基于 T-S 模型的模糊神经网络在边坡稳定评价中的应用

梁桂兰，徐卫亚

（河海大学岩土工程研究所，江苏 南京 210098）

摘 要：受地质、工程等众多因素影响，岩土质边坡稳定性具有未确知性、随机性、模糊性、可变性等特点，很难用简单的力学、数学模型描述。本文提出用基于 Takagi-Sugeno 模型的模糊神经网络来对边坡稳定性进行评价，该模型同时兼具神经网络和模糊逻辑两者的优点，既可以比较容易地处理模糊性的实际问题，又具有较好的学习能力。将此模型与 BP 神经网络模型同时应用于 80 个实际边坡样本进行训练和预测，结果表明，该模型具有预测精度更高，收敛速度更快，预测结果与实际结果吻合度更高的特点。

关键词：边坡；稳定性预测；Takagi-Sugeno 模型；模糊神经网络

作者简介：梁桂兰(1977－)，女，博士研究生，主要从事智能方法在岩石力学中应用的研究。

0 引 言

岩土质边坡是一种自然地质体，其稳定性受地质、工程等众多因素影响，具有未确知性、随机性、模糊性、可变性等特点。因此，边坡稳定性问题是一个典型的非线性问题，与其影响因素之间存在着高度非线性和复杂性关系，很难用简单的力学、数学模型描述，这种模糊性和复杂性容易造成人们对边坡性质和稳定性认识上产生差异，给边坡稳定性分析带来很大困难。

传统的稳定性分析方法难以对这种模糊的、动态的、随机的复杂边坡稳定性作出符合实际的评价。因为模糊方法的推理方式较类似于人的思维模式，它是处理不确定性和非线性以及其它不适定问题的有力工具，比较适合表示那些模糊和定性的知识。将模糊数学和随机理论与工程实践的结合，部分解决了边坡问题中存在的模糊性等不确定性[1-3]。人工神经网络作为一种并行的计算模型，具有传统建模方法所不具备的很多优点，有很好的非线性映射能力和较强的自适应学习功能，因此一些学者将神经网络应用于边坡稳定性分析中[4-7]。

但模糊方法和神经网络都不能很好的解决岩土质边坡稳定性问题。因为模糊方法一般来说不容易实现自适应学习的功能，而神经网络不适合于表达基于规则的知识，因此，在对神经网络进行训练时，不能很好利用已有的经验知识，常常只能将初始权值取为零或随机数，从而增加了网络的训练时间或陷入非要求的局部极值。针对此问题，本文提出应用文[8]提出的基于 T-S 模型（由于该模型是 Takagi 和 Sugeno 首先提出的，因此通常称之为模糊系统的 T-S 模型）的模糊神经网络进行边坡稳定性评价。因为基于 T-S 模型的模糊神经网络将模糊逻辑和神经网络结合起来，吸取两者的长处，组成比单纯的模糊方法和神经网络性能更佳的模型[8-9]。

1 基于 T-S 模型的模糊神经网络[8-10]

1.1 模糊系统的 Takagi-Sugeno 模型

该模型是 Takagi 和 Sugeno 首先提出的，通常称之为模糊系统的 T-S 模型[9]。T-S 模型是一种很典型的模糊模型，常用于模糊辨识，一般的基于 T-S 模型的规则具有以下形式：

R：if x_1 is A_1，x_2 is A_2，$\cdots$，x_k is A_k，then

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \cdots + b_k \cdot x_k \quad 。$$

T-S 模型的特点在于，它的规则的前件采用模糊量形式 A_i，后件却采用精确量线性集结的形式，同一般的模糊模型相比，更有利于信息的系统化表示和运算。上述规则中前件的 x_i 通常称为状态变量，后件的输出量 y 表示为前件中状态变量的线性组合[11]。具体该模型算法如下

