边坡锚固力计算方法及工程应用

刘华丽[1,2]，杜俊慧[3]，冯　强[1]，朱大勇[2]

（1.三峡大学防灾减灾实验室，湖北 宜昌 443000；2.解放军理工大学工程兵工程学院，江苏 南京 210007；3.长江勘测规划设计研究院，湖北 武汉 430010）

摘　要：假定滑面正应力分布为含 2 个待定参数的拉格朗日插值函数，推导出含锚固力作用的滑体水平力、垂直力和力矩平衡方程，直接得到满足给定安全系数要求的锚固力系数解析解。这种锚固边坡计算方法克服了传统方法导致滑面正应力突变的缺点，且计算过程极为简便，并成功应用于实际边坡加固工程。

关键词：边坡；锚固力；安全系数；极限平衡法

作者简介：刘华丽(1975－　)，女，博士，主要从事岩土工程学习与研究。

0　引　　言

锚固是边坡加固和滑坡治理的重要措施，锚索或锚杆提供的锚固力可直接抵抗下滑力，还可提高滑面正应力以增加抗滑力[1-2]。在进行边坡加固设计时，需计算有锚固力作用下边坡的安全系数，或计算边坡达到预定的安全系数所需的锚固力大小。通常的做法是不加改进的将传统的极限平衡条分法直接用有锚固力作用的边坡稳定性计算，将锚固作为集中荷载分配到与之最近的单个条块。尽管这种计算方法简便，且也能反映出锚固力作用的效果；但会导致滑面正应力在个别条块底面出现突变，这是极为不合理的，有时会得到不正确的结论[3]。实际上，通过应力扩散锚固力作用在整个滑坡上，而不只是作用个别条块上，与锚固力对应的滑面正应力是连续分布的，而不是突变的。

在极限平衡理论框架下，无论有无锚固力作用，其滑面正应力分布或条块间作用力关系均是未知的，需通过假设使问题静定可解。传统的条分法均是假设条块间作用力关系如条间力方向，在无集中力作用下，可对条间力方向作些简单假设；大量实践表明：只要能满足所有平衡条件，各种假设导致的安全系数差别在工程容许范围内[4]。如果有锚固集中作用，条间力方向会在跨过锚固力作用点时出现突变，如果再作假设会与理论和实际偏离太远，计算结果的合理性便得不到充分保证。通过对滑面正应力分布假设，也能够得到边坡满足所有平衡条件的安全系数解[5-6]。有锚固作用时，滑面正应力分布仍然是连续分布，可假设它是含 2 个待定参数的 3 次拉格朗日插值函数，由于有 3 个平衡方程，因此理论可解出安全系数或加固力。

1　基本公式

如图 1（a）所示，边坡面作用有锚固力 $\lambda_p p_1$，$\lambda_p p_2$ 和 $\lambda_p p_3$（λ_p 为锚固力系数，p_i 为锚固力基准值），滑动面 $y=s(x)$ 为任意形状，地面为 $y=g(x)$。边坡体还承受自重力 W（滑体单位宽度体重记为 w）、水平地震力 $K_c W$（K_c 是地震影响系数）和孔隙水压力 $u(x)$作用。作用于滑面上的正应力和剪切力分别是 $\sigma(x)$和 $\tau(x)$。

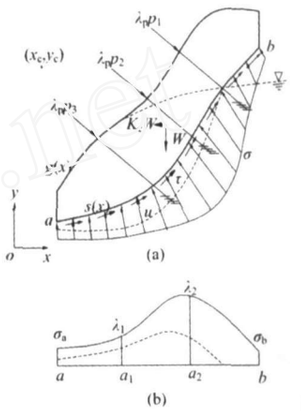


图 1 滑体及条块受力示意图

如图 1（b）所示，假定滑面正应力 $\sigma(x)$为三次的拉格朗日多项式；两端分别为 σ_a 和 σ_b（可通过简单平衡条件计算[5]），在滑面上中部两点 $x=a_1$ 和 $x=a_2$ 处为 λ_1 和 λ_2。

$$a_1 = a + \frac{1}{3}(b-a) \quad , \tag{1a}$$

$$a_2 = a + \frac{2}{3}(b-a) \quad 。 \tag{1b}$$

滑面正应力可由下式表达

$$\sigma(x) = \lambda_1 \xi_1(x) + \lambda_2 \xi_2(x) + \xi_3(x) \quad , \tag{2}$$

其中

$$\xi_1(x) = \frac{(x-a)(x-b)(x-a_2)}{(a_1-a)(a_1-b)(a_1-a_2)} \quad , \tag{3a}$$

$$\xi_2(x) = \frac{(x-a)(x-b)(x-a_1)}{(a_2-a)(a_2-b)(a_2-a_1)} \quad , \tag{3b}$$

$$\xi_3(x) = \sigma_a \frac{(x-b)(x-a_1)(x-a_2)}{(a-b)(a-a_1)(a-a_2)} + \sigma_b \frac{(x-a)(x-a_1)(x-a_2)}{(b-a)(b-a_1)(b-a_2)} 。 \tag{3c}$$

