

基于Verhulst模型的软土路基沉降预测

第六图书馆

目的为提高软土路基的工后沉降量预测精度,给设计和造价控制提供反馈信息.方法在深入分析沉降发生发展规律的基础上,引入Verhulst模型,采用改进的曲线拟合的经验计算方法,挖掘施工期的实测数据所蕴含的信息.结果计算表明:该方法拟合误差小.后期沉降预测准.结论在模型参数的反演上运用改进的非线性拟合算法,可避免常用的灰色建模方式下的理论缺陷和其他处理方法的弊端;实例分析表明,本方法的适应性较好,预测精度也有所提高.目的为提高软土路基的工后沉降量预测精度,给设计和造价控制提供反馈信息.方法在深入分析沉降发生发展规律的基础上,引入Verhulst模型,采用改进的曲线拟合的经验计算方法,挖掘施工期的实测数据所蕴含的信息.结果计算表明:该方法拟合误差小.后期沉降预测准.结论在模型参数的反演上运用改进的非线性拟合算法,可避免常用的灰色建模方式下的理论缺陷和其他处理方法的弊端;实例分析表明,本方法的适应性较好,预测精度也有所提高.工后沉降 软土路基 Verhulst模型 参数反演 预测沈阳建筑大学学报:自然科学版赵明华 陈炳初 刘建华湖南大学岩土工程研究所,湖南长沙4100822007第六图书馆

文章编号:1671-2021(2007)04-0580-04

基于 Verhulst 模型的软土路基沉降预测

赵明华, 陈炳初, 刘建华

(湖南大学岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082)

摘 要:目的 为提高软土路基的工后沉降量预测精度, 给设计和造价控制提供反馈信息. 方法 在深入分析沉降发生发展规律的基础上, 引入 Verhulst 模型, 采用改进的曲线拟合的经验计算方法, 挖掘施工期的实测数据所蕴含的信息. 结果 计算表明: 该方法拟合误差小, 后期沉降预测准. 结论 在模型参数的反演上运用改进的非线性拟合算法, 可避免常用的灰色建模方式下的理论缺陷和其他处理方法的弊端; 实例分析表明, 本方法的适应性较好, 预测精度也有所提高.

关键词:工后沉降; 软土路基; Verhulst 模型; 参数反演; 预测

中图分类号: TU433

文献标识码: A

正确估计软土路基的工后沉降, 对工程设计计算以及造价控制都有着重要的意义. 现有的方法主要分为理论法和经验法两类, 前者主要运用固结理论(太沙基, 比奥特等)结合有限元或者差分法探讨软土路基的沉降发展规律, 但影响沉降量的因素繁多、各力学指标难以准确确定, 本构模型过于理想等, 常常导致计算结果与实测值偏差较大^[1]; 后者主要根据类似工程的实测沉降资料, 推算沉降量与时间的关系, 处理方法包括指数法, 双曲线法, 灰色系统法, 神经网络法和遗传算法等, 但该类方法难以反映全过程沉降曲线的特征, 或精度较差.

笔者分析总结分析沉降量与时间关系曲线的特征, 基于前期实测沉降数据, 拟运用可以反映全过程沉降与时间关系的 Verhulst 型模型^[1-3], 对软土路基的工后沉降进行预测, 并就模型参数的反演方法进行深入的探讨, 采用 Marquadt 算法和初值预处理, 改进常用的非线性拟合方法, 增强计算方法的适应性.

1 软土路基沉降特征

根据深圳市滨海大道软土路基实测沉降资

料^[2], 探讨软土路基沉降的变形机理, 从测试路段的沉降时间曲线中, 可明显看出曲线主体部分呈 S 型, 其发展过程可概括如下.

①弹性变形阶段: 开始加载时, 土体处于弹性状态, 在荷载增加的最初阶段, 沉降线性增加.

②固结变形阶段: 随着荷载的不断加大和时间的增长, 地基土中孔隙水逐渐排出, 超静孔隙水压力逐步消散, 土体逐渐压密产生体积压缩变形, 进入弹塑性状态, 随着塑性区的不断开展, 土体沉降速率不断增长.

③次固结阶段: 当荷载不再增加, 孔隙压力接近完全消散, 此时固结过程尚未全部完成, 且土骨架黏滞蠕变起主导作用, 随时间的推移沉降量将继续增加, 但沉降速率会慢慢变小.

