文章编号：1000－7598－(2008) 08－2011－06

基于力平衡的三维边坡安全系数显式解及工程应用

朱大勇[1]，丁秀丽[2]，邓建辉[3]

（1. 合肥工业大学 土木与水利工程学院，合肥 230009；2. 长江科学院 水利部岩土力学与工程重点实验室，武汉 430019；
3. 四川大学 水利水电学院，成都 610065）

摘 要：将基于滑面正应力分布的二维极限平衡显式解法推广到三维边坡稳定性分析，提出适合一般形状空间滑面的三维边坡稳定性简便计算方法。首先，假设三维滑面正应力的初始分布，然后对其修正，使滑体满足所有力的平衡条件，导出关于安全系数的 2 次代数方程，最终得到三维边坡安全系数显式解。该方法克服了目前条柱法存在的一些难以解决的困难，不需要考虑条柱间作用力具体分布，满足主要平衡条件，计算过程简单。算例表明，该显式解与楔体三维极限平衡解析解完全一致，与对称三维边坡严格极限平衡解答接近。该方法已用于某重力坝坝肩三维滑体初步稳定性分析，计算结果有助于坝肩边坡的加固设计。

关 键 词：边坡稳定；三维极限平衡；安全系数；显式解；坝肩
中图分类号：TU 443 **文献标识码：**A

Explicit solution to 3D safety factor of slope based on force equilibrium and its application to engineering

ZHU Da-yong[1], DING Xiu-li[2], DENG Jian-hui[3]

(1. School of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical Mechanics and Engineering of the Ministry of Water Resources, Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430019, China;
3. School of Water Resources and Hydropower, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: By extending the 2D explicit limit equilibrium solution based on normal stresses over the slip surface of the 3D slope, a simple and convenient method of 3D slope stability analysis is presented; it is applicable to general-shaped 3D slip surfaces. Firstly, the normal stress distribution over the 3D slip surface is initially assumed, it is then modified to satisfy all the three force equilibrium conditions. A quadratic equation is derived in terms of safety factor, it finally yields the explicit solution to the 3D safety factor. The proposed method has overcome some insurmountable difficulties encountered in the current methods of columns; and free of consideration of inter-column forces, satisfying the major equilibrium conditions and features; simple and practical computation process. Example studies show that the proposed explicit solution gives the 3D safety factor of a wedge identical to the analytical solution, agrees well with the rigorous limit equilibrium solutions of symmetrical slope. The method has been applied to the preliminary 3D stability analysis of a dam abutment; and the computation results offer a guidance for design of stabilization.

Key words: slope stability; 3D limit equilibrium; factor of safety; explicit solution; dam abutment

1 引 言

目前大多数边坡稳定性分析方法是假设边坡体处于平面应变状态，用二维极限平衡方法或数值方法计算边坡安全系数，特别是以简化 Bishop 法[1]和 Morgenstern-Price 法[2]为代表的极限平衡条分法已广泛用于计算天然和人工边坡的稳定性，尽管实际滑面形态无一例外呈三维特点，二维条分法在很多情况下可以满足工程需要，且通常认为二维计算结果是偏于工程安全的。但有些情况下边坡体的空间效应是不能忽略的，否则会造成工程建设的浪费或对滑坡机制的误判，且二维分析也并不总是偏于保守，如用二维方法反算会高估边坡岩土体的强度。国内外对三维边坡稳定性分析方法的研究已持续

收稿日期：2006-11-24
基金项目：国家自然科学基金资助项目（No.40772172，No.40472138）；国家自然科学基金重点项目（No.50539110）。
作者简介：朱大勇，男，1965 年生，教授，博士生导师，主要从事岩土工程教学与科研工作。E-mail: zhudymeng@163.com

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

20 余年[3]，其中三维极限平衡法大多是二维条分法在三维的推广，即所谓的条柱法[4−11]。

尽管经过多年的发展，但条柱法并未象条分法那样成熟，在实际工程中也未普及应用。究其原因，条柱法需要假设条柱间作用力分布，而这个假设是非常困难的，且不同的假设导致安全系数的差别很大。另外，对于一般形状的空间滑面，大多数条柱法很难满足横向水平力的平衡，因此计算精度并不能得到足够的保证。

