

上海淤泥质粘土的 Mesri 蠕变模型

李军世

孙 钧

(民航华东机场建筑设计研究院)

(同济大学)

摘 要 通过引入 Mesri 模型,即采用双曲线型应力应变硬化模型描述土体的弹塑性性质,采用 Singh-Mitchell 应变速率-时间关系方程描述土体的蠕变特性,结合上海淤泥质粘土的有关室内试验,分析并得出了上海淤泥质粘土的蠕变型式。模型具有参数少、适用性强的特点。

关键词 上海淤泥质粘土 蠕变 Mesri 模型

中图分类号: TU441⁺.3; TB115 **文献标识码**: A

文章编号: 1000-131X(2001)06-0074-06

1 引 言

土体的三轴应力-应变-时间状态具有广泛的实际工程背景,比如,在基坑工程中,当没有支撑之前或支撑刚上去的时候,围护结构之外的土体处于三维不排水应力应变状态,此时,除了瞬时弹塑性剪切变形之外,还伴随有与时间相关的剪切蠕变变形。

对于瞬时弹塑性剪切变形,已经有比较成熟的模型和理论进行描述,而对于同时存在瞬时弹塑性剪切变形和剪切蠕变变形的过程(亦或称为粘弹塑性变形过程),如何进行合理的描述,研究得相对比较少。目前,描述这种过程大多采用模型理论或经验理论。模型理论是采用一些基本元件来代表土体的某些性质,如用“弹簧”模拟土体的弹性,用“粘壶”模拟土体的粘滞性,用“滑块”模拟土体的塑性,并通过这些元件的组合来反映土体的粘弹塑性特性。理论模型概念直观、物理意义明确,通过微分型本构方程的求解,可以得到土体的蠕变方程和应力松弛方程,然而实际情况发现,同一类土在不同的应力水平状态下,模型中诸多元件的参数将发生很大的变化,这给工程应用带来不便。另外,如果要准确模拟土体的粘弹塑性性质,需引入更多的元件(比如九个元件)进行组合,本构方程变得异常复杂,也给工程应用带来不便。经验理论是根据土体的试验结果所总结的本构关系式,由于不同的试验条件,也将有各种各样的经验模式,并且经验模型参数的变异性较大。

本文结合 Mesri 等学者的研究成果^[1],即采用成熟的双曲线型应力应变硬化模型描述土体的弹塑性性

质,采用适用范围广的 Singh-Mitchell 应变速率-时间关系方程^[2]描述土体的蠕变特性(粘滞性),并结合上海淤泥质粘土的有关室内试验,分析得出了上海淤泥质粘土的 Mesri 蠕变模型型式,这种模型仅有三个特定参数。

2 Mesri 蠕变模型

Mesri, Febres-Cordero, Shields & Castro (1981)^[1]用重塑高岭土和 Cucaracha 页岩,按照不排水三轴压缩试验,并结合孔隙水压力的量测,探讨了土的剪切应力-应变-时间关系模型,所提出的双曲线型应力-应变-时间模型的参数可以利用常规双曲线型应力-应变土体硬化模型的参数以及 Singh-Mitchell 蠕变方程的参数来表达和解释。

2.1 Singh-Mitchell 蠕变方程

Singh & Mitchell (1968)^[2]提出的方程 $\dot{\epsilon} = A \exp(\beta \bar{D}) \left(\frac{t}{t_1} \right)^m$ 恰当描述了多种土类在 20%~80% 的剪应力水平范围的应变速率-时间关系特性,其中, A 、 β 、 m 为参数, t_1 为单位时间, $\bar{D} = (\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)_s$ 为剪切应力水平, A 是 $\ln \dot{\epsilon} - \bar{D}$ 关系图中当 $t = t_1$ 时的截距,理论上是 $\bar{D} = 0$, $t = t_1$ 时的应变速率。试验表明 m 、 β 与 t 、 \bar{D} 相对无关。该方程又可以简化写为

$$\epsilon = B_1 \exp(\beta \bar{D}) \left(\frac{t}{t_1} \right)^\lambda \quad (1)$$

