K_0固结结构性软黏土的旋转硬化规律研究

王立忠[1]，沈恺伦[2]

（1. 浙江大学建筑工程学院，浙江 杭州 310027；2. 浙江浙峰工程咨询有限公司，浙江 杭州 310012）

摘 要：从Wheeler等S-CLAY1本构模型出发，在软黏土结构性和塑性各向异性性状前期研究成果的基础上，综合考虑软黏土的塑性各向异性、结构性及其演化规律，将传统本构模型发展为更适用于K_0固结结构性软黏土的本构模型。在考虑土体结构性及其演化的基础上，进一步研究土体塑性各向异性及其演化规律，引入旋转极限曲线的概念，通过增加一个表征软黏土各向异性演化速率的参数b，分析旋转硬化对K_0固结结构性软黏土受力变形性状的影响，各向异性的初始值则可由常规试验参数获得。选取典型的浙江温州软黏土和Bothkennar软黏土，对比K_0固结三轴压缩和三轴拉伸的计算和试验结果，揭示结构性软黏土屈服面旋转硬化的规律，同时对旋转演化速率参数的取值方法和取值范围进行研究。

关键词：软黏土；结构性；K_0固结；塑性各向异性；旋转硬化

中图分类号：TU411 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2008)06－0863－10

作者简介：王立忠(1969－)，男，浙江奉化人，教授，博士生导师，从事软黏土力学和土动力学的研究。E-mail: wlzzju@163.com。

Rotational hardening law of K_0 consolidated structured soft clays

WANG Li-zhong[1]，SHEN Kai-lun[2]

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. Zhejiang Zhefeng Engineering Consultation Co., Ltd. , Hangzhou 310012, China)

Abstract: Anisotropic plasticity and structure, together with their evolution laws were considered based on Wheeler's S-CLAY1 model. The traditional constitutive model was developed to fit for K_0 consolidated structured soft clays, consistent with the author's previous works. The rotational limit line was introduced to the rotational hardening law and a parameter b was added to the model to reflect the evolution of anisotropy. The effect of rotational hardening on the behavior of K_0 consolidated structured soft clays was analyzed and the initial value of anisotropic parameter could be obtained from the common laboratory tests. Two typical soft clays, Whenzhou clay and Bothkennar clay, were chosen to be calculated under tiaxial conditions. The importance of the rotational behavior of yield surface was indicated by the comparison of the calculated and tested results. At the same time the method to obtain the parameter b as well as its range was also dicussed.

Key words: natural soft clay; structure; K_0 consolidation; anisotropic plasticity; rotational hardening

0 前 言

对土的各向异性的研究早在1944年已经开始，Casagrande等提出黏性土具有各向异性，并将各向异性分为固有各向异性（Inherent anisotropy）和诱发各向异性（Induced anisotropy）两种类型。固有各向异性是指天然土层在沉积和固结过程中，土颗粒及结构单元形成一定的排列方式，是材料固有的物理特性，近期研究表明固有各向异性对砂土或粉土等粗颗粒土有较大的影响。诱发各向异性是由于现场土层中垂直方向与水平方向的固结压力不等而引起的各向异性，对于软黏土一般认为诱发各向异性起主要作用。Ohta等[1]（1985）和姜洪伟等[2]（1996）认为正常固结或轻微超固结黏土不排水强度的各向异性主要是应力诱发的各向异性，固有各向异性的影响相对较小。本文主要研究应力诱发的各向异性及其演化规律。

关口－太田模型（Sekiguchi和Ohta[3]，1977）是较早考虑各向异性的本构模型，该模型在传统塑性理论的基础上，采用塑性体积应变硬化规律和相关联流动规则，提出了考虑初始应力诱发各向异性的本构方程。Wheeler等[4]（2003）和Nakano等[5]（2005）为

基金项目：国家自然科学基金资助项目（50779061）

收稿日期：2007－04－09

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

了模拟天然土体初始屈服面为一个倾斜椭圆的现象，在修正剑桥模型的基础上调整了屈服面方程，考虑了 K_0 固结引起的诱发各向异性及其在加载过程中的演变规律。对于各向异性演变机理、演变内变量选取以及旋转方向等旋转硬化的基本问题，国内外主要有以下一些研究成果：

（1）Hashiguchi 等[6]（1998）的旋转硬化规律：这个模型对于旋转硬化的考虑体现在边界面的转动上。该模型所采用的旋转硬化规律沿用了 Sekiguchi 等（1977）本构模型的屈服面形式，假定 $p'-q$ 应力平面上初始正常固结线 NCL 与 K_0 线重合，这与许多软黏土的试验结果不符，从而导致相应旋转硬化规律的不准确；同时认为旋转硬化只和塑性剪切应变相关，而忽视了塑性体积应变的影响。

（2）Hueckel 等[7]（1994）和 Gajo 等[8]（2001）的旋转硬化规律：Hueckel 等建立的塑性各向异性本构模型中，所采用的屈服面在 $p'-q$ 应力平面上也是一个倾斜的椭圆屈服面；此后 Gajo 和 Wood 建立的运动硬化模型中又引入了 Hueckel 等关于旋转硬化的思想。两者的各向异性本构模型都采用了指数形式的旋转硬化方程，但对于各向异性演变内变量的认识有所不同：前者认为旋转硬化只和塑性剪切应变有关，后者认为旋转硬化和塑性剪切应变及体积应变均相关。两者均未对旋转的范围作出明确界定。

（3）Whittle[9]（1993）MIT-E3 模型的旋转硬化规律：MIT-E3 模型是一个典型的边界面模型，该模型采用的屈服面（边界面）与 Hashiguchi 等（1998）模型中的正常屈服面类似，为一个过应力原点的倾斜椭圆。MIT-E3 模型认为屈服面的旋转硬化只和塑性体积应变相关，而忽视了塑性剪切应变的影响，这与许多模型重点着重考虑塑性剪切应变对旋转硬化的观点不一致。

（4）Wheeler 等[4]（2003）的旋转硬化规律：S-CLAY1 模型考虑了 K_0 固结诱发的各向异性，并根据固结后不同应力路径加载试验结果构造了各向异性的演化方程，综合考虑了塑性体积应变和塑性剪切应变的综合影响，并在一定程度上给出了其理论推导依据和试验佐证，能较好地体现软黏土旋转硬化的特征。该模型在给出屈服面旋转最终状态时，依据的 Otaniemi 软黏土应力路径试验的屈服点较少，也缺乏理论依据。此外旋转硬化规律在三轴拉伸情况下试验点和理论曲线偏差较大。

在研究以上各种软黏土本构模型的旋转硬化规律的基础上，在 K_0 固结软黏土本构模型[10]框架下进一步研究软黏土的旋转硬化规律，借鉴 Kobayashi 和 Soga 等[11]（2003）各向异性模型研究成果构建与模型相适应的旋转硬化方程，考虑塑性体积应变和塑性剪切应变对软黏土塑性各向异性演化的综合影响。然后针对温州软黏土设计特定的应力路径三轴试验，同时结合 Bothkennar 软黏土的试验成果[12-13]对旋转硬化参数的取值方法作了探讨。