④稳定阶段: 随着时间的继续增加, 沉降速率接近于零, 逐渐达到稳定的极限状态, 此时的沉降为最终沉降量.

上述沉降量的发展特征可从固结系数随荷载的变化来解释, 根据太沙基一维固结理论, 若忽略固结过程中渗透系数的变化^[4], 随着荷载增加, 竖向应变不断发展, 但土的固结系数可能增大, 可能减少, 也可能保持不变^[5], 进而使沉降速率也

收稿日期: 2006-12-18

基金项目: 国家 863 项目(2006AA11Z104)

作者简介: 赵明华(1956-), 教授, 博士, 主要从事桩基础及软土地基处理等研究.

呈现出发生、发展、稳定、极限四种状态的 S 型变化模式.文献[3]则进一步从应力应变角度出发,严格证明了在线性加载或近似线性加载情况下,沉降时间曲线呈 S 型.

2 Verhulst 预测模型

Verhulst 模型为单序列一阶非线性模型,它是荷兰生物学家 Verhulst 于 1837 年在 Malthusian 模型中加入一个限制发展的阻尼项 bS^2 得到的,其形态能很好地描述生物种群数量从发生、发展到稳定的动态过程,该模型的基本微分方程为

$$\frac{ds}{dt} + as = bS^2 \tag{1}$$

解为

$$s = \frac{1}{b/a + C_1 e^{at}} \tag{2}$$

其中: s 为生物种群数量; t 为时间变量; a 、 b 为模型参数; C_1 为积分常数.

图 1 曲线反映出环境对生物种群数量发展的制约作用,是一条典型的 S 型曲线,并已被成功引入到沉降量的预测^[1-3,6,10-11],但常用处理方法一般均结合灰色系统的建模理论处理,其中灰色系统法对背景值以及初值条件的选取不太完善^[7],近似差分处理,累加、还原以及等时距化^[1,7]等过程中的误差积累,使该法存在理论和技术上的缺陷.宰金珉等^[3,11]尝试用三段计算法来求取其参数,虽能给出实用解答,但要求自变量 t 的时间间隔相等,前后连续,且规定用以预测的时间序列中的数据项数或时间期数 n 是 3 的倍数,使推广应用受到限制.

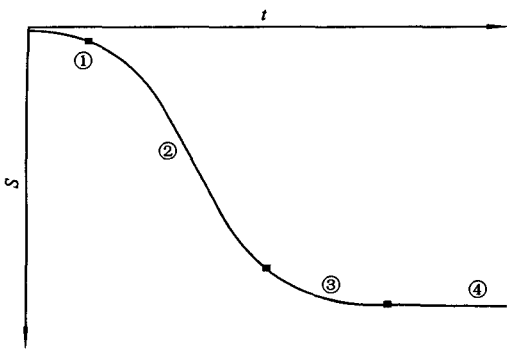


图 1 Verhulst 模型示意图

笔者将直接从 Verhulst 模型的解析解出发,运用改进的非线性拟合算法,避免常用的灰色建

模方式下的理论缺陷和其他处理方法的弊端,并提高预测精度.

3 模型参数的反演拟合

3.1 灰色系统法

设 t_1, t_2, \dots, t_n 为一时间序列,记 $S^1(t_k)$ 为其对应的原始沉降观测序列,按照灰色系统建模方法,对 Verhulst 模型描述的一阶非线性微分方程式(2),取影响因子 $\lambda = 0.5$ 时,可得其离散时间响应式为

$$\hat{S}^1(t_{k+1}) = \frac{S^1(t_1)}{b/a + (1 - b/a) \cdot e^{-a(t_{k+1}-t_1)}} \tag{3}$$

该法虽已广泛用于工程实践,但已有学者注意到建模过程中的简化处理,以及其影响因子、定解条件取法的不合理等造成的影响,并通过二次规划、用平均相对误差最小的 $S^1(t_k)$ 代替 $S^1(t_1)$ 、初值修正等方法^[7-8]来进行改进,但因较大时间间距下用差分替代微分造成的理论缺陷,精度仍难让人满意.

3.2 三段计算法

当实测沉降时间序列为等时距时,可取其中某一包含 3 的倍数个数据点的时间段,并将其平分为三部分,记各部分的倒数和为 S_1, S_2, S_3 ,则可导出 Verhulst 模型中的三个参数^[6,10].

