南宁市防洪堤岸坡岩土材料的本构模型试验研究

戴思奇[1]，麻荣永[2]，顾宏梅[1]

（1. 玉林水利电力勘测设计研究院，广西 玉林 537000；2. 广西大学土木学院，广西 南宁 530004）

摘　要：根据南宁市防洪堤岸坡岩土材料的特性，对典型堤段的岸坡岩土材料进行了试验研究。采用试验数据拟合得到体积屈服面和剪切屈服面，基于广义塑性力学原理，建立了岸坡岩土材料的本构模型。使用 MATLAB 程序进行数值计算，通过对比试验曲线和理论曲线的拟合程度检验了模型的合理性。

关键词：岸坡；岩土材料；广义塑性；屈服面拟合

作者简介：戴思奇(1982－)，女，助理工程师，目前从事工程结构研究。

0 引　言

土本构模型的研究是土力学研究中的一个关键问题。早期的岩土材料的本构模型是基于经典塑性理论而建立的。但大量的岩土与工程实践表明，基于经典塑性理论的岩土本构模型无法反映岩土材料的一些基本的力学特性，例如：岩土材料的塑性应变增量方向与应力状态不具有惟一性关系，而与应力增量有关；主应力轴旋转会导致土体明显的塑性变形；采用单屈服面无法合理地反映岩土材料的剪胀(缩)特性等。其原因在于经典塑性力学是从大量金属宏观试验基础上总结出来的，并不能很好的反映岩土材料的变形特性。

材料的本构关系是其本身固有的性质，加之岩土材料变形的复杂性，因此探索和研究岩土材料的本构关系只有从试验入手，才有可能是正确的和有效的。本文以南宁市防洪堤岸坡岩土材料为对象，进行了较严格的应力应变关系和强度特性的三轴试验研究，在广义塑性理论的基础上，建立了能较好的模拟南宁市防洪堤岸坡岩土材料应力应变关系的弹塑性本构模型。

1 工程概况和典型堤段的选取

南宁市位于珠江流域西江水系的最大支流郁江中、下游的邕江河段上，是广西自治区的首府，为 1987 年全国首批重点防洪城市。邕江自西向东穿越南宁市区，将市区自然切割成南北两岸。南宁市防洪堤沿江布置在河漫滩 I、II 级阶地上，亦自然形成江南、江北两个防洪保护圈。邕江在穿越南宁市区段略成 S 形绕岸而行，造成河岸坡局部冲刷淘蚀，局部淤砂堆积，主要不良地质现象主要有邕江两岸的塌岸、滑坡，邕江两岸物质构成为第四系松散沉积物，岸坡坡高 15～20 m，坡度 10°～50°，岸坡受邕江洪水涨落的冲刷淘蚀作用，岸坡多发生崩塌及滑坡。据调查，从上游老口至下游良凤江口邕江河段内共有滑坡 98 个，崩塌 25 个。滑坡以中、小型为主，占 92%。大型滑坡如南宁市民生码头滑坡等，其他如凌铁～303 滑坡、西园滑坡、西乡塘两水夹堤滑坡、韦村～三津滑坡崩岸等。

本次试验选取了河南西堤韦村附近、江北中堤民生码头附近和江北东堤邕江桥附近这三处的比较有代表性的天然岸坡岩土材料作为试验对象。其中河南西堤取土深度 2.2 m 左右，江北中堤取土深度 3.6 m 左右，江北东堤取土深度 3.8 m 左右。

取少量土样进行土粒颗分试验（每组 2 个）以确定土性，采用的方法为比重计法，结果表明，这些土样的土性为粉质粘土。

2 试验方法及成果

以重塑土为试验对象，根据所取堤段的不同分为 3 组进行试验。应力路径采用增 p 路径，即在等向固结条件下，σ_3 等于常数的固结不排水三轴试验，进行了 σ_3=200、300、400 kPa3 种固结围压下的加荷、卸荷和再加荷压缩试验。以第三组土样试验为例，不同围压下三轴压缩试验的应力应变关系曲线如图 1 所示。

从试验曲线可以看出，在三轴固结不排水压缩试验中土的应力应变关系是非线性的，其变形性状与初始的和最终的应力水平有关。曲线的起始段较陡，并且其斜率明显随着周围压力的增大而变大；曲线的后段较平缓，没有明显的峰值，但最大剪应力值随着周围压力的增大而显著增大。