笔者曾提出与条分法思路完全不同的二维极限平衡法，即通过修正滑面正应力分布，得到安全系数显式解[12, 13]。本文将这一思路应用于具有一般形状空间滑面的边坡 3D 安全系数计算，即不考虑条柱间作用力具体形式，直接假设三维滑面正应力分布形式，根据空间滑体 3 个方向的力平衡条件，推导出基于力平衡的三维边坡安全系数的显式解。

2 基本假定

如图 1 所示 3D 滑面，假定滑面各点滑动方向在水平面上投影是平行的，取坐标系 *oxyz*，令 *x* 轴指向反滑动方向，滑面 *z* 坐标用 $s(x, y)$ 表示。当滑动方向改变时，坐标系需作旋转变换，使新的坐标系的 *x* 轴仍然指向反滑动方向。取滑体中任一条柱，在平面上投影面积为 d*x*d*y*，其底面真面积为

$$\mathrm{d}A = \Delta \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{1}$$

式中

$$\Delta = (1 + s_x'^2 + s_y'^2)^{1/2} \tag{2}$$

滑面沿 *x*、*y* 轴方向倾角分别为 α_x、α_y；滑面法线与 *z* 轴夹角为 γ_z。根据几何关系有

$$\left.\begin{aligned} &\tan\alpha_x = s_x';\quad \tan\alpha_y = s_y';\\ &\cos\gamma_z = \left(\frac{1}{s_x'^2 + s_y'^2 + 1}\right)^{1/2} = \frac{1}{\Delta} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

作用于滑面上的正应力与剪应力分别为 $\sigma(x, y)$ 和 $\tau(x, y)$，孔隙水压力为 $u(x, y)$，滑面有效内摩擦角和凝聚力分别为 $\phi(x, y)$ 和 $c(x, y)$，条柱重量为 $w(x, y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，水平地震影响系数为 K_c。

条柱底面法向力的方向余弦为 $(n_\sigma^x, n_\sigma^y, n_\sigma^z)$，剪切力的方向余弦为 $(n_\tau^x, n_\tau^y, n_\tau^z)$，因滑动方向与 *oxz* 面平行，故 $n_\tau^y = 0$。由几何关系得

$$\left.\begin{aligned} &(n_\sigma^x, n_\sigma^y, n_\sigma^z) = \left(-\frac{s_x'}{\Delta}, \frac{s_y'}{\Delta}, \frac{1}{\Delta}\right);\\ &(n_\tau^x, n_\tau^y, n_\tau^z) = \left(\frac{1}{\Delta'}, 0, \frac{s_x'}{\Delta'}\right) \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

式中

$$\Delta' = \sqrt{1 + (s_x')^2} \tag{5}$$

滑面正应力分布初始设为 $\sigma_0(x, y)$，σ_0 不需要精确确定，只须大致反映分布趋势即可，因此直接采用 Hovland 的 3D 瑞典法假设[4]：

$$\sigma_0 = w\cos\alpha_x \tag{6}$$

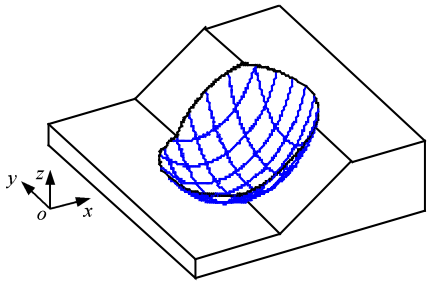
为了使滑体处于极限平衡状态，必须对初始滑面正应力分布 σ_0 作出修正，设修正函数为 $\xi(x, y)$，

