

# 恢复力-摩擦基底隔震 结构的地震可靠性分析

洪 峰\*      冯启民

(国家地震局工程力学研究所)

## 提 要

本文建立了恢复力-摩擦基底隔震结构在地震作用下的运动微分方程。地震地面运动被模拟成随机过程。利用等效线性化方法,获得了这种基底隔震结构在地震作用下的均方位移和均方速度反应。根据最大位移反应的概率分布函数,求得了这种基底隔震结构和与它相应的基底固定结构在给定地震作用下的破坏概率。计算结果表明,这种基底隔震结构在地震作用下有较高的可靠性。

## 一、前 言

基底隔震结构和传统的抗震结构有本质上的不同。基底隔震结构依靠基底隔震系统来减小地震作用并耗散地震能量,而传统的抗震结构不得不依靠结构本身来耗散输入结构的地震能量。到目前为止,已提出许多基底隔震系统,如橡胶支座基底隔震系统、铅芯橡胶支座基底隔震系统、摩擦基底隔震系统、恢复力-摩擦基底隔震系统和法国电力基底隔震系统等。文献[1]对使用各种基底隔震系统的隔震结构的研究和应用,作了较详细的评述。在这里,我们不再重复。

摩擦基底隔震结构在我国已得到了应用,文献[2,3,4]对这种基底隔震结构进行了一些研究。摩擦基底隔震系统简单经济,但有一个缺点,即没有使结构复位的能力。恢复力-摩擦基底隔震系统可以克服这个缺点。这种基底隔震系统由橡胶元件和摩擦元件两部分组成。橡胶元件提供恢复力,使结构复位;摩擦元件提供摩擦力,耗散地震能量。文献[5]对这种基底隔震结构,做了许多确定性的数值反应分析工作。他们在做数值反应分析时,将上部结构视为刚性结构,地震输入使用了1940年El Centro地震记录。当上部结构与基底隔震系统相比是很刚时,将上部结构视为刚性结构是合理的。否则,应将上部结构视为弹性结构。地震输入具有随机性,因此最好用随机过程来模拟。

在本研究中,将上部结构视为弹性结构,地震地面运动被模拟成随机过程。利用等效线性化方法,求出了恢复力-摩擦基底隔震结构在地震作用下的均方位移和均方速度反应。然后对这种基底隔震结构和与它相应的基底固定结构进行了地震可靠性分析,并比较了两种结构的可靠性。

\* 该所博士学位研究生,在沈阳建筑工程学院工作。

## 二、运动微分方程

恢复力-摩擦基底隔震结构的力学模型如图 1 所示。这种基底隔震结构在水平地震作用下,滑动时的运动微分方程可表为

$$m_1 \ddot{y}_1 + m_2 \ddot{y}_2 + c_1(\dot{y}_1 - \dot{x}_g) + k_1(y_1 - x_g) + \mu(m_1 + m_2)g \operatorname{sgn}(\dot{y}_1 - \dot{x}_g) = 0 \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + c_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_2(y_2 - y_1) = 0$$

式中,  $m_1$  和  $m_2$  分别为结构底部和顶部的质量;  $c_1$ 、 $k_1$  和  $\mu$  分别为基底隔震系统的阻尼系数、刚度系数和摩擦系数;  $c_2$  和  $k_2$  分别为结构的阻尼系数和刚度系数;  $g$  为重力加速度;  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  为符号函数;  $x_g$  为地震地面运动位移;  $y_1$  和  $y_2$  分别为结构底部和顶部的绝对位移。显然, 方程(1)是非线性微分方程。

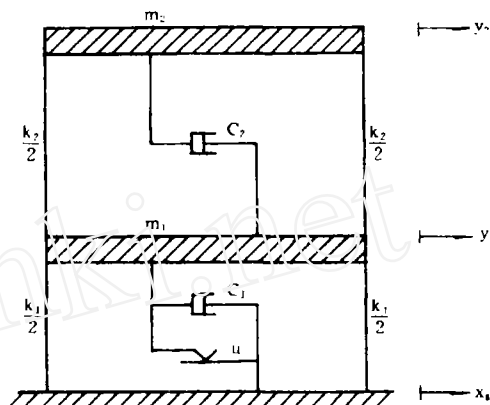


图 1 恢复力-摩擦基底隔震结构的力学模型

方程(1)是用绝对坐标表示的。结构在地震作用下是否破坏一般与相对反应有关。因此, 下面我们将导出用相对坐标表示的运动微分方程。令  $y_1 = x_g + x_1$ ,  $y_2 = x_g + x_1 + x_2$ , 代入方程(1), 则可得用相对坐标表示的运动微分方程, 即