3.3 改进的非线性拟合算法

当模型的待求参数与函数值为非线性依从关系时,就形成非线性拟合问题,此类问题解的存在性和唯一性往往难以确定,具有一定的难度.一般的非线性拟合问题,大多基于单纯形下山法(Downhill simplex methods),但更为有效的非线性最小二乘估计算法当属 Marquadt 算法,该方法认为:待求参数的最小二乘函数(或 χ^2),在接近最小值点时,呈抛物线形态,且可用 Taylor 级数的前三项很好地近似,宜取较小步长;在远离最小值点时,变化陡峭,宜用最速下降法处理,步长可适当加大,基本的数学描述是^[10]:被求参数采用 $a_{\min} \approx a_0 + \delta a$ 更新,在此 $\delta a = -H^{-1} \nabla_a (\chi^2)$, Hessian 矩阵 H 近似表达和其迭代计算式为

$$H_{ij} = 2 \sum_{m=1}^n \frac{1}{\Delta y_m^2} \left[\frac{\partial f(a, x_m)}{\partial a_i} \frac{\partial f(a, x_m)}{\partial a_j} \right] \tag{4}$$

$$H \Rightarrow H \times I(1 + k) \tag{5}$$

其中: a 为待求参数; a_0 为参数的前一步估计值;

x_m, y_m 为第 m 个数据; $I(1+k)$ 为对角阵, 远离最小值点的时, k 取大, 反之取小.

由于非线性优化算法的固有的模糊性(Ambiguity), 除令误差范数为零外, 再没有获知解何时能够达到期望的确定性方法^[9]. 拟合参数越多, 就越复杂, 难度越大, 同时应注意非线性估计算法的初值选取, 它对拟合结果有很大的影响, 有时还可能使算法不收敛, 导致计算失败, 因而有必要对初值进行预处理.

为获得一组合适的初值, 一个直观的方法是,

在原始沉降数据中选择三个时间点 t_i, t_j, t_k , 代入式(2)中可求得一组 a, b, C_1 的值, 以它们为初值, 通常可使算法快速收敛, 笔者基于 Marquadt 算法思想和初值的预处理, 通过自编 Matlab 程序, 改进了非线性拟合算法, 实现对此类问题高精度快速求解.

3.4 三种参数反演方法对比分析

现以休斯敦贝壳广场大厦的沉降数据^[11]为例, 比较灰色系统法、三段计算法和本文方法的效果(见表1).

表1 三种参数反演方法比较

t/a	实测沉降值/cm	灰色系统法/cm	三段计算法/cm	笔者方法
0.5	0.7	0.7	0.7	0.753 6
1	1.3	1.2	1.3	1.374 4
1.5	2.5	2.4	2.3	2.404 6
2	4.0	3.9	3.8	3.940 9
2.5	5.8	5.8	5.7	5.902 5
3	8.0	8.0	7.8	7.964 2
3.5	9.5	9.6	9.7	9.732 4
4	10.6	10.8	11.0	11.002 9
4.5	11.9	12.0	11.9	11.804 4
5	12.4	12.4	12.4	12.269 2
5.5	12.6	12.9	12.7	12.525 8
6	12.8	13.0	12.8	12.663 5
6.5	-	13.2	12.9	12.736 4

注: 表中三段计算法、灰色系统法基于前12个点, 笔者方法中所列数据前6点为拟合值, 后7点为预测值.

从表1可以看出, 笔者采用的改进非线性拟合算法基于前六个点的拟合值的2范数为0.547, 已经超过文献[10]三段计算法12点的拟合水平(0.583), 并远远高于灰色系统法的精度, 但更深入的计算表明, 前7点和前8点的拟合2范数却显著增大, 分别为1.447和1.566, 究其原因, 可能是7,8两点数据存在异常, 但包含第9点拟合结果又把精度大幅提高到0.5左右, 显示出很好的适应性.

4 实例分析与对比

以文献[2]中的深圳市滨海大道 K1+800 段实测沉降数据为例, 选用第2、5、8点数据, 可得一组初始估计值为 $a = -0.38171, b = -1.4231 \times 10^{-3}, C_1 = 1.6264 \times 10^{-2}$, 进而得到拟合公式如下:

$$S = \frac{-0.48848}{-4.3698 \times 10^{-4} - 0.02196e^{-0.48848t}} \quad (6)$$

图2是原始沉降观测值以及拟合曲线图, 并

与其他预测模型比较, 列于表2.