$$\sigma(x, y) = \sigma_0(x, y)\xi(x, y) \tag{7}$$

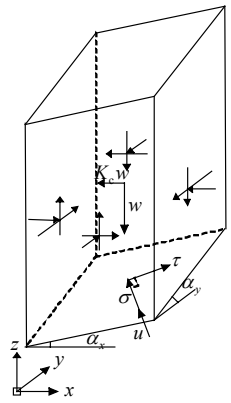
对二维边坡问题，如只需满足两个方向的力平衡条件，修正函数退化为一个常量[13]。对于三维边坡问题，还要求满足横向水平力平衡，因此修正函数须反映 *y* 轴方向的变化，取最简单实用的形式：

$$\xi(x, y) = \lambda_1 + \lambda_2 y \tag{8}$$

当然还可采用其他形式，其通式为



（a）3D 滑面



（b）条柱及作用力

图 1 3D 滑面及条柱受力

Fig.1 3D slip surface and forces acting on a column

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\xi(x,\ y)=\lambda_1\xi_1(x,\ y)+\lambda_2\xi_2(x,\ y)+\xi_0(x,\ y) \quad (9)$$

3　平衡方程

3D 滑体整体上应满足 3 个力的平衡条件，沿 y、x 及 z 轴方向的平衡方程分别为

$$\left.\begin{aligned}&\iint\sigma n_\sigma^y\mathrm{d}A=0;\\&\iint(\sigma n_\sigma^x+\tau n_\tau^x)\,\mathrm{d}A=K_\mathrm{c}W;\\&\iint(\sigma n_\sigma^z+\tau n_\tau^z)\,\mathrm{d}A=W\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

式中

$$W=\iint w\mathrm{d}x\mathrm{d}y \quad (11)$$

将式（4），（5）代入式（10），得

$$\left.\begin{aligned}&\iint\sigma s_y'\mathrm{d}x\mathrm{d}y=0;\\&\iint\left(-\sigma s_x'+\tau\frac{\Delta}{\Delta'}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=K_\mathrm{c}W;\\&\iint\left(\sigma+s_x'\frac{\Delta}{\Delta'}\tau\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=W\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

根据摩尔-库仑准则

$$\tau=\frac{(\sigma-u)\tan\phi+c}{F_\mathrm{s}} \quad (13)$$

并记

$$\psi=\tan\phi;\ \ c_\mathrm{u}=c-u\tan\phi;\ \ \rho=\frac{\Delta}{\Delta'} \quad (14)$$

平衡方程组式（12）重新整理为

$$\left.\begin{aligned}&\iint\sigma s_y'\mathrm{d}x\mathrm{d}y=0;\\&\iint\left(-s_x'+\rho\psi\frac{1}{F_\mathrm{s}}\right)\sigma\mathrm{d}x\mathrm{d}y=K_\mathrm{c}W-\frac{1}{F_\mathrm{s}}\iint\rho c_\mathrm{u}\mathrm{d}x\mathrm{d}y;\\&\iint\left(1+s_x'\rho\psi\frac{1}{F_\mathrm{s}}\right)\sigma\mathrm{d}x\mathrm{d}y=W-\frac{1}{F_\mathrm{s}}\iint s_x'\rho c_\mathrm{u}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

将式（9）和式（13）代入方程组式（15）得

$$\lambda_1\iint s_y'\xi_1\sigma_0\mathrm{d}x\mathrm{d}y+\lambda_2\iint s_y'\xi_2\sigma_0\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\iint s_y'\xi_1\sigma_0\mathrm{d}x\mathrm{d}y;$$

$$\lambda_1\iint\left(-s_x'+\rho\psi\frac{1}{F_\mathrm{s}}\right)\xi_1\sigma_0\mathrm{d}x\mathrm{d}y+\lambda_2\iint\left(-s_x'+\rho\psi\frac{1}{F_\mathrm{s}}\right)\xi_2\sigma_0\mathrm{d}x\mathrm{d}y=K_\mathrm{c}W-\frac{1}{F_\mathrm{s}}\iint\rho c_\mathrm{u}\mathrm{d}x\mathrm{d}y-\iint\left(-s_x'+\rho\psi\frac{1}{F_\mathrm{s}}\right)\xi_0\sigma_0\mathrm{d}x\mathrm{d}y;$$

