

## 定向岩心结构面参数的计算公式

章兼植

介绍了用空间解析几何及球面三角推导定向岩心结构面产状计算公式的过程与结果。与国内现用的三种公式相比,本公式是可信的。特别是求解结构面倾角,能判定出是否需把倾向翻转180°。



钻探技术

### 新公式的内容与意义

岩心定向技术的基本工作包括两方面的内容:一是从钻孔中取出定向岩心;二是确定定向

心上结构面的产状——倾角与倾向。本文所讨论的问题,只涉及用计算法确定产状的问题。

确定产状有三种方法,其中,作图法与计算法都要预先测量定向岩心的基本参数,所用仪器比较简单。但由于下一步的作图与计算工作不直观,数据可信性受到怀疑。作图法与计算法相比,前者较为麻烦。

复位实测法所需的仪器比较复杂。其优点是直观,数据令人信服。

用小型计算器,配合计算法,可较快地得到结构面的产状,因而是一种快速有效的手段,可以作为确定结构面产状的主要方法。实测法则可用作验证手段。

作者通过空间解析几何及球面三角的推导,提出了下列计算公式:

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$$

$$\Delta\alpha = \text{tg}^{-1} \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi\cos\theta - \sin\theta\text{tg}\delta} \quad (1)$$

$$\beta = \text{tg}^{-1} \frac{\cos\theta\text{tg}(\theta' - \delta')}{\sin\theta'} \quad (2)$$

$$\theta' = \cos^{-1} \cos\Delta\alpha\sin\theta \quad (3)$$

$$\delta = \text{tg} \frac{\text{tg}\delta\sin\theta'}{\cos\varphi\cos\Delta\alpha\cos\theta + \sin\varphi\sin\Delta\alpha} \quad (4)$$

式中:  $\alpha$ —结构面倾向方位;  $\beta$ —结构面倾角;  $\alpha_0$ —钻孔方位;  $\Delta\alpha$ —结构面倾向方位增量;  $\theta$ —钻孔天顶角;  $\delta$ —钻孔遇层角;  $\varphi$ —岩心上最高母线至结构面椭圆最低点的转角,顺时针方向取  $0 \sim 360^\circ$ 。

上述  $\Delta\alpha$  和  $\beta$  值,还要按下述原则进行修正(计算出的值可标为  $\Delta\alpha_0$ 、 $\beta_0$ ):

(1) 当  $\beta_0$  为正值,则  $\Delta\alpha = \Delta\alpha_0$ ,  $\beta = \beta_0$ 。

(2) 当  $\beta_0$  为负值,则  $\Delta\alpha = 180^\circ + \Delta\alpha_0$ ,  $\beta = -\beta_0$ 。

表1列出了几种  $\theta$ 、 $\delta$  组合条件下,随着  $\varphi$  的变化,  $\Delta\alpha_0$ 、 $\beta_0$  的变化情况和通过校正后的  $\Delta\alpha$ 、 $\beta$  数据。表中的  $\Delta\alpha_0$ 、 $\beta_0$  值是用 FX-702 计算器计算的,程序为:

### LIST

```
10 INP A, B, C
20 D = ATN(SIN A/(COSA
    * COSB - SINB * TANC)
30 X = ACS(COSD * SINB)
40 Y = ATN(TANC * SINX /
    (COSA * COSD * COSB + SINA * SIND)
50 W = ATN(COSB * TAN X / Y)
    /SINX)
```

60 PRT D, W

程序中, A— $\varphi$ ; B— $\theta$ ; C— $\delta$ ; X— $\theta'$ ; Y— $\delta$ ; D— $\Delta\alpha_0$ ; W— $\beta_0$ 。

