文章编号：1000－7598－(2008) 08－2297－05

基于 A*算法的边坡稳定分析方法

郭炳跃[1, 2]，张发明[2]，刘建东[1]，薛怀友[1]

（1. 江苏省地质矿产调查研究所，南京 210018；2. 河海大学 地质及岩土工程系，南京 210098）

摘 要：岩质边坡的失稳大都是沿各软弱结构面而发生的，其滑动面往往是软弱结构面的组合，呈阶梯状。岩石边坡中存在大量的随机结构面，从中找出抗剪力最小的滑裂面是边坡工程中的一个研究方向。在岩体结构面调查统计的基础上，用随机网络模拟再现结构面的空间分布，在此基础上应用 A*算法，搜索出岩石边坡的临界滑裂面，并对临界滑裂面上的边坡体任意斜条分，与 Sarma 分析方法相结合，形成一种改进的分析岩石边坡稳定性的方法—— Sarma-A*分析法，通过工程实例验证该方法的合理性。

关 键 词：结构面；A*算法；Sarma 分析方法；Sarma-A*

中图分类号：TU 473 **文献标识码：**A

Fractured rock slope stability analysis based on A* method

GUO Bing-yue[1, 2], ZHANG Fa-ming[2], LIU Jian-dong[1], XUE Huai-you[1]

(1. Jiangsu Provincial Survey Research Institute of Geology & Mineral Resources, Nanjing 210018, China;
2. Department of Geological and Geltechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: A lot of landslides proved that: wreck of rock slope takes place along the joint, its slip surface always is the joint combination and is ladder shape. There are a lot of random joints in rock slope, finding out the slip surface whose shearing strength is minimum is a study direction of slope engineering. Based on investigating and statistics of joint, applying random network stimulation to reappearance space distribution of joints, and applying A* method to find out critical slip surface of rock slope; then separating slope above the critical slip surface slanting, combining with Sarma analysis method, come into being advanced rock slope stability analysis method-Sarma-A* method; and its rationality is validated by engineering instance.

Key words: joint; A* method; Sarma analysis method; Sarma-A*

1 引 言

岩质边坡中常有软弱结构面发育，而结构面的强度往往比岩体本身的强度低很多，因此结构面会大大降低岩质边坡的整体强度，是影响岩质边坡稳定的重要因素。大量的边坡工程失事证明，岩质边坡的失稳大都是沿各软弱结构面而发生的，其滑动面往往是软弱结构面和岩桥的组合[1]，且呈阶梯状，如图 1 所示。因此，研究搜索最小抗滑力滑裂面对边坡的开挖设计与加固有着十分重要的理论和工程意义。

岩质边坡的滑体在滑动过程中沿侧向节理面常常发生相对滑移，垂直方向的节理面数量很少，大部分节理面与垂直方向成一定的角度。对于这样的岩质边坡，用 Morgenstern-Price 法和严格 Janbu 法不能得到合理的安全系数，而基于斜条块的 Sarma 法则适合这种岩石边坡的稳定性计算。Sarma 法已被公认为分析岩石边坡稳定性最合适的方法，该法在研究边坡的稳定性时要假定一系列的滑裂面，找出最小的安全系数，把它所对应的滑裂面作为临界滑裂面。但是，假定的那些滑裂面中不一定包含实际临界滑裂面，使得 Sarma 法计算的稳定系数和岩石边坡的实际稳定系数有所差异。本文根据潘家铮（1980 年）提出的著名“最大最小原理”中的最小原理，即滑坡如能沿许多滑面滑动，失稳时它将沿抵抗力最小的一个滑面滑动[2]，结合 A*算法和

收稿日期：2006-11-15
基金项目：国家电力公司华东公司科技项目（No.T0402）；河海大学十五“211”工程项目资助（No.XK2.4.3）。
作者简介：郭炳跃，男，1980 年生，硕士，从事地质环境与地质灾害防治研究工作。E-mail: guoby1121@tom.com