1 考虑旋转硬化的软黏土的屈服面

关于 K_0 固结结构性软黏土的本构模型，文献[10]中已有详细描述，模型选取 Wheeler 等（2003）S-CLAY1 模型建议的屈服面形状，同时引入对天然软黏土结构性的描述，构建了次加载/超加载屈服面模型。着重于探讨软黏土的结构性及其演化规律，暂时不考虑椭圆屈服面的旋转，即假定 $p'-q$ 应力平面上正常固结线 NCL 的倾角保持其初始值 θ_n 不变。在此基础上，进一步对模型中的旋转硬化规律展开讨论，并结合温州软黏土试验成果和 Bothkennar 软黏土试验资料应用模型对特定应力路径下土体的应力应变关系进行模拟。通过对比试验和计算曲线，发现对三轴排水压缩试验，模型考虑或不考虑屈服面旋转的模拟结果均较好，而其他加载路径尤其是三轴拉伸情况的模拟尚需进一步考虑屈服面绕应力原点的旋转硬化，方能使计算结果更为合理准确。

在原有本构模型基础上，进一步考虑旋转硬化对软黏土应力应变关系的影响，次加载屈服面（当前应力所在屈服面）方程表述为

$$f\left(p',q,p_c'^{*},\alpha,R^{*},R\right)=0=\ln\left(\frac{p'}{p_c'^{*}}\right)+\ln\frac{M^2-\alpha^2\eta_{K_{0nc}}^2+\left(\frac{q}{p'}-\alpha\eta_{K_{0nc}}\right)^2}{M^2-\alpha^2\eta_{K_{0nc}}^2}+\ln R^{*}-\ln R \quad 。(1)$$

式中包含了对结构性和 K_0 固结诱发的各向异性的考虑，其中与结构性相关的 R，R^{*}等参数意义详见文献[10]，此处不再赘述。$p'-q$ 应力平面上正常固结线 NCL 的斜率为 $\alpha\eta_{K_{0nc}}$，其初始值 $\alpha_0\eta_{K_{0nc}}$ 与文献[10]本构模型中的 $\tan\theta_n$ 对应。所不同的是，本文中 $\alpha\eta_{K_{0nc}}$ 不再像 $\tan\theta_n$ 那样为一个常数，其中 α 为 $p'-q$ 应力平面上正常固结线 NCL 与 K_0 线的斜率比值，表征了椭圆屈服面的倾斜程度，可以此来研究椭圆屈服面在加载过程中的旋转规律。α 初始值 α_0 的取值与文献 [10] 本构模型一致为

$$\alpha_0=\frac{\eta_{K_{0nc}}^2+3\eta_{K_{0nc}}-M}{3\eta_{K_{0nc}}} \quad 。 \tag{2}$$

次加载屈服面方程微分形式即一致性条件为

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\frac{\partial f}{\partial p'}\delta p'+\frac{\partial f}{\partial q}\delta q+\frac{\partial f}{\partial p'_{\mathrm{c}}}\delta q'^{*}_{\mathrm{c}}+\frac{\partial f}{\partial \alpha}\delta\alpha+\frac{\partial f}{\partial R^{*}}\delta R^{*}+\frac{\partial f}{\partial R}\delta R=0 \quad 。 \tag{3}$$

本构模型中包含了三类演化规律：硬化规律、结构性演化规律和各向异性演化规律。其中硬化规律、结构性演化规律，即式（3）中第五、第六两项已在文献[10]中有所阐述，本文着重分析各向异性的演化即式（3）中第四项的内容，研究屈服面旋转对土体应力应变性状的影响。

2　旋转硬化规律研究

软黏土天然的各向异性和结构性及其在土体受力变形过程中的演变通常是相互影响密不可分的，Kobayashi 和 Soga 等[11]（2003）在 Sekiguchi 和 Ohta（1977）模型的基础上加入了旋转硬化规律，解释了各向异性演化和结构性演化的相互关系，如图 1 所示。该模型的基本观点为：各向异性的增加伴随着土体结构性的加强，相反各向异性的减小（趋于各向同性）则对应土体结构性的丧失。模型假设土体的各向异性、结构性的形成和消失过程如图 1 所示：土体沉积前是各向同性体，土颗粒排列是杂乱无章的，也不存在结构性；在不等向的天然固结应力作用下，土颗粒排列逐渐呈现出的方向性，形成土体的各向异性，同时结构性也增强；此后在土体剪切过程中，土颗粒有序的排列结构遭到破坏直至最后又趋于杂乱排列的形式，土体各向异性消失，同时结构性也逐渐丧失。

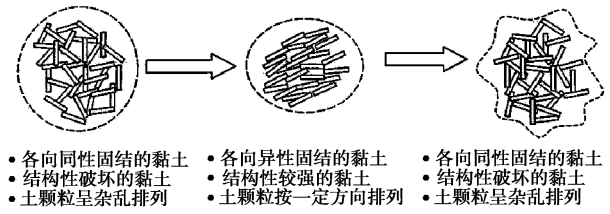


图 1　土体结构性和各向异性演变示意图

Fig.1 Evolution of soil structure and anisotropy

在基于以上基本理论构建数学模型时，该模型屈服面在 $p'-q$ 应力平面上与原始剑桥模型与 Sekiguchi 和 Ohta（1977）模型一致，采用倾斜的子弹头形屈服面如图 2 所示，不同的是 Kobayashi 和 Soga 等不再认为 NCL 始终与 K_0 线一致，而是一条可以绕原点旋转的直线。在三维应力空间中，该模型中以 $\boldsymbol{\alpha}$ 为旋转硬化演变矢量，表征了子弹头形屈服面的相对于等应力线的倾斜程度。所构造的旋转硬化规律须满足以下假设：当$\|\boldsymbol{\eta}\|\le M-M'$时，$\boldsymbol{\alpha}$ 最终趋近于 $\boldsymbol{\eta}$，此时结构性和各向异性均增加，M'为旋转极限参数；当$\|\boldsymbol{\eta}\|>M-M'$时，$\boldsymbol{\alpha}$ 最终趋近于 0，此时结构性和各向异性均减小直至完全丧失，模型逐渐退化到原始剑桥模型。反映在 $p'-q$ 应力平面上（以 $\boldsymbol{\eta}>0$ 三轴压缩为例）该模型以旋转边界线 RLL（Rotational limit line）区分屈服面的旋转方向，图 2 中直线的上方对应$\|\boldsymbol{\eta}\|>M-M'$的情况，直线下方对应$\|\boldsymbol{\eta}\|\le M-M'$的情况。此外，该模型认为屈服面的旋转只与塑性剪切应变相关，忽视了塑性体积应变的影响。

