

# 力学与岩土地震工程 -----土动力学研究进展

刘汉龙 高玉峰  
(河海大学岩土工程研究所 南京 210098)

**摘 要** 综述了目前国内外土体动力本构模型、动力分析和动力测试研究的现状和进展,着重对复杂荷载下的动力弹塑性模型和弹塑性动力分析研究作了较详细的介绍,并对各种方法的优缺点进行了比较和评述。对今后土动力学和岩土地震工程的研究提出了初浅的看法。

**关键词** 土动力学 岩土地震工程 动本构模型 动力分析 动力测试

**中图号** TU435

**第一作者简介:** 刘汉龙,男,教授,博士后,博士生导师。河海大学岩土工程研究所所长,岩土工程专业,主要从事土工抗震及防灾减灾研究。

Liu Hanlong Gao Yufeng

(Geotechnical Engineering Research Institute, Hohai University, Nanjing 210098)

**Abstract** The recent advances in dynamic constitutive model and dynamic analysis for soil mass is reviewed in the paper, in particular, the researches on the elastic-plastic model and dynamic elastic-plastic analysis under complicated loading are emphatically introduced and appraised. Finally, the coming studies in future are suggested.

**Key words** Soil Dynamic, geotechnical earthquake engineering, dynamic constitutive model, dynamic analysis, dynamic test

1961年我国岩土学科创始人黄文熙先生率先发表有关饱和砂土地基及土坡液化稳定分析成果[1],标志着土动力学这门学科在我国的兴起。1964年日本新潟地震、1971年美国圣费尔南多地震和1976年我国唐山地震等许多实践课题促进了这门学科的迅速发展,使其在国民经济建设中发挥着愈来愈大的作用。1995年日本神户大地震等使土动力学和岩土地震工程的研究达到了一个新的高潮,取得了丰硕的成果。土动力学是研究地震、波浪及机器基础等动荷载作用下土体的动变形、动强度和稳定的一门学科。本文就目前国内外土体动力本构模型、动力分析和土工动力测试的研究作一个简要的归纳和评述。

## 1 土体动力本构模型研究

饱和砂土的实际动本构关系的发展表现在本构理论、数值计算和测试技术三个方面,它们是相辅相成的。动荷载下饱和砂土体动力特性研究初期,测试技术极其简陋,试验条件与对实际地质条件和荷载条件的模拟与实际情况相去甚远,由此产生的动荷载下饱和砂土体动力特性的认识甚是肤浅和片面,在试验基础上建立的模型则对实际情况作了很多的简化和假定,动本构关系的描述很简单,同时由于计算理论和方法的落后与限制,使得模型处于简单拟合的阶段,模型参数的确定也极其粗糙。后来,随着试验技术的改进和发展,模拟实际状态越来越接近,人们对动荷载下饱和砂土体动力特性的认识越来越深刻和全面,同时由于不同学科间的相互渗透和计算理论的完善,特别是以有限元方法为代表的数值计算方法和计算机技术的高速发展,为模型技术的发展起了不可估量的推动作用,使得对实际情况下动荷载下饱和砂土体动力特性的描述也越来越精确。饱和砂土实际动本构关系是极其复杂的,它在不同的荷载条件、土性条件及排水条件下会表现出极不相同的动本构特性。要建立一个能够适用于各种不同条件的动本构模型的普遍形式是不切实际的,其切实的方法是对于不同工程问题,应该根据土体的不同要求和具体条件,有选择地舍弃部分次要因素,保留所有主要因素,建立一个能够反映实际情况的动本构模型。目前具体建立的动本构模型已多达数十个,大致可分为两个部分,即粘弹性理论和弹塑性理论。

### 1.1 粘弹性理论

自1968年Seed提出用等价线性方法近似考虑土的非线性以来,粘弹性理论已有了较大的发展。在土体的动力反应分析中,常用的粘弹性理论有等效线性模型和曼辛型非线性模型两大类。前者把土体视为粘弹性材料,不寻求滞回曲线(即描述卸载与再加载时应力应变规律

的曲线)的具体数学表达式,而是给出等效弹性模量和等效阻尼比随剪应变幅值和有效应力状态变化的表达式;后者则根据不同的加载条件、卸载和再加载条件直接给出动应力—应变的表达式。在给出初始加载条件下的动应力—应变关系式(骨干曲线方程)后,再利用曼辛二倍法得出卸荷和再加载条件下的动应力—应变关系,以构成滞回曲线方程。Hardin-Drnevich模型[2]、Ramberg-Osgood模型[3]、双线性模型及一些组合曲线模型均属于等效线性模型。

一般的粘弹性模型不能计算永久变形,为此,Martin等人根据等应变反复单剪试验结果,提出了循环荷载作用下永久体积应变的增量公式[4]。其后,日本学者八木、大冈和石桥等分别由等应力动单剪试验及扭剪仪各自提出了计算永久体积应变增量的经验公式。沈珠江等对等价粘弹性模型进行了较全面的研究[5,6],认为一个完整的粘弹性模型应该包含4个经验公式:(a)平均剪切模量;(b)阻尼比;(c)永久体积应变增量和永久剪切应变增量;(d)当饱和土体处于完全不排水及部分排水条件下,还需给出孔隙水压力增长和消散模型。

Masing类模型以Hardin-Drnevich曲线或Ramberg-Osgood曲线等为骨干,改用瞬时剪切模量代替前面的平均剪切模量[7]。为使这类动本构模型更接近实测的动应力—应变曲线,很多学者作了大量的工作。如Prevost[8]和Catherine分别对双曲线模型进行了改进;Pyke及王志良等分别对曼辛规则进行了修正,以使其能够描述不规则循环荷载作用下土的本构关系[9,10]。伊万用一系列具有不同屈服水平的理想弹塑性元件来描述土的本构关系[11],它分串联型和并联型两种构成方式。串联型和并联型的伊万模型所描述的动应力—应变特性基本上一致,只是前者以应变为自变量,导出曼辛型的Davidenkov类解析模型;后者以应力为自变量,导出Ramberg-Osgood类的解析模型。由于这些模型总呈现出曼辛型的Bauschinger效应,故伊万模型可看成是一个能获得各种曼辛型关系的通用物理模型,或者说各种曼辛型非线性动应力—应变关系均可由伊万模型导出。郑大同在伊万模型基础上,提出了一个新物理模型,该模型的骨架曲线可为加工硬化状,也可为加工软化状,骨架曲线与滞回曲线的两个分支既可相同,也可不同,而曼辛模型只是其中的一种特殊情况[12]。