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

Sarma 法，提出了一种改进的岩石边坡稳定分析方法。

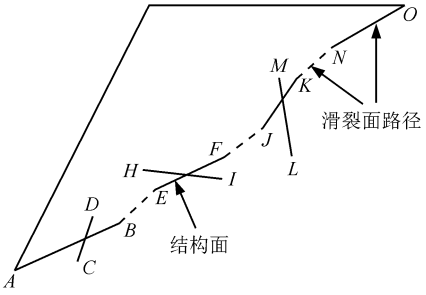


图 1 岩石边坡的滑裂面
Fig.1 Slip surface of rock slope

2 A*算法

A*算法在人工智能中是一种典型的启发式搜索算法，通过选择合适的估价函数，指导搜索朝着最有希望的方向前进，以求得最优解。A*算法中关键是求估价函数：

$$f(n)=g(n)+h(n) \qquad (1)$$

式中：$g(n)$ 为从起点 u_0 到当前节点 n 已付出的代价；$h(n)$ 为从当前节点 n 到目标节点 v 的代价，估计函数必须保证 $h(n)\leqslant h^*(n)$，其中 $h^*(n)$ 为从当前点到目标点的实际最小代价。

A*算法的搜索步骤：①给起始节点标记，对它的没有标记过的子节点进行扩展；②对每一个子节点计算评价函数值，按评价值的大小进行排列，找出评价值最小的节点，并给它作标记。如果当前节点就是目标节点，则停止搜索；③否则，对最新被标记的节点进行第②步处理，并记录最短路径。

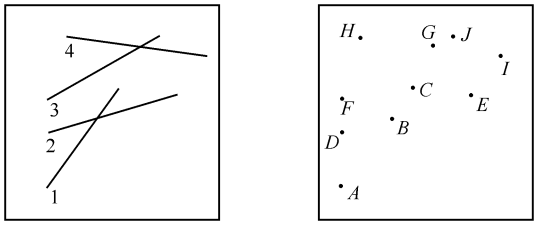
3 基于 A*算法搜索临界滑裂面

3.1 随机网络模拟结构面

现场工程地质勘察中可以运用测线法或统计窗法，对露头及钻孔岩芯的结构面产状、间距、隙宽、迹长等特征进行调查，具体参见文献[3]。利用概率图法可以分析确定各组裂隙的分布概型，同时将实测数据按一定统计间距绘制直方图，再用极大似然法或最小二乘法拟合，确定各组结构面几何参数的均值和标准差，然后运用Monte-Carlo随机模拟方法，再现结构面在边坡上的空间分布[4]。

3.2 “点化”结构面

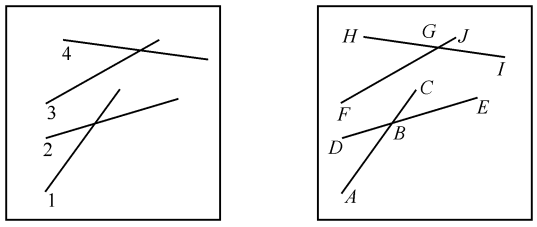
本文的临界滑裂面搜索是靠 A*算法来实现的，而 A*算法是针对点来搜索最优路径，因此需要对结构面进行处理，即进行结构面的“点化”。结构面的“点化”是指在平面图上将表示结构面的线段用线段的 2 个端点代替。如图 2 所示，结构面 1~3 和结构面 4“点化”后，用结构面 *AC*、*DE*、*FJ* 和结构面 *HI* 来代替。



（a） （b）

图 2 结构面的“点化”
Fig.2 Point of the joints

岩体中结构面的数量众多，分布错综复杂，很多结构面与其他结构面相交。对于相交的结构面不能直接进行“点化”。首先要根据相交的情况将其分成几个小的结构面。在图 3（a）中，结构面 1 和结构面 2 相交，结构面 3 和结构面 4 相交，在对这 4 个结构面“点化”前，应把它们转化成图 3（b）中的 8 个结构面即结构面 *AB*、*BC*、*DB*、*BE*、*FG*、*GJ*、*HG* 和结构面 *GI*。



（a）简略图 （b）结构面简略图

图 3 结构面简略图
Fig.3 Rough sketch of joints

两个结构面之间的相交可以分为两种情况，如图 4 所示：①真相交；②假相交。设有结构面 i 和结构面 j，结构面 i 的迹长为 l_i、中心坐标为（x_{i0}，y_{i0}）、倾角为 θ_i；结构面 j 的迹长为 l_j、中心坐标为（x_{j0}，y_{j0}）、倾角为 θ_i。两结构面的端点坐标（x_{i1}，y_{i1}）、（x_{i2}，y_{i2}）和（x_{j1}，y_{j1}）、（x_{j2}，y_{j2}），设两结构面的交点坐标为（x，y）。