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2) \ddot{x}_g + (m_1 + m_2) \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 \\ + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + \mu(m_1 + m_2)g \operatorname{sgn}(\dot{x}_1) = 0 \\ m_2 (\ddot{x}_g + \ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

式中,  $x_1$  为结构底部相对于地面的位移;  $x_2$  为结构顶部相对于底部的位移。

方程(2)中的第一式两边同时除以  $(m_1 + m_2)$ , 第二式两边同时除以  $m_2$ , 然后整理可得

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 + \frac{1}{1+Q} \ddot{x}_2 + 2\zeta_1 p_1 \dot{x}_1 + p_1^2 x_1 + \mu g \operatorname{sgn}(\dot{x}_1) = -\ddot{x}_g \\ \ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + 2\zeta_2 p_2 \dot{x}_2 + p_2^2 x_2 = -\ddot{x}_g \end{aligned} \quad (3)$$

式中

$$\begin{aligned} 2\zeta_1 p_1 &= \frac{c_1}{m_1 + m_2}, p_1^2 = \frac{k_1}{m_1 + m_2} \\ 2\zeta_2 p_2 &= \frac{c_2}{m_2}, p_2^2 = \frac{k_2}{m_2}, Q = \frac{m_1}{m_2} \end{aligned} \quad (4)$$

恢复力-摩擦基底隔震结构在整个地震震动过程中, 结构底部有时滑动, 有时不滑动。但是当基底隔震系统的摩擦系数较小时, 这种基底隔震结构在较强地震作用下的非滑阶段是可以忽略的。在本研究中基底隔震系统的摩擦系数较小, 且输入的地震地面运动较强, 因此对于整个地震震动过程, 均使用滑动时的运动微分方程。

## 三、等效线性方程

到目前为止, 非线性反应的统计特征一般还不能精确求出, 本研究将采用等效线性化方法

求解非线性微分方程。下面我们将导出等效线性微分方程。

方程(3)的等效线性微分方程可表为

$$\begin{aligned}\ddot{x}_1 + \frac{1}{1+Q}\ddot{x}_2 + 2\alpha_r\zeta_1\rho_1\dot{x}_1 + \beta_r\rho_1^2x_1 &= -\ddot{x}_g \\ \ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + 2\zeta_2\rho_2\dot{x}_2 + \rho_2^2x_2 &= -\ddot{x}_g\end{aligned}\quad (5)$$

式中,  $\alpha_r$  和  $\beta_r$  为等效线性参数。

方程(3)和方程(5)的差可表为

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \end{Bmatrix}\quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned}\epsilon_1 &= 2(1 - \alpha_r)\zeta_1\rho_1\dot{x}_1 + (1 - \beta_r)\rho_1^2x_1 + \mu g \operatorname{sgn}(\dot{x}_1) \\ \epsilon_2 &= 0\end{aligned}\quad (7)$$

使方程差的均方值  $E[\{\epsilon\}^T\{\epsilon\}]$  为最小, 确定的等效线性参数可表为

$$\begin{aligned}\alpha_r &= 1 + \frac{\mu g E[\dot{x}_1 \operatorname{sgn}(\dot{x}_1)]}{2\zeta_1\rho_1 E[\dot{x}_1^2]} \\ \beta_r &= 1 + \frac{\mu g E[x_1 \operatorname{sgn}(\dot{x}_1)]}{\rho_1^2 E[x_1^2]}\end{aligned}\quad (8)$$

假设  $x_1$  和  $\dot{x}_1$  的联合概率密度函数可表为

$$f(x_1, \dot{x}_1) = \frac{1}{2\pi\sigma_{x_1}\sigma_{\dot{x}_1}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_1^2}{\sigma_{x_1}^2} + \frac{\dot{x}_1^2}{\sigma_{\dot{x}_1}^2}\right)\right]\quad (9)$$

式中,  $\sigma_{x_1}$  和  $\sigma_{\dot{x}_1}$  分别为均方根位移和均方根速度反应。利用式(9), 等效线性参数可进一步表示为

$$\begin{aligned}\alpha_r &= 1 + \frac{\mu g}{\sqrt{2\pi}\zeta_1\rho_1\sigma_{\dot{x}_1}} \\ \beta_r &= 1\end{aligned}\quad (10)$$