粘弹性理论是目前生产应用中的主流,尽管其还存在多方面的不足,如不能考虑应变软化,不能考虑应力路径的影响,不能考虑土的各向异性以及大应变时误差大,等等,但它毕竟是试验结果的归纳,形式上也比较直观简单,经过适当的处理和改进后结合动力有限元程序,同样可以计算出循环荷载作用下土工构造物的孔隙水压力和永久变形的平均发展过程。

## 1.2 弹塑性理论

自70年代以来,对饱和砂土弹塑性动本构模型展开了较为广泛的研究,所采用的途径一般有:(a)仍采用单调加载条件下所建立的模型,但仅选用较为复杂的硬化规律,如采用将等向硬化规律和运动硬化规律相结合的所谓非等向硬化规律或者允许边界面产生扩张或收缩运动[13~16],总的来说,这类模型与饱和砂土实际性状之间有较大差距。例如Carter等人的模型建立于修正的剑桥模型基础之上,在加载时只有边界面上产生塑性应变,但卸载时边界面出现收缩现象。Baladi模型则建议改变其椭圆形帽子的长轴与短轴之比,使边界面既可扩大以描述硬化,又可缩小以反映软化。这两个模型在其边界面内侧加载时均不发生塑性应变,不符合饱和砂土的实际动本构特性。为克服帽子类模型具有两个不同的屈服或破坏面使两个屈服面存在的奇异点给数值计算带来的不便,Desai于1984年提出了单一屈服面的Desai模型,后来又发展成为可以考虑非等向硬化、非关联流动甚至可以考虑损伤的系列模型[17]。Desai的单一屈服面模型不同于以前的一个屈服面模型,它虽只有一个屈服面,但却可以概括以前的两个屈服面的所有功能,且曲线光滑连续,不具有奇异性或角点。Desai系列模型是一个相当普遍化的岩土弹塑性本构模型,它可以包容许多等向硬化与非等向硬化模型,使彼此无关的许多模型有机地联系起来,但模型中的各个参数需要经过大量的工程应用才能正确的确定下来,故目前应用很不广泛。(b)以其他形式的塑性理论为基础所建立的动本构模型,如采用塑性模量场理论、边界面理论、多机理概念的塑性理论等。基于这几种理论的塑性模型代表了目前循环荷载作用下土的本构理论研究的现状和水平。本文在谢定义等归纳的基础上[18],结合新近的研究成果作一阐述。

塑性硬化模量场理论是1967年由Mroz首先提出的[19]。它的基本概念是:在应力空间中定义一个边界面和一个初始屈服面。边界面是初始加载过程中形成的相应于最大加载应力的最大屈服面,在边界面内侧有一簇套叠着的互不允许相交的几何相似屈服面,它们随塑性应变的产生和发展在边界面内以一定规则依次产生胀缩和移动,来模拟材料的非等向加工硬化特性。其中每个套叠面以及边界面都代表有一定的硬化模量值,故这簇套叠面当前的相对位置既反映了材料过去的应力历史,又代表了应力空间中塑性硬化模量场当前的大小及其分布。当套叠屈服面在应力空间中随应力点的变化而平移和胀缩时,应力空间中的塑性模量场即随

着应力点的移动而不断变化,从而可描述土在循环荷载作用下的卸载非线性、再加载和反向加载时出现的不可恢复塑性变形的形象。基于上述思想所建立的塑性土模型,常称之为多面模型或多屈服面模型。目前已有的多面模型是由 Provest 以及 Mroz、Norris 与 Zienkiewicz 分别提出的[20~25]。他们所提模型的主要差别在于边界面与套叠面的形状及其移动规则以及硬化模量场的研究方法不同。Provest 先针对粘性土,后针对饱和砂土所提出的多面模型适用于不排水条件。其中针对饱和砂土的模型采用了圆形边界面和套叠面,假设模量是平均有效应力的幂函数,并在认为边界面内侧不存在弹性域条件下,使初始屈服面退化为一个点。该模型能描述饱和砂土的各向异性以及剪应力—应变的非线性滞回特性,并在一定程度上反映砂土的剪胀现象。Mroz 等人的模型不仅适用于反映不排水条件下砂土的往返活动性,也适用于描述排水条件下砂土的振动压密特性。为了描述循环加载过程中的记忆消失现象,Mroz 等人进一步发展了无限多面模型[26~28]。这样,在循环加载过程中,当前较大振幅的加载会消除对过去较小振幅加载的记忆,而较小振幅的加载则仍能记忆过去较大振幅的加载过程。该模型尽管有多方面的适应性,但常要记忆多个反向的套叠曲面,而且在不排水循环加载条件下不出现液化。

上述多屈服面塑性模型为描述土体的真实特性提供了极大的普遍性和灵活性,但它们要求在数值计算时对每一个高斯积分点所有屈服面的位置、尺寸及塑性模量进行记忆,对计算机的内存要求过高。为了避免在有限元计算时对应力空间中所有屈服面进行跟踪,一些学者提出了两面模型,即只采用初始加载面和边界面,在这两个面之间的套叠屈服面场用解析内插函数来代替,加载面上的塑性模量取决于加载面上的应力点与边界面上相应共轭点之间的距离。两面理论首先由 Dafalias 和 Krieg 分别独立提出[29, 30],后来 Mroz 和 Zienkiewicz, Dafalias, Aboim 和 Roth 以及 Pande 和 Pietruszczuk 等人将该理论用于描述土在往返荷载作用下的本构特性,建立了各具特色的塑性模型[31~34]。这类模型的基本特点是,在应力空间中有一个边界面限定了应力点和屈服面移动的几何边界,该边界多采用椭圆形。边界面内有一个通常与边界面几何相似的屈服面,该屈服面可遵循一定的规则移动。加载过程中的应力点总是位于屈服面之上或屈服面内侧。边界面上的塑性模量与外法线方向均由塑性增量理论的规则确定。屈服面上应力点处的塑性模量则由该点在边界上共轭点的硬化模量及此时屈服面相对于边界面的位置用一些较简单的插值公式来确定。各种两面模型的主要区别在于边界面与屈服面的形状及移动规律以及硬化模量的插值规则不同。如 Mroz 等人的模型中采用椭圆形边界面,且边界面可以胀缩变化,并将边界面上外法线的方向与屈服面上应力点处外法线的方向相同条件下边界面上的点定义为屈服面上应力共轭点。该应力点与其共轭点连线的方向决定了屈服面移动的方向。该应力点处的硬化模量由从该应力点处的切线到其共轭点处切线的距离以及边界面上共轭点处的硬化模量这两个参数为基本变量的插值公式确定。Dafalias 和 Bardet 提出的两面模型与上述各种两面模型有所不同,它将加载面退化为一个应力点。Dafalias 模型中采用两段椭圆曲线和一段双曲线组成的边界面。Bardet 模型采用椭圆边界面[35]。在这两类模型中,流动法则均规定当应力点落在边界面上时,用边界面法线方向作为塑性流动方向,而当应力点落在边界面以内时则通过坐标原点与应力点连线在边界面上影射点的方向作为流动方向,对于硬化模量则提出了不同的插值函数公式。因此,边界面模型中的关键问题是边界面的形状、流动和硬化规则以及应力状态处于边界面之内是模量的插值关系式的确定。