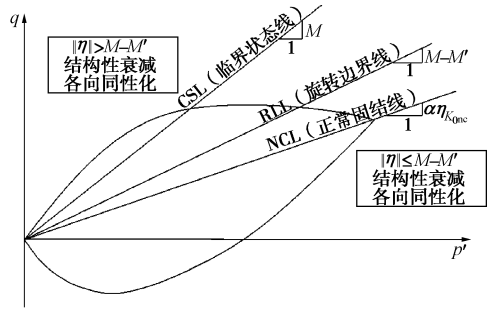


图 2　各向异性模型屈服面和旋转硬化规律

Fig. 2 Yield surface and rotational hardening of anisotropic model

在构造旋转硬化规律时，模型主要参考了 Kobayashi 和 Soga 等（2003）各向异性模型的旋转硬化规律，同时借用了 Wheeler 等（2003）S-CLAY1 模型的一些方法。在 $p'-q$ 应力平面中，以 $\boldsymbol{\alpha}$ 作为旋转硬化变量，$\boldsymbol{\alpha}\eta_{K_{0nc}}$ 为倾斜椭圆屈服面 NCL 的斜率，该斜率随着 $\boldsymbol{\alpha}$ 的演变而变化。在构造旋转硬化规律时，结合 Kobayashi 和 Soga 等（2003）模型和 Wheeler 等（2003）模型的优点，作了以下一些假设：

（1）椭圆屈服面的旋转与塑性体积变形和塑性剪切变形都相关，旋转硬化变量的增量 $\delta\boldsymbol{\alpha}$ 是塑性体积应变增量 $\delta\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}$ 和塑性剪切应变增量 $\delta\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}$ 的函数。

（2）塑性体积变形的增加将导致定向排列的土颗粒趋于杂乱排列，从而导致各向异性的减小，最终趋向于各向同性的特征。

（3）塑性剪切变形对土体各向异性演变的影响因加载应力路径的不同而异，存在一个旋转极限面 RLS（Rotational limit surface，表现在 $p'-q$ 应力平面中为两条过原点的射线 RLL），在 RLS 内土体各向异性演变取决于应力路径的方向，而在 RLS 以外由于剪切作用明显，导致原先定向排列的土颗粒的又趋于杂乱排列，各向异性逐渐消失。

（4）同一种土质不同深度的 K_0 系数相同，即对于 K_0 固结后保持应力比不变，即 $\boldsymbol{\eta}=\boldsymbol{\eta}_{K_{0nc}}$ 继续加压的情况，$\boldsymbol{\alpha}$ 保持其初始值 $\boldsymbol{\alpha}_0$ 不变。根据以上假设，构造了以下旋转硬化方程：

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\delta\boldsymbol{\alpha}=b\left\{\left[(\beta_{\mathrm{s}}+|\beta_{\mathrm{s}}|)\frac{\boldsymbol{\eta}}{\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}}-2|\beta_{\mathrm{s}}|\boldsymbol{\alpha}\right]\left|\delta\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}\right|+r(2|\beta_{\mathrm{s}}|)(-\boldsymbol{\alpha})\left\langle\delta\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}\right\rangle\right\}。\tag{4}$$

式中 b 为旋转硬化参数，表征椭圆屈服面旋转的速率；r 的意义同 Wheeler 等（2003）S-CLAY1 模型，表征了塑性体积应变和塑性剪切应变对旋转硬化影响程度的相对大小；β_{s} 为确定 RLL 的函数，

$$\beta_{\mathrm{s}}=\left|M-\left|\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}\right|\right|-|\boldsymbol{\eta}|\quad 。\tag{5}$$

令 β_{s}=0 即可得到 RLL 的方程，本文模型屈服面以及 RLL 和 CSL、NCL 的关系如图 3 所示（以 $\boldsymbol{\alpha}$>0 为例）。结合图 3 从 β_{s} 的表达式可见：当 $\beta_{\mathrm{s}}\geq 0$ 时，$-M+\left|\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}\right|\leq\boldsymbol{\eta}\leq M-\left|\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}\right|$，加载应力路径落于上下 RLL 之间的范围内，土体呈现各向异性化特征（Anisotropization），式（4）变为

$$\delta\boldsymbol{\alpha}=b\left\{\left[2\beta_{\mathrm{s}}\left(\frac{\boldsymbol{\eta}}{\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}}-\boldsymbol{\alpha}\right)\right]\left|\delta\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}\right|+r(-2\beta_{\mathrm{s}}\boldsymbol{\alpha})\left\langle\delta\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}\right\rangle\right\}。\tag{6}$$

此时若不考虑塑性体积应变的影响，随着塑性剪切应变的增加，易知 $\boldsymbol{\alpha}$ 的终值为 $\dfrac{\boldsymbol{\eta}}{\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}}$，即 NCL 的斜率 $\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$ 最终趋向于 $\boldsymbol{\eta}$，这与 Kobayashi 和 Soga 等（2003）各向异性模型的旋转硬化规律是一致的。

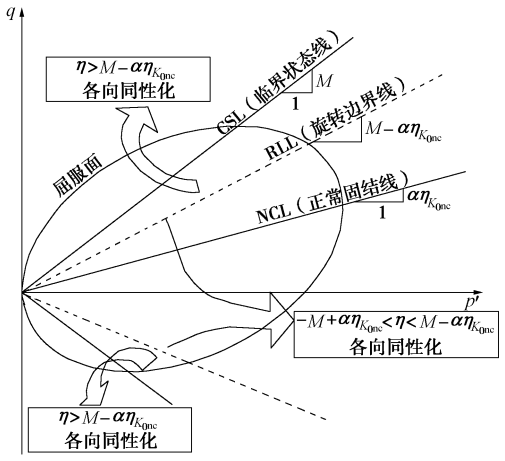


图 3 模型屈服面和旋转硬化规律

Fig. 3 Yield surface and rotational hardening law of model

当 β_{s}<0 时，$\boldsymbol{\eta}>M-\left|\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}\right|$ 或 $\boldsymbol{\eta}<-M+\left|\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}\right|$，加载应力路径落于上下 RLL 以外的范围，土体呈现各向同性化特征（Isotropization），式（4）变为

$$\delta\boldsymbol{\alpha}=b\left\{(2\beta_{\mathrm{s}}\boldsymbol{\alpha})\left|\delta\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}\right|+r(2\beta_{\mathrm{s}}\boldsymbol{\alpha})\left\langle\delta\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}\right\rangle\right\}\quad 。\tag{7}$$

同理，此时若不考虑塑性体积应变影响，随着塑性剪切应变的增加，易知 $\boldsymbol{\alpha}$ 的终值为 0，即 NCL 的斜率 $\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$ 最终趋向于 0，这与 Kobayashi 和 Soga 等（2003）各向异性模型的旋转硬化规律也是一致的。

由上文所述，Kobayashi 和 Soga 等（2003）各向异性模型的旋转硬化规律中认为屈服面的旋转只与塑性剪切应变相关，而忽视了塑性体积应变的影响；同时对于固结后继续加压 $\boldsymbol{\eta}=\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$ 情况，该硬化规则没有体现土体的各向异性不发生改变，即 NCL 的斜率 $\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$ 始终保持其初始值 $\boldsymbol{\alpha}_0\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$ 不变的特征。为此，本文模型在构建 $\boldsymbol{\alpha}$ 的演化方程的时候，参考 Wheeler 等（2003）S-CLAY1 模型的旋转硬化规律，引入了体积塑性变形对旋转硬化的影响如式（4）所示。通过选取一定的比例参数 r，可以使得本文模型的演化方程满足一维压缩 $\boldsymbol{\eta}=\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$ 的应力路径下 $\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$ 始终保持其初始值 $\boldsymbol{\alpha}_0\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$ 不变的的条件。以下说明比例参数 r 的推导过程。