滑面剪应力$\tau(x)$，由摩尔－库仑强度破坏准则计算

基金项目：国家自然科学基金（40472138）；三峡大学防灾减灾实验室开放基金资助

收稿日期：2006－07－30

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\tau(x)=\frac{1}{F_s}\left\{\left[\sigma(x)-u(x)\right]\tan\varphi(x)+c(x)\right\}\quad , \tag{4}$$

其中，$\varphi x)$和$c(x)$为有效内摩擦角和粘聚力。下文中，'x'可省略不写。

滑体水平力和垂直力平衡方程，以及关于任选一点(x_c, y_c)的力矩平衡方程分别为

$$\int_a^b(-\sigma\cdot s'+\tau-k_c w)\mathrm{d}x=-\lambda_p\sum p_x \quad , \tag{5}$$

$$\int_a^b(\sigma+\tau\cdot s'-w)\mathrm{d}x=\lambda_p\sum p_y \quad , \tag{6}$$

$$\int_a^b(\sigma+\tau\cdot s'-w)\cdot(x-x_c)\mathrm{d}x-\int_a^b(-\sigma\cdot s'+\tau)\cdot(y_c-s)\mathrm{d}x+\int_a^b K_c w(y_c-0.5s-0.5g)\mathrm{d}x=\lambda_p\sum p_x(y_p-y_c)+\lambda_p\sum p_y(x_p-x_c)\text{。} \tag{7}$$

其中p_x和p_y（向下为正）为锚固力的水平和垂直分量。将式（4）代入上述平衡方程组，得

$$\int_a^b\left[-s'(x)+\frac{1}{F_s}\cdot\tan\varphi(x)\right]\sigma(x)\mathrm{d}x=\int_a^b K_c\cdot w(x)\mathrm{d}x-\frac{1}{F_s}\int_a^b[c(x)-u(x)\cdot\tan\varphi(x)]\mathrm{d}x-\lambda_p\sum p_x \tag{8a}$$

$$\int_a^b\left[1+\frac{s'(x)}{F_s}\cdot\tan\varphi(x)\right]\cdot\sigma(x)dx=\int_a^b w(x)\mathrm{d}x-\frac{1}{F_s}\int_a^b s'(x)\cdot[c(x)-u(x)\cdot\tan\varphi(x)]\mathrm{d}x+\lambda_p\sum p_y \quad , \tag{8b}$$

$$\int_a^b\{-s'(x)[y_c-s(x)]+x-x_c\}\sigma(x)\mathrm{d}x+\frac{1}{F_s}\int_a^b\{[\sigma(x)-u(x)]\tan\varphi(x)+c(x)\}[y_c-s(x)+s'(x)(x-x_c)]\mathrm{d}x=\lambda_p\sum p_x(y_p-y_c)+\lambda_p\sum p_y(x_p-x_c)+\int_a^b K_c w(x)[y_c-0.5s(x)-0.5g(x)]\mathrm{d}x+\int_a^b w(x)(x-x_c)\mathrm{d}x \quad , \tag{8c}$$

令

$$F_x=\int_a^b K_c\cdot w(x)\mathrm{d}x\ ,\quad F_y=\int_a^b w(x)\mathrm{d}x\ ,$$

$$M_c=\int_a^b\{K_c\cdot w(x)[y_c-0.5s(x)-0.5g(x)]+w(x)(x-x_c)\}\mathrm{d}x\ ,$$

$$\sum M_p=\sum p_x(y_p-y_c)+\sum p_y(x_p-x_c)\ ,$$

$$r_\sigma(x)=-s'(x)(y_c-s(x))+x-x_c\ ,$$

$$r_\tau(x)=y_c-s(x)+s'(x)(x-x_c)\ ,$$

则式（8a）、（8b）和（8c）改写为

$$\int_a^b\left[-s'(x)+\frac{1}{F_s}\cdot\tan\varphi(x)\right]\sigma(x)\mathrm{d}x=F_x-\lambda_p\sum p_x-\frac{1}{F_s}\int_a^b[c(x)-u(x)\cdot\tan\varphi(x)]\mathrm{d}x \quad , \tag{9a}$$

$$\int_a^b\left[1+\frac{s'(x)}{F_s}\cdot\tan\varphi(x)\right]\sigma(x)\mathrm{d}x=F_y+\lambda_p\sum p_y-\frac{1}{F_s}\int_a^b s'(x)[c(x)-u(x)\cdot\tan\varphi(x)]\mathrm{d}x\ , \tag{9b}$$

$$\int_a^b\left[r_\sigma(x)+\frac{1}{F_s}\tan\varphi(x)\cdot r_\tau(x)\right]\sigma(x)\mathrm{d}x=M_c+\lambda_p\sum M_p-\frac{1}{F_s}\int_a^b[c(x)-u(x)\cdot\tan\varphi(x)]r_\tau(x)\mathrm{d}x\text{。} \tag{9c}$$