近代试验土力学深刻揭示了土在非比例加载下的重要变形特性,也暴露了经典弹塑性理论在描述中性变载、旋转剪切应力路径下土体变形时的无能为力[36]。为此,80 年代中期,Dafalias 提出了边界面低塑性理论,即应力增量与应变增量的非线性理论。考虑到引入增量非线性将增加数值积分的困难,Dafalias 将这种非线性限定在流动法则与应力增量方向的相关性上。1989 年,王志良在加利福尼亚大学发展了这一理论,建议了一个描述砂土旋转剪切特性的边界面低塑性模型[37]。此外,Hirai 及 Desai 也提出了考虑土循环荷载作用下主应力轴偏转影响的两面模型[38, 39]。

除了上述基于各向异性运动硬化塑性理论的模型外,多机构概念的塑性模型也得到很大的发展。多机构概念是由 Matsuoka[40~42]和 Aubry[43]提出来的。Kabilamany 和 Ishihara[44, 45]、Provest[46]、Paster 以及 Kameoka Zienkiewicz 和 Chen 等[47]、Iai、Matsunaga 和 Tomohiro [48~50]等人采用多机构概念分别建立了多种新颖的描述循环加载条件下砂土动本构特性的塑性模型。其中 Paster 等人的模型很有特色。他们认为材料的变形是由  $M$  多个在相应应力状态条件下的独立机构所产生的变形叠加的结果,并提出了广义塑性理论体系。该理论体系不需要明确地定义屈服面和塑性势面,可考虑应力主轴旋转等多种复杂循环动力加载作用条件,并将经典塑性理论和上述边界面模型等视为其特例。Paster 等人认为该模型可以在全范围内描述

砂土与粘土的动、静力学性态,是当前最简单也是最有效的模型之一。Iai 等将土体复杂的机理分为解体积机理和一系列简单的剪切机理,建立了一种考虑动主应力轴方向偏转的影响和液化时剪切大变形的多重剪切机构模型,并编制和开发了一个用于地震作用下构造物及地基液化稳定和永久变形的大型有限元分析软件,从实例分析的结果来看,该模型对饱和砂土循环加载动力特性的模拟效果非常满意[51~53]。

80 年代以来,国内在动力弹塑性模型方面也取得了长足的进展。沈珠江在借用理性力学及内时理论中的减退记忆原理和老化原理的同时,提出了塑性应变的惯性原理、协同作用原理及驱动应力等新概念,在此基础上建议了一个反映砂土在循环荷载作用下的广义弹塑性模型[54],数值模拟与多种应力路径下试验结果的对比表明了其合理性。谢定义及其课题组经过多年的不懈努力,建立了饱和砂土的瞬态动力学理论体系[55, 56],该理论体系的一个重要特点是将循环荷载下饱和砂土的应力、应变、强度及破坏视为一有机联系的发展过程,并针对这一过程的不同点提出反向剪缩、空间特性域、时域特性段及瞬态模量场具有理论和实际意义的新概念,开辟了对动强度变形瞬态变化过程进行定量分析的新途径。王建华等基于硬化模量场概念,对饱和和软粘土的动力特性进行了弹塑性分析[57]。徐干成等对饱和砂土的循环动应力—应变特性进行了弹塑性模拟[58]。陈生水等基于标准砂和粉煤灰两种典型无粘性土的试验研究,建议了一个描述无粘性土复杂应力路径下应力—应变特性的弹塑性模型,强调塑性应变的大小和方向不仅与当前的应力状态有关,而且还决定于当前应力增量的方向[59]。

## 2 土工动力分析研究

土工动力分析方法经历了从总应力法发展到把动力反应分析与土的液化和软化等结合起来的排水有效应力分析方法,以及考虑地震过程中土体内孔隙水压力扩散和消散的排水有效应力分析方法;从线性分析发展到非线性分析以及弹塑性分析;从只能分析地基的一维问题发展到能够分析土石坝、尾矿坝的二维和三维问题。分析手段主要以有限单元法为主,其他还有如子结构法、有限差分法、边界元法、振型叠加法和集中质量法等。

### 2.1 总应力动力分析法

总应力法直接依据土料室内试验所取得的割线剪切模量与等效阻尼比随应变幅值非线性变化曲线,通过多次迭代获取一个与某种应变水平相协调的等效线性体系,从而求得近似的非线性解答。土体动力分析的总应力法主要以 Seed 法为代表。Seed 和 Idriss 的简化法是一维总应力法,它定义地震时砂土的平均动剪应力强度小于引起液化所需的动剪应力强度时砂土液化[60]。在 Seed 法中很多影响砂土液化的因素得到了考虑,是目前国内外广泛采用的方法,但由于假定土单元在  $K_0$  固结状态、土单元水平面上的初始剪应力为零及地震时土单元只受水平剪应力的作用等,而导致试样的破坏面与土单元的破坏面不一致。此外,在动力分析中,动剪切强度和动内摩擦角是用动三轴试验按一定的破坏标准决定的,有着颇大的任意性,且该参数只与坝体或地基的静应力有关,没有与动应力联系起来。张克绪提出用八面体动剪强度验算液化范围,克服了 Seed 法中两者应力条件不一致的缺点,他指出,如果将土单元最大往返剪切作用面上实际承受的应力条件与液化所要求的该面上的应力条件相比较来判别土单元液化可能更合适,并给出了液化判别式[61,62]。日本岩崎敏男在 Seed 和 Idriss 简化法基础上采用了液化安全系数  $FL$  的概念[63]。

Seed、Lee 和 Idriss 法是二维总应力法,该法用有限元法计算设计地震下土单元水平面上的等价地震剪应力幅值,用往返荷载液化试验确定产生液化要求作用于破坏面上的往返剪应力幅值,当地震剪应力幅值大于往返剪应力幅值时砂土液化[64]。Seed、Lee 和 Idriss 法是平面应变问题,但同样作了在往返荷载下土的有效内摩擦角与静荷载下的相同以及判别液化时土单元的水平面为破坏面的假定。

