轴都会相交。但这种相交的情况因为大气折射误差、指向误差和设备系统误差等影响很难做到每组交会数据都是在主光轴相交的情况下产生的, 因此存在着异面误差。

如图 2 所示, C_1 和 C_2 两台经纬仪在测量 M_1 时, 设备的主光轴并没有真正相交, 假设目标的真实位置在 M_1 点, 而两测站的瞄准点分别为 M_1' 和 M_1'' 。在 C_1 测站的方向向量为 $l_1 = (\cos A_{11}, \lg E_{11}, \sin A_{11})$, 在 C_2 测站的方向向量为 $l_2 = (\cos A_{21}, \lg E_{21}, \sin A_{21})$ 。这样可以由以下表达式得出 M_1' 和 M_1'' 两点的位置:

$$\begin{cases} X_{m1'} = X_1 + l_1 \cos A_{11} \\ Y_{m1'} = Y_1 + l_1 \lg E_{11} \\ Z_{m1'} = Z_1 + l_1 \sin A_{11} \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} X_{m1''} = X_2 + l_2 \cos A_{21} \\ Y_{m1''} = Y_2 + l_2 \lg E_{21} \\ Z_{m1''} = Z_2 + l_2 \sin A_{21} \end{cases} \quad (9)$$

则有 M_1' 和 M_1'' :

$$\begin{cases} M_1' = \cos A_{11} (X_1 - X_2) + \lg E_{11} (Y_1 - Y_2) + \sin A_{11} (Z_1 - Z_2) \\ M_1'' = \cos A_{21} (X_2 - X_1) + \lg E_{21} (Y_2 - Y_1) + \sin A_{21} (Z_2 - Z_1) \end{cases} \quad (10)$$

求出 M_1' 和 M_1'' 的坐标后, 目标 M 的真实坐标应在 M_1' 和

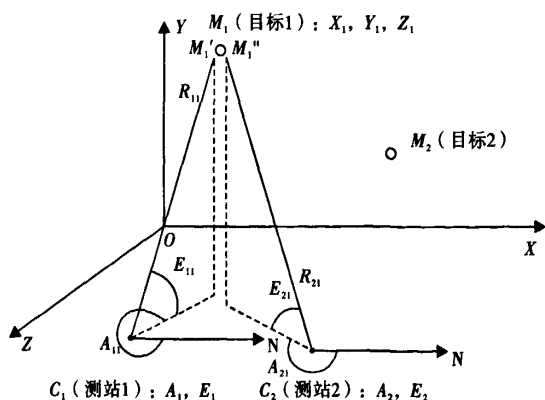


图2 异面交会的空间位置关系图

Fig. 2 Space ubiety chart of different surfaces intersection

M_1'' 两点的连线上,位置更靠近相对位置更好(测量精度更高)的经纬仪瞄准点一侧。两台经纬仪实时测角总精度为 σ_1 和 σ_2 ,则有:

$$\begin{cases} l_1 = \frac{M_1'' [\cos(A_{11} - A_{21}) + \operatorname{tg} E_{11} \operatorname{tg} E_{21}] + M_1' \sec^2 E_{21}}{[\cos(A_{11} - A_{21}) + \operatorname{tg} E_{11} \operatorname{tg} E_{21}]^2 - \sec^2 E_{11} \sec^2 E_{21}} \\ l_2 = \frac{M_1' [\cos(A_{11} - A_{21}) + \operatorname{tg} E_{11} \operatorname{tg} E_{21}] + M_1'' \sec^2 E_{21}}{[\cos(A_{11} - A_{21}) + \operatorname{tg} E_{11} \operatorname{tg} E_{21}]^2 - \sec^2 E_{11} \sec^2 E_{21}} \end{cases} \quad (11)$$

根据 l_1 和 l_2 可以求出 M 点的坐标:

$$\begin{cases} X = \rho(X_1 + l_1 \cos A_{11}) + (1 - \rho)(X_2 + l_2 \cos A_{21}) \\ Y = \rho(Y_1 + l_1 \operatorname{tg} E_{11}) + (1 - \rho)(Y_2 + l_2 \operatorname{tg} E_{21}) \\ Z = \rho(Z_1 + l_1 \sin A_{11}) + (1 - \rho)(Z_2 + l_2 \sin A_{21}) \end{cases} \quad (12)$$