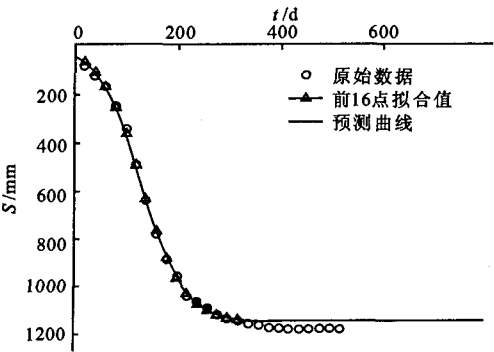


图2 K1+800 段沉降拟合曲线及预测图

表2 拟合精度比较

拟合模型	误差平方和/mm ²
Compertz	6 005.6
Pearl ²	4 810.1
Richards	4 576.6
Hill	3 922.4
Boltzmann	3 561.5
变权重组合	1 824.3
笔者方法	431.4

由表 2 可知,笔者所用的改进非线性拟合算法在精度上有了很大的提高,也从实例上验证了 Verhulst 模型在模拟软土路基沉降时间曲线上的适应性,并且可处理非等时距的观测数据,给实际应用带来极大的方便。

5 结 语

(1) Verhulst 模型能很好反映出软土路基沉降发展的主要特征,可用以预测其工后沉降的大小。

(2) 目前对 Verhulst 模型求解的灰色系统法和三段计算法,存在着理论上的缺陷和精度较低的问题,且不适用于非等时距的观测数据。

(3) 由实例对比分析可见,基于 Marquadt 算法和初值预处理的改进非线性拟合的方法,较其他预测模型及处理方法适应性更好,在拟合精度上也有所提高,具有很好的发展前景。但是,该方法对含有异常值的数据的鲁棒性(Robust)不够,还有待进一步完善。

参考文献:

- [1] 罗战友, 龚晓南, 杨晓军. 全过程沉降量的灰色 Verhulst 预测方法[J]. 水利学报, 2003(3): 29 - 36.
- [2] 赵明华, 刘建华, 刘煜, 等. 滨海公路软土路基变形机理及沉降预测研究[J]. 公路交通科技, 2006, 19(23): 32 - 36.
- [3] 龚晓南. 沉降浅议[J]. 地基处理, 1996, 7(1): 41 - 41.
- [4] 林鹏, 许镇红, 徐鹏, 等. 软土压缩过程中固结系数的研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(1): 106 - 108.
- [5] Ravaska O T, Veps iene P E. On the stress dependence of consolidation parameters[C]//Netherlands: Balkema. A Proceedings of the fifteenth international conference on soil mechanics and geotechnical engineering. C, 2001.
- [6] 梅国雄, 宰金珉, 赵维炳, 等. 地基沉降 - 时间曲线型态的证明及应用[J]. 土木工程学报, 2006, 38(6): 69 - 72.
- [7] 张大海, 江世芳, 史开泉. 灰色预测公式的理论缺陷及改进[J]. 系统工程理论与实践 2002(8): 140 - 143.
- [8] 何文章, 吴爱弟. 估计 Verhulst 模型中参数的线性规划方法及应用[J]. 系统工程理论与实践, 2006(8): 141 - 144.
- [9] Duane Hanselman, Bruce Littlefield, 朱仁峰. 精通 Matlab7[M]. 北京, 清华大学出版社, 2006.
- [10] 宰金珉, 梅国雄. 成长曲线在地基沉降预测中的应用[J]. 南京建筑工程学院学报, 2000(3): 8 - 14.
- [11] 徐洪钟, 施斌, 李雪红. 全过程沉降量预测的 logistic 生长模型及其适用性研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(3): 387 - 391.

The prediction of soft clay roadbed settlement based on Verhulst Model

ZHAO Minghua, CHEN Bingchu, LIU Jianhua

(Institute of Geotechnical Engineering, Hunan University, Changsha Hunan 410082)

Abstract: In order to predict the post-construction settlement, based on a thorough analysis on the law of settlement development, citing the Verhulst model which good reflect its main characteristic, using the curve fitting method, mining the information contained in the construction data; betakes the improvement non-linear fitting algorithm on the model parameter inversion. Finding that: it is an effective way to avoid the common gray modeling approach theory's flaw and other processing method's malpractices. The example computation indicates that, the compatibility of the proposed method is better, and the forecast precision also has the enhancement.

Key words: post-construction settlement; soft clay roadbed; Verhulst model; parameter inversion; prediction