$$\lambda_1\iint\left(1+s_x'\rho\psi\frac{1}{F_\mathrm{s}}\right)\xi_1\sigma_0\mathrm{d}x\mathrm{d}y+\lambda_2\iint\left(1+s_x'\rho\psi\frac{1}{F_\mathrm{s}}\right)\xi_2\sigma_0\mathrm{d}x\mathrm{d}y=W-\frac{1}{F_\mathrm{s}}\iint s_x'\rho c_\mathrm{u}\mathrm{d}x\mathrm{d}y-\iint\left(1+s_x'\rho\psi\frac{1}{F_\mathrm{s}}\right)\xi_0\sigma_0\mathrm{d}x\mathrm{d}y \quad (16)$$

方程组式（16）含有 3 个未知量，即 λ_1、λ_2 及 F_s 的 3 个方程，问题是静定可解的。

4　安全系数显式解

平衡方程组式（15）简记为

$$\lambda_1D_1+\lambda_2D_2=E \quad (17)$$

$$\lambda_1\left(A_{11}+\frac{1}{F_\mathrm{s}}A_{11}'\right)+\lambda_2\left(A_{12}+\frac{1}{F_\mathrm{s}}A_{12}'\right)=B_1+\frac{1}{F_\mathrm{s}}B_1' \quad (18)$$

$$\lambda_1\left(A_{21}+\frac{1}{F_\mathrm{s}}A_{21}'\right)+\lambda_2\left(A_{22}+\frac{1}{F_\mathrm{s}}A_{22}'\right)=B_2+\frac{1}{F_\mathrm{s}}B_2' \quad (19)$$

比较式（17），（18）与式（16）可得式（17）~（19）中有关系数，它们均为简单的数值积分。

由式（18）与式（19），得

$$\lambda_1=\frac{\Delta_1}{\Delta_0};\quad \lambda_2=\frac{\Delta_2}{\Delta_0} \quad (20)$$

其中

$$\Delta_0=\begin{vmatrix}F_\mathrm{s}A_{11}+A_{11}' & F_\mathrm{s}A_{12}+A_{12}'\\F_\mathrm{s}A_{21}+A_{21}' & F_\mathrm{s}A_{22}+A_{22}'\end{vmatrix}=F_\mathrm{s}^2\begin{vmatrix}A_{11} & A_{12}\\A_{21} & A_{22}\end{vmatrix}+F_\mathrm{s}\left(\begin{vmatrix}A_{11}' & A_{12}\\A_{21}' & A_{22}\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}A_{11} & A_{12}'\\A_{21} & A_{22}'\end{vmatrix}\right)+\begin{vmatrix}A_{11}' & A_{12}'\\A_{21}' & A_{22}'\end{vmatrix}=F_\mathrm{s}^2\Delta_{\mathrm{a}0}+F_\mathrm{s}\Delta_{\mathrm{b}0}+\Delta_{\mathrm{c}0} \quad (21)$$

$$\Delta_1=\begin{vmatrix}F_\mathrm{s}B_1+B_1' & F_\mathrm{s}A_{12}+A_{12}'\\F_\mathrm{s}B_2+B_2' & F_\mathrm{s}A_{22}+A_{22}'\end{vmatrix}=F_\mathrm{s}^2\begin{vmatrix}B_1 & A_{12}\\B_2 & A_{22}\end{vmatrix}+F_\mathrm{s}\left(\begin{vmatrix}B_1' & A_{12}\\B_2' & A_{22}\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}B_1 & A_{12}'\\B_2 & A_{22}'\end{vmatrix}\right)+\begin{vmatrix}B_1' & A_{12}'\\B_2' & A_{22}'\end{vmatrix}=F_\mathrm{s}^2\Delta_{\mathrm{a}1}+F_\mathrm{s}\Delta_{\mathrm{b}1}+\Delta_{\mathrm{c}1} \quad (22)$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix}F_\mathrm{s}A_{11}+A_{11}' & F_\mathrm{s}B_1+B_1'\\F_\mathrm{s}A_{21}+A_{21}' & F_\mathrm{s}B_2+B_2'\end{vmatrix}=F_\mathrm{s}^2\begin{vmatrix}A_{11} & B_1\\A_{21} & B_2\end{vmatrix}+F_\mathrm{s}\left(\begin{vmatrix}A_{11}' & B_1\\A_{21}' & B_2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}A_{11} & B_1'\\A_{21} & B_2'\end{vmatrix}\right)+\begin{vmatrix}A_{11}' & B_1'\\A_{21}' & B_2'\end{vmatrix}=F_\mathrm{s}^2\Delta_{\mathrm{a}2}+F_\mathrm{s}\Delta_{\mathrm{b}2}+\Delta_{\mathrm{c}2} \quad (23)$$

