



煤矿开采中的岩层应力分布与变形移动的 DDA 模拟

鞠 杨, 左建平, 宋振铎, 田鹭璐, 周宏伟

(1. 中国矿业大学煤炭资源与安全开采国家重点实验室, 北京 100083; 2. 北京市岩石混凝土破坏力学重点实验室, 北京 100083)

摘 要:应用 DDA 数值方法模拟分析了深部煤矿开采中上覆岩层的应力场变化和变形移动规律, 并与相似物理模型试验进行了对比。结果表明: DDA 法可以有效地模拟出上覆岩层的应力场变化趋势和变化范围、不连续块体的变形和位移、岩层垮落和“离层”现象。数值模拟结果与模型实验结果相吻合。

关键词:非连续变形分析(DDA); 应力; 变形移动; 岩层; 数值模拟; 深部开采

中图分类号: TU457

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2007)02-0268-06

作者简介:鞠 杨(1967-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩石混凝土损伤破坏力学与数值模拟研究工作。

E-mail: juy@cumt.edu.cn.

Numerical simulation of stress distribution and displacement of rock strata of coal mines by means of DDA method

JU Yang, ZUO Jian-ping, SONG Zhen-duo, TIAN Lu-lu, ZHOU Hong-wei

(1. State Key Laboratory of Coal Resources and Safety Mining, China University of Mining & Technology, Beijing 100083, China;

2. Beijing Laboratory of Fracture and Damage Mechanics of Rock and Concrete, Beijing 100083, China)

Abstract: The discontinuous deformation analysis method (DDA) was employed to numerically simulate the stress distribution and deformation of rock strata during the excavation in a coal mine. In order to verify the efficiency of simulation, the numerical results were compared with those of a modeling experimental measurement. It was shown that the variations of the stress field of rock strata, deformation and displacement of discontinuous blocks, strata collapse and abscises could be efficiently figured out by means of DDA method. There was a good agreement between the DDA simulation and the modeling experimental measurement.

Key words: DDA; stress; displacement; rock stratum; numerical simulation; mine excavation

0 引 言

煤炭是我国工业生产和国民经济发展的主要能源, 煤矿开采引发的上覆岩层移动和地表沉陷对生产和环境产生了巨大的危害。长期以来, 该问题一直是矿业学术界和工程界关注的重要研究课题。为此开展了广泛和深入的研究, 在开采沉陷分析模型、不同开采条件下岩层与地表移动规律、岩层与地表移动控制技术等方面取得了突出进展^[1-6]。随着我国浅部煤炭资源逐渐开采枯竭, 很多煤矿相继进入深部开采作业阶段, 深部开采条件下上覆岩层移动和由此引发的地表沉陷问题变得更加复杂和突出, 迫切需要深入地研究深部开采条件下岩层的变形移动规律, 为实现矿山高效、安全和绿色开采提供技术保障。

长期以来, 人们一直试图从理论上定量地分析和描述开采沉陷与岩层移动规律, 但由于问题的复杂性, 从理论上给出精确的解析解具有相当大的难度。数值模拟技术在解决此类问题中显示出巨大的优越性。目前有限元、离散元和有限差分等数值方法被广泛应用

于岩层移动和地表沉陷问题的模拟研究, 取得了令人瞩目的成绩^[7-12]。然而, 值得注意的是, 目前多数方法将岩体假设为连续介质, 很难模拟工程岩体实际赋存的大量不同尺度的弱结构面(如节理、断层和微裂隙等)对岩体变形和地表移动规律的影响, 也很难同时模拟出开采引发的岩层“离层”和大变形现象。

20世纪80年代石根华博士基于岩体非连续性质, 提出块体不连续变形分析方法(DDA)^[13-15]。它能够分析块体系统不连续面的滑动、开裂及旋转等大变形和大位移。DDA法以被结构面自然分割的岩块为计算单元, 以最小势能原理为基础建立各单元的平衡方程式, 并求解总体平衡方程。单元块体可以是任意凸凹的变形体, 根据块体的初始条件和边界条件来计算块体系统中每个块体的位移、应变及应力, 进而模拟块体的移动、转动、张开和闭合等全部过程, 确定块体