Mejia 和 Seed 在 1981 年把总应力法推广到三维空间问题,提出了动力分析的三维总应力法,计算采用频率域的方法进行,他们考虑了土的动力非线性,分析比较了坝址峡谷的几何形状及单元划分对动力反应的影响。此外,还讨论了二维和三维分析的适用范围。但在对美国 Oroville 大坝的计算中,只计算了坝体的加速度和动应力,并未涉及孔压、液化和软化等方面,其计算取得了合理的结果[65]。Mejia 和 Seed 法合理地考虑了实际应力条件以及土的非线性等多种因素的影响,使得计算更合理。

刘汉龙等将地震模拟为不规则的随机波,在随机振动理论的基础上建立了土体随机地震反应分析方法[66, 67],避免了在确定性分析时选择不同的地震波得出不同地震反应结果的缺陷,进一步还可进行动力可靠性分析。

## 2.2 有效应力动力分析法

有效应力原理的本质意义在于它揭示了土的强度和变形特性主要受有效应力的支配,因此其应用的关键问题是如何正确测算不同条件下土中孔隙水压力的产生、增长、扩散和消散规律。振动荷载下土中振动孔隙水压力的产生与发展直接影响土体的动力特性,也是以有效应力法分析土体强度和变形特性的基本因素。

振动荷载作用下土体中孔隙水压力消长规律的研究自黄文熙[1]和汪闻韶[68,69]作出开拓性的工作之后,至今已取得大量的科研成果,特别是近十几年来,有关土振动孔隙水压力的产生与发展以及土的液化势,国内外学者更是进行了大量有益的研究工作,从只考虑动孔隙水压力增长的单一计算模型发展到能够考虑动孔隙水压力的产生、增长、扩散和消散的综合计算模型。60年代Seed和Lee发表了应用振动三轴试验成果定量分析饱和砂土地震液化的论著,并根据振动三轴试验研究的成果建立了振动孔隙水压力与振动周数比之间的孔压模式[70]。后来,各国学者在不同试验基础上,提出了很多考虑初始剪应力和孔压的产生、消散或扩散作用的应力模式。如徐志英[71]、魏汝龙[72]、Finn[73]、C.S.Chang[74]、石桥[75]、王志良[76]、何广讷[77]、沈珠江[78]等。该类模型一个明显的缺陷是无法解释偏差应力发生卸荷时引起孔压增长的重要现象,即不能反映土的反向剪缩特性。

1975年Ishihara等人提出了孔隙水压力发展的有效应力路径模式[79]。该模型能清晰反映饱和砂土由开始振动到初始液化所经历的路径,有助于理解振动孔隙水压力的起伏波动性。但该模型是在静力三轴试验的基础上提出的,所以不能较好地体现出振动荷载作用下饱和砂土实际状态交替变化和孔隙水压力起伏波动的规律性,同时其对初始液化、屈服方向独立性以及孔隙水压力特性方面所作的假定也不尽合理。

孔压的应变模式是将孔压与排水时的体应变联系起来建立孔压增长的基本方程,以汪闻韶法[68]和Martin法[80]为代表。1987年何广讷等基于能量分析建立了体变与孔压的关系,鉴于砂土的非线性振动反应和多因素影响,而采用内时理论将本构关系表达为单一的内缓变量的函数[81]。Lo将孔压表示为大主应变 $\epsilon_1$ 的单调函数[82],Dobry等则得出饱和砂土的孔隙水压力的增长与循环剪应变有很好的相关性[83]。1980年,Finn和赵冬等分别利用内时理论建立了饱和砂土在循环荷载作用下的孔隙水压力计算模型[84,85]。

孔压的能量模式是将孔压与振动过程中消耗的能量联系起来。Youd于1970年首次提出了砂土能量栅的概念[86],认为砂土颗粒的相互嵌锁与摩擦而形成能量栅,任何土粒间的滑移和重新排列都必需有足够的能量来破坏、克服这种能量栅方能进行。1979年Nemat-Nasser与Shokooh发表了从能量角度研究的振动下均匀松砂的震密和孔隙水压力增长的机理及其相应的理论[87]。1981年Davis与Berrill基于Nasser等人提出的理论,从热力学的观点建立了场地土孔隙水压力的增长与土体耗损能量之间的关系,并以此统计分析了大量的场地地震液化历史资料,提出了相应的判别场地地震液化的统计判别式。1982年他们在原有的研究基础上,假定孔压增量直接与场地地震耗损能量成正比,导出判别场地地震液化的统计判别式[88]。曹亚林和何广讷等也在该方面取得了大量的研究成果,建立了孔隙水压力增长的能量模式[89,90]。用该模式计算的结果与Seed法和Finn法计算结果比较,得到了良好的一致性。

谢定义等在1987年提出了孔压的瞬态模式[91,92]。他们指出,在动荷作用于一定土性状态试样的过程中,表征土所受应力状态的有效应力点,将从它的静应力状态点开始,以一定的路径在应力空间中由破坏边界面所限定的范围内连续移动,在每一个瞬间,这种移动的趋向取决于当时的应力应变的发展水平和作用动荷变化的特性。对于具体的土性条件,作用应力的变化可以反映出增荷剪缩、增荷剪胀、卸荷回弹或反向剪缩等不同特性。它们分别在应力空间内占据相应的空间特性域。由于应力经过各不同特性域时,孔压具有显著不同的发展特性,因此,当有效应力点以特定选择的顺序和持续时间通过相应的特性域时,即引起由所过特性域的孔压发展特性所决定的孔压增长和积累,规定了孔压发展的规律。为求得具体的孔压值,将孔压按其原因为应力孔压、结构孔压和传递孔压等三种类型,则任瞬态确定的孔压为三者之和。目前考虑振动孔隙水压力的产生、扩散与消散的理论有效应力计算方法主要有以下3种类型[18]:

(a)将Terzaghi固结方程与不排水条件下振动孔隙水压力增长的计算模型相结合,如汪闻韶[69]、Seed和Booker[93]、徐志英[94]、王天颂[95]等;或者改变Terzaghi一维固结理论中瞬时增加恒定荷载作用的假定,使之适用于计算地基界面上有动荷载作用条件下土体中孔隙水压力的变化和分布规律。Schifman[96]求出了荷载随时间呈线性增长情况下问题的解,Wilson和Elgohari得到矩形波荷载作用下一维固结问题的解[97],Baligh和Levadoux利用叠加原理进行了非线性分析[98],Alonso和Krzek分析了随机荷载作用下粘弹性土层的沉降问题[99]。