将式（21）~（23）代入式（23），再代入式（17），可得

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$t_2 F_s^2 + t_1 F_s + t_0 = 0 \tag{24}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} t_2 &= D_1\Delta_{a1} + D_2\Delta_{a2} - E\Delta_{a0}\,; \\ t_1 &= D_1\Delta_{b1} + D_2\Delta_{b2} - E\Delta_{b0}\,; \\ t_0 &= D_1\Delta_{c1} + D_2\Delta_{c2} - E\Delta_{c0} \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

取有意义的根，

$$F_s = \frac{-t_1/t_2 + \sqrt{(t_1/t_2)^2 - 4t_0/t_2}}{2} \tag{26}$$

即为边坡 3D 安全系数显式计算公式。

5 算例比较

例 1. 如图 2 所示，岩石边坡高 150 m，坡顶水平，坡脚为 50°，两条不连续面切割坡体构成滑动楔体，交线穿过坡脚，产状分别是 100°<45°，−140°<35°（倾向自坡面倾向的反向逆时针计），剪切强度均为 $c = 80$ kPa，$\phi = 35°$，岩石重度为 25 kN/m^3。

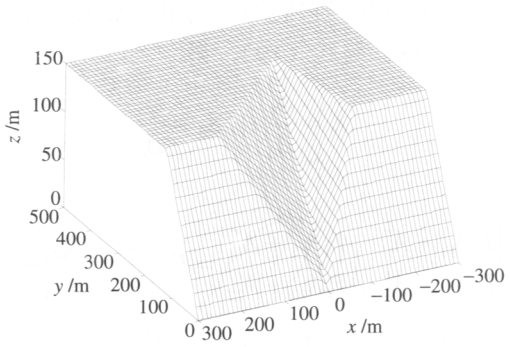


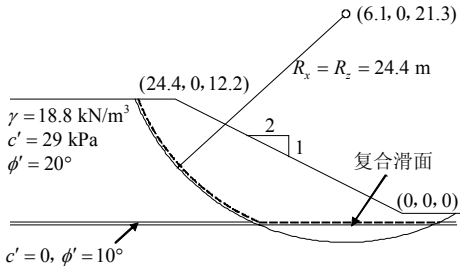
图 2 楔体滑面（例 1）

Fig.2 Sliding surface of a wedge (example 1)

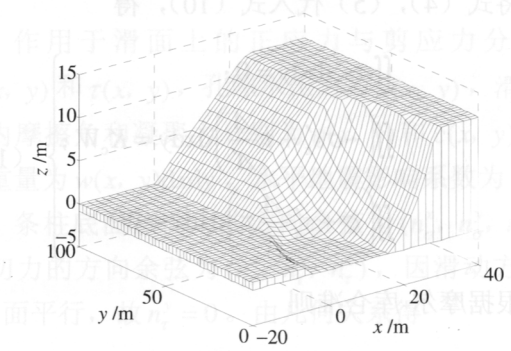
按楔体滑动安全系数解析公式计算[14]，$F_s = 2.381$。取滑动方向沿不连续面交棱线，即 165.8°，取网格宽度为 10 m 时，由本文显式公式计算 3D 安全系数 $F_s = 2.385$，与解析解充分接近；当网格宽度为 2 m 时，$F_s = 2.381$，与解析解完全一致。

例 2. 如图 3 所示，3D 滑面为椭球面与软弱面复合而成，滑体有对称面即主剖面，滑体体积为 13 000 m^3，对应椭球 y 方向半轴长 $R_y = 78.2$ m。