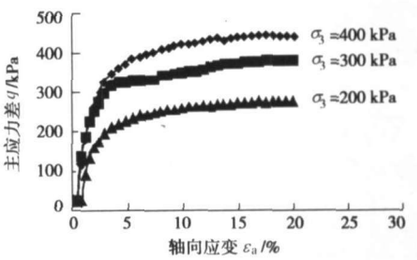

图 1 应力－应变关系曲线

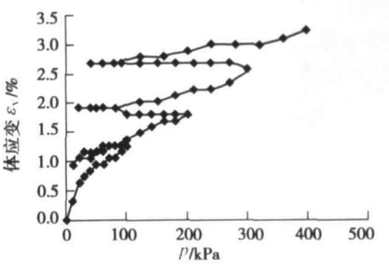

图 2 静水压力试验曲线

收稿日期：2006－07－30

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

在三向等压回弹试验条件下，岩土材料平均应力 p 与体积应变 ε_v 的变化关系如图 2 所示。从图中可以看出，在等压试验条件下，体变随平均压力的增大而增大，回弹试验的滞回圈斜率随回弹起始压力增大而减小。

3 弹塑性本构模型的建立

3.1 弹性常数的确定

体积模量 K 反映平均应力或静水压力与体积应变之间的线性关系。由各向等压固结试验的 $\lg p - \varepsilon_v$ 曲线，得，

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{v1} + K_v \lg p \quad , \tag{1}$$

式中，ε_{v1} 是 p=100 kPa 时回弹线上的体积变形，K_v 为回弹线上的斜率，$K_v = \tan\alpha$。对上式微分，假设回弹线为直线，则 $d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^e$，$d\varepsilon_v^e = K_v \times 0.434 \frac{dp}{p}$。根据试验数据可以得到 K 与 p，作 $K - p$ 曲线，用幂函数关系拟合之[5]，得

$$K = 0.001\sigma_3^{2.7104} \quad 。 \tag{2}$$

同理，弹性剪切模量 G 可通过常规三轴试验的卸载再加载试验确定。

根据前人的试验成果，同一 σ_3 但不同的 q 其回弹斜率有微弱的差异[9]，若忽略这一影响，则 $dq = G_1 = G(\sigma_3)$，由试验数据得当 σ_3 = 200，300，400 kPa 时，G 值分别为 502.44，584.2，647.78。将它绘在 $G - \sigma_3$ 图上，用幂函数关系拟合之，得

$$G = 7.196\sigma_3^{0.3669} \quad 。 \tag{3}$$

3.2 屈服面拟合

一般认为弹性部分变形符合广义虎克定律，可以通过以上确定的弹性常数 K、G 对常规三轴压缩试验进行弹塑性分离，得到弹性体应变为

$$\varepsilon_v^e = \sum \Delta\varepsilon_v^e = \sum (\Delta p / K) \quad , \tag{4}$$

弹性剪应变为

$$\bar{\varepsilon}_e = q / G \quad , \tag{5}$$

总剪切应变为 $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_a - \varepsilon_v / 3$，塑性体应变为 $\varepsilon_v^p = \varepsilon_v - \varepsilon_v^e$，塑性剪应变为 $\varepsilon^p = \varepsilon - \varepsilon^e$。根据所求的 ε_v^p、$\bar{\varepsilon}^p$，进一步可求得 $\Delta\varepsilon_v^p$、$\Delta\bar{\varepsilon}^p$，$\Delta\bar{\varepsilon}^p / \Delta\varepsilon_v^p$。

基于广义塑性力学原理，屈服面必须与塑性势面相对应，亦即每个分量屈服面必须分别与相应分量塑性势面相对应。因为每个分量屈服面只决定着相应势面塑性应变增量的大小，而与其他势面无关，那么，当塑性势面取八面体剪应力 q，则对应的屈服面必须是以塑性八面体剪应变 $\bar{\gamma}^p$ 为硬化参数的等值面即剪切屈服面，如图 3。同理，以塑性体积应变 ε_v^p 为硬化参数的等值面，即为体积屈服面。篇幅所限，仅以第三组土样的拟合结果为例。

(1) 剪切屈服面的拟合

首先在 $p' - q$ 平面内做出 $\bar{\gamma}^p$ 的等值面，即剪切屈服面，如图 3。（图中 rp 代表 $\bar{\gamma}^p$ 的值）