对于本文模型的旋转硬化方程，各向异性演化的最终平衡状态下应有 $\delta\boldsymbol{\alpha}$=0。为满足一维压缩 $\boldsymbol{\eta}=\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$ 时 $\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}\equiv\boldsymbol{\alpha}_0\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$（即 $\boldsymbol{\alpha}\equiv\boldsymbol{\alpha}_0$）的条件，须有 $\delta\boldsymbol{\alpha}\equiv 0$，根据各向异性演化方程式（6），参数 r 须满足以下方程（$\boldsymbol{\eta}=\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$ 时通常有 β_{s}>0）：

$$\left[\left(\frac{\boldsymbol{\eta}}{\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}}-\boldsymbol{\alpha}\right)\right]\delta\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}+r(-\boldsymbol{\alpha})\delta\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}=0\quad 。\tag{8}$$

再考虑一维压缩条件下的塑性应变比例关系：

$$\frac{\delta\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}}{\delta\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}}=\frac{2(\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}-\boldsymbol{\alpha}_0\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}})}{M_2-\boldsymbol{\eta}^2{}_{K_{0\mathrm{nc}}}}\quad 。\tag{9}$$

并将 $\boldsymbol{\eta}=\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$ 和 $\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{\alpha}_0$ 代入式（8）可得

$$r=\frac{2\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}(1-\boldsymbol{\alpha}_0)^2}{\boldsymbol{\alpha}_0(M^2-\boldsymbol{\eta}^2{}_{K_{0\mathrm{nc}}})}\quad 。\tag{10}$$

模型的旋转硬化规律与 Wheeler 等（2003）S-CLAY1 模型的旋转硬化规律的不同之处在于：引入了 RLL 的概念，限定了椭圆屈服面旋转的范围；RLL 范围以内塑性剪切应变对应的 $\boldsymbol{\alpha}$ 终值模型与 Kobayashi 和 Soga 等（2003）各向异性模型一致为 $\boldsymbol{\eta}/\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$，而非 S-CLAY1 模型的 $\boldsymbol{\eta}/3\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$；对于塑性体积变形对旋转硬化的影响，随着加载过程中塑性体积变形的增加，软黏土颗粒原有的定向排列的结构将逐渐趋于杂乱排列，呈现各向同性的特征，与此相应塑性体积变形对应的 $\boldsymbol{\alpha}$ 终值为 0，而不是 S-CLAY1 模型的 $3\boldsymbol{\eta}/4\boldsymbol{\eta}_{K_{0\mathrm{nc}}}$。

至此，旋转硬化规律已经确定，在模型参数方面，除了修正剑桥模型的 5 个基本参数 λ，κ，M（或 φ'），N（或 v_0）和 G'（或 ν）以外，增加了 6 个模型参数 K_0、屈服应力比 YSR（用以确定 R_0）和 m、灵敏度 S_{t}（用以确定 $R_0{}^*$）和 $\boldsymbol{a}$ 以及 b，其中 K_0，YSR 和 S_{t} 一般可通过简单的土工试验获得[10]，m，$\boldsymbol{a}$ 和 b 为演化参数，一般取正数，表征各自对应变量的演化速率。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 1 软黏土的计算参数

Table 1 Parameters of Wenzhou clay

w/%	G_s	w_L/%	w_P/%	I_P	I_L	S_t	ρ_0 /(g·cm^{-3})	σ'_{v0} /kPa	e_0	OCR	YSR
68.4	2.75	63.4	27.6	35.8	0.11	5.45	1.588	75.4	1.916	1.00	1.60
λ	κ	φ' /(°)	M	K_0	η_{K_0}	ν	R_0	m	R_0^*	a	b
0.345	0.051	28.8	1.15	0.550	0.643	0.3	0.625	10	0.183	0.7	290

对于结构性软黏土，文献[10]中已经对 m 和 a 的取值作了分析；增加考虑了结构性软黏土的旋转硬化，表现在本构模型参数方面只增加了一个表征旋转硬化速率的参数 b，以下结合室内三轴试验结果对其取值进行探讨。

3　典型软黏土三轴试验模拟

3.1　温州软黏土计算与试验结果对比

温州软黏土的各项物理力学参数和模型参数的取值如表 1 所示。选取了如图 4 所示的温州软黏土排水应力路径试验作了计算，图中 BCDθ，BEDθ 表示压缩、拉伸三轴应力路径，θ 为 $p'-q$ 平面直线加载路径的倾角。其中 BCD50 和 BCD15 应力路径与一维固结应力路径（BCD33）相比转折不明显；BED−33 和 BED−56 为典型的拉伸试验应力路径，其中 BED−56 为轴压不变围压不断增加的三轴试验，拉伸剪切作用较 BED−33 更为明显。

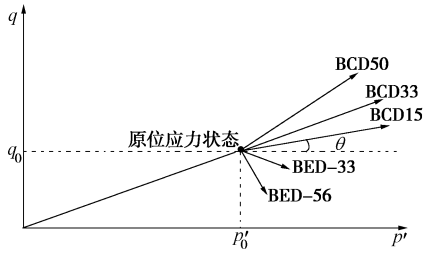
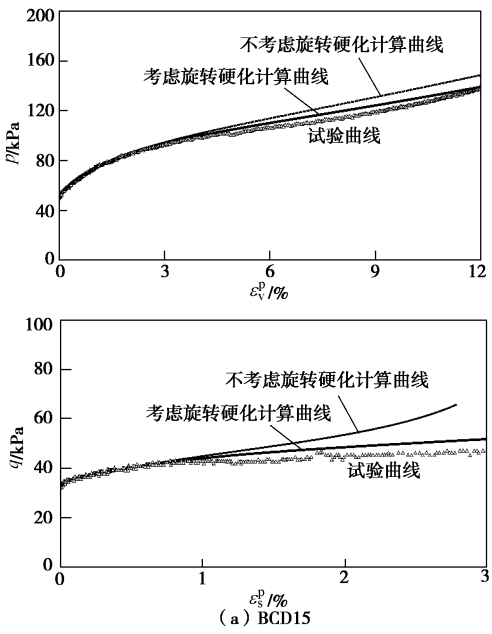


图 4 计算模拟的三轴试验应力路径

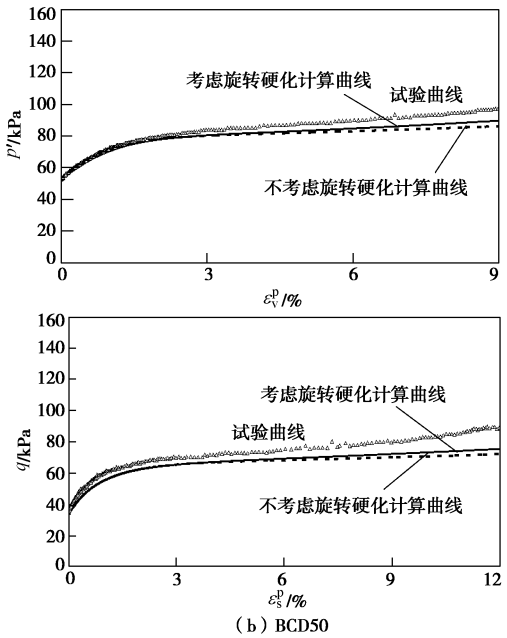
Fig. 4 Simulated triaxial stress path in calculation

