

岩土工程位移时间序列的组合预测研究

尹利平¹, 刘金海¹, 柴海涛²

(1. 湖南科技大学 煤矿安全开采技术湖南省重点实验室, 湖南 湘潭 411201)

(2. 煤炭科学研究总院 经济与信息研究所, 北京 100013)

摘 要: 将组合预测方法用于岩土工程位移时间序列预测. 结合实际观测数据, 分别建立位移时间序列预测的 GM(1,1) 模型、Verhulst 模型和趋势曲线模型. 采用极小误差法确定各单一模型的权重, 建立组合预测模型. 应用表明, 组合预测的精度高, 为岩土工程位移预测提供了一种实用、可靠的方法.

关键词: 岩土工程; 位移时间序列; 权重; 组合预测

1 引言

岩土工程系统附存于复杂的地质体中, 存在着大量的不确定信息, 其位移序列具有十分复杂的非线性特征^[1]. 传统岩土工程位移时间序列预测方法有灰色理论^[2-3]、神经网络^[4-5]、支持向量机^[6]、时序分析^[7]、趋势拟合等. 由于单一模型的适用范围不同, 往往在某一时段的预测偏差较大, 总体精度不高. 20 世纪 60 年代末, Bates 和 Granger^[8] 提出了组合预测理论, 通过组合多个单一模型对时间序列进行预测, 弱化了单一模型在某一时间段的偏差, 提高了整体预测精度. 该方法尤其适用于信息不完备、不确定的复杂系统^[9-10]. 鉴于岩土工程位移演变系统的复杂性和非线性特征, 本文在对岩土工程位移时间序列分析的基础上, 分别采用灰色预测、趋势预测等建立单一预测模型, 并根据预测结果分析其优缺点, 采用极小误差法确定权重, 建立岩土工程位移时间序列的组合预测模型.

2 组合预测的基本原理^[11]

设同一预测问题有 m 种预测模型, 对 n 个时段进行预测. 记 Y_t 、 y_t 和 y_{it} 分别为第 t 个时段的实测值、组合预测值和第 i 种预测模型的预测值; e_t 和 e_{it} 分别为第 t 个时段的组合预测误差和第 i 种预测模型的预测误差; w_i 为第 i 种预测模型的权重, $i = 1, 2, \dots, m, t = 1, 2, \dots, n$. 则 $y_t = \sum_{i=1}^m w_i y_{it}$, $e_{it} = Y_t - y_t$, $e_t = Y_t - y_t = \sum_{i=1}^m w_i e_{it}$.

定义 $e_t^2 = e_t \times e_t^T$, 则

$$e_t^2 = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} e_{1t}^2 & e_{1t}e_{2t} & \cdots & e_{1t}e_{mt} \\ e_{2t}e_{1t} & e_{2t}^2 & \cdots & e_{2t}e_{mt} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{mt}e_{1t} & e_{mt}e_{2t} & \cdots & e_{mt}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix}$$

收稿日期: 2008-10-08

记

$$W = [w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_m]$$

$$E = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^n e_{1t}^2 & \sum_{t=1}^n e_{1t}e_{2t} & \cdots & \sum_{t=1}^n e_{1t}e_{mt} \\ \sum_{t=1}^n e_{2t}e_{1t} & \sum_{t=1}^n e_{2t}^2 & \cdots & \sum_{t=1}^n e_{2t}e_{mt} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{t=1}^n e_{mt}e_{1t} & \sum_{t=1}^n e_{mt}e_{2t} & \cdots & \sum_{t=1}^n e_{mt}^2 \end{bmatrix}$$

则组合预测的误差平方和 Z 可表示为

$$Z = \sum e_t^2 = W^T E W$$

定义 R 为单位列向量, 则由约束条件 $w_1 + w_2 + \cdots + w_m = 1$ 可得

$$R^T W = 1 \quad (1)$$

求解组合预测模型的实质就是以式 (1) 为约束条件, 求权重向量 W . 下面采用极小误差法求权重向量 W , 首先引入拉格朗日乘数 λ , 则 Z 可表示为

$$Z = W^T E W + \lambda (R^T W - 1) \quad (2)$$

根据标量对向量的求导法则, 求 Z 对 W 的一阶导数为

$$\partial Z / \partial W = 2EW + \lambda R \quad (3)$$

根据极值定理, Z 达到极小的必要条件是 $\partial Z / \partial W = 0$, 则

$$2EW + \lambda R = 0 \quad (4)$$

经推导, 得

$$2R^T W + \lambda R^T E^{-1} R = 0 \quad (5)$$

将式 (1) 代入式 (5) 得

$$\lambda = -2 / (R^T E R) \quad (6)$$

将式 (6) 代入式 (4), 可得权重向量为

$$W = E^{-1} R / (R^T E^{-1} R) \quad (7)$$

将式 (6) 和式 (7) 代入式 (2), 得到极小误差平方和为

$$Z_{\min} = 1 / (R^T E^{-1} R) \quad (8)$$

3 岩土工程位移时间序列的组合预测模型

3.1 单一预测模型的建立

本文以白马隧道 K30+828.38 断面 2006 年 4 月 20 日 ~6 月 10 日连续 14 次的围岩位移观测数据^[12] 为例, 建立时间序列预测的 GM(1,1) 模型为:

$$X^{(1)}(t) = 288.5623e^{0.0438(t-1)} - 282.0023$$

$$y_{1t} = X^{(1)}(t) - X^{(1)}(t-1)$$

Verhulst 模型为:

$$y_{2t} = 20.1028/[1 + 2.0654e^{-0.4302(t-1)}]$$

对数曲线趋势模型为:

$$y_{3t} = 5.3285\ln(t) + 6.702$$

用上述各模型分别对位移时间序列进行预测, 预测结果见表 1.

表 1 单一预测模型的预测结果

观测序号	观测值/mm	灰色系统 GM(1,1) 模型		Verhulst 模型		对数曲线趋势模型	
		观测值/mm	绝对误差	观测值/mm	绝对误差	观测值/mm	绝对误差
1	6.56	6.56	0	6.56	0	6.702	-0.142
2	11.15	12.9199	-1.7699	8.5810	2.569	10.3954	0.7546
3	12.82	13.4984	-0.6784	10.7314	2.0886	12.556	0.2640
4	13.56	14.1028	-0.5428	12.8210	0.739	14.0889	-0.5289
5	14.28	14.7342	-0.4542	14.6802	-0.4002	15.2779	-0.9979
6	15.63	15.3939	0.2361	16.2088	-0.5788	16.2494	-0.6194
7	17.36	16.0831	1.2769	17.3862	-0.0262	17.0708	0.2892
8	18.06	16.8032	1.2568	18.2484	-0.1884	17.7823	0.2777
9	18.74	17.5555	1.1845	18.8565	-0.1165	18.4099	0.3301
10	19.32	18.3416	0.9784	19.2743	0.0457	18.9713	0.3487
11	19.82	19.1628	0.6572	19.5561	0.2639	19.4792	0.3408
12	19.95	20.0208	-0.0708	19.7438	0.2062	19.9428	0.0072
13	20.04	20.9172	-0.8772	19.8679	0.1721	20.3693	-0.3293
14	20.27	21.8537	-1.5837	19.9494	0.3206	20.7642	-0.4942

根据表 1 数据作时序位移关系曲线如图 1 所示. 从图 1 和表 1 可以看出, 3 种单一预测模型各有优缺点: GM(1,1) 模型在开始段和末端段的预测值偏大, 在中间段的预测值偏小, Verhulst 模型在开始段和末端段的预测值偏小; 在中间段的预测值偏大; 对数曲线趋势模型的误差从开始段到末端段呈“波浪式”, 但总体上比较接近观测值.

3.2 组合预测模型的建立

根据表 1 中各单一预测模型的绝对误差, 可得到

$$E = \begin{bmatrix} 13.4341 & -7.1832 & 1.8249 \\ -7.1832 & 12.2996 & 2.6508 \\ 1.8249 & 2.6508 & 3.1786 \end{bmatrix}$$

由式 (7) 可得

$$W = [w_1, w_2, w_3]^T = [0.30420, 0.30530, 0.3905]^T$$

于是得到组合预测模型为:

$$y_t = \begin{cases} 6.6155 & (t = 1) \\ \frac{87.7806}{(e^{0.0438(t-1)} - e^{0.0438(t-2)})^{-1}} + \frac{6.1373}{1 + 2.0645e^{-0.4302(t-1)}} + 2.0807 \ln(t) + 2.6171 & (t \geq 2) \end{cases} \quad (9)$$

应用组合预测模型对围岩位移时间序列进行预测, 预测结果如图 2 所示. 为便于比较, 将各模型的检验结果列于表 2.