文献[8]和文献[9]曾采用三维条柱法（边坡对称时，严格满足极限平衡条件，因此也可称为“严格解”）计算此例边坡 3D 安全系数分别为 1.552 和 1.607，用本文显式解计算边坡 3D 安全系数为 1.517，比“严格解”小 2 %~6 %。由此可见，忽略力矩平衡，对于对称 3D 边坡安全系数影响程度是在工程容许范围内。对于一般非对称边坡，本文显式解同时还满足横向水平力平衡，其合理性同样得到保证。



（a）主剖面及参数



（b）3D 滑面

图 3 对称 3D 边坡（例 2）

Fig.3 Symmetrical 3D slope (example 2)

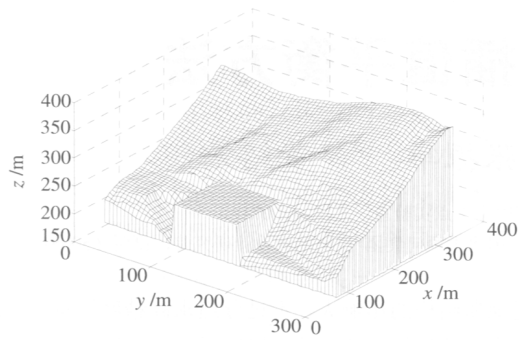
6 工程应用

某水电站重力坝坝顶高程为 227.5 m，建基面高程为 154.4 m，坝轴线走向为 122°，见图 4（a）。左岸坝肩边坡岩层为灰岩、页岩等，层间发育有多条剪切带，其中一条直接影响坝肩稳定。岩层中主要发育有 3 组裂隙：NWW 组、NNE 组及 NEE 组。层间剪切带与裂隙组合切割形成潜在不稳定块体，对坝肩及坝基抗滑稳定造成不利影响。由多组不连续面组成不规则的三维滑动块体，无法用二维极限平衡法计算，也不能采用楔体滑动解析式计算，本文提出的边坡 3D 安全系数显式解可以很好地解决这类问题。

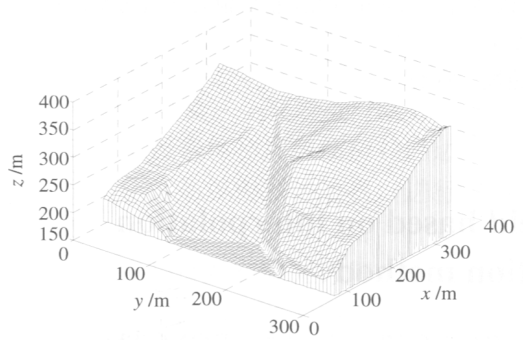
影响坝体抗滑稳定潜在滑体见图 4（b），主滑面为层间剪切带，两侧为根据统计数据优选的裂隙面，抗滑段为建基面。岩体重度为 26.5 kN/m^3，滑面有关参数见表 1。坝段之间接触间设止水缝，不考虑力的传递，坝体及安装设备重量作为外载加于

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

坡体，本文仅简单介绍蓄水前左岸坝肩边坡抗滑稳定的 3D 安全系数计算。



（a）坝肩及坝体



（b）3D 滑面

图 4　左岸坝肩边坡及 3D 滑面

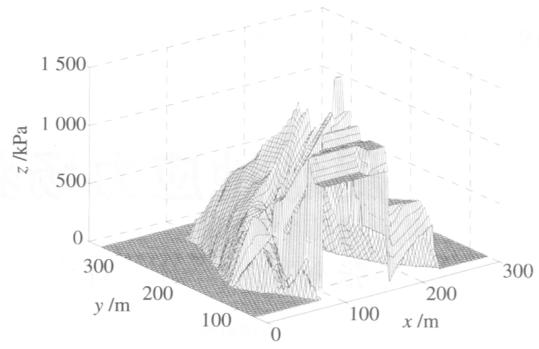
Fig.4　Dam abutment slope at left bank and 3D slip surface