在一定的  $\theta$ 、 $\delta$  组合下, 方位与倾角变化

表 1

$\theta$ 与 $\delta$ 的组合 条件	$\Delta\alpha_0$ $\beta_0$	$\varphi$										
		$\beta$	0	1	30	90	150	179	180	181	270	359
$\theta = 60$	$\Delta\alpha_0$	0	7.51	82.55	-69.82	-31.99	-1.15	0	1.15	69.82	-7.51	0
	$\beta_0$	7	7.06	27.66	-78.73	60.33	53.01	53	53.01	-78.73	7.06	7
$\delta = 23$	$\Delta\alpha$	0	7.51	82.55	110.18	-31.99	-1.15	0	1.15	249.82	-7.51	0
	$\beta$	7	7.06	27.66	78.73	60.33	53.01	53	53.01	78.73	7.06	7
$\theta = 20$	$\Delta\alpha_0$	0	-0.999	-23.95	-27.27	-10.29	-0.35	0	0.35	27.27	0.999	0
	$\beta_0$	-10	-10.002	-12.35	-22.27	-29.07	-29.99	-30	-29.99	-22.27	-10.002	-10
$\delta = 80$	$\Delta\alpha$	180	179.001	156.05	152.73	-169.71	179.65	180	180.35	207.27	180.999	180
	$\beta$	10	10.002	12.35	22.27	29.07	29.99	30	29.99	22.27	10.002	10
$\theta = 45$	$\Delta\alpha_0$	算不出	-89.65	-79.27	-54.74	-20.75	-0.71	算不出	0.71	54.74	89.65	算不出
	$\beta_0$	"	-0.71	-21.1	-60	-86.16	-89.99	-90	-89.99	-60	-0.71	"
$\delta = 45$	$\Delta\alpha$	—	90.35	100.73	125.26	159.25	179.29	—	180.71	234.74	269.65	—
	$\beta$	0	0.71	21.1	60	86.16	89.99	90	89.99	60	0.71	0

表中各种角的单位为度。

在用电子计算器(机)计算, 有时会遇到一些无法处理的点, 如表 1 中的  $\theta = 45^\circ$ 、 $\delta = 45^\circ$  时的  $\varphi = 0$ 、 $\varphi = 180^\circ$  点。这些特殊点将在后面分析, 它们是出现在  $\beta = 0$  (结构面水平)、 $\beta = 90^\circ$  (结构面直立) 或  $\Delta\alpha = 90^\circ$  ( $\lg \Delta\alpha = \infty$ ) 的情况下。

公式的推导过程

计算结果是否可靠, 关键在于公式是否正确。下面讨论公式的推导过程。

图 1 给出了水平面与岩心正截面的关系。图 2 示出了结构面与岩心正截面的关系。图中, P—岩心正截面圆; H—水平面椭圆; S—岩心上结构面椭圆。

求 H 椭圆方程:

A、B、C 为 H 椭圆上的三个点, 各自的坐标为: A (0, -R, 0); C (0, R, 2Rtg $\theta$ ); B (R, 0, Ktg $\theta$ ); 则有:

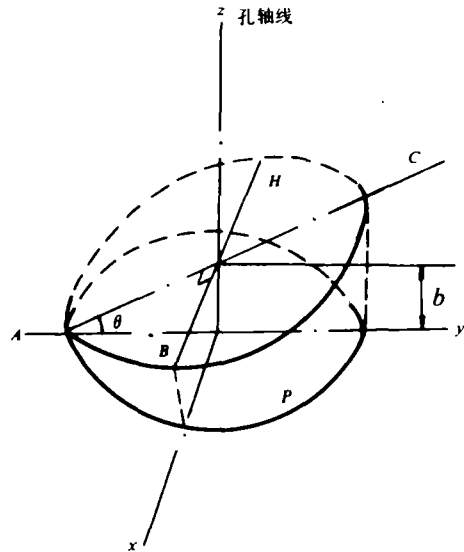


图 1

$$\begin{vmatrix} X & Y + R & Z_H \\ 0 & 2R & 2R \operatorname{tg} \theta \\ R & R & R \operatorname{tg} \theta \end{vmatrix} = 0$$