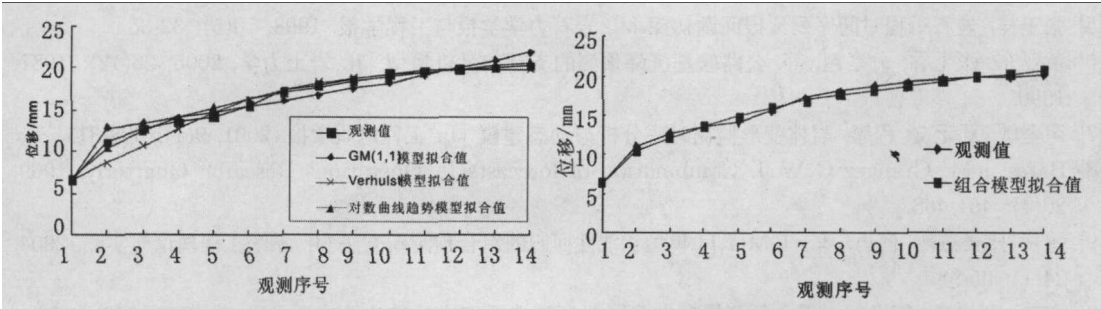


图 1 隧道围岩位移拟合曲线图

图 2 组合预测模型拟合曲线图

表 2 预测模型检验结果比较

评价指标	灰色 GM(1,1) 模型	Verhulst 模型	对数曲线趋势模型	组合预测模型
最大相对误差/%	15.87	23.04	6.99	4.85
平均相对误差/%	5.10	4.15	2.75	2.47
最大误差	1.76	2.57	1.00	0.65
误差平方和	13.43	12.30	3.18	2.61

从表 2 可以看出, 组合预测模型的最大相对误差、平均相对误差、最大误差和误差平方和分别为 4.85%、2.47%、0.65 和 2.61, 都明显小于单一预测模型相应的误差值. 比较可知, 组合预测模型提高了整体预测精度.

3.3 组合预测模型的应用

应用建立的组合预测模型预测白马隧道 K30+828.38 断面围岩 2006 年 6 月 18 日的位移为 21.76mm, 与现场观测值 21.16mm 较为一致. 可见, 用组合预测模型对岩土工程位移时间序列进行预测是可行的.

4 结论

岩土工程位移预测是支护设计的重要组成部分. 结合实际观测数据, 分别采用灰色预测、趋势预测方法建立岩土工程位移时间序列预测的 GM(1,1) 模型、Verhulst 模型和对数曲线趋势模型. 采用极小误差法确定各单一预测模型的权重, 得到岩土工程位移时间序列的组合预测模型. 结果表明, 组合预测模型能够有效发挥单一模型的优点, 弱化其不足, 提高整体预测

精度,为岩土工程位移时间序列预测提供了一种可靠的方法.

参考文献

- [1] 高玮. 基于人工神经网络的岩土工程位移预测方法研究 [J]. 武汉工业学院学报, 2004, 23(1): 55-61.
- [2] 陶纪南, 陶冶. 岩土工程位移预测与安全预报 [J]. 西安建筑科技大学学报, 1995, 27(2): 129-133.
- [3] 郑明新, 殷宗泽, 吴继敏. 抗滑结构稳定时间的预测方法 [J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(10): 2150-2154.
- [4] 吴宇, 王连国, 李青锋. 软岩锚注巷道围岩变形量的时序预测 [J]. 采矿与安全工程学报, 2006, 23(4): 456-459.
- [5] 张玉祥. 岩石工程时间序列预报问题初探 [J]. 岩石力学学报与工程学报, 1998, 10(5): 32-35.
- [6] 黄亚东, 张土乔, 俞亭超, 等. 公路软基沉降预测的支持向量机模型 [J]. 岩土力学, 2005, 26(12): 1987-1990.
- [7] 谢全敏, 夏元友, 程康. 岩体变形监测时序分析与动态建模 [J]. 工程地质学报, 2001, 9(1): 308-311.
- [8] Bates J M, Granger C W J. Combination of forecasts[J]. Operations Research Quarterly, 1969, 20(4): 451-468.
- [9] 鲍一丹, 吴燕萍, 何勇. 基于 GM(1,1) 模型和线性回归的组合预测新方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(1): 95-98.
- [10] 卢奇, 顾培亮, 邱世明. 组合预测模型在我国能源消费系统中的建构及应用 [J]. 系统工程理论与实践, 2003, 23(1): 24-30.
- [11] 赵韩, 许辉, 梁平, 等. 最优组合预测方法在家用汽车需求预测中的应用 [J]. 工业工程, 2008, 11(1): 126-128, 133.
- [12] 刘能铸. 基于灰色理论的隧道围岩稳定性预测分析 [D]. 重庆: 重庆大学, 2007.

Combination Forecasting of Displacement Time Series of Geotechnical Engineering

YIN li-ping¹, LIU Jin-hai¹, CHAI Hai-tao²

- (1. Hunan Provincial Key Laboratory of Safe Mining Techniques of Coal Mines, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)
- (2. Economy and Information Research Institute, China Coal Research Institute, Beijing 100013, China)

Abstract: Combination forecasting method was applied to displacement time series forecasting of geotechnical engineering. Based on factual observation data, GM(1,1) model, Verhulst model and tendency curve model for displacement time series forecasting of geotechnical engineering were established separately. The weight of each model was determined by using minimal error method, and combination forecasting model was established. The results show that combination forecasting has a higher precision, and is a practical and reliable method for displacement forecasting of geotechnical engineering.

Keywords: geotechnical engineering; displacement time series; weight; combination forecasting