表 1　不连续面几何及力学参数

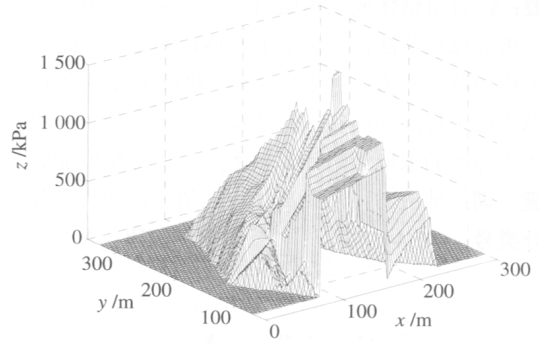
Table 1　Geometrical and mechanical parameters of discontinuities

参数	层间剪切带	裂隙面 (1)	裂隙面 (2)	建基面
倾向 /(°)	268	350	192	
倾角 /(°)	39	70	75	0
凝聚力 /kPa	15	330	330	450
内摩擦角 /(°)	13.2	32.2	32.2	36.87

先假定滑动方向沿层间剪切带倾向即 268°（自坝轴线偏下游 34°），计算得安全系数 $F_s = 2.561$，但修正后滑面正应力出现负值，解的合理性得不到保证。经试算滑动方向自坝轴线向下游偏转 0~15°范围内，修正后滑面正应力分布不出现负值，安全系数分别为 1.997（顺坝轴线），1.886（偏转 5°），1.860（偏转 10°），1.909（偏转 15°）。由此可见，滑动方向在合理范围内变化，其 3D 安全系数变化很小，仅 2 %。工程应用时，为了偏于安全系最小安全系数即 1.860。图 5（a）初始假设的滑面正应力分布，图 5（b）为修正后滑面正应力分布（滑动方向自坝轴线向下游偏转 5°）。



（a）初始滑面正应力分布



（b）修正后滑面正应力分布

图 5　初始与修正后滑面正应力分布

Fig.5　Initial and modified normal stress distribution

7　结　语

任意形状三维滑面的安全系数计算是极限平衡理论的难点，目前的条柱很难使横向水平力平衡条件满足。本文基于滑面正应力修正模式，使三维滑体满足所有的力平衡条件，推导出非常简便的边坡三维安全系数显式计算公式。算例表明，基于力平衡的边坡三维安全系数显式解与楔体滑动安全系数解析解完全一致，与对称三维边坡严格极限平衡解答非常接近，表明了方法的可靠性。将本文显式解用于某水电站坝肩边坡稳定性评价已获成功，解决多面体滑动安全系数计算难题，表明本文方法有推广应用前景。

参 考 文 献

[1] BISHOP A W. The use of the slip circle in the stability analysis of earth slopes[J]. **Géotechnique**, 1955, 5: 7－17.

[2] MORGENSTERN N R, PRICE V E. The analysis of the stability of general slip surfaces[J]. **Géotechnique**, 1965, 15(1): 79－93.

[3] DUNCAN J M. State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes[J]. **Journal Geotechnical Engineering**, ASCE, 1996, 122(7): 577－596.

下转第 2042 页

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

量，尽量避免上下错层现象发生，对于已经发生错层部位，建议采取局部磨平或者用砂浆填补摸平。

参 考 文 献

[1] 麦家煊，孙立勋. 西北口堆石坝面板裂缝成因的研究[J]. 水利水电技术，1999，30（5）：32－34.
MAI Jia-xuan, SUN Li-xun. Research on causes of fractures of concrete plates faced on Xibeikou rockfill dam[J]. **Water Resources and Hydropower Engineering**, 1999, 30(5): 32－34.

[2] 曹克明，汪易森，张宗亮. 高混凝土面板堆石坝的设计与施工[J].水力发电，2001，10：49－52.
CAO Ke-ming, WANG Yi-sen, ZHANG Zong-liang. Design and construction of high concrete face rockfill dam[J]. **Water Power**, 2001, (10): 49－52.