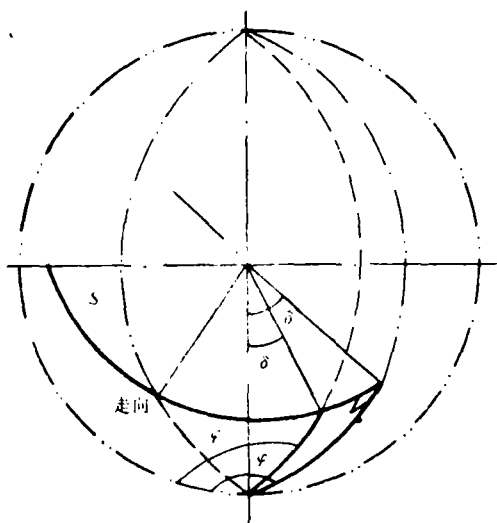


图 4

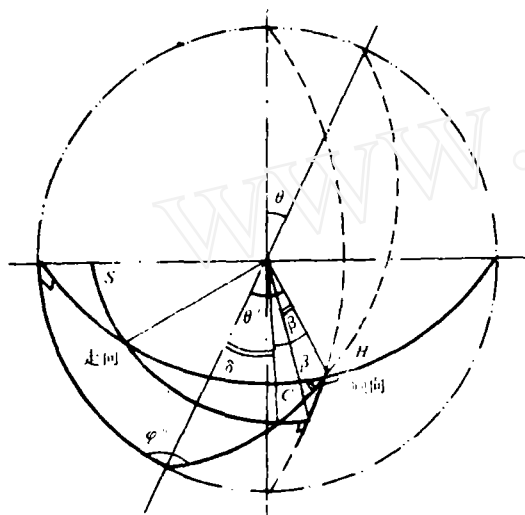


图 5

$$\delta' = \text{tg}^{-1} \frac{\text{tg} \delta \sin \theta'}{\cos \varphi \cos \Delta \alpha \cos \theta + \sin \varphi \sin \Delta \alpha} \quad (14) \text{ 即 (4)}$$

图 5 是图 3、图 4 的合并图，把 H 面置于水平位置，并画出倾向铅垂面，图中  $\beta$  角则为倾角。由图 5 求得：

$$\begin{aligned} \sin C &= \frac{\cos \varphi'}{\cos \Delta \alpha} = \frac{\text{ctg} \varphi' \sin \varphi'}{\cos \Delta \alpha} \\ &= \frac{\cos \theta}{\text{tg} \Delta \alpha} \frac{\sin \Delta \alpha}{\sin \theta} \cdot \frac{1}{\cos \Delta \alpha} \end{aligned}$$

$$= \frac{\cos \theta}{\sin \theta'}$$

$$\cos(90^\circ - C) = \text{ctg} \beta' \text{tg} \beta = \sin C,$$

$$\text{tg} \beta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta'} \text{tg} \beta'$$

$$\beta = \text{tg}^{-1} \frac{\cos \theta \text{tg}(\theta' - \delta')}{\sin \theta'}$$

(15) 即 (2)

从 (15) 式可知， $\beta$  值可在  $\pm 90^\circ$  之间，但实际所用倾角均取正值，因而在计算中如出现负值，说明结构面倾向与计算倾向相反，这时，可按前述原则进行修正。

值得说明的是，在推导公式时， $\Delta \alpha$ 、 $\varphi$  是按数学学习惯，以反时针方向取值的。而实际应用时， $\Delta \alpha$  是按顺时针方向取值的，因而， $\varphi$  也要按顺时针方向取值。这并不影响  $\Delta \alpha$ 、 $\beta$  计算公式的正确性。这可以用  $\Delta \alpha$ 、 $\varphi$  均取负值，代入 (1)、(3)、(4) 式校验，所得结果与取正值结果一致而得到证明。说明，公式是可信的。

### 与国内现用公式的比较

在本文之前，国内已推荐和应用了一些计算定向岩心结构面产状的公式。现将本公式和其他公式一并列表 2，进行比较讨论。

I 号和 II 号公式均采用了  $\varphi$ ，其起点是岩心柱面的最高母线；III 号和 IV 号公式均采用  $\varphi_0$ ，其起点是岩心柱面最低母线。 $\varphi_0 = \varphi + 180^\circ$ 。把  $-\varphi = 180^\circ - \varphi_0$  代入 I 号公式，则有：

$$\begin{aligned} \Delta \alpha &= \text{tg}^{-1} \frac{-\sin \varphi_0}{-\cos \varphi_0 \cos \theta - \sin \theta \text{tg} \delta} \\ &= \text{tg}^{-1} \frac{\sin \varphi_0}{\cos \varphi_0 \cos \theta + \sin \theta \text{tg} \delta} \end{aligned}$$

可见 I 号和 IV 号的  $\Delta \alpha$  计算公式是等值的，同样可以证明 II 号和 III 号的  $\Delta \alpha$  公式是一致的。