对于 BCD33 试验 $\eta=\eta_{K_{0nc}}$ 的应力路径，根据旋转硬化规律，各向异性不应发生变化，α 为一恒定值 α_0，考虑旋转硬化与否并不影响模型计算结果。其他应力路径试验 BCD15，BCD50，BCD−33 和 BCD−56 的计算和试验结果如图 5 所示。

对于 BCD15 应力路径试验，考虑旋转硬化的计算结果比不考虑旋转硬化的计算结果更接近试验结果：不考虑旋转硬化将导致计算曲线明显向上偏离试验结果；而考虑了旋转硬化后屈服面随着加载过程进行向下（绕原点顺时针方向）旋转，导致计算曲线下移，从而更接近试验结果。对于 BCD50 应力路径试验，不考虑旋转硬化和考虑旋转硬化的计算曲线均向下偏离试验结果，两者相比差别不明显，总体上与试验结果均比较接近。可见由于 BCD15 和 BCD50 试验的应力路径转折程度都比较小，考虑旋转硬化的计算表现并不明显。



（a）BCD15



（b）BCD50

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

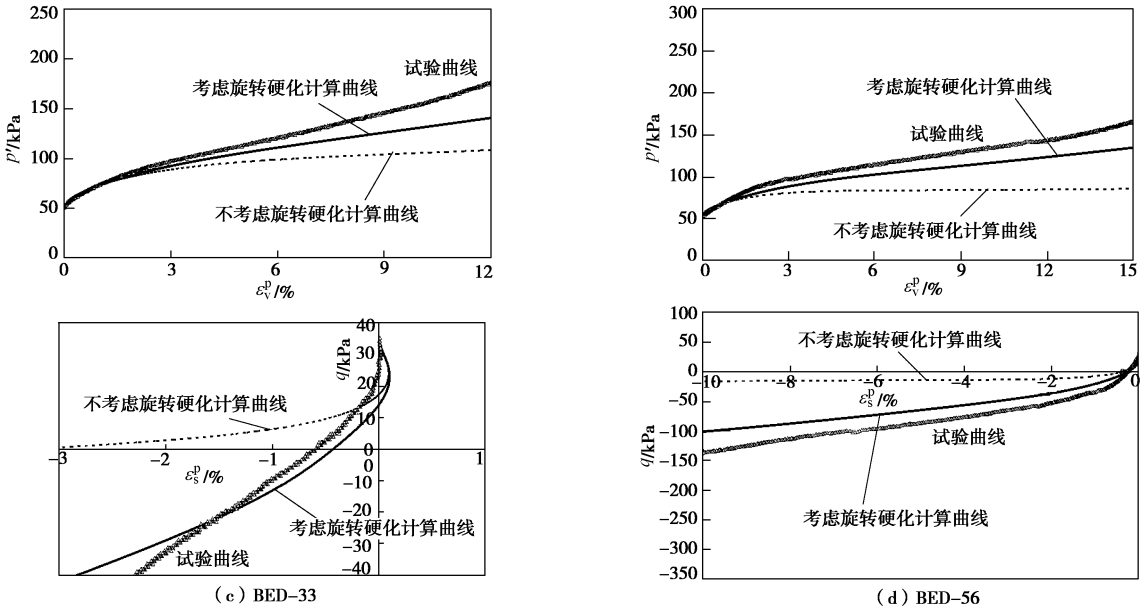


图 5 加载应力路径计算和试验曲线

Fig. 5 Calculated and observed results

对于 BCD-33 和 BCD-56 三轴拉伸的应力路径试验，不考虑旋转硬化将会导致计算塑性剪切应变绝对值过大，远远大于试验结果，尤其是剪切作用更为明显的 BCD-56 应力路径试验，同时计算所得塑性体积应变也偏大。考虑了旋转硬化之后，椭圆屈服面随塑性应变的增加而向下（绕原点顺时针方向）旋转，塑性剪切应变计算结果与试验较为接近，同时塑性体积应变的计算结果也好于不考虑旋转硬化的计算结果。

可见，对于像 BCD15，BCD50 这样的三轴压缩试验，由于其应力路径与 K_0 固结过程的应力路径较为接近，考虑旋转硬化对计算结果的影响相对较小，但其总体趋势是更接近试验结果。而对于 BCD-33 和 BCD-56 这样的三轴拉伸试验，由于其应力路径与 K_0 固结过程的应力路径相比有一个明显的转折，考虑旋转硬化对计算结果的影响很大。

上述试验旋转硬化变量 $\boldsymbol{\alpha}$ 和塑性应变 $\int\|\boldsymbol{D}^p\|$ 的关系曲线如图 6 所示。由 $\boldsymbol{\alpha}$ 的变化曲线可明显看到：对于 BCD50 应力路径，由图 6（d）所示，起始加压阶段各向异性略微增强 $\boldsymbol{\alpha}$ 值增大，随着剪切作用增强应力路径越过旋转边界线 RLL，各向异性变化方向发生转变，$\boldsymbol{\alpha}$ 值持续减小最后趋向于 0；对于 BCD15 应力路径，由于应力状态始终在上下 RLL 范围之内，各向异性的变化主要受应力路径控制，由图 6（b）所示，$\boldsymbol{\alpha}$ 值持续减小并最终趋向 $\boldsymbol{\eta}/\boldsymbol{\eta}_{K_{0nc}}$；BCD-33 力路径下情况与 BCD15 相似，$\boldsymbol{\alpha}$ 值持续减小并最终趋向 $\boldsymbol{\eta}/\boldsymbol{\eta}_{K_{0nc}}$，所不同的是两者的 $\boldsymbol{\eta}$ 分别为正、负值；BCD-56 应力路径下情况与 BCD50 相似，各向异性的变化方向在加压过程中发生转变，$\boldsymbol{\alpha}$ 值先减小后增大并最后趋向于 0。此外，由图 6 中同一应力路径下考虑和不考虑旋转硬化两种情况下结构性参数 R 和 R^* 的演化曲线的对比可见，两者差异不大，说明对于本文模型旋转硬化对结构性演化的影响并不明显。