如果 $\theta_i=90°$，则交点坐标按如下公式计算：

$$x=x_{i0},\quad y=(x-x_{j0})\tan\theta_j+y_{j0} \qquad (2)$$

如果 $\theta_j=90°$，则交点坐标为

$$x=x_{j0},\quad y=(x-x_{i0})\tan\theta_i+y_{i0} \qquad (3)$$

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

如果 θ_i 和 θ_j 均不等于 90°，交点坐标为

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{(x_{i0}\tan\theta_i - x_{j0}\tan\theta_j - y_{i0} + y_{j0})}{\tan\theta_i - \tan\theta_j}; \\ y &= (x - x_{i0})\tan\theta_i + y_{i0} \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

如果交点坐标（x，y）满足下列关系式：

$$\left.\begin{aligned} &(x - x_{i1})(x - x_{i2}) < 0; \\ &(y - y_{i1})(y - y_{i2}) < 0 \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

或

$$\left.\begin{aligned} &(x - x_{j1})(x - x_{j2}) < 0; \\ &(y - y_{j1})(y - y_{j2}) < 0 \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

则两结构面真相交，否则两结构面假相交。

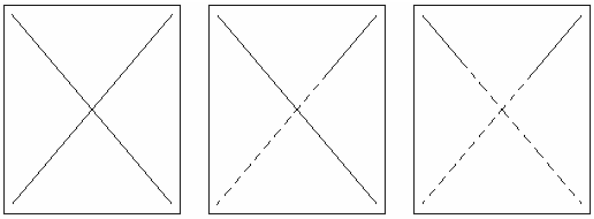


图 4　两线段相交示意图
Fig.4　Intersection between joints

3.3　结构面及岩桥的抗剪力

本文以最小抗剪力为依据搜索岩石边坡的临界滑裂面，而滑裂面上的抗剪力是由结构面和岩桥共同提供的，但结构面的抗剪力和岩桥的抗剪力计算上不一样，需要分开计算它们的抗剪力。

结构面段：一般发生在结构面内，其抗剪力为

$$R_j = \tau_\alpha l_j \quad (7)$$

式中：τ_α 为抗剪强度；l_j 为结构面长度。

结构面的强度可通过试验确定，在缺少试验资料的情况下，也可按下面的 Barton 公式确定：

$$\tau_\alpha = \sigma_\mathrm{n}\tan\left(\varphi_\mathrm{b} + JRC\lg(\sigma_\mathrm{c}/\sigma_\mathrm{n})\right) \quad (8)$$

式中：φ_b 为基本摩擦角；JRC 为节理面的粗糙系数；σ_c 为岩体的抗压强度；σ_n 为法向应力。

岩桥段：岩桥的抗剪力 R_b 需要根据剪切方向 α 和岩桥倾角 β 来确定。当 $\beta < \theta + \alpha$ 时，

$$R_\mathrm{b} = [\sigma_\mathrm{t}(\sigma_\mathrm{t} + \sigma_\mathrm{n})]^{0.5} d \quad (9)$$

式中：d 为岩桥在剪切方向上的投影；σ_t 为岩桥的抗拉强度。θ 按下式确定：

$$\theta = \frac{1}{2}\arctan(2\tau/\sigma_\mathrm{n}) \quad (10)$$

也可近似的取为 $\theta \approx 45°$。

当 $\beta > \theta + \alpha$ 时，在岩桥段发生直接拉伸破坏，此时，

$$R_\mathrm{b} = \sigma_\mathrm{t} h \quad (11)$$

式中：h 为岩桥在与剪切方向垂直方向上的投影。

3.4　用 A*算法搜索临界滑裂面

A*算法是一种人工智能算法，它最关键的部分是求抗剪力估价函数（搜索临界滑裂面的目标函数）：

$$f(x, y) = g(x, y) + h(x, y) \quad (12)$$

式中：$g(x, y)$ 为从滑出点到当前搜索点的岩质边坡的抗剪力，即已付出的代价；$h(x, y)$ 为从当前搜索点到滑动起点的抗剪力估计函数，但必须保证 $h(x, y) \leqslant h^*(x, y)$，其中 $h^*(x, y)$ 为从当前搜索点到滑动起点的实际最小抗剪力函数)。