其中, $B_1 = A t_1 / (1 - m)$, $\lambda = 1 - m$ 。

时间 t 一定时,式(1)简化为指数型应力-应变硬化模型,这个指数模型适合描述土体在 20%~80% 剪应力水平范围内所观测到的应力-应变数据,而不能真实预测其它剪应力水平范围的应力-应变行

为,特别是当应力水平低于 20% 时更是如此,例如,当剪应力水平为零时,模型却预测有非零的应变。

有可能与应力-应变-时间关系式 (1) 相结合的应力-应变硬化模型是双曲线型应力-应变模型,这种双曲模型可以描述从零应变到破坏应变时土体的应变硬化行为。

2.2 双曲线型应力-应变模型

Kondner (1963)^[3] 提出的双曲线型应力-应变方程,用来模拟土体在常速率轴向变形条件下的应力-应变特性,该等轴双曲线可以写为

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \quad (2)$$

由方程 (2) 可以得出初始切线模量 E_u 为

$$E_u = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon} \Big|_{\varepsilon=0} = \frac{1}{a} \quad (3)$$

其最终主应力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 为

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} = \frac{1}{b} \quad (4)$$

可以看出,当应变为无穷大时,双曲线型应力-应变曲线才能达到最大主应力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$,然而,所观测到的土体实际破坏剪应力 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 往往在有限应变 ε_f 状态下即可达到。为了使双曲线通过所观测到的破坏点 $[\varepsilon_f, (\sigma_1 - \sigma_3)_f]$,特引入破坏比 R_f

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{1/b} \quad (5)$$

将式 (3) ~ (5) 代入 (2) 得到

$$\varepsilon = \frac{2}{E_u/S_u} \cdot \frac{\bar{D}}{1 - R_f \bar{D}} \quad (6)$$

其中, $S_u = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 为不排水剪切强度。

2.3 Mesri 蠕变模型

将式 (6) 与式 (1) 相组合可以得到以下 Mesri 蠕变方程

$$\varepsilon = \frac{2}{(E_u/S_u)_1} \frac{\bar{D}_1}{1 - (R_f)_1 \bar{D}_1} \left(\frac{t}{t_1} \right)^\lambda \quad (7)$$

其中, $\bar{D}_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}$, 而 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 为对应于 t_1 时刻的实际破坏剪应力。这里, \bar{D}_1 不仅是一个归一化的剪切应力,而且它对应于一定时刻 t_1 的剪应变-剪应力关系曲线的一个剪切应力水平。

当 $t = t_1$ 时,方程 (7) 可以写为

$$\varepsilon = \frac{2}{(E_u/S_u)_1} \frac{\bar{D}_1}{1 - (R_f)_1 \bar{D}_1} \quad (7a)$$

$$\varepsilon [1 - (R_f)_1 \bar{D}_1] = \frac{2}{(E_u/S_u)_1} \bar{D}_1 \quad (7b)$$

$$\varepsilon = \frac{2}{(E_u/S_u)_1} \bar{D}_1 + (R_f)_1 \varepsilon \bar{D}_1 \quad (7c)$$

$$\frac{\varepsilon}{\bar{D}_1} = \left(\frac{2}{E_u/S_u} \right)_1 + (R_f)_1 \varepsilon \quad (8)$$

所以, $2/(E_u/S_u)_1$ 和 $(R_f)_1$ 的值可以直接从一定时刻 t_1 下的 $\frac{\varepsilon}{\bar{D}_1}$ - ε 关系图中获取。

至此, Mesri 蠕变模型可以描述任意剪应力水平下的土体蠕变特性,而此时的剪应力水平 \bar{D} 不再受 20% ~ 80% 的限制,而包含所有应力水平状态 ($\bar{D} = 0 \sim 100\%$)。