(b)将 Biot 固结方程与不排水条件下振动孔隙水压力增长的计算模型联系起来。如 Ghaboussi 和 Dikmen[100]、沈珠江和徐志英[101]、史宏彦和谢定义[102]等人对二维情况，徐志英和周健对三维情况进行了分析[103]。这种计算在考虑振动孔隙水压力产生、扩散与消散作用对土体动力反应的影响时，是将振动孔隙水压力产生、扩散与消散与动力反应分析分时段交替计算的，亦即孔隙水压力扩散、消散分析是与动力反应计算分析相分离的。

(c)Zienkiewicz 等人建立了有关能够将动孔隙水压力扩散消散和动力反应分析相耦合的理论[104]。在进行有效应力动力反应分析时不需要将动力渗流分析与动力反应分析分离开来。Biot 理论是 Zienkiewicz 理论的简化。盛虞等人进行了考虑与土工建筑物动力固结相耦合的有效应力动力分析[105]。谢定义将饱和砂土视为土-水两相介质所提出的饱和砂土瞬态动力学的普遍方程，能够从更为一般的角度来描述振动与固结耦合响应等一系列实用计算条件[18]。

总的来说，总应力分析法因在整个分析过程中不考虑上升的孔压对土的弹性的影响，而无法描述液化的全过程。有效应力分析法弥补了它的缺陷。计算结果表明，用总应力法计算将导致砂土很快液化，用有效应力法预测会液化者用总应力法预测也会液化，反之则不一定，这表明用总应力分析法计算的结果偏于安全。

### 2.3 弹塑性动力分析法

上述基于粘弹性理论的总应力法和有效应力法可以计算地震作用下土体的平均永久变形和孔隙水压力的发展过程。但实际上震动反应是耦合于地震动的每一瞬间，如果土体的动应力—应变关系采用弹塑性模型，利用将位移和渗流相耦合的动力 Biot 固结方程，可以直接求解出任一时刻土体内各点的地震反应。这在计算机技术高速发展的当今时代已成为可能。

1989 年，王志良将自己基于 Dafalias 低塑性界面理论而建立的弹塑性模型结合进有限元程序，对一个一维问题进行了地震反应分析。研究表明，采用经典弹塑性理论与采用低塑性界面理论，数值分析结果存在明显的区别，简单的塑性理论不足以反映土体在复杂荷载下的反应[106]。日本港湾所 Iai 等人将多重剪切机构塑性模型结合进动力有限元程序，计算了日本神户、钏路冲等大地震中遭受破坏的港工结构物，并与震后实测结果相比较，得出了非常满意的结果[52, 53]。Yiagos 基于对运动方程的 Galerkin 数值列式建立了土坝动力弹塑性分析方法，其中采用有效应力多屈服面函数随动硬化弹塑性本构关系模拟土骨架的非线性滞回特性及剪应力所产生的各向异性效应和剪胀对于有效应力比的依赖性，同时考虑了水的存在和液化。90 年代初，美国国家自然科学基金会投资巨额，集中了美国、加拿大、欧洲和日本等一批著名的岩土工程专家，开展了“液化分析方法的离心实验验证 VELACS”课题研究，从离心模型试验和数值模拟两方面对土体动本构模型进行了研究，建立了一系列动力弹塑性分析方法，取得了显著的成果[107]。国内这方面的工作尚处于起步阶段，主要原因是对动力弹塑性模型及其在动力弹塑性数值分析中的应用投入的力量不足。

需要指出的是，目前很多方法已被编成相应的计算程序。如美国加州伯克里地震中心的 SHAKE（对地基，频域法）、MASH（对地基，时域法）、QUAD-4（对土坝，二维总应力法，时域法）、FLUSH（对土坝，二维问题，频域法）、河海大学 WWCC（对土坝、总应力，时域法）、加州大学戴维斯分校 DYSAC2（二维弹塑性，对土工结构）、香港科大 GSUMDES（一维弹塑性，对地基）、日本港湾所 FLIP（二维，弹塑性，对土工结构）、南京水科院 EFESD（二维，有效应力，对土坝）、英国 SWANS 大学 SWANDYNE（二维弹塑性，对土工结构）加拿大 UBC 大学 TARA3（二维有效应力，对土坝）、美国 LS-DYNA（二维、三维非线性，对多种结构）等。

## 3 土工动力测试研究

土工动力测试包括室内测试技术和原位测试技术两部分。

### 3.1 室内测试技术

土体的室内动力试验是目前国内外广为采用的重要手段之一，主要有动三轴试验、振动扭剪和振动单剪试验、共振柱试验、振动台试验和离心模型试验等五种类型。

常规的动三轴、振动扭剪等仪器发展的一个重要方面是计算机技术在试验中的应用，利用计算机进行自动控制、数据采集和数据处理等，目前已取得很大的发展。共振柱试验是根据共振原理在一个圆柱试样上进行振动，改变振动频率，使其产生共振，并借以测定试样的动剪模量及阻尼比等参数的试验。共振柱是一种无损测试技术，其优越性表现在试验的重复性和可靠性上，从而可以求出稳定且可靠的结果。关于振动三轴和周期扭剪耦合的新型多功能三轴仪，



国内中国水科院与西安理工大学曾研制成功,类似且精度更高的设备在日本则开始形成产品。该仪器的特点是能够模拟复杂应力条件下的土体动力特性,特别是模拟地震作用下动主应力轴偏转的影响。

振动台试验是70年代发展起来的专用于土的液化性状研究的室内大型动力试验。它可制备模拟现场 $K_0$ 状态饱和砂土的大型均匀试样,可以测量出液化时砂土中实际孔隙水压力的分布和地震残余位移,而且在振动时能用肉眼观察试样。目前国内外常用的主要是单向和双向振动的振动台。日本港湾所近年研制的大型水下三向振动台使振动台技术发展达到了一个高峰。

离心模型试验是一种研究土体动力特性的重要方法,它是将原型土体的尺寸按一定的几何比例缩小为模型后,对其按要求的相似条件选定材料,施加静动荷载,测定出应力和应变,最后再反算到模型。其中的关键是如何合理地确定相似准则。模拟地震作用的离心机要求能发生足够的力,能高速加卸有效荷载,通常用压电振动系统,可以精确地控制其幅值和持续时间。目前美国、英国和日本等国家已能够在离心机上模拟单向地震运动,并取得一系列科研成果[107]。关于模拟双向振动的离心机最近已在香港科技大学研制成功,并即将投入使用。

室内土工测试测定土体的动力特性,由于具有土样受力状态比较明确和试验条件易于控制的优点,在科研和生产实践中得到广泛应用。但在取样、运输、开土、装样等过程中,尽管采取了各种措施,仍然难于保持土体的原始结构和天然的应力状态,从而导致试验结果产生较大的误差。因此,近几十年来,确定土体动力特性的现场测试技术越来越受到重视。在仪器、试验技术和资料分析等方面取得了长足的进步。