设输入 $x=[x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^{\mathrm{T}}$，每个分量 x_i 均为模糊语言变量。设语言变量值的集合为 $T(x_i)=\{A_i^1,\ A_i^2,\ \cdots,\ A_i^{mi}\}\ (i=1,2,\cdots,n)$，其中，$A_i^{si}(si=1,2,\cdots,mi)$ 是 x_i 的第 si 个语言变量值，它是定义在 x_i 论域上的一个模糊集合。相应的隶属度函数为

$$\mu_{Ai}^{si}(x_i)(i=1,2,\cdots,n;\quad si=1,2,\cdots,mi) \quad 。 \tag{1}$$

设输出向量 $y=[y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_r]^{\mathrm{T}}$，则 T-S 模型的模糊规则形式为：

R_j：如果 x_1 是 A_1^{S1j}，x_2 是 A_2^{S2j}，$\cdots$ x_n 是 A_n^{Snj}，则

$$\left.\begin{aligned} y_{1j} &= p_{j0}^1 + p_{j1}^1 x_1 + \cdots + p_{jn}^1 x_n \ , \\ y_{rj} &= p_{j0}^r + p_{j1}^r x_1 + \cdots + p_{jn}^r x_n \ , \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

其中，$j=1,2,\cdots,m$，$m \le \prod_{i=1}^{n} mi$。

对于给定的输入 x，可求得对于每条规则的适用度为：

$$\alpha_j = \mu_{A1}^{S1j}(x_1) \Lambda \mu_{A2}^{S2j}(x_2) \Lambda \cdots \Lambda \mu_{An}^{Snj}(x_n) \quad , \tag{3}$$

或者 $\alpha_j = \mu_{A1}^{S1j}(x_1)\mu_{A2}^{S2j}(x_2)\cdots\mu_{An}^{Snj}(x_n)$。

模糊系统的输出量为每条规则的输出量的加权平均，即

$$y_k = \sum_{j=1}^{m} \alpha_j y_{kj} \Big/ \sum_{j=1}^{m} \alpha_j = \sum_{j=1}^{m} \overline{\alpha_j} y_{kj} \quad , \tag{4}$$

其中，$\overline{\alpha_j} = \alpha_j \Big/ \sum_{j=1}^{m} \alpha_j$，$k=1,2,\cdots,r$。

1.2 模糊神经网络结构

神经网络与上述模糊 T-S 模型结合的模糊神经网络模型结构如图 1[8]所示。模型结构包括特征网络结构和功能网络结构，或者称为前件网络结构和后件网络结构。特征网络是用来匹配模糊规则的前件，对每条规则产生一个相应的规则适用度，功能网络是用来实现模

基金项目：国家自然科学基金重点资助项目（50539110）；国家重点基础研究发展规划 973 项目（2002CB412707）

收稿日期：2006－07－30

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

糊规则的后件，最后输出等于所有规则后件的加权和，其中加权系数即为特征网络输出的每条规则的适用度。

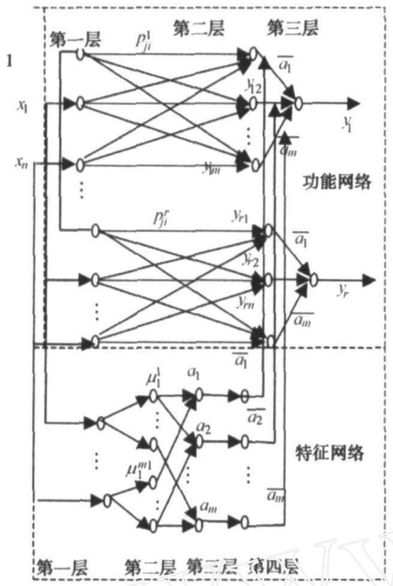


图 1 基于 T-S 模型的模糊神经网络结构

(1) 特征网络

特征网络由 4 层组成，第 1 层为输入层。每一个结点对应于输入向量的一个分量，它将输入向量 $x=[x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^{\mathrm{T}}$ 传送到第 2 层，该层的结点数 $N_1=n$。