另外可以看出,模型的应力应变等时线不再是直线,而是曲线,这说明本模型是一个非线性蠕变模型,对上海淤泥质粘土而言是适合的。而且,本模型应力应变等时线的形状与现有试验结果比较一致,证实了这一点。限于篇幅,此处不进一步讨论。

3 上海淤泥质粘土的蠕变试验结果

孙钧课题组成员史玉成 (1990)^[4] 进行了上海淤泥质粘土在三轴应力应变状态下的流变试验,其中蠕变时间最长达到 30d。土样的物理力学性质指标见表 1,土样 1~2 和土样 4 属淤泥质粉质粘土。试验曲线见图 1。图中 $D = \sigma_1 - \sigma_3$ 为主应力差。

表 1 上海淤泥质粘土土样的物理力学性质指标

土样编号	含水量 (%)	重 容 (kN/m ³)	孔隙比	饱和度 (%)	塑性指数 (%)	内聚力 (kPa)	内摩擦角 (°)
1	34.1	18.6	0.968	96.2	15.4	29.0	11.6
2	34.1	18.6	0.968	96.2	15.4	29.0	11.6
3	53.2	17.2	1.449	100.0	18.7	8.0	11.7
4	33.5	17.6	1.063	85.7	13.2	19.0	19.9

詹美礼、钱家欢、陈绪禄 (1993)^[5] 做了四组不同围压下的三轴流变试验。土样为上海打浦路隧道现场原状土,且属于淤泥质粉质粘土,其物理指标见表 2。轴向应变随时间的变化曲线见图 2。图中 p 为平均主应力, q 为主应力差 $D = \sigma_1 - \sigma_3$ 。

表 2 上海淤泥质粉质粘土的物理特性指标

土样编号	1	3	5	7	9	11
含水量 (%)	31.97	34.43	44.53	39.17	32.73	29.77
天然容重 (kN/m ³)	18.23	17.54	17.15	17.15	17.93	18.23
孔隙比	0.95	1.07	1.27	1.19	0.99	0.92