基金项目: 国家重点基础研究规划项目(2002CB412705); 教育部“新世纪优秀人才支持计划”资助项目(NCET-05-0215)。

收稿日期: 2005-11-29

间的相对移动及滑动,判断块体系统的破坏。DDA法严格满足经典力学法则,具有明确的物理和几何含义,可以解决传统有限元和离散元方法难以解算的问题,例如,有限元法很难分析离层和断裂等不连续位移问题,而离散元法又很难分析块体单元本身的大变形问题。目前DDA法已成功应用于滑坡、坝基稳定、开挖、爆破等岩体非线性破坏过程的分析^[16-24]。但DDA法应用于矿山开采的岩层移动问题的研究还很少见到报道。

针对上述问题和实际工程需要,结合淮南某矿区深部开采和岩层移动问题,利用DDA法对深部开采过程中所引起的上覆岩层的变形移动规律及其影响因素进行了模拟分析。模拟考虑了岩体的不连续结构特征。本文主要目的是研究DDA法应用于模拟深部煤岩开采和岩层变形移动的适用性,为评价深部煤岩开采应力分布和覆岩移动规律提供参考。

1 基本理论^[13-15]

1.1 块体的位移模式

DDA块体系统中任意一点 (x, y) 的位移 (u, v) 可用块体平移 (u_0, v_0) 、转角 (r_0) 、法向应变 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ 和切向应变 (γ_{xy}) 组成的矩阵表示,取块体系统的完全一阶位移近似,则位移 (u, v) 可表示为

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = [T_i][D_i] \quad (1)$$

式中, $[T_i]$ 为块体 i 的位移转换矩阵, i 表示系统中的第 i 个块体,

$$[T_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(y-y_0) & (x-x_0) & 0 & \frac{(y-y_0)}{2} \\ 0 & 1 & (x-x_0) & 0 & (y-y_0) & \frac{(x-x_0)}{2} \end{bmatrix},$$

$$[D_i] = (u_0, v_0, r_0, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy})^T.$$

1.2 块体系统的控制方程

块体系统的总势能包括弹性应力、初始应力、面荷载、体积荷载、锚杆联接和惯性力作用的总势能,一般表达形式可写为

$$\Pi = \frac{1}{2}[D]^T[K][D] - [D]^T\{F\} \quad (2)$$

式中, Π 为块体系统总势能, $[D]$ 是块体变形矩阵, $[K]$ 为系统刚度矩阵, $\{F\}$ 为载荷矩阵。根据最小势能原理,势能泛函取最小值时系统达到平衡,即:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial [D]} = 0 \quad (3)$$

势能泛函取最小值可求得控制方程:

$$[K][D] = \{F\} \quad (4)$$

假设系统包括 n 个块体,则控制方程具体可表示为

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 刚度矩阵 $[K]$ 中元素 K_{ij} 为 6×6 子矩阵, D_i 为第 i 个块体的变形矩阵, 6×1 子矩阵,可表示为 $(d_{1i}, d_{2i}, d_{3i}, d_{4i}, d_{5i}, d_{6i})$; F_i 是在第 i 块体上分配给6个变形参数的载荷, 6×1 子矩阵。考虑块体间的相互约束,引入边界条件和运动学条件,求解上述方程,可以得到每一块体的位移与变形。由于块体运动模式不允许块体之间出现受拉和嵌入,因此,可以在相应的接触位置加上或去掉刚度弹簧,修正控制方程。对修正后的控制方程再求解,循环迭代直到满足所有块体间的无嵌入和无张拉条件为止。

1.3 块体系统的运动学条件

块体系统变形时,块体之间的运动应满足无拉伸和不嵌入的条件。这个条件可以通过刚性弹簧来实现。块体系统主要有3种接触类型:凸角与边、凸角与凹角、凸角与凸角接触,如图1所示。图中黑粗线代表进入线。如果角点越过了进入线,则认为发生了嵌入,如虚线 P_1'' 线位置,则施加刚度很大的弹簧将其原路推回;如果两块体间有了相互作用的拉应力,如实线 P_1 位置,则撤消刚性弹簧的作用。这一过程也决定了DDA的分析过程是个反复迭代计算过程。