用我们研制的 YDC 仪进行复位实测验证，I 号和 IV 号公式的  $\Delta \alpha$  计算值是可信的。

由表 2 可见， $\beta$  的计算公式在形式上各不相同。

表 3 是在  $\theta = 60^\circ$ 、 $\delta = 23^\circ$  的条件下，列出

部分倾角数值表

表 3

	$\varphi$	0	180	200	250	255.81	255.82	260	310	315	320
	$\Delta\alpha_0$	0	0	22.215	60.179	63.179	63.184	65.229	86.548	88.615	-88.626
I号	$\beta_0$	7	53	56.376	85.567	89.997	-89.995	-86.736	-44.945	-40.619	36.289
II号		算不出	算不出	-56.376	-85.567	-89.997	-89.995	-86.736	-44.945	-40.619	36.289
IV号		算不出	算不出	56.376	85.567	89.997	89.995	86.736	44.945	40.619	36.289
	$Z_3$	/	.	+	+	+	-	-	-	-	-

了 I、II 和 IV 号公式的部分  $\beta$  的计算值  $\beta_0$ 。表中所用的  $\Delta\alpha_0$  值是由 I、IV 号的  $\Delta\alpha$  公式的算出值。

IV 号公式算出的  $\beta_0$  均为正号, 最终值  $\beta = \beta_0$ 。  
 $\Delta\alpha_0$  按下列原则进行修正:

(1)  $\Delta\alpha_0 < 0$  时,  $\Delta\alpha = 180 + \Delta\alpha_0$

(2)  $\Delta\alpha_0 < 0, Z_3 < 0$  时,  $\Delta\alpha = 360 + \Delta\alpha_0$

II 号公式的作者未给出修正原则。

注意表中  $\varphi$  值从 250° 到 260° 变化时的倾角变化情况, 发现在  $\varphi$  值为 255.81~255.82° 之间存在着结构面直立的点, 即在该点发生了倾向的翻转和突变。

按 I 号公式及其修正原则可得:

$\varphi = 255.81^\circ$  时,  $\Delta\alpha = 63.179^\circ, \beta = 89.997^\circ$

$\varphi = 255.82^\circ$  时,  $\Delta\alpha = 63.184^\circ + 180^\circ,$

$\beta = 89.995^\circ。$

按 IV 号公式及其修正原则可得:

$\varphi = 255.81^\circ$  时,  $\Delta\alpha = 63.179^\circ, \beta = 89.997^\circ$

$\varphi = 255.82^\circ$  时,  $\Delta\alpha = 63.184^\circ, \beta = 89.995^\circ。$

公式 I 的值反映出了倾向的翻转。公式 IV 的值未能反映, 可见此式有问题。

公式 IV 在  $\varphi = 310 \sim 320^\circ$  时, 也不正确。这也很容易看出。:

按 I 号公式得:

$\varphi = 310^\circ$  时,  $\Delta\alpha = 86.548^\circ + 180^\circ = 266.548^\circ,$   
 $\beta = 44.954^\circ$

$\varphi = 320^\circ$  时,  $\Delta\alpha = -88.626^\circ$  (即  $271.374^\circ$ ),  
 $\beta = 36.289^\circ。$

按 IV 号公式得:

$\varphi = 310^\circ$  时,  $\Delta\alpha = 86.548^\circ, \beta = 44.945^\circ$

$\varphi = 320^\circ$  时,  $\Delta\alpha = -88.626^\circ + 360^\circ$

$= 271.374^\circ, \beta = 36.289^\circ。$

公式 IV 出现了倾向的突变。

公式 II 在  $\varphi = 255.81 \sim 255.82^\circ$  时, 计算倾角均为负值, 无法判别是否有倾向翻转现象。

由上述分析可知, 公式 II 和 IV 不仅存在着  $\varphi = 0^\circ, \varphi = 180^\circ$  时算不出的问题, 而且也未解决倾向翻转和突变问题 (IV 号公式), 甚至难以解决这个问题 (II 号公式)。这是两个公式的缺点。

计算  $\Delta\alpha$  时, 用 I 号和 IV 号公式均可, 两式的相互转换关系为  $\varphi_0 = \varphi + 180^\circ$ 。但用这两个公式, 均有一些特殊点需另作处理。

$$\text{以公式 } \Delta\alpha = \text{tg}^{-1} \frac{\sin}{\cos\varphi\cos\theta - \sin\theta\text{tg}\delta}$$

来进行分析:

(1) 当  $\varphi = 0, \cos\varphi\cos\theta - \sin\theta\text{tg}\delta = 0$  时,  
 $\cos 0 \cos\theta - \sin\theta - \sin\theta\text{tg}\delta = 0, \text{tg}\theta\text{tg}\delta = 1,$   
 $\theta + \delta = 90^\circ。$