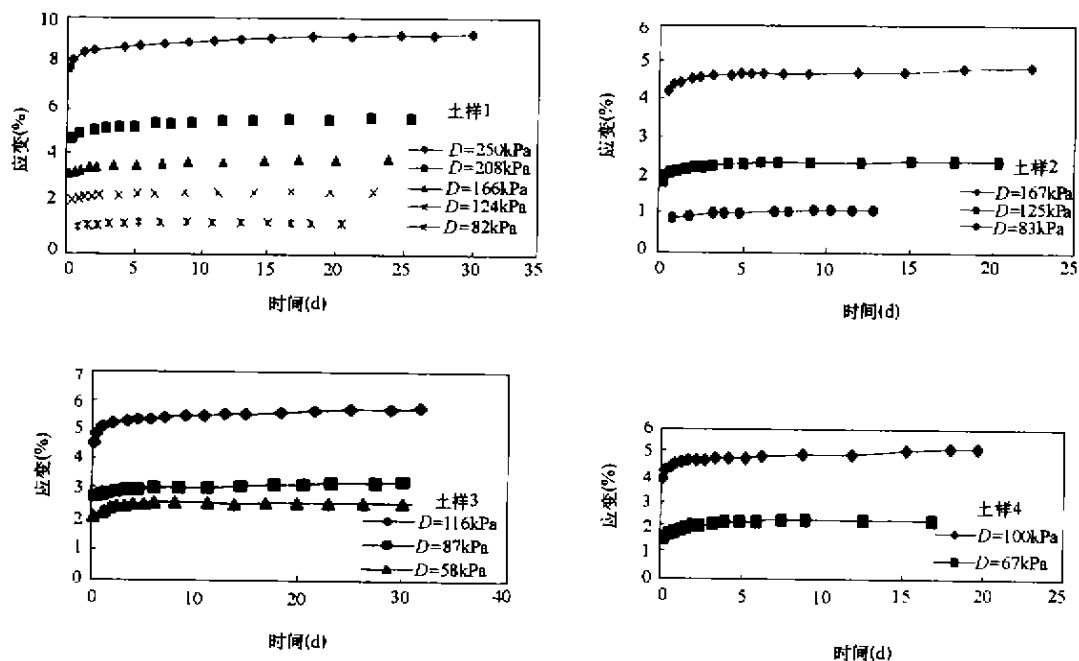
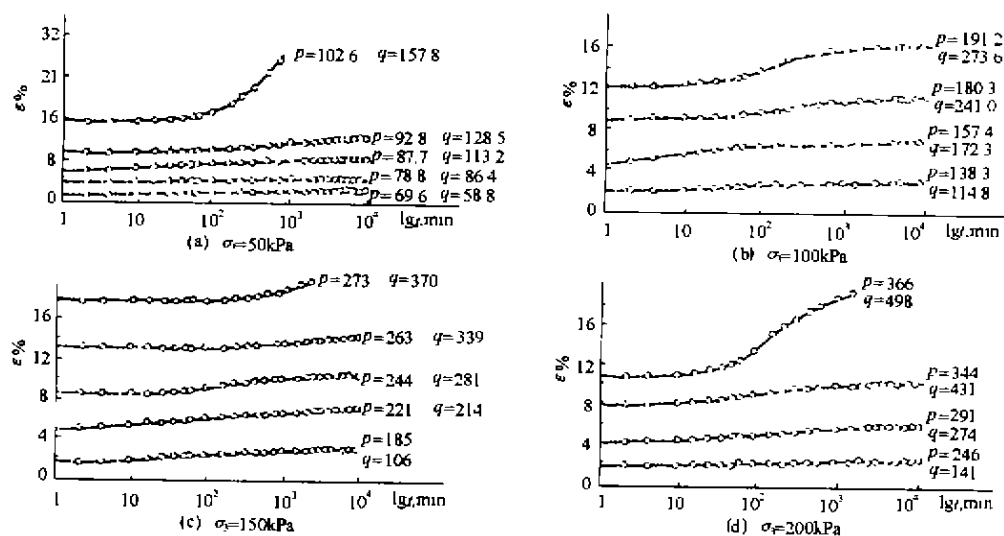


图1 上海淤泥质粘土的三轴蠕变试验曲线

图2 上海淤泥质粉质粘土的轴向应变历时曲线 (p, q 单位: kPa)

4 上海淤泥质粘土的 Mesri 模型

图3是关于图1在 $t_1 = 1 \text{ d}$ 时的 $\frac{\epsilon}{D_1} - \epsilon$ 关系曲线,良好的线性关系表明,用双曲线型应力-应变模型描述上海淤泥质粘土的弹塑性是合适的,对照方程(8)可以确定出四个土样的 $\left(\frac{2}{E_u/S_u}\right)_1$, $(E_u/S_u)_1$ 和 $(R_f)_1$ 值(见表3)。

表3 四个土样的 Mesri 模型参数

分项	破坏强度 $(\sigma_1 - \sigma_3)_1$ (kPa)	$\left(\frac{2}{E_u/S_u}\right)_1$	$(E_u/S_u)_1$	$(R_f)_1$
土样1	334	0.0401	49.9	0.855
土样2	209	0.0162	123.1	0.877
土样3	145	0.0446	44.8	0.345
土样4	133	0.0223	89.6	0.834

图4是关于图1的 $\log \epsilon - \log t$ 关系图,可以看出,同一个土样在不同应力水平状态的 $\log \epsilon - \log t$ 曲线为一