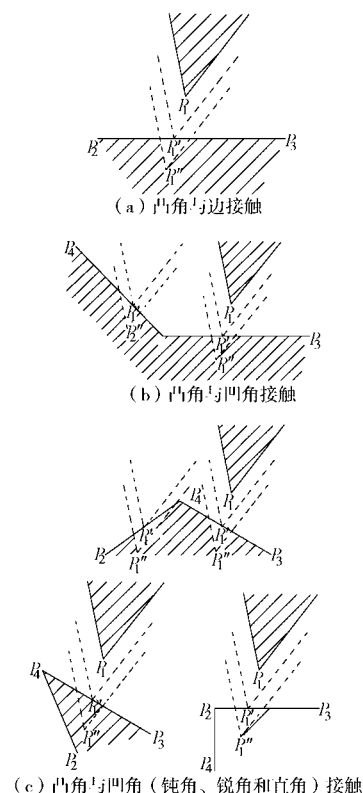


图1 块体的三种接触类型

Fig. 1 Three typical contact models for blocks

目前二维DDA程序主要由4部分组成：自动线处理程序DDA Line (DL)、块体系统生成程序DDA Cut (DC)、分析程序DDA Forward (DF)和图形后处理程序DDA Graph (DG)。具体来说，由DL和DC程序建模，根据模拟要求，生成具有统计分布节理的块体系统，然后通过分析程序DF来分析二维块体系统的不连续特性大变形及大位移，其中DF程序是计算的核心程序。最后结果可以通过图形后处理程序DG来输出。

2 计算模型

2.1 地质概况

淮南矿区矿井分布在淮河两岸，共有可采煤层 13~18 层，单斜构造，大部分属于缓倾斜及倾斜煤层，局部为急倾斜煤层，总厚度约 30 m。深度 1000~1200 m 之间的探明储量约 147 亿吨，目前各矿都已进入深部开采，多数矿井的主采水平已达到-700 m 左右。随着开采深度的增加，地温持续升高，岩层移动加剧，支护和开采难度增加。以淮南某矿 11-2 槽煤层 2171(1) 工作面为例，该工作面为即将开采的工作面，面内发育 9 条正断层，该面设计为综采工作面，走向长 1780 m，倾斜宽 206 m，煤层厚度约为 1.8 m，煤层倾向平缓，属于近水平煤层，11-2 煤层的直接顶为泥岩、砂质泥岩等。地面标高+19~+23 m，工作面标高-729~-690 m，实行综合机械化采煤。煤层开采期间的顶板岩层破断和覆岩移动规律对于实现矿区深部安全高效开采至关重要。

2.2 DDA 数值模型

选取 2171(1)工作面具有代表性的局部区段进行模拟。根据地质资料，将实际开采情况简化为沿巷道走向的二维平面应变块体模型，模型尺寸长 420 m，高为 200 m。模型底面和侧面采用固定约束，模型顶面距地表距离 H 为 500 m，取上覆岩层近似平均密度 $\rho = 2.60 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ，为了模拟上覆岩层自重作用，模型顶板可近似为均布载荷作用，即：

$$\sigma = \rho g H = 13 \text{ MPa} \quad (6)$$

式中， H 为模型顶面距地表的深度 (m)，所取典型岩层的力学参数见表 1。为了考虑开采时断层对上覆岩层移动和破坏规律的影响，本次模拟选取了 2171(1) 工作面包含 3 条正断层的局部区段，如图 2 所示。表 2 给出了 3 条断层的性质和地质参数。

表 1 典型岩层力学参数

Table 1 Mechanical parameters of rock masses					
名称	弹性模量 (10^{10} Pa)	泊松比	密度 ($10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	黏聚力 /MPa	内摩擦角 ($^{\circ}$)
岩石	1.5	0.25	2.6	15	35
煤层	0.29	0.3	1.4	1.7	42

表 2 工作面 2171(1)的断层情况表

Table 2 The geological properties of working face 2171(1)				
构造名称	倾向/($^{\circ}$)	倾角/($^{\circ}$)	性质	落差/m
Fe1	142	45	正	5.0~6.0
Fe2	124	57	正	2.0
Fe3	139	43	正	1.7