由图 3 可以看出，$p' - q$ 平面上 $\bar{\gamma}^p$ 的等值面用抛物线可以较好的拟合，其方程为

$$q^2 = ap \quad , \tag{6}$$

转换为 $a = q^2 / p$ 。

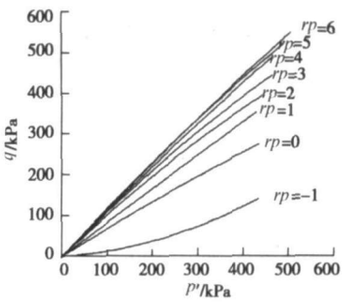

图 3 剪切屈服面

针对不同的 $\bar{\gamma}^p$ 值，可以拟合出不同的 a 值，本文采用二次曲线最小二乘法来拟合 a 与 $\bar{\gamma}^p$ 的关系，即

$$a = a_0 + a_1\bar{\gamma}^p + a_2\bar{\gamma}^{p2} \quad 。 \tag{7}$$

以第三组试验数据为例，a_0 = 166.39，a_1 = 81.168，a_2 = 6.5203，则抛物线型剪切屈服面为

$$166.39 + 81.168\bar{\gamma}^p - 6.5203\bar{\gamma}^{p2} = q^2 / p \quad 。 \tag{8}$$

(2) 体积屈服面的拟合

同理，用上述方法，在 $p' - q$ 平面内做出 ε_v^p 的等值面如图 4，此即体积屈服面，这类的体积屈服面是封闭型的，一端与 p' 轴相接，另一端与极限线相接。

由图 4 可知，该土样的体积屈服面呈 S 型，属于压缩剪胀型土体。在状态变化线以上的部分可近似看作直线，而状态变化线以下的部分比较难以精确的模拟。目前工程上常用的是剑桥模型所建议的椭圆型，这种形式的屈服条件一般认为模型为等向强化模型，但实际土体不可能是完全等向强化的，因而试验获得的屈服条件并非完全等向强化，如不同的椭圆形屈服面显示出椭圆的长短轴比例会有所不同。从图 4 可以看出，在状态变化线以下的部分不符合一般土体压缩硬化的性状，而是先有一段压缩剪胀后才转为剪缩的，因此椭圆型的拟合并不理想，且表达起来也不方便。于是笔者决定采用抛物线型来拟合状态变化线下部的体积屈服面，且抛物线型在计算上也较为简便，故本文所用方程为：

直线段：

$$q = b_0 p + b_1 \quad ; \tag{9}$$

曲线段：

$$a_0 q^2 + a_1 q + a_2 = p \quad 。 \tag{10}$$

对上式，用二阶多项式在 MATLAB 环境下进行回归，得

直线段：

$$\left.\begin{aligned} H_1 &= H(\varepsilon_v^p) = 52.896\varepsilon_v^p + 248.12 \ , \\ f_1 &= 1.074p - \ ; \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

曲线段：

$$\left.\begin{aligned} H_1 &= H(\varepsilon_v^p) = 235.88\varepsilon_v^p - 762.59 \ , \\ f_1 &= p + 0.0015q^2 - 0.537q \quad 。 \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

3.3 本构模型的建立

本文建立的弹塑性模型是从广义塑性力学推导出来的，模型具有以下假设和特点：①本模型基于广义塑性理论，采用了分量塑性势面

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

与分量屈服面，由于计算的是普通三轴试验的数据，$d\sigma_2 = d\sigma_3$，不需考虑洛德角的变化，因而采用了双势面双屈服面模型。②本模型适用于应变硬化土体的静力计算，既可用于体积压缩型土体，也可用于压缩剪胀型土体，但不考虑应力主轴的旋转。③本模型的屈服条件原则上都应通过室内土工试验获得，但一般情况只要求做常规三轴试验，经试验拟合获得屈服条件。偏平面上的屈服条件可依据经验确定，它对计算结果影响不大，一般不必再做真三轴试验。

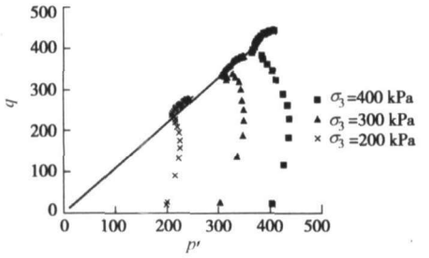

图 4 体积屈服面

应用上述关系，可以建立三轴条件下的应力应变关系。

取 $Q_1=p'$，$Q_2=q$，则有

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= \frac{\partial \varphi_v}{\varepsilon_v^p}\ , \\ A_2 &= \frac{\partial \varphi_q}{\gamma_q^p}\ 。 \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