从式(10)可以看出, 等效线性参数  $\alpha_r$  是均方根速度反应的函数。因此, 需使用迭代法求解等效线性微分方程。

## 四、方程的求解

等效线性微分方程可以在时域求解, 也可以在频域求解。我们下面将采用频域法求解等效线性微分方程。

将式(10)中的第二式代入方程(5)后, 方程(5)用矩阵形式可表为

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\}\quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned}[M] &= \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{1+Q} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} 2\alpha_r\zeta_1\rho_1 & 0 \\ 0 & 2\zeta_2\rho_2 \end{bmatrix} \\ [K] &= \begin{bmatrix} \rho_1^2 & 0 \\ 0 & \rho_2^2 \end{bmatrix} \quad \{x\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \quad \{f\} = -\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{x}_g\end{aligned}\quad (12)$$

为了求频响函数, 我们可令

$$\begin{aligned}\ddot{x}_g &= e^{i\omega t} \\ \{x\} &= \{H(\omega)\}e^{i\omega t}\end{aligned}\quad (13)$$

式中,  $\{H(\omega)\}$  为频响函数向量, 它可表为

$$\{H(\omega)\} = \begin{Bmatrix} H_1(\omega) \\ H_2(\omega) \end{Bmatrix} \quad (14)$$

式中,  $H_i(\omega)$  为质点  $i$  的频响函数。将式(13)代入方程(11)可得

$$(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])\{H(\omega)\} = -\{1\} \quad (15)$$

根据方程(15), 频响函数向量可表为

$$\begin{aligned}\{H(\omega)\} &= -(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])^{-1}\{1\} \\ &= \begin{Bmatrix} H_1(\omega) \\ H_2(\omega) \end{Bmatrix}\end{aligned}\quad (16)$$

式中

$$\begin{aligned}H_1(\omega) &= \frac{-\omega_{22} + a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \\ H_2(\omega) &= \frac{a_{21} - a_{11}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \\ a_{11} &= -\omega^2 + 2ia_1\zeta_1\rho_1\omega + \rho_1^2 \\ a_{12} &= -\frac{1}{1+Q}\omega^2 \\ a_{21} &= -\omega^2 \\ a_{22} &= -\omega^2 + 2i\zeta_2\rho_2\omega + \rho_2^2\end{aligned}\quad (17)$$

质点  $i$  的位移功率谱密度函数和均方位移反应分别可表为

$$\begin{aligned}S_{xi}(\omega) &= |H_i(\omega)|^2 S_u(\omega) \\ \sigma_{xi}^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{xi}(\omega) d\omega \quad (i = 1, 2)\end{aligned}\quad (18)$$

式中,  $S_u(\omega)$  为地震地面运动加速度的功率谱密度函数。质点  $i$  的速度功率谱密度函数和均方速度反应分别可表为

$$\begin{aligned}S_{vi}(\omega) &= \omega^2 |H_i(\omega)|^2 S_u(\omega) \\ \sigma_{vi}^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{vi}(\omega) d\omega \quad (i = 1, 2)\end{aligned}\quad (19)$$

## 五、可靠性分析

为了进行地震可靠性分析, 需要知道最大位移反应的概率分布函数。最大位移反应的概率分布函数可表为

$$F(x_m) = \exp\{-\exp[-\alpha(x_m - \beta)]\} \quad (20)$$

式中

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\pi}{\sqrt{6}\sigma_{xm}} \\ \beta &= x_m - \frac{0.5772}{\alpha}\end{aligned}\quad (21)$$

这里,  $\bar{x}_m$  和  $\sigma_{xm}$  分别为量大位移反应的均值和标准差, 它们分别可表为

$$\bar{x}_m = \left( \sqrt{2\ln(\nu T)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2\ln(\nu T)}} \right) \sigma_r \quad (22)$$

$$\sigma_{xm} = \frac{\pi}{\sqrt{12\ln(\nu T)}} \sigma_r$$

式中,  $T$  为地震的持续时间;  $\sigma_r$  为均方位移反应;  $\nu$  为期望交零率, 它可表为

$$\nu = \frac{\sigma_r}{\pi \sigma_v} \quad (23)$$

式中,  $\sigma_v$  为均方速度反应。

若结构某层(基底隔震层或结构层)的地震破坏定义为该层的最大位移反应超过该层容许位移值, 则结构某层的地震破坏概率可表为

$$p_i = 1 - F(\Delta_i) \quad (24)$$

式中,  $\Delta_i$  为该层的容许位移值。

## 六、分析实例

我们这里分析的恢复力-摩擦基底隔震结构的力学模型如图 1 所示。基底隔震系统的阻尼比、频率和摩擦系数分别为

$$\zeta_1 = \frac{c_1}{2\rho_1(m_1 + m_2)} = 0.05$$

$$\rho_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1 + m_2}} = 6.283 \text{ rad/s} \quad (25)$$