[3] 张国新，厉易生. 堆石坝面板收缩性贯穿裂缝的理论分析及防裂措施[J]. 水力发电学报，2005，24（3）：30－33.
ZHANG Guo-xin, LI Yi-shen. Theoretical analysis of through shrinkage cracks in the face slabs of concrete face rockfill dam and the preventive measures[J]. **Journal of Hydroelectric Engineering**, 2005, 24(3): 30－33.

[4] 张国新，彭静. 考虑摩擦约束时面板温度应力的有限元分析[J]. 水利学报，2001，11：75－79.
ZHANG Guo-xin，PFNG Jinn. Finite element analysis for thermal stress of concrete slabs with friction constraint[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2001, 11: 75－79.

[5] CHANG Xiao-lin，ZHOU Wei. A contact model on basis of the augmented lagrange method and engineering application[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, (9): 1 568－1 572.

[6] PERIC D, OWEN D R J. Computational model for 3-D contact problems with friction based on the penalty method[J]. **International Journal for Numercial Methods in Engineering**, 1992, 35: 1 289－1 309.

[7] CESCOTTO S, CHARILIER R. Frictional contact finite elements based on mixed variational principles[J]. **International Journal for Numercial Methods in Engineering**, 1992, 36: 1 681－1 701.

[8] SIMO J C, LAURSEN T A. An augmented lagranian treatment of contact problems involving friction[J]. **Computers and Structures**, 1992, 42(1): 97－116.

[9] LAURSEN T A, SIMO J C. Algorithmic symmetrization of coulomb frictional problems using augmented lagrangians[J]. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 1993, 108(1 & 2): 133－146.

[10] 长江委规划勘测设计研究院.“九·五”攻关课题“200米级高混凝土面板堆石坝研究”——水布垭混凝土面板堆石坝应力变形分析[R]. 武汉：长江科学院，1999.

[11] 周伟. 高混凝土面板堆石坝流变本构模型理论及其应用[博士学位论文 D]. 武汉：武汉大学，2004.

上接第 2015 页

[4] HOVLAND H J. Three-dimensional slope stability analysis method[J]. **Journal Geotechnical Engineering**, ASCE, 1977, 103(9): 971－986.

[5] BALIGH M M, AZZOUZ A S. End effects on cohesive slopes[J]. **Journal Geotechnical Engineering**, ASCE, 1975, 101(11): 1 105－1 107.

[6] HUNGR O. An extension of Bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimension[J]. **Geotechnique**, 1987, 37: 113－117.

[7] HUNGR O, SALGADO F M, BYRNE P M. Evaluation of a three dimensional method of slope-stability analysis[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1989, 26: 679－686.

[8] XING Z. Three-dimensional stability analysis of concave slopes in plan view[J]. **Journal Geotechnical Engineering**, 114(6): 658－671.

[9] LAM L, FREDLUND D G. A general limit equilibrium model for three-dimensional slope stability analysis[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1993, 30: 905－919.

[10] 冯树仁，丰定祥，葛修润，等. 边坡稳定性的三维极限平衡分析方法及应用[J]. 岩土工程学报，1999，21（6）：657－661.
FENG Shu-ren, FENG Ding-xiang, GE Xiu-run, et al. 3D limit equilibrium method for slope stability and its application[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1999, 21(6): 657－661.

[11] 陈祖煜，弥宏亮，汪小刚. 边坡稳定三维分析的极限平衡方法[J]. 岩土工程学报，2001，23（5）：525－529.
CHEN Zu-yu, MI Hong-liang, WANG Xiao-gang. A three-dimensional limit equilibrium method for slope stability analysis[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2001, 23(5): 525－529.

[12] ZHU D Y, LEE C F. Explicit limit equilibrium solution for slope stability[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2002, 26: 1 573－1 590.

[13] ZHU D Y, LEE C F, JIANG H D. Generalised framework of limit equilibrium methods and numerical procedure for slope stability analysis[J]. **Geotechnique**, 2003, 53(4): 377－395.

[14] HOEK E, BRAY J. Rock Slope Engineering[M]. Revised 2nd ed. London: The Institution of Mining and Metallurgy, United Kingdom, 1977.

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net