第 2 层为模糊化层，每个输入分量对应于一组结点，这些结点的个数相应于对 x_i 进行模糊分级的个数，其中每个结点相应于一个模糊语言变量，它的作用是计算各输入分量属于各语言变量值模糊集合的隶属度函数 μ_i^{si}，其中，$\mu_i^{si}=\mu_i^{si}(x_i)(i=1,2,\cdots,n;\ si=1,2,\cdots,mi)$，$n$ 是输入量的维数，mi 是 x_i 的模糊分割数。该层总结点数 $N_2=\sum_{i=1}^{n} mi$。

第 3 层的每个结点代表一条模糊规则，实现对每条规则前件的匹配，计算出每条规则的适用度。即

$$\alpha_j=\min\left\{\mu_{A1}^{S1j},\ \mu_{A2}^{S2j},\ \cdots\ \mu_{An}^{Snj}\right\}\quad , \tag{5}$$

或 $\alpha_j=\mu_{A1}^{S1j}\mu_{A2}^{S2j}\cdots\mu_{An}^{Snj}$，其中，

$$\left.\begin{aligned} &s_{1j}\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ m_1\}\ ,\\ &s_{2j}\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ m_2\},\cdots,\\ &s_{nj}\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ m_n\}\ ,\\ &j=1,2,\cdots,m,m=\prod_{i=1}^{n}m_i\ 。\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

该层的结点总数为 $N_3=m$。

第 4 层是特征网络的输出层，它对每条规则的适应度进行归一化计算，即 $\overline{\alpha_j}=\alpha_j\Big/\sum_{i=1}^{m}\alpha_i$，$j=1,2,\cdots,m$，第 4 层结点数与第 3 层相同，即 $N_4=N_3=m$。

(2) 功能网络

功能网络由 r 个结构相同的并列子网络组成，每个子网络产生一个输出量。

子网络由 3 层组成。第 1 层是输入层，它将输入变量传送到第 2 层，其第 0 个结点的输入值恒为 1，它实际上为第 2 层的每个结点提供阈值。

第 2 层共有 m 个结点，每个结点代表一条规则，该层的作用是计算每一条规则的后件，即

$$y_{kj}=p_{j0}^{k}+p_{j1}^{k}x_1+\cdots+p_{jn}^{k}x_n=\sum_{l=0}^{n}p_{jl}^{k}x_l\quad , \tag{7}$$

其中，($k=1,2,\cdots,r$；$j=1,2,\cdots,m$；) $x_0=1$，p_{jl}^{k} 为后件网络的连接权。

第 3 层为输出层，它计算每条规则后件的加权和，加权系数为每条规则的适用度，来自特征网络的输出。该层系统输出为

$$y_k=\sum_{j=1}^{m}\overline{\alpha_j}y_{kj}\ ,\quad k=1,2,\cdots,r\quad 。 \tag{8}$$

2 基于 T-S 模型的模糊神经网络在边坡稳定性评价中的应用

基于 T-S 模型的模糊神经网络要求输入变量和输出变量，实际边坡稳定性评价应用中，分别对应影响边坡稳定性的评价指标以及边坡稳定状态指标和安全系数。下面介绍这些指标的选取。

2.1 评价指标以及样本数据的选取

评价指标即特征网络中的输入变量，对于基于 T-S 模型的模糊神经网络，输入变量的选取成功与否关系到该网络训练的准确与否，也关系到边坡稳定性评价的准确与否。

影响边坡稳定性的因素有很多，但若考虑因素过多，虽然理论上可能更接近实际，但事实上由于这些影响因素的动态性、模糊性、不确定性，使得数据的获取上困难太大，可靠性也不高，可能会降低网络训练的稳定性和降低网络的预测精度，严重时甚至失效。鉴于此，同时，参考文献[12]收集的边坡样本，本文选择影响边坡稳定性的六个关键性因素作为输入变量。分别是：岩土体的内摩擦角 φ_f、粘聚力 c、容重 γ、边坡倾角 ϕ、边坡高度 H 和孔隙水压力比 γ_u。输出变量两个，分别为边坡稳定状态指标 S 和安全系数 F，将稳定状态指标量化，“0”表示破坏，“1”表示稳定。因此该网络输入变量中 $n=6$，$r=2$。