用 A*算法搜索临界滑裂面时，搜索到的是一系列点，因此需要有判断任何 2 点的连线是结构面还是岩桥。判断过程不复杂，可以这样进行判断：如果搜索到的 2 点的坐标和某一结构面的 2 端点坐标相同，则认为该 2 点就代表结构面，否则，这 2 点代表岩桥。如果是结构面，就可以按照式（7）计算其抗剪力；如果是岩桥，首先要判断剪切方向 α、岩桥倾角 β 和岩石破裂角 θ 三者之间的关系：当 $\beta < \theta + \alpha$ 时，按照式（9）计算其抗剪力；当 $\beta > \theta + \alpha$ 时，按照式（11）计算其抗剪力。把相邻 2 点的抗剪力逐一加上，就得到了一个滑裂面的抗剪力。A*算法搜索临界滑裂面的流程见图 5。

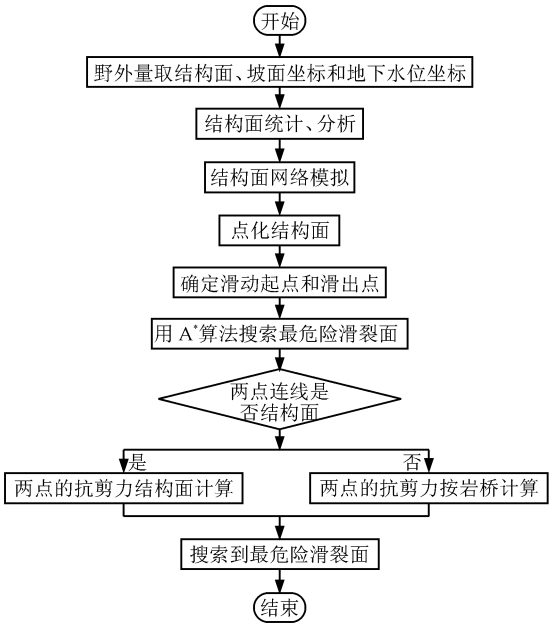


图 5　搜索滑裂面流程图
Fig.5　Flow chart of searching slip surface

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

4 Sarma-A*稳定分析方法

4.1 Sarma 分析方法原理

Sarma 法的基本概念[5]：边坡岩体除非是沿一个理想的平面或圆弧而滑动，才可以作为一个完整的块体发生滑动。Sarma 法无需条块边界垂直，从而可以对其中特殊的滑块结构进行分析。该方法还可评价在外荷载作用下边坡的稳定性。

根据力学模型和几何条件可以建立平衡方程：

$$\sum X = 0;\quad \sum Y = 0 \tag{13}$$

通过求解可以得到平衡条件：

$$K_c = \frac{a_n + a_{n-1}e_n + a_{n-2}e_ne_{n-1} + \cdots + a_1e_ne_{n-1}\cdots e_3e_2}{p_n + p_{n-1}e_n + p_{n-2}e_ne_{n-1} + \cdots + p_1e_ne_{n-1}\cdots e_3e_2} \tag{14}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}
&\alpha_i = Q_i[R_i\cos\varphi_{bi} + W_i\sin(\varphi_{bi}-\alpha_i) + \\
&\quad S_{i+1}\sin(\varphi_{bi}-\delta_{i+1}\alpha_i) - S_i\sin(\varphi_{bi}-\delta_{i+1}\alpha_i)];\\
&P_i = Q_iW_i\cos(\varphi_{bi}-\alpha_i);\\
&e_i = Q_i[\cos(\varphi_{bi}-\alpha_i+\varphi_{si}-\delta_i)\sec\varphi_{si}];\\
&Q_i = \sec(\varphi_{bi}-\alpha_i+\varphi_{si+1}-\delta_{i+1})\cos\varphi_{si+1};\\
&R_i = c_{bi}b_i\sec\alpha_i - U_i\tan\varphi_{bi};\\
&S_i = c_{si}d_i - PW_i\tan\varphi_{si};\\
&S_{i+1} = c_{si+1}d_{i+1} - PW_{i+1}\tan\varphi_{si+1}
\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

