二谈饱和土的有效应力

陈津民
(成都理工大学)

王运霞老师在《岩土工程界》(2007年 3期)发表了"关于饱和土的有效应力原理的讨论"一文(以下简称王文),该文对王文的文献[1],本文的文献[4]提出自己的看法,现一一作答。

1 关于方向

王文有:"文献[1]中'轴向应力'的说法是错误的",还有:"轴向力的说法是不正确的"。我理解是不该称轴向,应该称竖向。

文献[4]采用 xoy 平面直角坐标系,按材料力学的习惯,称 AA 截面为横截面,即 x 方向为横向,y 方向为轴向。文献[2]指明研究对象是土柱,土柱用横向、轴向没有错。当然,土力学书上称 y 向为竖向,x 向为水平向也可以,但横向、轴向更一般,特殊不能否定一般。

2 关于分离体的曲面

王文指出:"土颗粒之间的接触面(或接触点)是十分复杂的。因此,所截取的这个面想穿过一个实际土体的土颗粒之间的接触点就必然是一个十分复杂的曲面,甚至也很难用文献[1]所给出的图 1来描述"。有比较才能鉴别,土力学书上对分离体切面的画法有三种,即平截面,其中切割部分颗粒,如文献[3]图 1-30(a),但文献[3]在论证有效应力时没有采用。其二仍为平截面,但只通过颗粒接触点而不切割颗粒,如文献[2]。第三种就是波浪状曲面,即王文的批评对象。第一种画法正确,但因使用不便而未采用,这里不讨论。第二种画法就是王老师编的土力学原理的画法,王老师文中称:"假定该截面是沿着土颗粒间的接触面截取(注意这里是'假定'即抽象的含义,而非实际情况,而这一假定完全是为了教学的直观和易于理解)"。假定不是造假,不是乱定。假定必须是实际情况中的一种,假定是最后结果的前提,如果假定不成立,则无法证明最后结果成立。材料力学中最典型的是梁弯曲的平面假定,有事前的实验观察,事后的实验验证,还有弹性力学对纯弯曲梁的理论验证。王老师的平截面画法纯属假设,因为文献[2]图 4-38中除假设的截面外,无论是横向还是斜向,再也画不出只通过接触点的平截面。文献[2]P37～39,有八张土基本结构图(其他土力学书上也能找到),这种假设的平截面一个也画不出来。

复杂曲面、波浪状曲面和平截面,当然平截面最简单,但王文不是批评波浪状曲面不够简单,而是批评波浪状曲面"难描述",难道平截面更能描述复杂曲面?

波浪状曲面并非我的创造,文献[4]在引入曲面时就指出:"即和文献[3]那样取一波浪状曲面 aa"。这种画法也被众多土力学书采用,如文献[5]～[11],文献[2]在讲剪切破裂面时也出现波浪状曲面。在文献[2]的八张土基本结构图中,除二张看不清接触点外,在任意位置,曲面都可画出,其基本特征就是波浪状,难道波浪状就不直观、就难理解?难道王老师能画出比波浪状更好的曲面?

3 把法向应力 σ_s 当作轴向应力

王文说:"'把法向应力当作轴向应力',则显得有点断章取义了"。所谓"断章取义"是有意不看前或后的说明,只取其中一段来批评。但无论是文献[2],文中只有一句:"土颗粒接面上作用的法向应力为 σ_s",不是文献[3],文中也只有:"σ_s—颗粒之间的应力"。前、后并无说明,请问王老师,有什么关系 σ_s 的话是被我断掉的?

颗粒之间的接触应力是很复杂的,第 i 个颗粒对,其接触面上各点的应力是不等的,即使把颗粒简化成二个球体,其接触为圆,半径为 a_i,则接触面积为 πa_i^2,一般不在横向(即水平向),其平均接触应力 $\sigma_{si}=P_{si}/A_{si}/\pi a_i^2$,其中 P_{si} 为接触力,一般不是轴向(即竖向),最大接触应力 $\sigma_{simax}=1.5\sigma_{si}$,各颗粒间的平均接触应力,其大小和方向都不相同。切面上轴向接触力 P_{svi} 的和 ΣP_{svi} 也可写成 $\Sigma P_{svi}=\Sigma\sigma_{si}A_{svi}=\Sigma\sigma_{svi}A_{si}$,接触应力要区分 σ_{si} 和 σ_{svi},σ_{si} 在接触法面向,σ_{svi} 是接触应力 σ_{si} 在轴向(竖向)的分量(这里把 σ_{si} 看作应力矢)。面积也分为接触面积 A_{si} 和 A_{si} 在