组近于平行的直线,其斜率即为 λ 值(见表4),可见,用 Singh-Michell 关系式描述上海淤泥质粘土的蠕

变特性是合适的。这里的 λ 值取每种土样一组关于不同应力水平状态的拟合直线的斜率的平均值。

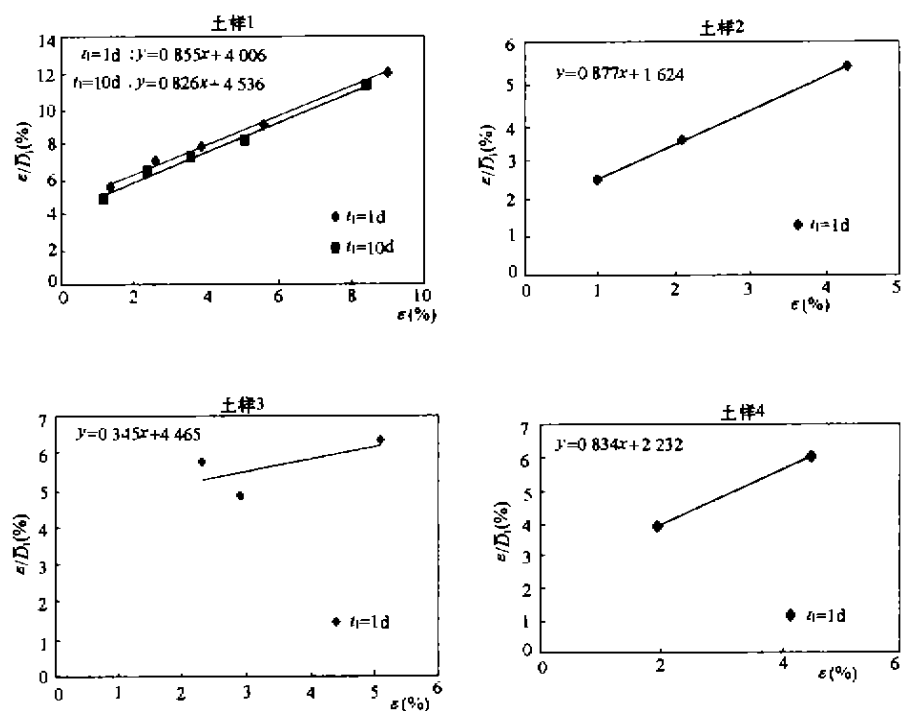


图3 淤泥质粘土的 $\frac{\varepsilon}{D_1}$ - ε 关系曲线

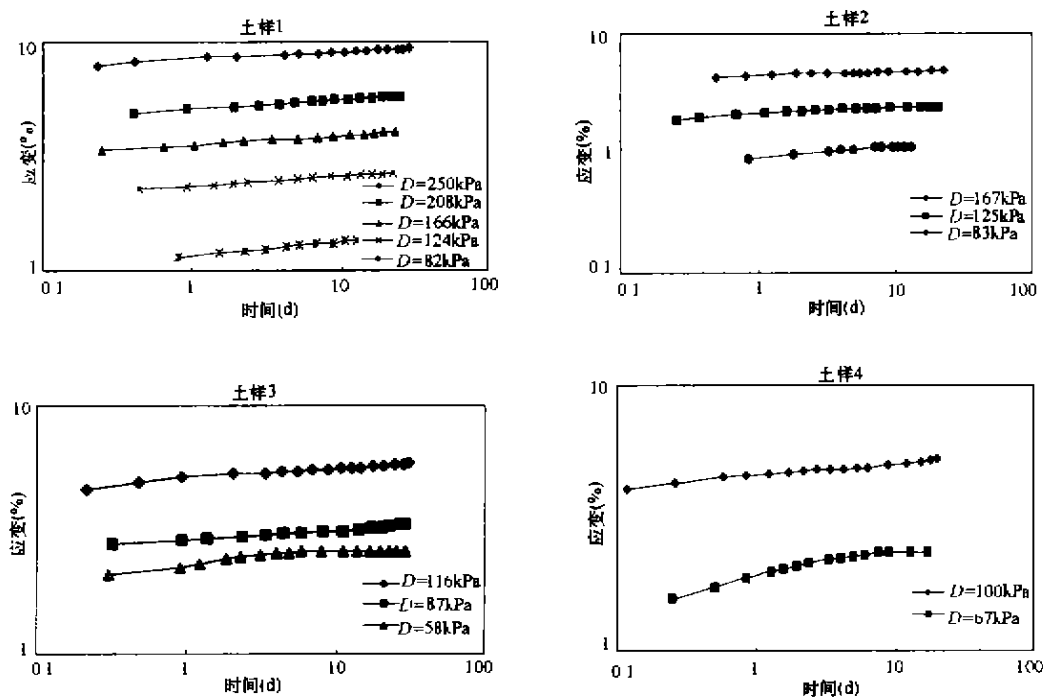


图4 上海淤泥质粘土的三轴蠕变试验曲线

表 4 四个土样在不同应力水平状态的 λ 值及平均值 $\bar{\lambda}$

分 项	应力水平 \bar{D}_1 和对应的 λ 值	$\bar{\lambda}$
土样 1	\bar{D}_1 0.246 0.371 0.497 0.623 0.749	0.0433
	λ 0.0542 0.0459 0.0409 0.0416 0.0337	
土样 2	\bar{D}_1 0.397 0.598 0.799	0.0546
	λ 0.0598 0.0570 0.0469	
土样 3	\bar{D}_1 0.400 0.600 0.800	0.0397
	λ 0.0416 0.0388 0.0388	
土样 4	\bar{D}_1 0.504 0.752	0.0668
	λ 0.0801 0.0535	

所以,由上述两种模型组合而成的 Mesri 模型将能够描述上海淤泥质粘土的三轴蠕变特性。将表 3 中的参数代入式 (7),可以得到四个土样关于单位时间 $t_1 = 1d$ 的 Mesri 蠕变方程

$$\text{土样 1: } \epsilon = 0.0401 \frac{\bar{D}_1}{1 - 0.855 \bar{D}_1} t^{0.0433} \quad (9a)$$