### 3.2 原位测试技术

土体的原位测试技术包含两类:一类是用物探中的地震法原理,观察弹性波在土层中传播的速度,计算土的动力变形特性参数,包括折射法、反射法、表面波速法和钻孔波速法等;另一类是动力荷载试验,如动力旁压试验等,用于测试较大应变时的变形特性参数。

折射法在地面试验,具有操作简便速度快的优点,但其缺点亦明显,如不可测定低速夹层的波速,所测数据仅反映交界面附近土的波速,此外测线距离大,不宜在狭小的场地内进行。反射法则对测试仪器的要求较高,资料分析比较复杂,在工程中应用得不够广泛。表面波频谱分析法能够得出地层S波波速与深度的近似关系曲线,尽管测试深度受振源能量大小的限制,但对成层地基勘测仍是一种有效的方法。

用动力方法检测桩的承载力,国外都是用大应变方法,用得更多的是波动方程和静动法。而国内则开发了一种新的小应变动测桩承载力的方法,目前已得到广泛的应用且已有国家规程(JGD/T93-95)。小应变动测法要比国外的大应变动测法成本低、效率高、覆盖面大,不仅可以用于打入桩,而且适用于灌注桩。

用于地基承载力的动力测试方法主要有两种:一种是动荷载试验法,类似于动测桩的共振法,它是在研究各类土的动、静模量比的基础上提出来的,然后根据规范规定的容许沉降定出各类地基的容许承载力;另一种是类似于动测桩的动参数法,求出地基的抗压刚度系数后,按照国家的动力基础规范反求地基承载力。

## 4 结语和展望

经过各国学者的艰苦努力,土动力学这门学科已取得了令人瞩目的成果,在工程实践中发挥了愈来愈大的作用。本文简要叙述了土体动本构模型、动力分析方法和动力测试的研究概况。由于岩土材料的力学特性特别是动力循环特性非常复杂,弹塑性理论模拟是一个较好的方法。尽管其理论本身也有其不尽完善之处,解决岩土动力边值问题还未达到成熟的程度,但正因为土体材料符合弹塑性性质,故其应用具有非常广阔的前景。建议今后在如下几个方面加强研究。

(a) 大力开展复杂应力路径下土体动态特性的试验研究。在此基础上建立能反应土体主要变形特性的数值模型,并研究经济高效的数值分析方法,编制相应的有限元程序以尽快在实践课题中应用。

(b) 地震时动主应力轴偏转是岩土地震工程中的一个热点课题,建立考虑动主应力轴偏转影响的弹塑性模型,并在实际工程中进行应用,值得进一步研究。

(c) 开展地震液化和液化后强度减低及剪切大变形等特性试验研究。

(d) 将动力渗流与动力反应相耦合是更为合理的有效应力动力分析理论,结合弹塑性模型,针对不同的岩土工程边值问题,完善动力数值分析方法。

(e) 地震波在土体中传播及其应用进一步研究。

(f) 地震时土与结构动力相互作用问题。

(g) 目前动力分析仍以循环荷载为主, 对不规则动荷载虽有了一定的探讨但仍较少, 同时由于地震荷载的随机性及不确定性, 概率方法和模糊数学理论在分析中的应用也是今后研究的一个方向。

### 参 考 文 献

- Huang W X. Investigation on stability of saturated sand foundations and slopes against Liquefaction. In: Proceedings of the fifth International Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering: Vol.2. Paris:1961. 629~631
- Hardin B O, Drnevich V P. Shear modulus and damping in soils: measurement and parameter effects. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, 1972, 98(6): 603~624
- Ramberg W, Osgood W R. Description of stress strain curves by three parameters, Technical note 902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, D.C, 1943
- Martin G R, et al. Effects of system compliance on liquefaction tests. Journal of Geotechnical Engineering Division, 1978, 104(4): 463~480
- 沈珠江. 一个计算砂土液化变形的等价粘弹性模型. 见: 第四届全国土力学及基础工程学术会议论文集. 北京: 建筑工业出版社, 1986. 199~207
- 陈生水, 沈珠江. 钢筋混凝土面板堆石坝的地震永久变形分析. 岩土工程学报, 1990, 12(3): 66~72
- Masing G. Eigenspannungen und verfestigung beim Masing Proceedings, Second International Congress of Applied Mechanics, 1926
- Prevost J H, Catherine M K. Shear stress-strain curve generation from simple material parameters. J Geotechnical Engineering, 1967, 34(3):
- Pyke R. Nonlinear Soil Models for Irregular Cyclic Loading. JGED, 1979, 105(6): 715~726
- 王志良, 王余庆, 韩清宇. 不规则循环剪切荷载作用下土的粘弹性模型. 岩土工程学报, 1980, 2(3): 10~20
- Iwan W D. On a class of models for the yielding behavior of continuous and composite system. ASME, 1967, 34(3):
- 郑大同, 王惠昌. 循环荷载作用下土的非线性应力应变模型. 岩土工程学报, 1985, 5(1): 65~76
- Ghaboussi J, Moman H. Plasticity model for cyclic behavior of sands. In: Proceedings of the third International Conference on Numerical Methods in Geomechanics. Aachen: 1979.
- Sato T, Shibata T, Ito R. Dynamic behavior of sandy soil and liquefaction. Proc. Inter. Conf. on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics. St Louis: 1981.
- Baladi G Y, Renoud-Lias. An elasto-plastic constitutive model for saturated sand subjected to monotonic and /or cyclic loading. Proc. 3rd Inter. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics. Aachen: 1979.
- Carter J P, Booker J R, Wrothu C P. A critical state soil model for cyclic loading. In: Pande G N, Zienkiewicz O C, eds. Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loadings. London: John Wiley and Son, 1982.
- Desai C S, Gallagher R H, eds. Mechanics of Engineering Materials. London: John Wiley and Sons, 1984.
- 谢定义, 张建民. 饱和砂土瞬态动力学特性与机理分析. 西安: 陕西科学技术出版社, 1995. ????
- Mroz Z. On the description of anisotropic work hardening. J Mechanics and Physics of Soils, 1967, 15(?):
- Provest J H. Mathematical modeling of monotonic and cyclic undrained clay behavior. Inter. Nim. Geom. 1977, 1(2)
- Provest J H. Anisotropic undrained stress-strain behavior of clay. JGED, 1978, 104(8): 1075~1090
- Provest J H. Plasticity theory for soil stress-strain behavior. JEMD, 1978, 104(5): 1177~1194
- Provest J H. A simple plastic theory for frictional cohesionless soils. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1985, 4(1): 9~17
- Mroz Z, Norris V A, and Zienkiewicz O C. An anisotropic hardening model for soil and its application to cyclic loading. Inter. J Num. Anal. Methods Geotech. 1978, 2
- Mroz Z, Norris V A, Zienkiewicz O C. An anisotropic critical state model for soils subjected to cyclic loading. Geotechnique, 1981, 31(4): 451~470
- Zienkiewicz O C. 广义塑性力学和地力学的一些模型. 应用数学与力学, 1982, 3(2): ????
- Mroz Z, Zienkiewicz O C. Uniform formulation of constitutive equation for clay and sands. In: Desai C S, Gallagher R H, eds. Mechanics of engineering Materials. 1984.
- Zienkiewicz O C, Mroz Z. Generalized Plasticity formulation and applications to Geomechanics. In: Desai C S, Gallagher R H, eds. Mechanics of engineering Materials. 1984.
- Dafalias Y E, Popov E P. A model of nonlinearly hardening materials for complex loading. Acta Mechanica, 1975, 12(?)
- Krieg R D. A practical two surface plastic theory. J Applied Mechanics, 1975, 42
- Mroz Z, Norris V A, Zienkiewicz O C. Application of an anisotropic hardening model in the analysis of elasto-plastic deformation of soils. Geotechnique, 1979, 29(1): 1~34
- Dafalias Y F. A model of soil behavior under monotonic and cyclic loading conditions. Trans. 5th Inter. Conf. on Structure Mechanics in Reactor Technology, 1979.
- Aboim C A, Roth W H. Bounding-surface-plasticity theory applied to cyclic loading of sand. In: Proc. Inter. Symp. on Numeral Models in Geomechanics. Zurich: 1982.
- Pande G N, Pietruszczuk S T. 'Reflecting surface' models in Geotechnics. In: Proc. Inter. Sympo. on Numeral Models in Geomechanics. Zurich: 1982.
- Bardet J P. Modeling of sand behavior with bounding surface plasticity. In: 2nd Int. Symp. On Num. Models in