$$\mu = 0.05$$

结构的阻尼比、频率和结构底部质量与顶部质量之比分别为

$$\zeta_2 = \frac{c_2}{2\rho_2 m_2} = 0.05$$

$$\rho_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = 12.57 \text{ rad/s} \quad (26)$$

$$Q = \frac{m_1}{m_2} = 1.0$$

基底隔震系统和结构的容许位移值分别为  $\Delta_1 = 8.0 \text{ cm}$  和  $\Delta_2 = 25.0 \text{ cm}$ 。该基底隔震结构建在 9 度地震区。地基土为 II 类场地土。我们下面将求出该基底隔震结构在 9 度地震作用下的破坏概率。为了进行比较, 我们也将给出与它相应的基底固定结构在同样强度地震作用下的破坏概率。

### 1. 地面运动模型

根据文献[6, 7, 8], 地震地面运动的功率谱密度函数可表为

$$S_u(\omega) = \frac{\omega^6}{\omega_s^6 + \omega_s^6} S(\omega) \quad (27)$$

式中,  $\omega_s$  为控制低频含量的参数, 在本研究中取为  $\omega_s = 1.4 \text{ rad/s}$ ;  $S(\omega)$  为 Kanai-Tajimi 功率谱密度函数, 它可表为

$$S(\omega) = \frac{\omega_s^4 + (2\beta_s \omega_s \omega)^2}{(\omega_s^2 - \omega^2)^2 + (2\beta_s \omega_s \omega)^2} S_0 \quad (28)$$

式中,  $S_0$  为谱强度,  $\omega_g$  和  $\beta_g$  为谱参数, 根据文献[9], II 类场地土的谱参数可取为  $\omega_g=16.5$  rad/s,  $\beta_g=0.8$ 。

II 类场地土的地震地面运动均方加速度可表为

$$\begin{aligned}\sigma_u^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} S_u(\omega) d\omega \\ &= 109.3 S_0\end{aligned}$$

(29)

根据式(29), II 类场地土的谱强度可表为

$$S_0 = \frac{\sigma_u^2}{109.3}$$

(30)

根据文献[10], 9 度地震区的最大加速度均值可取为  $E[a_m]=500\text{cm/s}^2$ 。根据文献[9], II 类场地土的地震地面运动加速度过程的峰值因子可取为  $r=3.0$ 。9 度地震区 II 类场地土的谱强度为

$$S_0 = \frac{1}{109.3} \left( \frac{E[a_m]}{r} \right)^2 = 254.1 \text{cm}^2/\text{s}^2$$

(31)

根据文献[9], II 类场地土的地震持续时间为  $T=9.8\text{s}$ 。

2. 可靠性计算

我们分别计算了恢复力-摩擦基底隔震结构和与它相应的基底固定结构在 9 度地震作用下的破坏概率, 并进行了比较。表 1 给出了均方位移和均方速度反应。根据式(22), 求出的最大位移反应的均值和标准差列于表 2。由式(21)可求出最大位移反应概率分布函数的参数, 计算结果在表 3 中给出。根据式(24), 求出的破坏概率列于表 4。

表 1 均方位移和均方速度反应

结构形式	$\sigma_{x1}(\text{cm})$	$\sigma_{x1}(\text{cm/s})$	$\sigma_{x2}(\text{cm})$	$\sigma_{x2}(\text{cm/s})$
基底隔震	2.985	18.01	0.9616	7.660
基底固定			2.414	30.11

表 2 最大位移反应的均值和标准差

结构形式	$\bar{x}_{1m}(\text{cm})$	$\sigma_{11m}(\text{cm})$	$\bar{x}_{2m}(\text{cm})$	$\sigma_{x2m}(\text{cm})$
基底隔震	7.943	1.580	2.657	0.4865
基底固定			7.047	1.144

表 3 最大位移反应概率分布函数的参数

结构形式	$\alpha_1(\text{cm}^{-1})$	$\beta_1(\text{cm})$	$\alpha_2(\text{cm}^{-1})$	$\beta_2(\text{cm})$
基底隔震	0.8117	7.232	2.636	2.438
基底固定			1.121	6.532

恢复力-摩擦基底隔震结构在地震作用下破坏这一事件可表为

$$A = A_1 + A_2$$

(32)