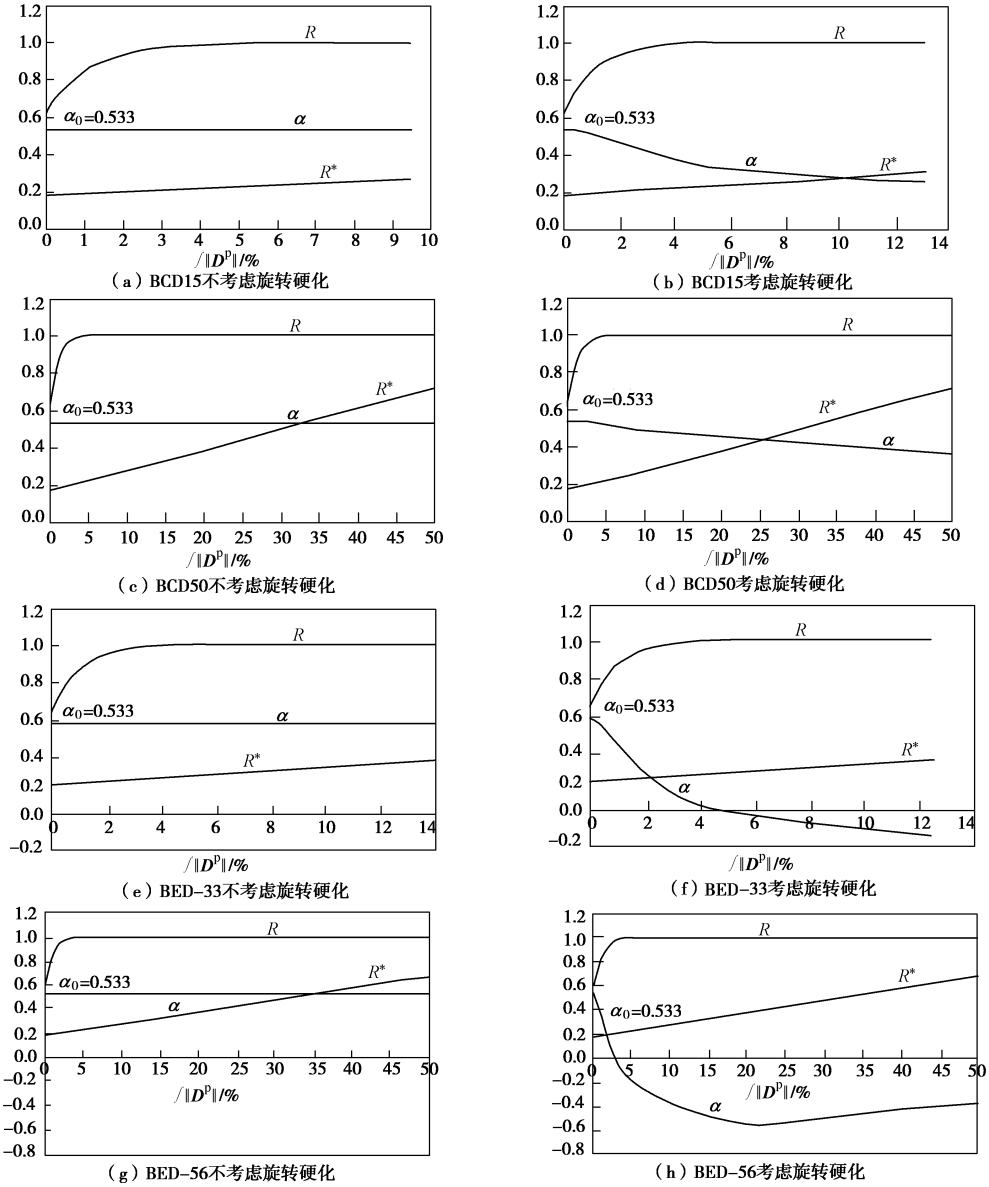
3.2 Bothkennar 软黏土计算与试验结果对比

Bothkennar 软黏土的各项物理力学参数和模型参数的取值如表 2 所示。与温州软黏土相似，Bothkennar 软黏土应力路径试验中，LCD30 试验的应力路径大致沿 K_0 线行进，因此各向异性理论上基本不发生大的变化，本文计算结果与不考虑旋转硬化的计算结果相同。为验证旋转硬化的影响，此处选取了典型的三轴压缩试验 LCD55 和三轴拉伸试验 LCD315（也可表示为 LCD-45）作了计算与试验结果对比，并与不考虑旋转硬化的计算结果也进行了比较，如图 7 所示。

对于 LCD55 三轴压缩应力路径试验，不考虑旋转硬化和考虑旋转硬化的计算曲线均向下偏离试验结果，两者相比考虑旋转硬化的计算曲线与试验结果更为接近。对于 LCD315 三轴拉伸应力路径试验，与上述温州软黏土计算结果相似，不考虑旋转硬化将会导致计算塑性剪切应变绝对值过大，远远大于试验结果，同时计算所得塑性体积应变也偏大。考虑了旋转硬化之后，塑性剪切应变和塑性体积应变的计算结果与试验较为接近，明显好于不考虑旋转硬化的计算结果。

与温州软黏土计算结果相似，对于像 LCD55 这样的三轴压缩试验，由于其应力路径与 K_0 固结过程的应力路径较为接近，考虑旋转硬化对计算结果的影响相对较小，但总体趋势是更接近试验结果。对于 LCD315（LCD-45）这样的三轴拉伸试验，由于其应力路径与 K_0 固结过程的应力路径相比有一个明显的转折，考虑旋转硬化对计算结果的影响很大。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



（a）BCD15不考虑旋转硬化　（b）BCD15考虑旋转硬化

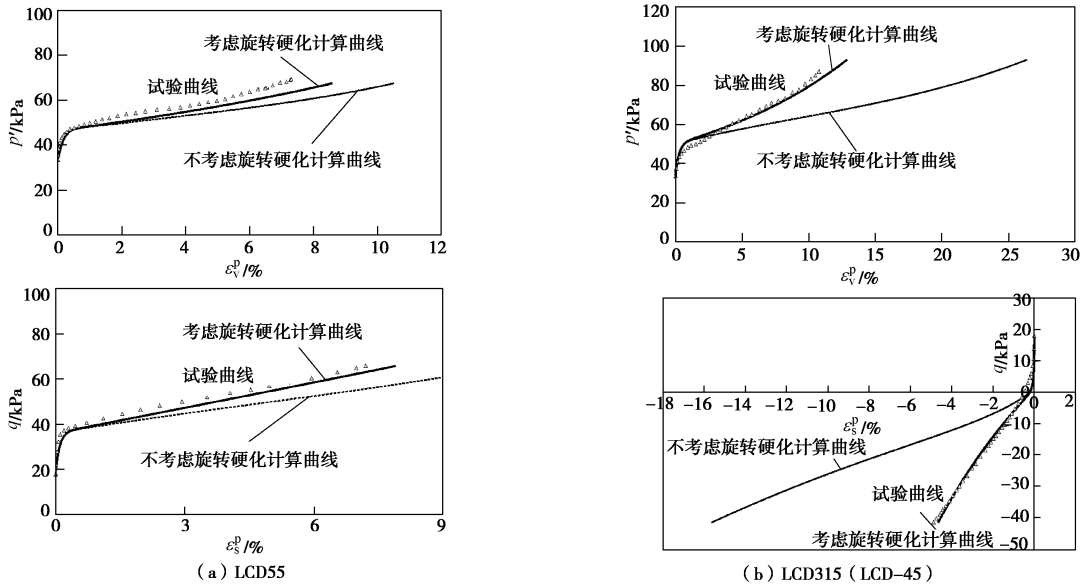
（c）BCD50不考虑旋转硬化　（d）BCD50考虑旋转硬化

（e）BED–33不考虑旋转硬化　（f）BED–33考虑旋转硬化

（g）BED–56不考虑旋转硬化　（h）BED–56考虑旋转硬化

图 6 不同应力路径下 α，R，R^* 与塑性应变关系曲线

Fig. 6 α, R, R^* and plastic strain in different stress path



（a）LCD55　（b）LCD315（LCD–45）

图 7 加载应力路径计算和试验曲线

Fig. 7 Calculated and observed results

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 2 Bothkennar 软黏土的计算参数

Table 2 Parameters of Bothkennar clay

w/%	G_s	w_L/%	w_p/%	I_p	I_L	S_t	ρ_0 /(g·cm^{-3})	σ'_{v0} /kPa	e_0	OCR	YSR
70.0	2.65	80.0	31.0	49.0	0.008	7.3	1.59	46	1.83	1.25	1.50
λ	κ	φ' /(°)	M	K_0	η_{K_0}	ν	R_0	m	R_0^*	a	b
0.181	0.025	34	1.38	0.61	0.529	0.3	0.67	40	0.14	0.7	10.0