$$\text{土样 2: } \epsilon = 0.0162 \frac{\bar{D}_1}{1 - 0.877 \bar{D}_1} t^{0.0546} \quad (9b)$$

$$\text{土样 3: } \epsilon = 0.0446 \frac{\bar{D}_1}{1 - 0.849 \bar{D}_1} t^{0.0397} \quad (9c)$$

$$\text{土样 4: } \epsilon = 0.0223 \frac{\bar{D}_1}{1 - 0.834 \bar{D}_1} t^{0.0668} \quad (9d)$$

这样,式 (9) 即为上海淤泥质粘土在任意剪应力水平状态的 Mesri 蠕变方程。

同样可以得到关于单位时间 $t_1 = 10d$ 的土样 1 的 Mesri 蠕变方程为

$$\text{土样 1: } \epsilon = 0.0454 \frac{\bar{D}_1}{1 - 0.826 \bar{D}_1} t^{0.0433} \quad (9e)$$

需要说明的是,式 (9a)、(9e) 两个蠕变方程是等价的,都能描述土体在某一应力水平状态及任一时刻的应变。

另外值得指出的是,从定义上看, \bar{D}_1 是对应于单位时刻 t_1 的应力水平,由于不同时刻 t_1 下 $(\sigma_1 - \sigma_3)_t$ 将有所不同,因此,对同一主应力差 $D = \sigma_1 - \sigma_3$, \bar{D}_1 也将有所不同。这里,假定 $(\sigma_1 - \sigma_3)_t$ 随不同时刻 t_1 发生的变化很小,近似认为是常量。

关于图 2,取 $t_1 = 2min$,得到上海淤泥质粉质粘土的四种围压状态下的 $\frac{\epsilon}{D_1} - \epsilon$ 关系曲线,见图 5。并由