- Geomechanics. 1986. 79~90
- 陈生水. 土的弹塑性本构模型研究之浅见. 岩土工程学报. 1992, 14(2): 89~92
- Wang Z L, et al. Bounding surface hypo-plasticity model for sand. J Engineering Mechanics, 1990, 116(5): 983~1001
- Hirai H. An anisotropic hardening model for sand subjected to cyclic loading. In: Cakmak A S, eds. Soil Dynamics and Liquefaction. New York: Elsevier Science Pub Co, 1987. 53~67
- Desai C S, Somasundaram S. Constitutive modeling of geological materials-a general procedure. In: Banerjee P K, Butterfield R, eds. Developments in Soil Mechanics and Foundation Engineering: Vol. 2. N Y: Elsevier Applied Science Publishers, 1985.
- Matsuoka H. Stress-strain relationship of sand based on the mobilized plane. Soil and Foundations, 1974, 14(2):
- Matsuoka H. Constitutive equation and FEM analysis for anisotropic soil. Proc. 4th Inter. Conf. on Numerical Methods in geotechnics. 1982.
- Matsuoka H. Stress-strain relationship of sand based on the mobilized plane. Soil and Foundations, 1974, 14(2):
- Aubry D, Hujieux J G, Lassoudiere F, et al. A double memory model with multiple mechanisms for cyclic soil behavior. Proc. Inter. Symp. on Numerical Models in geomechanics.
- Kabilamany K, Ishihara K. Stress dilatancy and hardening laws for rigid granular model of sand. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1990, 9(2): 66~77
- Kabilamany K, Ishihara K. Cyclic behavior of sand by multiple shear mechanism model. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1991, 10(2): 74~83
- Provost J H. Multi-mechanism elasto-plastic model for soils. J of Engineering Mechanics, 1990, 116( 9): 1924~1944
- Pastor M, Zienkiewicz O C, Chen H C. Generalized plasticity and the modeling of soil behavior. In: Inter T. Numer. Anal Methods in Geo-technics. 1990. 151~190
- Susumu Iai, Yasuo Matsunaga, Tomohiro Kameka. Strain Space Plasticity Model for Cyclic Mobility. Soil and Foundation, 1992, 32(2): 1~15
- Susumu Iai, Yasuo Matsunaga, Tomohiro Kameka. Parameter Identification for Cyclic mobility Model. Report of the port and harbor Research Institute, 1990, 29(4):
- 刘汉龙, Susumu Iai. 多重剪切机构塑性模型及其验证. 见: 土动力学理论与实践. 大连: 大连理工大学出版社, 1998, 6. 70~75
- Iai S, Kaneoka T. Finite element analysis of earthquake induced damaged to anchored sheet pile quay walls. Soils and Foundation, 1993, 33(1): 71~91.
- Liu Hanlong, et al. Evaluation of deformation to the pneumatic caisson foundations of the Kobe Ohashi bridge. Report of the port and Harbor Research Institute 1997, 36(2):
- 刘汉龙, 井合进. 大型沉箱式码头岸壁地震反应分析. 岩土工程学报, 1998, 20(2): 26~36
- Shen Zhujiang. A stress strain model for sands under complex loading. In: Int. Confer. on Constitutive Laws for Materials. Chongqing: 1989.
- 谢定义等. 极限平衡理论在饱和砂土动力失稳过程中的应用. 土木工程学报, 1981, 14(4): 17~28
- 张建民. 饱和砂土瞬态动力学理论及其应用研究:[博士学位论文]. 西安: 陕西机械学院, 1991
- 王建华. 饱和软粘土动力特性的弹塑性数值模拟:[博士学位论文]. 天津: 天津大学, 1991
- 徐干成, 谢定义. 饱和砂土循环动应力应变特性的弹塑性模拟研究. 岩土工程学报, 1995, 17(2): 1~12
- 陈生水, 沈珠江. 复杂应力路径下无粘性土的弹塑性数值模拟. 岩土工程学报, 1995, 17(2): 20~28
- Seed H B, Idriss I M. Simplified procedures for Evaluating Soil Liquefaction Potential. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, 1971, 97(9):
- 张克绪. 饱和非粘性土坝坡地震稳定性分析. 岩土工程学报, 1980, 2(3): 1~9
- 张克绪. 饱和砂土的液化应力条件. 地震工程及工程振动, 1984, 4(1): 99~108
- 岩崎敏男. 地盘流动化的判定方法. 土木技术资料, 1978, 20(4)
- Seed H B, Lee K L, Idriss I M. Dynamic Analysis of Slide in the Lower San Fernando Dam during the Earthquake of Feb.9, 1971. JGED, 1975, 101(9): 889~912
- Mejia L H, Seed H B. Three Dimensional Dynamic Response Analysis of Earth Dams, Report EERC-81-15. 1987.
- 刘汉龙, 陆兆臻, 钱家欢. 土石坝非线性随机反应及动力可靠性分析. 河海大学学报, 1996? (3):
- 刘汉龙, 孟庆生, 钱家欢. 土石坝非线性非平稳随机地震反应分析. 见: 现代数学和力学. 北京: 中国矿业大学出版社, 1994.
- 汪闻韶. 饱和砂土振动孔隙水压力试验研究. 水利学报, 1962, (2):
- 汪闻韶. 饱和砂土振动孔隙水压力的产生、扩散和消散. 见: 第一届土力学及基础工程学术会议论文集. 北京: 建筑工业出版社, 1964.
- Seed H B, et al. Pore-water pressure changes during Soil Liquefaction. JGED, 1976, 102(4): 323~346
- 徐志英, 沈珠江. 地震液化的有效应力二维动力分析方法. 华东水利学院学报, 1981, (3): 1~14
- 魏汝龙. 往复荷载下饱和砂土的抗液化强度和孔隙压力. 南京水科院研究报告, 编号 7812, 1978
- Finn W D L, Lee K W, Martin G R. An Effective Stress Model for Liquefaction. JGED, 1977, 103(6): 517~534
- Chang C S. Residual pore pressure and deformation Behavior of Soil samples under Variable Cyclic Loading. In: Proceedings of International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and soil Dynamics. 1981.
- 石桥等. 孔隙水压力上升机理与土的液化. 见: 地基基础译文集: 第1集. 北京: 中国建筑工业出版社, 1979.
- 王志良, 王余庆, 韩靖宇. 不规则循环荷载作用下土的粘弹塑性模型. 岩土工程学报, 1980?(3):
- 何广讷. 砂土振动孔隙水压力的研究. 水利学报, 1983?(3):
- 沈珠江. 一个计算砂土液化变形的等价粘弹性模式. 南京水科院研究报告, 土 8313