式中,  $A_1$  为第一层(基底隔震层)破坏事件;  $A_2$  为第二层(结构层)破坏事件。这种基底隔震结

构的破坏概率可表为

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 A_2) \quad (33)$$

这种基底隔震结构破坏概率的上限为

$$\begin{aligned} P_m(A) &= P(A_1) + P(A_2) \\ &= 5.450 \times 10^{-7} + 4.290 \times 10^{-7} = 9.740 \times 10^{-7} \end{aligned} \quad (34)$$

与这种基底隔震结构相应的基底固定结构的破坏概率为  $1.754 \times 10^{-1}$ 。

表 4 容许位移值和破坏概率

结构形式	$\Delta_1$ (cm)	$P_1$	$\Delta_2$ (cm)	$P_2$
基底隔震	25.0	$5.450 \times 10^{-7}$	8.0	$4.290 \times 10^{-7}$
基底固定			8.0	$1.754 \times 10^{-1}$

从上面的计算结果可以看出,这种基底隔震结构破坏概率的上限比与它相应的基底固定结构的破坏概率还要小许多。因而,这种基底隔震结构有较高的可靠性。

## 七、结 语

恢复力-摩擦基底隔震结构和传统的抗震结构是根本不同的。传统的抗震结构使用结构本身来耗散输入结构的地震能量,这种基底隔震结构不是使用结构本身来耗散地震能量,而是使用基底隔震系统来减小地震作用并耗散地震能量。

本文给出了恢复力-摩擦基底隔震结构在给定地震作用下破坏概率的计算方法。地震地面运动被模拟成随机过程。在求这种基底隔震结构的均方反应时,使用了等效线性化方法。本文计算了这种基底隔震结构和与它相应的基底固定结构在 9 度地震作用下的破坏概率。计算结果显示,这种基底隔震结构破坏概率的上限比与它相应的基底固定结构的破坏概率还要小许多。这表明,这种基底隔震结构在大地震作用下有较高的可靠性。因此,这种基底隔震结构在强烈地震区有很大的应用价值。

## 参 考 文 献

- [1] 洪峰和王前信, 基底隔震结构的研究和应用, 世界地震工程, 待发表。
- [2] Li Li, Base Isolation Measures in Aseismic Structures, Proceedings of US-PRC Bilateral Workshop on Earthquake Engineering, Harbin, China, 1982.
- [3] 洪峰、王前信和江近仁, 基底滑移隔震刚性结构的随机滑移反应和可靠性分析, 地震工程与工程振动, 13 卷 2 期, 1993。
- [4] 洪峰和王前信, 基底滑移隔震结构的随机滑动反应和基础附加宽度的概率设计, 河海大学学报, 待发表。
- [5] N. Mostaghel and M. Khodaverdian, Dynamics of Resilient-Friction Base Isolation, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 15, No. 3, 1987.
- [6] 胡聿贤和周锡元, 弹性体系在平稳和平稳化地面运动下的反应, 中国科学院土木建筑研究所地震工程研究报告集, 第一集, 科学出版社, 1962。
- [7] 金家和、胡聿贤和周锡元, 关于“弹性系统在平稳和平稳化地面运动下的反应”一文的讨论, 中国科学院工程力学研究所地震工程研究报告集, 第二集, 科学出版社, 1965。
- [8] 王君杰, 多点多维地震动随机模型及结构的反应谱分析方法, 国家地震局工程力学研究所博士学位论文, 1992。
- [9] 江近仁和洪峰, 多层砖房的地震可靠性分析, 地震工程与工程振动, 5 卷 4 期, 1985。
- [10] 刘恢先、卢荣俭、陈达生和宋雅桐, 修订我国地震烈度表的一个建议方案, 中国科学院工程力学研究所地震工程研究报告集, 第四集, 科学出版社, 1981。

## ANALYSIS OF EARTHQUAKE RELIABILITY FOR STRUCTURES WITH RESILIENCE-FRICTION BASE ISOLATION SYSTEM

Hong Feng      Feng Qimin

(Institute of Engineering Mechanics, State Seismological Bureau)

### ABSTRACT

In this paper, the differential equations for motions of structures with the resilience-friction base isolation system under earthquake excitations are established. Earthquake ground motions are modeled as stochastic processes. By means of the equivalent linearization method, mean-square displacement and mean-square velocity responses of the base isolation structures subjected to earthquake excitations are obtained. According to probability distribution functions of maximum displacement responses, failure probabilities of such a base-isolated structure and the corresponding base-fixed structure under given earthquake excitation are calculated. The calculating results show that the base isolation structures have higher reliability under earthquake excitations.