此确定出关于单位时间 $t_1 = 2min$ 的 $\left(\frac{2}{E_u/S_u}\right)_1$ 、 $(E_u/S_u)_1$ 和 $(R_f)_1$ 值 (见表 5)。四种围压下不同应力水平状态的 λ 值及平均值见表 6。因此得到四种围压状态下的上海淤泥质粉质粘土的 Mesri 蠕变方程为

$$\text{围压 50kPa: } \epsilon = 0.0368 \frac{\bar{D}_1}{1 - 0.775 \bar{D}_1} t^{0.0423} \quad (10a)$$

$$\text{围压 100kPa: } \epsilon = 0.0434 \frac{\bar{D}_1}{1 - 0.741 \bar{D}_1} t^{0.0455} \quad (10b)$$

$$\text{围压 150kPa: } \epsilon = 0.0549 \frac{\bar{D}_1}{1 - 0.748 \bar{D}_1} t^{0.0373} \quad (10c)$$

$$\text{围压 200kPa: } \epsilon = 0.0667 \frac{\bar{D}_1}{1 - 0.393 \bar{D}_1} t^{0.0382} \quad (10d)$$

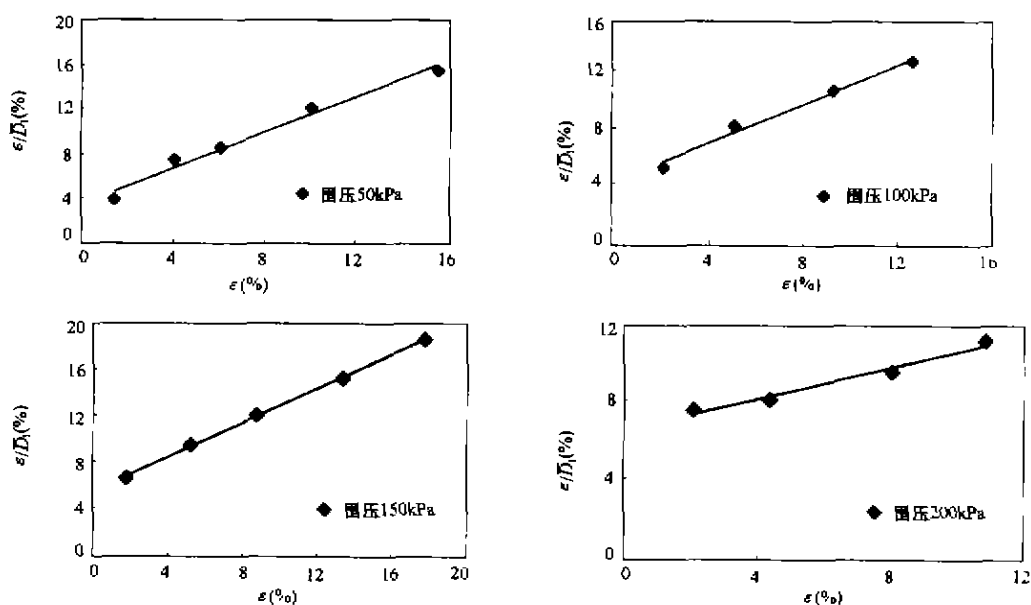
图 5 四种围压作用下的 $\frac{\epsilon}{D_1} - \epsilon$ 关系曲线

表 5 四种围压下关于 $t_1 = 2\text{min}$ 时刻的 Mesri 模型参数

围压 (kPa)	破坏强度 $(\sigma_1 - \sigma_3)_t$ (kPa)	$\left(\frac{2}{E_u/S_u}\right)_1$	$(E_u/S_u)_1$	$(R_t)_1$
50	156	0.0368	54.3	0.775
100	286	0.0434	46.1	0.741
150	390	0.0549	36.4	0.748
200	516	0.0667	30.0	0.393