笔者选用文献[12]列出的 80 边坡样本作为训练样本和测试样本。如表 1 所示。

2.2 评价指标隶属函数的确定

确定评价指标的隶属函数首先要确定各个指标的模糊分割数，参考文献[2]，各指标分割数 $m_1=m_2=m_3=m_6=5$，$m_4=m_5=1$。隶属函数采用高斯函数表示的铃形函数：$\mu^{si}=\exp\left\{-(x_i-c_{isi})^2/\sigma_{isi}^2\right\}$，其中 c_{isi} 和 σ_{isi} 分别表示隶属函数的的均值和方差，相应于隶属函数的中心和宽度，是网络需要训练的指标，其它指标含义如前文所述。

输入输出变量以及隶属函数确定后，按照上述网络结构定义，基于 T-S 模型的模糊神经网络就可以应用于边坡稳定性评价了，即可以用算法实现了。

2.3 学习算法

根据前述的网络结构及针对边坡稳定性评价的输入输出变量，以及各输入分量的模糊分割数，确定该网络需要学习的参数主要是功能网络的连接权 p_{ji}^{k}，还有特征网络第 2 层各结点隶属函数的中心值 c_{isi} 和宽度 σ_{isi}。

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 1 80 个样本数据(部分)[12]

编号	内摩擦角 φ_f /(°)	粘聚力 c/kPa	容重 γ /(kN·m^{-3})	边坡倾角 ϕ /(°)	边坡高度 H/m	孔隙水压力比 γ_u	安全系数 F	边坡状态 S
1	35	0.0	12.00	30	8.00	0.25	0.86	破坏（0）
2	37	0.0	23.47	32	214.00	—	1.08	破坏（0）
3	40	70.0	16.00	20	115.00	—	1.11	破坏（0）
⋮								
50	42.6	32.0	27.0	33	301	0.25	1.16	破坏（0）
51	42.4	32.0	27.0	33	289	0.25	1.30	破坏（1）
52	41.1	14.0	27.3	31	110	0.25	1.249	破坏（1）
⋮								
78	46	46	25.0	35	393	—	1.31	破坏（1）
79	49	48	25.0	40	330	—	1.49	破坏（1）
80	47	68.6	31.3	37	305	—	1.20	破坏（0）

取误差代价函数为

$$E=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{r}\left(y_{dk}-y_k\right)^2 \quad , \tag{9}$$

其中，y_{dk} 和 y_k 分别表示期望输出和实际输出，即 y_{dk} 为网络训练输出变量，y_k 为样本数据真实值。

下面给出参数 p_{jl}^k 的学习算法。

$$\frac{\partial E}{\partial p_{jl}^k}=\frac{\partial E}{\partial y_k}\frac{\partial y_k}{\partial y_{kj}}\frac{\partial y_{kj}}{\partial p_{jl}^k}=-\left(y_{dk}-y_k\right)\overline{\alpha}_j x_l \quad , \tag{10}$$

$$p_{jl}^k(t+1)=p_{jl}^k(t)-\eta\frac{\partial E}{\partial p_{jl}^k} \quad , \tag{11}$$

其中，η 为学习率。

同理，可以求出 c_{isi} 和 σ_{isi} 的学习算法。至此基于 T-S 模糊神经网络的边坡稳定性评价模型已经建成。该模型已经用 Matlab 语言编程实现。下面利用实际边坡样本数据进行网络测试。