- Ishihara et al. undrained Deformation and Liquefaction of Sand under cyclic Stress. Soil and Foundation. 1975,15(1):
- Mardin G B, Finn W D L, Seed H B. fundamentals of Liquefaction under Cyclic Loading. JGED,1975,101(5): 423~438
- 何广讷,李万明. 振动能量下砂土的体变与孔隙水压力. 地震工程与工程振动, 1987, 7(2): 89~99
- Lo K Y. The Pore Pressure Strain Relationship of Normally consolidation Undisturbed Clays: Part1-Theoretical Consolidations. Canadian Geotechnical Journal,1969, (6):
- Dobry R, et al. Prediction of Pore Water Pressure Buildup and Liquefaction of Sand during earthquakes by the Cyclic Strain Method. NBS Building Science Series138,U.S. Department of Commerce National Bureau of Standards,1982,7
- Finn W D L, Bhatia S K. Verification of non-linear effective stress model in simple shear. In: Proceedings of ASCE Fall Meeting, Hollywood-by-the Sea,Florida,1980,10
- 赵冬. 地震期间饱和砂土孔压增长规律估测方法和先期振动影响. 见: 全国第二届土动力学会议论文汇编. 1986
- Youd Tl. Densification and Shear of Sand during Vibration. JSMFED, 1970, 96(3):863~880
- Nemat-Nasser S, Shokoh A. A Unified Approach to Densification and Liquefaction of Cohesionless Sand in Cyclic Shearing. Canadian Geotechnical Journal,1979,16
- Davis R O, Berrill J B. Energy Dissipation and Seismic Liquefaction in Sands. earthquake Eng. and Structural Dynamics,1982,10
- 曹亚林, 何广讷, 林皋. 土中振动孔隙水压力升长程度的能量分析法. 大连工学院学报, 1987,26(3):
- 何广讷. 土工的若干新理论研究与应用. 北京: 水利水电出版社, 1994 .
- 谢定义, 张建民. 往返荷载下饱和砂土强度变形瞬态变化的机理. 土木工程学报, 1987, 20(3): 57~70
- 谢定义, 张建民. 周期荷载下饱和砂土瞬态孔隙水压力的变化机理与计算模型. 土木工程学报, 1990, 23(2): 51~60
- Seed H B, Booker R. Stabilization of potentially liquefiable sand deposits using gravel drains. JGED,1976,102(7):
- 徐志英,沈珠江. 土坝地震孔隙水压力产生、扩散和消散的有限元法动力分析. 华东水利学院学报, 1981, (4): 1~16
- 王天颂, 刘颖, 全筠等. 地震荷载作用下饱和砂层孔隙水压力增长与消散. 岩土工程学报, 1983, 5(3): 87~102
- Schifman R L. Consolidation of Soil under time Dependent Loading and Vary Permeability. Proceeding of Highway Research Board, 1985,37
- Wilson N E, Elgohari M M. Consolidations of Soils under Cyclic Loading. Canadian Geotechnical Engineering Journal,1974,2(3):
- Baligh M M, Levadoux J N. Consolidation Theory for Cyclic Loading. JGED, 1978, 104(4): 145~432
- Alonso E E, Krizek R J. Randomness of Settlement Rate under Stochastic Load. JGED, 1974, 100(6): 1211~1226
- Ghaboussi, et al. Liquefaction Analysis of Horizontally Layered Sands. JGED, 1978, 104(3): 341~356
- 徐志英等. 地震液化的有效应力二维动力分析方法. 华东水利学院学报, 1985,
- 史宏彦, 谢定义. 饱和砂土地基动力反应分析的瞬态有效应力分析. 见: 第5届全国土力学及基础工程学术会议论文选集.1987, 北京: 建筑工业出版社, 1987. 311~315
- 徐志英,周健. 土坝地震孔隙水压力产生、扩散和消散的三维动力分析. 地震工程和工程振动,1985,5(4): 57~72
- Zienkiewicz et al. Soils and Other Saturated Media under transient Dynamic Conditions. general Formulation and the Validity of various simplifying Assumptions. Soil Mechanics-Transient and Cyclic loads. 1982.
- 盛虞, 卢盛松, 姜朴. 土工建筑物动力固结的耦合振动分析. 水利学报, 1989, (12): 31~42
- Wang Z L. Bounding surface hypo-plasticity model for granular soils and it's application: [Ph. D dissertation]. Davis: University of California, 1990.
- Arulanandan K, Scott R F, eds. VELACS-Verification of Numerical Procedures for the Analysis of soil liquefaction problems. Balkema, 1993.