式中：c_{bi}、φ_{bi} 为第 i 条块底面抗剪强度指标；c_{si}、φ_{si}、c_{si+1}、φ_{si+1} 为第 i 条块第 i 侧面和第 $i+1$ 侧面抗剪强度指标；W_i 为第 i 条块重量；PW_i、PW_{i+1} 为作用在第 i 条块第 $i+1$ 侧面的水压力；U_i 为作用在第 i 条块底面的水压力；

4.2 基于 A*算法改进的 Sarma 分析方法

分析结构面发育的岩石边坡稳定性时，可用随机网络模拟再现结构面的空间分布，在此基础上，用 A*算法找出最小抗剪力所对应的结构面组合路径，找到临界滑裂面，再根据结构面的统计资料，对临界滑裂面以上的边坡体进行斜条分，就可以得到 Sarma 分析方法所需要的各条块的局部坐标，然后与 Sarma 法结合，就可以确定岩石边坡的稳定系数。本文采用由笔者用可视化语言—vc 和图形编制工具 OpenGL 编制的 Sarma-A*程序完成临界滑裂面的搜索和稳定系数计算。图 6 为由 Sarma-A*程序搜索到的某边坡的临界滑裂面。

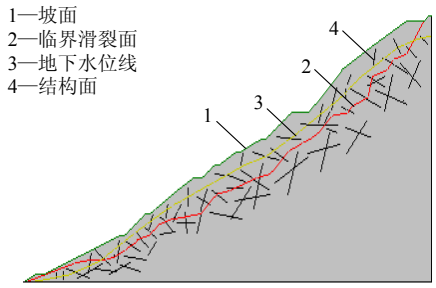


图 6 由 A*算法搜索到的某边坡的临界滑裂面
Fig.6 Critical slip surface of a slope searched by A* method

5 工程实例

5.1 工程概况

天荒坪抽水蓄能电站位于浙江省安吉县天荒坪镇境内，距杭州市 57 km，南京 180 km，上海 175 km。电站枢纽由上水库、下水库、输水系统、地下厂房洞室群和开关站组成。电站安装有 6 台单机容量 300 kW 的单级可逆式水泵水轮发电电动机组，总装机容量为 1 800 kW。本文所指“3.29 滑坡”区位于下水库的左岸、开关站上游，是 1996 年 3 月 29 日发生过滑坡后经工程处理的岩石高边坡。

5.2 稳定分析

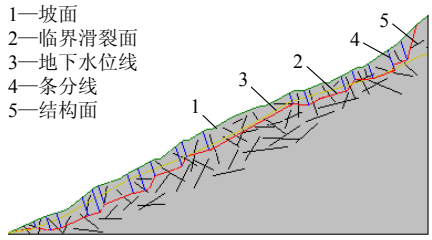
“3.29 滑坡”区的岩土物理力学指标见表 1。

表 1 “3.29 滑坡”区的岩土物理力学指标
Table 1 Rock and soil physico-mechanical parameters of 3.29 landslide region

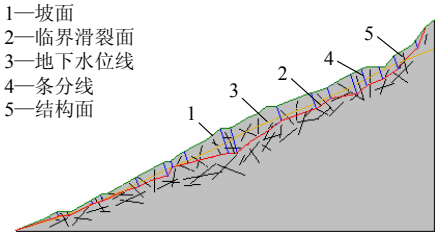
名称	内摩擦角/（°）	凝聚力/MPa	天然重度/kN·m^{-3}	饱和重度/kN·m^{-3}
强风化、强卸荷	24.2	0.05	26.3	26.7
风化破碎岩体	26.5	0.07	26.3	26.7
弱风化带	37.6	10	26.3	26.7
结构面	24	0		