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

横向(水平向)的投影 A_{svi},其中众面积 ΣA_{si}是 A 中的一部分,而众面积 ΣA_{svi}是 A 中的一部分。但无论是应力、还是面积都不能从求和号中提出来,不作特别说明,不能表示为 $\Sigma P_{svi}=\sigma_s A_s$。

许多土力学书在论证有效应力时只立一维的平衡方程也行,但并不说明可以将本不是轴向的量,就自然变成轴向量而不需说明。书是写给读者看的,如果阐述的过于抽象。那一般人是看不懂的。如果肯定王老师的竖向平衡方程中的 σ_s 自然就是接触应力的竖向分量,那么那些努力区分接触力 P_i 和接触力轴向(竖向)分量 P_v 的文献[5]~[9]显然是多余,这是不公允的。

4 固体力学中没有平均应力

王文说:"文献[1]认为,固体力学中没有'平均应力'",我刚看到这种批评,心老自是糊涂。但查了原文,是王老师误解(不敢用曲解)了。我的原文是:"固体力学中也没有应力的平均应力之说(注意平均应力之前还有定语)",而且指出:$\Delta P/\Delta A$"就是平均应力",我的本意是应力本身是力对面积之平均,不能把应力再对面积平均。但应力可以对测量次数求平均,并举例 $\bar{\sigma}=\sum\sigma_i/n$ 的例子。按照现代汉语词典,平均是"把总数按份儿均匀计算",王老师定义有效应力 $\sigma'=\sigma_s A_s/A$,并称:"$\sigma_s A_s/A$——土颗粒间接触应力在截面积 A 上的平均应力"。显然总数是接触力,而不是接触应力,是力在面积上的平均,而不是应力在面积上的平均。王老师不会分不清父亲和父亲的父亲的差别吧!

固体力学中没有平均应力可是王老师强加给我的,批评成对"无所不在"的平均应力概念"却似不知"是不公允的。

5 不定型

王文说:"文献[1]在说明自己的推导时,也认为'土颗粒间接触面积之和 A_s 很小,通常 $A_s/A<0.03$ 但不知为什么,又认为文献[6](王文的文献[6],本文的文献[2])等所说的'σ_s 很大,A_s/A 很小'是'很严重'的错误,'属于数学上的不定型'"。

从王文的结构看,"'σ_s 很大,A_S/A 很小'是很'严重'的错误"不是我的原话,是王老师拼凑起来的。到现在为止,我对"σ_s 很大,A_S/A 很小还没有提出过批评,更没有说是严重错误。这里可以对大小讨论一下,大小都是对同一类量来说的,即应力和应力比,σ_S 面积和面积比。很大是有内涵的,即颗粒的应力中,接触处的应力(即接触应力)比其他处的应力很大,而不是和水压力 u 比,更不是 σ_s 和面积 u 比。如果 σ_s 和 u 比,有时比 u 小很多(渗流固结的初期)。说 A_s 很小是和 A 或 A 比,A_S/A 很小是和 1比。

我把批评的是"用很大、很小的乘积来定义有效应力"。王文有

$$\sigma=\sigma_s A_s/A+u(1-A_s/A) \qquad (1)$$

文献[5]有

$$\sigma=\sum P_{sv}/A+uA_w/A \qquad (2)$$

从(2)式看,有效应力定义为 $\sigma'=\sum P_{sv}$ 和 σ_s 是否很大,A_s 是否很小无关,只是如果 A_s 很小,$A_w/A=(A-A_s)/A\approx 1$,水压力项 $uA_w/A\approx u$。文献[4]在最后指出:"如果固体颗粒之间的接触面积 A_s 不是很小,则(5)式中的 u 要乘上一个小于 1的修正系数",因此,饱和土的有效应力原理不局限于 σ_s 很大,A_s 很小。

从(1)式看,有效应力定义为 $\sigma'=\sigma_s A_s/A$,由于只是抽象地 σ_s 很大,A_s 很小,不能确定其积是很大、是很小或不大不小,因此 $\sigma_s A_s/A$ 是不定型。至于王文说:"所谓'不定型'是诸如一个无穷大的数和一个无穷小的数的乘积等一类问题"。应该说在极限的计算中,不定型是如王文所说。但 $\sigma_s A_s/A$ 中的 σ_s 和 A_S/A,不是同一自变量的函数,不是求极限问题。所以不能用"不是无穷大、无穷小"来否定"不定型",成更没有说过不定型肯定无意义。文献[3]的作者龚晓南教授在 2002年新编的土力学书上,已将有效应力定义为 P'/A,P 为竖向接触力。