4 讨 论

（1）旋转硬化参数 b 的确定

为了建立对演化参数 b 取值的初步认识，选取了温州软黏土应力路径试验中的 BED−15 试验作了分析。BED−15 应力路径试验以体积应变为主，其加载应力路径如图 8 所示，先由应力原点固结到原位应力，然后沿水平向下 15° 的直线应力路径排水加载，当 p' 约为 180 kPa 时，剪应力 q=0 kPa。温州软黏土旋转硬化试验研究表明，p'=160 kPa，q=0 kPa 时屈服面基本呈现各向同性性状，在本文模型中，应体现为旋转硬化变量 α 逐渐由初始值 α_0 =0.533 减小到接近于 0。因此，对于相近的 BED−15 应力路径试验，当应力路径从原位应力逐渐加载到 p'=180kPa，q=0 kPa 时，也应体现出 α 逐渐由初始值 α_0 减小到接近于 0 的特征。

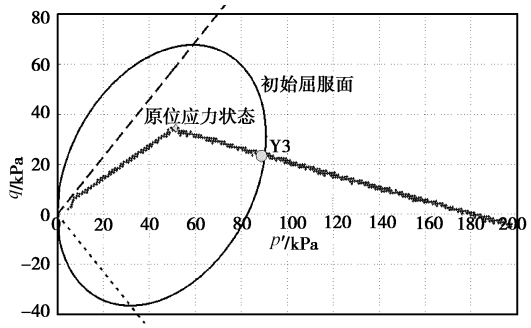


图 8 温州软黏土 BED−15 试验的应力路径图

Fig. 8 Stress path in tests on BED−15 of Wenzhou clay

为此，对 BED−15 应力路径试验作了计算，计算中考虑了旋转硬化的影响，为考察参数 b 的取值，对不同 b 值下旋转硬化变量 α 的演化（$\alpha-\varepsilon_v^p$ 关系曲线）作了对比分析，如图 9 所示。由 BED−15 应力路径试验结果，当 p'=180 kPa，q=0 kPa 时土体的剪切应变很小（约为 0.55%），变形主要表现为体积应变，其值约为 13%（对应位置标注于图中），此时旋转硬化变量 α 的值应接近于 0。考察 b=5，10，29，50 的情况，发现对于温州软黏土，b=29 和 50 的情况比较符合旋转硬化规律，b=5 和 10 偏小。此后，与研究结构性演化速率参数 m 和 α 一样，在上述 b 的大致取值范围内，通过不断试算该应力路径下的应力应变关系曲线，并与试验结果对比，通过反分析拟合的方法最终获得温州软黏土的 b 值为 29，如图 9 中粗实线所示。

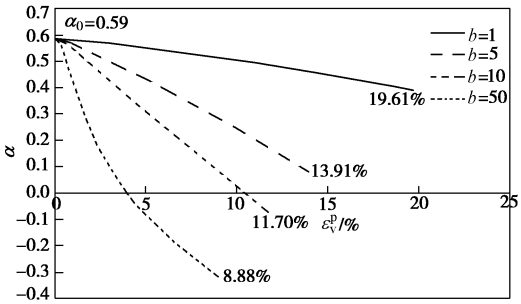


图 9 温州软黏土 BED−15 试验 α 的演化

Fig. 9 Evolution of α in tests on BED−15 of Wenzhou clay

与温州软黏土相应参数的确定方法相似，为了建立对 Bothkennar 软黏土演化参数 b 取值的初步认识，选取了 LCD315（即 LCD−45）应力路径试验作了分析，其加载应力路径如图 10 所示，固结到原位应力后沿水平向下 45° 的直线应力路径排水加载。该应力路径下根据本文模型采用的旋转硬化规律，三轴拉伸应力路径应引起屈服面的反向旋转，即旋转硬化变量 α 由初始值 α_0 =0.59 开始逐渐减小，直到最后 α 为一负值。

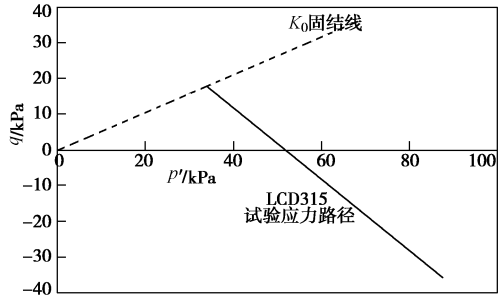


图 10 Bothkennar 软黏土 LCD315 试验的应力路径

Fig. 10 Stress path in tests on LCD315 of Bothkennar clay

对 Bothkennar 软黏土 LCD315 应力路径试验作了计算，计算中考虑了旋转硬化的影响，为考察参数 b 的取值，对不同 b 值下旋转硬化变量 α 的演化作了对比分析，如图 11 所示。由 LCD315 应力路径试验结果，当加载到终点时土体的剪切应变相对（约为−5%），变形主要表现为体积应变，其值约为 11%，此时旋转硬化变量 α 的值应为负值。考察 b=1，5，10，50 的情

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

况，发现对于 Bothkennar 软黏土，b=10 和 50 的情况比较符合旋转旋转硬化规律，加载应力路径终点 α 为负值；b=1 和 5 偏小，加载应力路径终点 α 仍为正值。由于 LCD315 应力路径试验当 q=0 时 p'≈52 kPa，约为原位应力 p'_0=34 kPa 的 1.5 倍（上述温州软黏土 BED15 应力路径试验该比值为 3 倍），该应力状态下土体的各向同性化趋势不如温州软黏土 BED15 应力路径试验明显。在 b 的大致取值范围内通过不断试算 LCD315 试验的应力应变关系曲线，并与试验结果对比，通过反分析拟合的方法最终获得 Bothkennar 软黏土的 b 值为 10，如图 11 中粗实线所示。为作比较各 b 值对应的最终体积应变计算结果也标于中各曲线的末端，可见 b=10 的计算结果（11.7%）与试验结果 11%最为接近。