2 满足安全系数要求的锚固力求解

为方便求解，我们设

$$w_x=-s'(x)+\tan\varphi(x)\cdot\frac{1}{F_s}\ ,$$

$$w_y=1+s'(x)\cdot\tan\varphi(x)\cdot\frac{1}{F_s}\ ,$$

$$w_r=r_\sigma(x)+r_\tau(x)\cdot\tan\varphi(x)\cdot\frac{1}{F_s}\ ,$$

$$w_u=\frac{1}{F_s}[u(x)\tan\varphi(x)-c(x)]\ ,$$

则式（9a）、（9b）和（9c）变为

$$\int_a^b\sigma(x)\cdot w_x\mathrm{d}x=F_x-\lambda_p\sum p_x+\int_a^b w_u\mathrm{d}x \quad , \tag{10a}$$

$$\int_a^b\sigma(x)\cdot w_y\mathrm{d}x=F_y+\lambda_p\sum p_y+\int_a^b s'(x)\cdot w_u\mathrm{d}x\ , \tag{10b}$$

$$\int_a^b\sigma(x)w_r\mathrm{d}x=M_c+\lambda_p\sum M_p+\int_a^b w_u r_\tau(x)\mathrm{d}x\text{。} \tag{10c}$$

将式（2）代入式（10a）、（10b）和（10c）得

$$\lambda_1\int_a^b\xi_1(x)\cdot w_x\mathrm{d}x+\lambda_2\int_a^b\xi_2(x)\cdot w_x\mathrm{d}x=Fx-\lambda_p\sum p_x+\int_a^b w_u\mathrm{d}x-\int_a^b\xi_3(x)\cdot w_x\mathrm{d}x \quad , \tag{11a}$$

$$\lambda_1\int_a^b\xi_1(x)\cdot w_y\mathrm{d}x+\lambda_2\int_a^b\xi_2(x)\cdot w_y\mathrm{d}x=Fy+\lambda_p\sum p_y+\int_a^b s'(x)\cdot w_u\mathrm{d}x-\int_a^b\xi_3(x)\cdot w_y\mathrm{d}x \quad , \tag{11b}$$

$$\lambda_1\int_a^b\xi_1(x)\cdot w_r\mathrm{d}x+\lambda_2\int_a^b\xi_2(x)\cdot w_r\mathrm{d}x=M_c+\lambda_p\sum M_p+\int_a^b w_u\cdot r_\tau(x)\mathrm{d}x-\int_a^b\xi_3(x)\cdot w_r\mathrm{d}x\text{。} \tag{11c}$$

以上方程重新简化为

$$\lambda_1\cdot A_1+\lambda_2\cdot A_2+\lambda_p\cdot A_3=A_4 \quad , \tag{12a}$$

$$\lambda_1\cdot B_1+\lambda_2\cdot B_2+\lambda_p\cdot B_3=B_4 \quad , \tag{12b}$$

$$\lambda_1\cdot C_1+\lambda_2\cdot C_2+\lambda_p\cdot C_3=C_4 \quad , \tag{12c}$$

其中

$$A_1=\int_a^b\xi_1(x)\cdot w_x\mathrm{d}x\ ,$$

$$A_2=\int_a^b\xi_2(x)\cdot w_x\mathrm{d}x\ ,$$

$$A_3=\sum p_x\ ,$$

$$A_4=Fx+\int_a^b w_u\mathrm{d}x-\int_a^b\xi_3(x)\cdot w_x\mathrm{d}x\ ,$$

$$B_1=\int_a^b\xi_1(x)\cdot w_y\mathrm{d}x\ ,$$

$$B_2=\int_a^b\xi_2(x)\cdot w_y\mathrm{d}x\ ,$$

$$B_3=-\sum p_y\ ,$$

$$B_4=Fy+\int_a^b s'(x)\cdot w_u\mathrm{d}x-\int_a^b\xi_3(x)\cdot w_y\mathrm{d}x\ ,$$

$$C_1=\int_a^b\xi_1(x)\cdot w_r\mathrm{d}x\ ,$$

$$C_2=\int_a^b\xi_2(x)\cdot w_r\mathrm{d}x\ ,$$

$$C_3=-\sum M_p\ ,$$

$$C_4=M_c+\int_a^b w_u\cdot r_\tau(x)\mathrm{d}x-\int_a^b\xi_3(x)\cdot w_r\mathrm{d}x\text{。}$$