2.4 模型的实际应用

确定输入变量 $x=[x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^T=\{\varphi_f,c,\phi,\gamma,H,\gamma_u\}$，输出变量 $y=[y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_r]^T=\{S,F\}$，输入变量模糊分割数如前述，取表 1 中的前 65 组数据作为训练样本，剩下的 15 组数据作为测试样本。根据样本数据，模型中 $n=6$，$m_1=m_2=m_3=m_6=5$，$m_4=m_5=2$，$r=2$。

由于输入样本中各变量单位不同，训练前首先要对输入输出样本变量进行数据的归一化处理，采用如下形式：

$$x(i)=(x(i)-\min(x(i)))/(\max(x(i))-\min(x(i))) \quad , \tag{12}$$

$$y(i)=(y(i)-\min(y(i)))/(\max(y(i))-\min(y(i))) \quad 。 \tag{13}$$

对网络进行训练。表 2 列出了网络对测试样本的边坡稳定状态和安全系数的预测结果，结果与实际相吻合，表明网络具有较好的实际应用价值。各种预测方法计算的安全系数及实际边坡安全系数对比结果如图 2。

2.5 模型的比较与评价

为了评价该模型的性能，同时应用经典 BP 网络对同样的样本进行训练和测试，结果表见 2。结果表明 BP 神经网络对边坡安全系数预测值的相对误差绝对值最大为 8.6%，基于 T-S 模型的模糊神经网络边坡安全系数预测值的相对误差绝对值最大为 4.3%，精度后者明显高于前者，对比情况如图 3；同时，由于前者初始权值取值的随机性，针对同样的学习率，收敛速度较后者慢，比较结果见表 3。

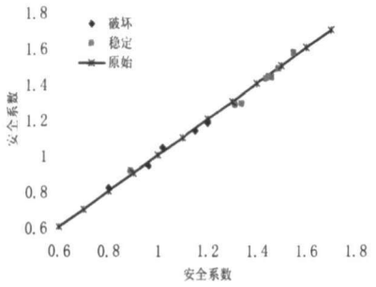
表 2 各指标分割数

编号	安全系数			安全系数误差		稳定状态		
	边坡	T-S 模型	BP 模型	T-S 模型	BP 模型	边坡	T-S 模型	BP 模型
	实际	预测	预测			实际	预测	预测
66	1.02	1.043	1.080	2.254	2.549	破坏	破坏	破坏
67	0.89	0.910	0.967	2.247	8.651	稳定	稳定	稳定
68	1.46	1.432	1.391	1.917	4.726	稳定	稳定	稳定
69	0.80	0.816	0.910	2.000	1.875	破坏	破坏	破坏
70	1.44	1.425	1.419	1.041	1.458	稳定	稳定	稳定
71	1.20	1.185	1.182	1.250	3.083	破坏	破坏	破坏
72	0.96	0.940	0.925	2.083	3.645	破坏	破坏	破坏
73	1.15	1.135	1.116	1.304	2.956	破坏	破坏	破坏
74	1.34	1.282	1.306	4.328	2.537	稳定	稳定	稳定
75	1.20	1.185	1.182	1.250	1.500	破坏	破坏	破坏
76	1.55	1.569	1.623	1.225	1.482	稳定	稳定	稳定
77	1.45	1.435	1.350	1.034	2.069	稳定	稳定	稳定
78	1.31	1.281	1.256	2.214	4.122	稳定	稳定	稳定
79	1.49	1.479	1.442	0.738	2.282	稳定	稳定	稳定
80	1.20	1.178	1.156	1.833	3.667	破坏	破坏	破坏