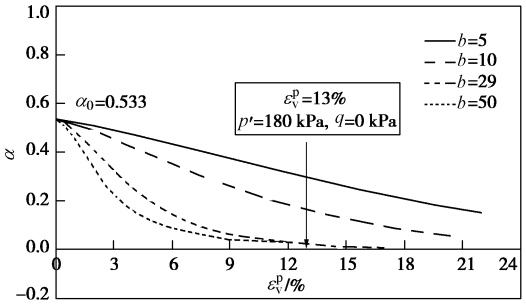


图 11　Bothkennar 软黏土 LCD315 试验 α 的演化

Fig. 11 Evolution of α in tests on LCD315 of Bothkennar clay

当然，对于不同土质，b 的取值略有不同，就软黏土而言，建议 b 的取值为 b=10～50。

（2）屈服面旋转对塑性应变计算的影响

对于考虑了 K_0 固结诱发的土体各向异性，从而采用倾斜屈服面代替传统模型中关于 p'轴对称屈服面的情形，考虑排水加载过程中屈服面的旋转是必须的，否则将导致计算结果与试验结果的偏差，尤其是当模型应用于三轴拉伸应力路径试验模拟的情况将导致模型模拟失效。

以温州软黏土 BCD−33 应力路径试验为例，不考虑旋转硬化和考虑旋转硬化对应的后继屈服面分别如图 12 中 A，B 所示。从 A，B 后继屈服面形状对比可以看出，由于考虑了旋转硬化，后继屈服面 B 倾斜程度小于不考虑旋转硬化的后继屈服面 A，从而导致两者在相同应力点的应变增量方向不同。考虑旋转硬化的后继屈服面 B 对应的塑性应变增量方向更偏于逆时针方向，其塑性剪切应变的增长速率小于不考虑旋转硬化的情况，从而避免了计算所得塑性剪切应变过大的现象。

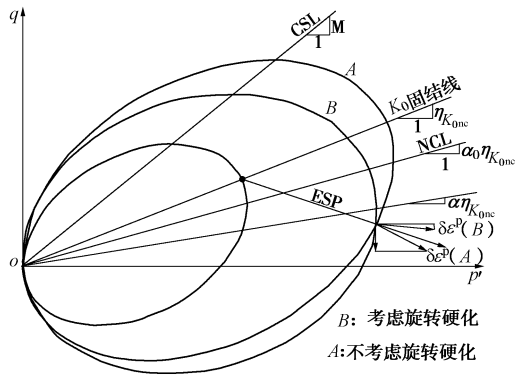


图 12　BED−33 加载应力路径屈服面旋转与塑性应变增量

Fig. 12 Rotation of yield surface and plastic strain increment in stress probe tests on BED−33

5　结　　论

针对 K_0 固结结构性软黏土分析塑性各向异性的演化规律，得到了以下一些结论：

（1）基于 Wheeler 等 S-CLAY1 模型，借鉴次加载/超加载屈服面模型理论，同时通过引入旋转硬化方程，使模型屈服面形状及其旋转情况更符合软黏土的三轴试验结果。不考虑旋转硬化时，模型对 p'－q 平面上三轴排水压缩试验模拟结果较好，而其他加载路径尤其是三轴拉伸情况的模拟在进一步考虑屈服面绕应力原点的旋转硬化后，计算结果更为合理准确。

（2）用旋转硬化变量 α 的演化方程来描述屈服面的旋转性状，在构造演化方程时以 Kobayashi 和 Soga 等（2003）各向异性模型的旋转硬化规律为基础，同时参考了 Wheeler 等（2003）模型的旋转硬化规律，考虑了塑性剪切应变和塑性体积对屈服面旋转的综合影响。根据软黏土的基本特性从机理上阐述了旋转硬化变量 α 平衡状态渐进值的取值方法，认为随着塑性体积应变的增大各向异性逐渐消失，而随着塑性剪切应变的增大则由旋转极限曲线 RLL 区分 α 的演变行为。通过改进 Wheeler 等（2003）模型旋转硬化方程，以 RLL 分两个区间分别确定 α 平衡状态下的渐进值，体现了当塑性剪切变形较大直至剪切破坏时土体趋于各向同性的性状。

（3）本文考虑旋转硬化的计算曲线相对与不考虑旋转硬化的情况更符合试验结果，对于 K_0 固结线附近三轴压缩情况下的加载应力路径两种方法差别不大，但对于三轴拉伸情况的加载应力路径而言，不考虑旋转硬化将带来较大的计算误差，所得剪切应变明显较试验结果偏大。可见，对于天然 K_0 固结的软黏土

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

考虑旋转硬化是必要的。

参考文献：

[1] OHTA H, NISHIHARA A. Anisotropy of undrained shear strength of clays under axi-symmetric loading conditions[J]. Soils and Foundations, 1985, **25**(2): 78 – 86.

[2] 姜洪伟， 张保良, 袁聚云, 等. 上海软黏土的屈服函数[J]. 同济大学学报, 1996, **24**(4): 422 – 426. (JIANG Hong-wei, ZHANG Bao-liang, YUAN Ju-yun, et al. Yield function of Shanghai soft clay[J]. Journal of Tongji University, 1996, **24**(4): 422 – 426. (in Chinese))

[3] SEKIGUCHI A N, OHTA H. Induced anisotropy and time dependency in clays[C]// Proc 9th ICSMFE, Tokyo. 1977, **2**: 229 – 238.

[4] WHEELER S J, NAATANEN A, KARSTUNEN M, LOJANDER M. An anisotropic elastoplastic model for soft clays[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, **40**: 403 – 418.

[5] NAKANO M, NAKAI K, NODA T, ASAOKA A. Simulation of shear and one-dimentional compression behabior of naturally deposited clays by super/subloading yield surface Cam-clay model[J]. Soils and Foundations, 2005, **45**(1): 141 – 151.

[6] HASHIGUCHI K. Two- and three-surface models of plasticity[C]// Proc 5th Int Conf Numerical Methods Geomechanics, Nagoya, 1985: 125 – 134.

[7] HUECKEL T, TUTUMLUER E. Modeling of elastic anisotropy due to one-dimentional plastic consolidation of clays[J]. Computers and Geotechnics, 1994, **16**: 311 – 349.

[8] GAJO A, WOOD M. A new approach anisotropic,bounding surface plasticity:general formulation and simulations of natural and reconstituted clay behaviour[J]. Int J Numer Anal Meth Geomech, 2001, **25**: 207 – 241.

[9] WHITTLE A J. Evaluation of a constitutive model for overconsolidated clay[J]. Geotechnique, 1993, **43**(2): 289 – 313.

[10] 王立忠, 沈恺伦. K_0 固结结构性软黏土的本构模型[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(4): 496 – 504. (WANG Li-zhong, SHEN Kai-lun. A constitutive model of K_0 consolidated structured soft clays[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(4): 496 – 504. (in Chinese))

[11] KOBAYASHI I, SOGA K, IIZUKA A, OHTA H. Numerical Interpretation of a shape of yield surface obtained from stress probe tests[J]. Soils and Foundations, 2003, **43**(3): 93 – 103.

[12] SMITH P R, HIGHT D W. The yielding of Bothkennar clay[J]. Geotechnique, 1992, **42**(2): 257 – 274.

[13] HIGHT D W, BOND A J, LEGGE J D. Characterization of the Bothkennar clay: an overview[J]. Geotechnique, 1992, **42**(2): 303 – 347.

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net