本文用基于 A*算法的 Sarma-A*程序，研究了“3.29 滑坡”区的 2#和 6# 剖面的稳定性，找到的两个剖面的临界滑裂面和条分情况如图 7 所示。两剖面在不同工况下的稳定系数见表 2。计算结果表明，无论是天然状态，还是暴雨期，两剖面的稳定系数均大于 1，即“3.29 滑坡”区处于稳定状态。从“3.29 滑坡”的监测资料分析可知，“3.29 滑坡”区在现阶段是稳定的，说明本文的计算结果与“3.29 滑坡”区的实际稳定情况相符。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



（a）2#剖面



（b）6#剖面

图 7　临界滑裂面及块体划分图
Fig.7　Slope stability analysis map of cross

表 2　Sarma-A*稳定系数计算成果表
Table 2　Stability analysis results of the slope

计算工况	计算剖面	
	2#	6#
天然状态	1.221	1.29
暴雨期	1.037	1.097

6　结　语

岩石边坡稳定性分析问题一直是岩土工程中重要的研究内容，虽然边坡稳定性的分析评价方法多种多样，而条分法是一种应用最多，且比较成熟的稳定分析方法。条分法不但力学模型简单，又可以对边坡进行定量的稳定分析，因此条分法在边坡稳定分析中应用的最多。如何合理的确定临界滑裂面的位置是提高条分法准确性的关键。由于裂隙介质和状态方程的复杂性，利用稳定系数泛函求解滑裂面的位置是比较困难的。而工程实际表明，利用最优化方法求解滑裂面的位置，有时是令人满意的，但有时与实际情况不符。

大量边坡工程失事证明，岩质边坡的失稳大都是沿各软弱结构面而发生的，其滑动面往往是软弱结构面和岩桥的组合。边坡一旦失稳，滑动面上的抗剪力是所有可能滑裂面中最小的那一个。本文用 A*算法搜索出最小抗剪力所对应的临界滑裂面，解决了边坡最小安全系数搜索问题，并结合 Sarma 法，研究岩石边坡的稳定性。该方法具有计算简便、可靠性大、操作简单等优点，可以作为岩石边坡稳定分析的一种方法。

参 考 文 献

[1] 张发明，郭丙跃，庞正江，等. 基于模拟退火算法的边坡稳定分析方法[J]. 岩土力学，2006，27（4）：515－518.
ZHANG Fa-ming, GUO Bing-yue, PANG Zheng-jiang, et al. Fractured rock slope stability analysis based on simulated annealing method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(4): 515－518.

[2] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[M]. 北京：水利出版社，1980.

[3] 陈剑平，肖树芳，王清. 随机不连续面三维网络计算机的模拟原理[M]. 长春：东北师范大学出版社，1995.

[4] 张发明，汪小刚，贾志欣，等. 三维结构面连通率的随机模拟计算[J]. 岩石力学与工程学报，2004，23（9）：1 486－1 490.
ZHANG Fa-ming, WANG Xiao-gang, JIA Zhi-xin, et al. 3D joint persistence calculation through random simulation[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(9): 1 486－1 490.

[5] SARMA S K. Stability of embankments and slopes[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, ASCE, 1979, 105(GT12): 1 511－1 524.

深基坑双排桩支护结构设计理论与应用

著译者：聂庆科等　　出版：中国建筑工业出版社　　出版时间：2008 年 05 月
标准书号：ISBN9787-112-10025-5　　定价：30.00 元
【内容简介】本书通过对现场监测资料分析、室内试验、理论模型建立和数值模拟，研究了深基坑双排桩支护结构体系的变形和土压力分布规律，提出了考虑空间效应的双排桩支护结构体系设计计算理论。利用所建立的设计理，编制了便于工程设计的应用软件。同时，还研制了可用于深基坑工程监测信息分析的深基坑监测信息分析处理系统。
【目录】第 1 章 深基坑工程和双排柱支护结构的研究现状；第 2 章 深基坑双排桩支护结构上的变形和土压力研究；第 3 章 开挖卸荷条件下粉质黏土变形性状研究；第 4 章 双排桩支护结构设计计算理论；第 5 章 双排桩支护结构设计软件研制；第 6 章 深基坑双排桩支护结构的三维数值分析；第 7 章 深基坑工程监测信息分析处理系统研制。参考文献。附录 双排桩支护结构设计软件源程序代码。
【读者对象】本书适用于从事深基坑工程的设计、施工及科研人员和高等学校有关专业师生。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net