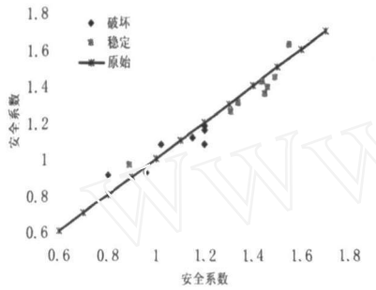
© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 3 基于 T-S 模型的神经网络模型与 BP 算法收敛性的比较

方法	预测相对误差绝对值最大值/%	收敛次数/次
BP 算法	8.651	3510
基于 T-S 模糊神经网络	4.328	1860



(a) 基于T-S模糊网络法



(b) 经典 B-P 网络法

图 2 预测安全系数值与实际值对比图

3 结 论

(1) 基于 T-S 模型的模糊神经网络具有局部逼近功能，同时兼具神经网络和模糊逻辑两者的优点，它既可以容易地表示模糊和定性的知识，又具有较好的学习能力，可以更快速地收敛到要求的输入与输出的模糊关系。针对边坡系统的复杂非线性、模糊性，本文提出应用基于 T-S 模型的模糊神经网络模型对边坡稳定性进行评价，应用结果表明，模型评价结果与边坡实际稳定状态相吻合，模型应用效果良好。

(2) 将基于 T-S 模型的模糊神经网络与经典的 BP 神经网络模型应用于同样的边坡样本数据，结果表明前者比后者预测精度更高，收敛速度也更快。

(3) 基于 T-S 模型的模糊神经网络在边坡稳定分析中的应用尚处于初步探索阶段，还有待进一步继续深入研究。

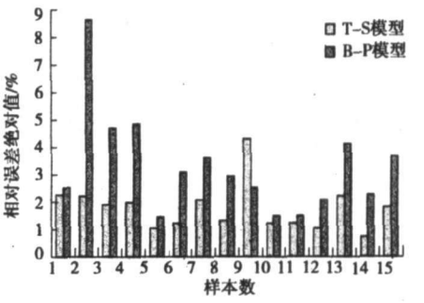


图 3 两种方法安全系数相对误差的绝对值对比图

参考文献：

[1] 李彰明, 模糊分析在边坡稳定性评价中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 1997,**16**(5): 490 - 495.

[2] 彭文斌, 何忠明, 彭文祥, 等. 模糊判别在岩质边坡稳定性分析中的应用[J]. 矿冶工程, 2005,**25**(3): 1 - 4.

[3] 徐卫亚, 蒋中明, 石安池. 基于模糊集理论的边坡稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2003,**25**(4): 409 - 413.

[4] 陈昌彦, 王思敬, 沈小克. 边坡岩体稳定性的人工神经网络预测模型[J]. 岩土工程学报, 2001,**23**(2):157 - 161.

[5] 贺可强, 雷建和. 边坡稳定性的神经网络预测研究[J]. 地质与勘探, 2001, **37**(6):72 - 75.

[6] 邓跃进, 王葆元, 张正禄. 边坡变形分析与预报的模糊人工神经网络方法[J]. 武汉测绘科技大学学报, 1998, **23**(1): 26 - 31.

[7] 刘沐宇, 冯夏庭. 基于神经网络范例推理的边坡稳定性评价方法[J]. 岩土力学, 2005, **26**(2): 193 - 197.

[8] 孙增圻, 徐红兵. 基于 T-S 模型的模糊神经网络[J]. 清华大学学报, 1997, **37**(3):76 - 80.

[9] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of system and its application to control [J].IEEE Trans.on SMC,1986,**15**(1):116 - 132.

[10] 孙增圻, 邓志东. 类似 CMAC 的模糊神经网络及其在控制中的应用[J]. 清华大学学报, 1996, **36**(5): 17 - 23.

[11] 张恩勤, 施颂椒, 翁正新. 基于 TS 模型的一类模糊控制器设计[J]. 研究与设计, 1999, **5**: 18 - 20.

[12] 冯夏庭. 智能岩石力学导论[M]. 北京: 科学出版社, 2000: 199 - 255.

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net