结构面水平, 无倾角, 无倾向。

(2) 当  $\varphi \neq 0, \cos\varphi\cos\theta - \sin\theta\text{tg}\delta = 0$  时,  
 $\text{tg}\Delta\alpha = \infty, \Delta\alpha = 90^\circ, \beta_0$  由公式求得。

(3) 当  $\varphi = 180^\circ, \theta = \delta$  时, 结构面直立 ( $\beta = 90^\circ$ ),  $\text{tg}\Delta\alpha' = \infty, \Delta\alpha' = 90^\circ$  — 走向增量。

(4) 当  $\varphi$  为任意,  $\delta = 90^\circ$  时,  $\Delta\alpha = 180^\circ,$   
 $\beta = \theta。$

岩心定向技术是岩心钻探的一个新的发展, 已越来越多地受到人们的重视, 工作量也日益增大。因而, 在具备了岩心测角仪的同时, 还要有一个方便、正确的计算定向岩心结构面产状的公式。文中提出的公式还有待于在实践中进一步考验。

四种公式对照表

表 2

编号	公式来源	走向方位增量公式 $\Delta\alpha'$	倾向方位增量公式 $\Delta\alpha$	倾角公式 $\beta$
I	本文	$\text{tg}^{-1} \frac{\sin\theta \text{tg}\delta - \cos\varphi \cos\theta}{\sin\varphi}$	$\text{tg}^{-1} \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi \cos\theta - \sin\theta \text{tg}\delta}$	$\text{tg}^{-1} \frac{\cos\theta \text{tg}(\theta' - \delta')}{\sin\theta'}$ $\theta' = \cos^{-1} \cos\Delta\alpha \sin\theta$ $\delta' = \text{tg}^{-1} \frac{\text{tg}\delta \sin\theta'}{\cos\varphi \cos\Delta\alpha \cos\theta + \sin\varphi \sin\Delta\alpha}$
II	高森		$\text{tg}^{-1} \frac{\sin\varphi}{\sin\theta \text{tg}\delta - \cos\varphi \cos\theta}$	$\sin^{-1} \frac{\cos\delta \sin\varphi}{\sin\Delta\alpha}$
III	吴光琳	$\text{tg}^{-1} \frac{\sin\theta \text{tg}\delta + \cos\varphi_0 \cos\theta}{\sin\varphi_0}$	$\text{tg}^{-1} \frac{-\sin\varphi_0}{\text{tg}\sin\theta \text{tg}\delta + \cos\varphi_0 \cos\theta}$ *	$90^\circ - \delta + \frac{\theta \times \Delta\alpha'}{90^\circ}$
IV	冶金部保定勘察所		$\text{tg}^{-1} \frac{\sin\varphi_0}{\cos\varphi_0 \cos\theta + \sin\theta \text{tg}\delta}$	$\text{tg}^{-1} \frac{ z_3 }{\sqrt{x_3^2 + 1}}$ $x_3 = \frac{\cos\varphi_0 \cos\theta + \sin\theta \text{tg}\delta}{\sin\varphi_0}$ $z_3 = \frac{(\cos\delta \cos\varphi_0 \cos\theta + \sin\delta \sin\varphi_0)^2 + \sin^2\varphi_0 \cos^2\delta}{\sin\varphi_0 \cos\delta (\cos\delta \cos\varphi_0 \sin^2\theta - \cos\theta \sin\delta)}$

①表中公式均统一了符号,并对有关公式进行了简化; ② $\varphi_0 = \varphi + 180^\circ$ ; ③表中原文没提供 $\Delta\alpha'$ 公式,

本文作者据 $\text{tg}\Delta\alpha = -\text{ctg}\Delta\alpha'$ 推导出来的; ④II号公式来源于《钻孔弯曲的计算和图例法》(P72); ⑤III号公式来源于本刊1981年,第11期,74页。

## A Formula for Calculating the Parameter of the Structure Plane of an Oriented Core

Zhang Jiangzhi

(Research Institute of Geology for Mineral Resources, CNNMIC)

### Abstract

Based upon spatial analytic geometry and spherical trigonometry, a formula for calculating the mode of occurrence of the structure plane of an oriented core has been derived. In the present paper the derivation process and result are given. In comparison with conventional formulae, the formula we derived assures us its soundness particularly in calculating the dip of the structure plane. It is superior to other formulae because it can easily to determine whether a turning 180 for the dip is necessary or not.