由方程组（12a）、（12b）和（12c）可直接解出锚固力系数

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\lambda_p = \frac{\Delta_3}{\Delta}\ , \tag{13}$$

其中

$$\Delta = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{vmatrix}\ , \tag{14}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 & A_4 \\ B_1 & B_2 & B_4 \\ C_1 & C_2 & C_4 \end{vmatrix}\ 。 \tag{15}$$

3　工程应用

某高速公路 MA3 标段，边坡最大高度 80 m 左右，共分 10 级削坡，每级 8 m，边坡长度为 199 m。根据地质勘察，边坡地层自上向下分布为四层：①坡积亚粘土、残积砂质粘性土；②砂土状强风化长石石英片岩；③弱风化长石石英片岩；④微风化长石石英片岩。地层参数见表 1。采用的边坡支护方式是：第一级为变截面护面墙，第二级为锚杆框架，第三级为窗孔式护面墙，第四级、第五级为锚索框架，第六级为三维网植草，第七、第八级为锚索框架，第九、第十级为三维网植草。

采用临界滑动场方法得出锚固前边坡各出口的临界滑动面及其安全系数如图 3 和表 2 所示。工程设计要求边坡安全系数须达 1.25，由表 2 可见滑面 1～8 不满足稳定性要求。设计 10 排锚索，其锚固力吨位相同。对每个滑面均计算满足安全系数要求的单位边坡宽度锚固力大小，结果见表 2；最后取它们的最大值作为最终设计值，即 201.3 kN/m。

表 1 岩体力学强度参数表

地层名称	容重	岩体强度		备注
	/(kN·m^{-3})	c/kPa	φ/(°)	
坡积亚粘土、残积砂质粘性土	18	28	28	
砂土状强风化长石石英片岩	19	25	32	
弱～微风化长石石英片岩	—	—	—	基岩

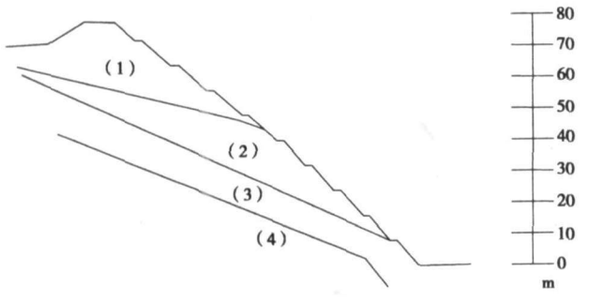


图 2 边坡工程地质剖面

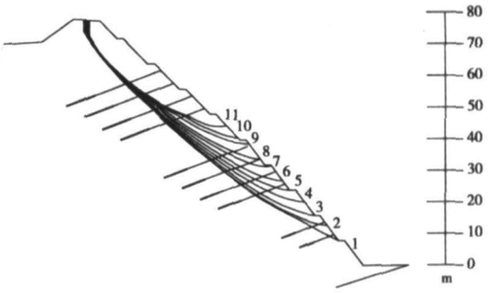


图 3 边坡临界滑动场与锚固位置

表 2 计算结果

滑面	1	2	3	4	5	6
锚固前安全系数	1.027	1.049	1.062	1.093	1.118	1.139
所需锚固力	201.3	200.4	201.2	141.9	108.6	89.3
滑面	7	8	9	10	11	
锚固前安全系数	1.186	1.197	1.251	1.248	1.290	
所需锚固力	41.3	32.8	0	0	0	

4　结　语

本文假设滑面正应力为含 2 个待定参数 3 次拉格朗日插值函数，建立含锚固力作用的滑面平衡方程，最终得到边坡满足给定安全系数要求的锚固力解答。计算过程简单实用，其精度在严格极限平衡条分法限定范围内，且克服了传统方法导致的滑面正应力分布反常的缺点。该方法已用于实际边坡加固设计，已显示出它的优势。

参考文献：

[1] 程良奎，范景伦，韩　军，等. 岩土锚固[M]. 北京：中国建筑工业出版社，2003.

[2] HOBST L, ZAJIC J. Anchoring in rock and soil[M]. 2nd ed. Elsevier Scientific Publishing Company, 1983.

[3] KRAHN J. The 2001 R M. Hardy Lecture: The limits of limit equilibrium analysis [R]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, **40**(3): 643 - 660.

[4] DUNCAN J M. State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes [J]. Journal of Geotechnical Engineering. ASCE, 1996, **122**(7): 577 - 596.

[5] ZHU D Y, LEE C F. Explicit limit equilibrium solution for slope stability [J]. Int J Numer. Anal. Meth. Geomech, 2002, **26**:1573 - 1590.

[6] 朱大勇，李焯芬，姜弘道，等. 基于滑面正应力修正的边坡安全系数解答[J]. 岩石力学与工程学报，2004, **23**(16): 2788 - 2791.

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net