已故的沈珠江院士说过:"科学崇尚简洁",通常都是先已知接触力 P_{si},再去计算很复杂的接触应力。而有效应力需要的就是接触力,为什么要舍近求远,要用实际上无法计算的接触应力去定义有效应力?所以用 $\sum P_{svi}/A$ 定义有效应力就是简洁,用 $\sigma_S A_s/A$ 定义有效应力会产生很多疑问。

6 先入为主

王文指出:"文献[1]在其'明确定义'的'论证'中却先入为主的假定'整个曲面 aa被水占据'(其文献[1]中的图 1),并在后面给出整个曲面上竖向孔隙水压力 F_n(轴向力的说法是不正确的)的精确表达式'$F_n=uA$',这个表达式是不精确的,也是不妥的"。

我的文章中先说:"土颗粒之间的接触面积之和 A_s 很小,通常 $A_s/A<0.03$,相对于 A 或 A 可略去

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

不计”,才有“整个曲面 aa 被水占据”,这怎么是先入为主?

“土颗粒之间接触面积为零”是王老师强加给我的,“精确表达式‘$F_n = uA$’”也是王老师强加给我的。

在有效应力的论证中,我的唯一功劳是指出:无论颗粒大小,分离体曲面面积 A' 都比横截面积 A 大,两者无法近似相等,但在求水压强轴向(竖向)合力时,不用 A',而是用 A 在横向(水平向)的投影 A,所以有 $F_n = uA$,该式有两方面近似,其一是面积本该用 $A - \sum A_{svi}$,但由于 $\sum A_{svi}$ 很小被略去,其二是 u 本来是变量,但由于颗粒很小,u 变化很小当常量处理。求力的方法都是压强乘面积,只是王老师是先求力再略去力中的微小量,我是先在面积中略去微小面积再求力,两者的近似程度是一样的。

7 剪切应力

王文说:“文献[1]中式(5)的 τ_{xy} 似乎与剪切应力的概念混淆了,而横向平衡方向也似乎有错误”。对比文献[2]的图 6-38,不知混淆在何处,错在何处?

8 土骨架

王文指出文献[1]对“土骨架”的表述不够严谨。实际上我对土骨架根本没有表述,何来严谨乎?对于土骨架的认识并不统一,沈珠江院士认为土骨架既包括固体颗粒,也包括孔隙,所以土骨架的横截面就是 A。但文献[2]有:“土结构的骨架主要是由各种形状和大小的集合体构成,在集合体之间存在大小不同的各种形状的孔隙”,虽然我看不懂集合体,看不懂主要次要,但看懂了王老师的土骨架不包括孔隙,这样土骨架的横截面积不是 A。

9 结论

我把见过的土力学书论证有效应力分为三类:

(1) 离完全正确只差一步,用力定义有效应力 $\sum P_{svi}/A$,分得清接触面的法向和横截面的法向,但分不清曲面面积 A' 和投影面积 A,而误认为由于颗粒小而 $A' \approx A$,如文献[5]~[9];

(2) 除差上一步外,用应力定义有效应力 $\sigma_s A_s / A$,且说不清 σ_s 的方向,如文献[3];

(3) 除差上二步外,还假设只通过颗粒接触点的平截面,如文献[2],如果假设成立,则剪切破裂面可以是平面,但文献[2] P_{207} 否定了“剪切平面”,总之,王运霞老师的土力学原理是前后矛盾的。

参 考 文 献

[1] 王运霞. 关于饱和土的有效应力原理的讨论. 岩土工程界, 2007, 3.

[2] 赵成刚,白 冰,王运霞. 土力学原理. 北京:清华大学出版社和北京交通大学出版社, 2004: 32、122、207.

[3] 龚晓南. 高等土力学. 浙江:浙江大学出版社, 1996: 51.

[4] 陈津民. 饱和土的有效应力. 岩土工程界, 2006, 11.

[5] 陈仲颐,周景星,王洪瑾. 土力学. 北京:清华大学出版社, 1994: 95.

[6] 王成华. 土力学原理. 天津:天津大学出版社, 2002: 66.

[7] 张克恭,刘松玉. 土力学. 北京:中国建筑工业出版社, 1997: 101.

[8] 胡中雄. 土力学与环境土工学. 上海:同济大学出版社, 1997: 80.

[9] 章家骐. 土力学地基基础. 广州:广东高等教育出版社, 1991: 72.

[10] 高大钊,袁聚云. 土质学与土力学. 北京:人民交通出版社, 2001.

[11] 洪毓康. 土质学与土力学. 北京:人民交通出版社, 1987: 74.

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net