由 $[C_{pk}]=\dfrac{\left\{\dfrac{\partial Q_k}{\partial \sigma}\right\}\left\{\dfrac{\partial F_k}{\partial \sigma}\right\}^T}{A_k}$ $(k=1,\ 2,\ 3)$ 可得土体塑性柔度矩阵：

$$\left.\begin{aligned} [C_{ep}] &= [C_e]+\frac{1}{A_1}\left\{\frac{\partial Q_1}{\partial \sigma}\right\}\left\{\frac{\partial F_1}{\partial \sigma}\right\}^T+\frac{1}{A_1}\left\{\frac{\partial Q_1}{\partial \sigma}\right\}\left\{\frac{\partial F_1}{\partial \sigma}\right\}^T\ , \\ \{d\varepsilon\} &= [C_{ep}]\{d\sigma\}\ 。 \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

4　模型的验证

通过对三组常规压缩试验数据对本构模型进行数值计算，得到应力应变计算曲线和试验曲线如图 5（围压 σ_3 =300 kPa）。可以看出，计算值与试验值基本吻合，表明本文所建立的弹塑性本构模型能够模拟南宁市防洪堤典型堤段岸坡岩土材料的软化和剪胀特性，可以用于工程计算和分析。

5　结　　语

本文通过理论分析和数学推导建立了基于广义塑性力学理论的岩土弹塑性本构模型；并以南宁市防洪堤岸坡岩土材料为试验对象，通过对材料力学试验数据进行整理、引用绘制出各类本构模型的应力－应变关系曲线，根据三轴试验数据对屈服面进行了最小二乘拟合，其中体积屈服面采用分段拟合，并且临界状态线以下部分采用抛物线型拟合效果更好，而不是通常所采用的椭圆型。最终建立了符合防洪

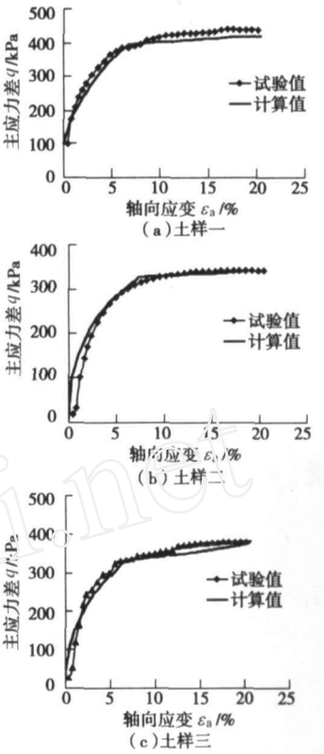

图 5 计算曲线与试验曲线

堤岸坡岩土材料的应力－应变特性的弹塑性本构模型。通过三组算例，验证了本文建立的弹塑性本构模型基本适用于南宁市典型堤段防洪堤岸坡岩土材料的应力应变性质的。

今后将通过对其它类型在其它应力路径下的三轴压缩试验研究来验证来该模型的适用性。

参考文献：

[1] 黄文熙. 土的工程性质[M]. 北京：水利电力出版社, 1983 . 22－24.

[2] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理——广义塑性力学[M]. 北京：中国建筑工业出版社, 2002, **40** (2): 99－110.

[3] CHEN W F.土木工程材料的本构方程[M]. 余天庆, 王勋文, 刘在华, 译. 武汉：华中科技大学出版社, 2001: 350－354.

[4] 周葆春, 秦元毅, 张彦均. 由试验数据拟合天然砂土的屈服面[J]. 信阳师范学院学报(自然科学版), 2003,(4).

[5] 夏旺民. 黄土的软化本构模型[D]. 西安：西安理工大学, 2002.

[6] 邱爱华. 上海软土弹塑性本构模型试验研究[D].上海：同济大学, 2004.

[7] 栾茂田, 罗锦添, 李掉芬, 等. 不排水条件下全风化花岗岩残积土工程特性与本构模型[J].大连理工大学学报, 2000, **40**: 83－89.

[8] 吴　恒. 南宁市地质环境的工程地质分析[J]. 佳林冶金地质学院学报, 1994,**14**(1).

[9] 曾　静. 多应力路径下土的弹塑性本构模型[M]. 武汉：华中科技大学, 2003.

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net