式中: $\rho = \sigma_1 / (\sigma_1 + \sigma_2)$ 。

2.2 适用范围及误差分析

常用 L 、 K 和 M 公式是分别将目标点投影在水平面 XOZ ,垂直面 YOZ 和 XOY 上进行解算。 L 公式中是先计算出 X 和 Z 坐标,然后根据投影再计算 Y 值,这样 X 和 Z 值的误差不可避免的迭加到 Y 值上,附加了算法误差, K 和 M 公式也同理加大了 X 和 Z 值上的误差。

某靶机飞行试验中,4台经纬仪布站如图1所示,测量目标由南向北飞行,高度由原点飞行至2 000 m的高度。测站1和测站3在发射坐标系中的 Z 坐标相差不足150 m, X 坐标相差为2 000 m左右, Y 坐标基本相同。测站1和测站2的 X 坐标相差400 m左右, Z 坐标相差为2 500 m左右, Y 坐标基本相同。

1)图3(a)为测站1,3的数据利用 L 公式进行解算,估算出3个方向的误差,由图中可以看出 σ_x 由于受交会角影响较大,在两站之间时最小,在测站两端时较大。 σ_y 在500以下低空段基本相同,在仪器跟踪高低角大于 15° 以后开始增大且在2 000 m时增大到1.8左右。由于两站 Z 坐标相差很小,因此在两测站的连线附近空域 σ_z 值较大。由测试数据可以得出 L 公式在低空交会角比较理想的情况下误差较小,随着目标升高解算误差开始变大,在仪器跟踪高低角大于 30° 时 σ_y 达到1 m左右,已无法满足测量要求。

2)图3(b)为测站1,2的数据利用 K 公式进行解算,估算出

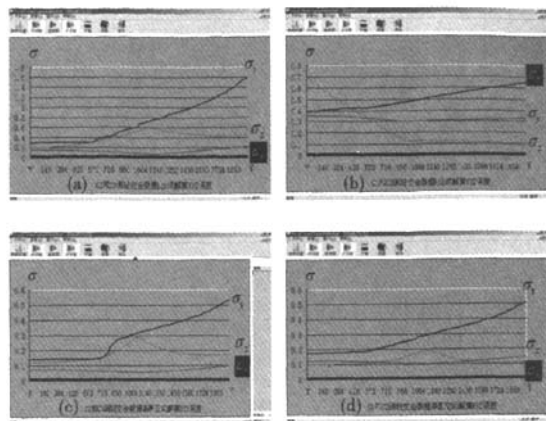


图3 4种空中轨迹交会解算方法XYZ方向误差

Fig. 3 The errors of four kinds of calculation methods of space air trajectory intersection at XYZ directions

3个方向的误差,由图中可以看出由于投影关系的变化使得 σ_z 随着靶机的升高呈逐渐减小的趋势。而 σ_y 在两站之间时最小,在测站两端时较大。 σ_x 随着两站交会角逐渐变小而急剧增大。由测试数据可以得出 K 公式在高空交会角比较理想的情况下误差较小,而在起飞阶段则误差较大。

3)图3(c)和图3(d)还是利用测站1,3和测站1,2的数据分别利用高斯-马尔可夫估计算法和异面空间交会法估算的误差。对比可以看出上述两种算法与 L 、 K 公式相比使用区域较大,且测量精度也提高了很多。

3 结束语

运用高斯-马尔可夫估计算法和异面空间交会法相比传统的投影方法,的确对减小交会测量误差起到了很大的作用,但对于基线上方空域仍存在较大的误差,只能通过各经纬仪站位的特点对各测站数据进行加权的数据融合处理方法,但对于经常移动的测站影响较大,仍需进一步提高解算方法的精度。

【参考文献】

- [1] 刘利生. 外测数据事后处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.
- [2] 刘蕴才, 张纪升, 黄学德. 导弹卫星测控总体[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
- [3] 何照才. 光电测量[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
- [4] 张玲霞, 等. 靶场光电经纬仪多台交会测量的融合处理及仿真分析[J]. 光子学报, 2002, 31(12): 1 528 ~ 1 532.
- [5] GJB1381.1-92, 导弹、航天器试验外测设备的精度评定 光电经纬仪[S]. 北京: 国防科工委军标出版发行部, 1993.
- [6] 中国人民解放军总参军事训练教材编委会. 靶场大地测量[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.

作者简介: 顾青(1972~), 男, 山东荣城人, 工程师, 主要研究方向为靶场光电测量技术。