表 6 四种围压下不同应力水平状态的 λ 值及平均值 $\bar{\lambda}$

围压 (kPa)	应力水平 \bar{D}_1 和对应的 λ 值	$\bar{\lambda}$
50	\bar{D}_1 0.377 0.554 0.736 0.824	0.0423
	λ 0.0513 0.0318 0.0442 0.0418	
100	\bar{D}_1 0.401 0.602 0.843 0.957	0.0455
	λ 0.0545 0.0560 0.0348 0.0366	
150	\bar{D}_1 0.272 0.549 0.721 0.869	0.0373
	λ 0.0545 0.0432 0.0320 0.0194	
200	\bar{D}_1 0.273 0.531 0.835	0.0382
	λ 0.0403 0.0416 0.0328	

另从表 5 看出, $(E_u/S_u)_1$ 与围压大小有关, 它们的关系见图 6, 显然, $(E_u/S_u)_1$ 和围压 σ_3 具有良好的线性关系, 其表达式为:

$$(E_u/S_u)_1 = 62.1 - 0.165\sigma_3 \quad (11)$$

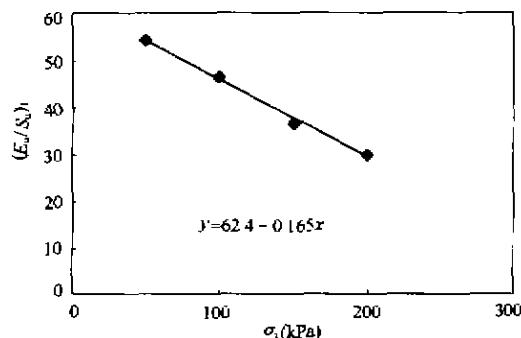
5 结 论

(1) 可以认为, 用 Mesri 蠕变模型描述上海淤泥质粘土的蠕变行为是合适的, 本模型不仅可以表达土体全部应力水平范围内的应力-应变-时间特性, 而且, 模型只需要 $(E_u/S_u)_1$ 、 $(R_t)_1$ 和 λ 三个参数,

且比较容易确定, 从工程角度上看简单实用。

(2) λ 的不易变化特性说明本模型具有稳定和适用性强的特点;

(3) 本模型需要更多的室内试验和现场测试加以验证。

图 6 $(E_u/S_u)_1$ 与围压的关系

参 考 文 献

- 1 Mesri G, Febres-Cordero E, Shields D R & Castro A. Shear stress-strain-time behaviour of clays. *Geotechnique*, 1981, 31 (4): 537 ~ 552
- 2 Singh A & Mitchell J K. General stress-strain-time function for soils. *J. Soil Mech. Found. Div., ASCE*, 1968, 94 (1): 21 ~ 46.
- 3 Kondner R L. Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. *J. Soil Mech. Fdns., ASCE*, 1963, 89 (1): 115 ~ 143
- 4 史玉成, 上海地区软土流变特性理论分析与工程应用研究: [学位论文]. 上海: 同济大学, 1990
- 5 詹美礼, 钱家欢, 陈绪禄. 软土流变特性试验及流变模型. *岩土工程学报*, 1993, 15(3): 54 ~ 62.

MESRI'S CREEP MODEL FOR SHANGHAI SILT-CLAY

Li Junshi

Sun Jun

(East China Airport Design & Research Institute)

(Tongji University)

Abstract

The elasto-plastic properties of clays are modeled using the stress-strain relationship with hardening of hyperbolic type. this model is so-called Mesri model. At same time, the Singh-Mitchell's strain rate-time function is adopted to describe the clay behavior-creep. Some results of indoor tests about the Shanghai silt-clay are carried out. The Mesri model and Singh-Mitchell's function combined with the test data is proposed in the paper to study the creep of clays. A creep formula for the Shanghai silt-clay is obtained. There only few parameters in the formula are needed to determinate. It is easy to use and feasible for engineering practice.

Key words: shanghai silt-clay, creep, Mesri model

李军世 博士, 高级工程师, 主要从事机场地基工程、道面工程的设计研究工作。通讯地址: 200335 上海市虹桥路 2550 号民航华东机场建筑设计研究院场道室

孙 钧 教授, 中科院院士, 博士生导师, 长期从事隧道与地下结构工程岩土力学与工程的教学及科学研究。