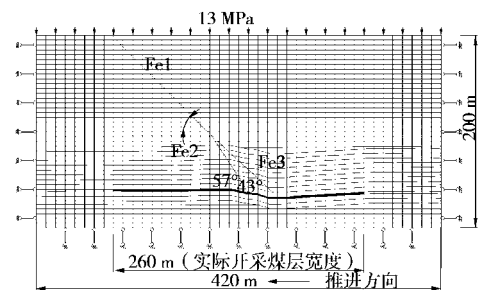


图 2 沿开采走向的数值模拟示意图

Fig. 2 Section of model along the tunnel direction

3 结果及分析

图 3~4 分别给出了煤层开采过程中上覆岩层的应力分布和变形移动规律。数值模型的煤层开采是根据现场工作面的开采进度而确定，工作面实际每天掘进约 4 m，开采 260 m 大约需 65 d。DDA 模型计算了 2500 时步，大约开采 260 m。数值模拟清楚地显示：

(1) 2171(1)工作面未开采时，由于岩层均匀自重应力场的作用，整个采区的应力场以水平应力和垂直应力为主，分布均匀；但在断层处，两个主应力方向发生了变化，而且在断层附近形成了较大的应力集中区，如图 3 (a) 所示。

(2) 当工作面推进至 52 m 时，采空区上方由 4 个关键块体形成直接顶 (图 3 (b) 所示)，其作用类似于“简支梁”，上覆岩层荷载通过“简支梁”传递到前方和后方煤壁，煤壁应力集中程度很高。开采扰动引发的上覆岩层的应力场呈半径较小的椭圆形分布。

(3) 当工作面推进到 104 m 时，上覆岩层开始跨落，采空区上覆岩层半椭圆形的应力场在水平和垂直方向均匀扩展，直接顶上方岩层开始出现“离层”现象，如图 3 (c) 所示。工作面前方和后方煤壁出现应力软化现象。

(4) 当工作面推进到 156 m 时，开采穿越断层。由于断层附近煤壁强度较低，变形量较大，不足以支撑“简支梁”，上覆岩层发生剧烈跨落，岩层上方半椭圆形的应力场逐步扩大，“离层”现象进一步加剧 (图 3 (d)、图 4 (d) 所示)。但在 Fe2 和 Fe3 断层的交叉处，应力集中现象仍十分明显。

(5) 当工作面推进到 208 m 时，断层附近岩层已大面积跨落，Fe2 和 Fe3 断层交叉处的高应力集中

现象得到缓解。半椭圆形应力场在垂直方向扩展达到最大,“离层”发生在多处岩层中,如图 3(e)、4(e)所示。

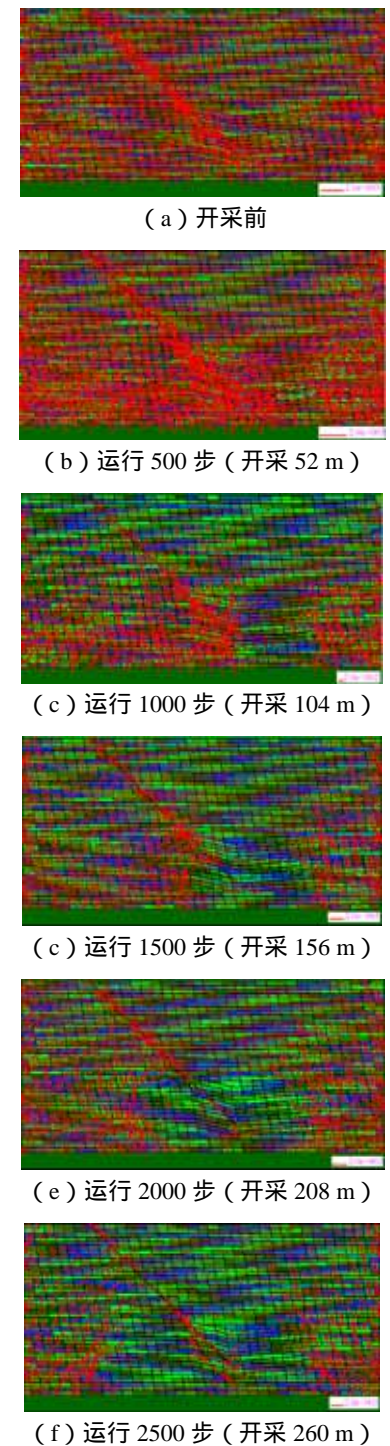
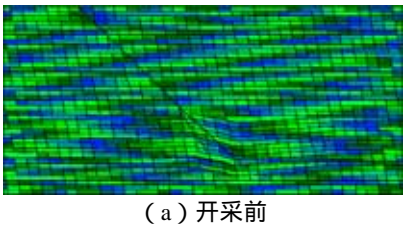
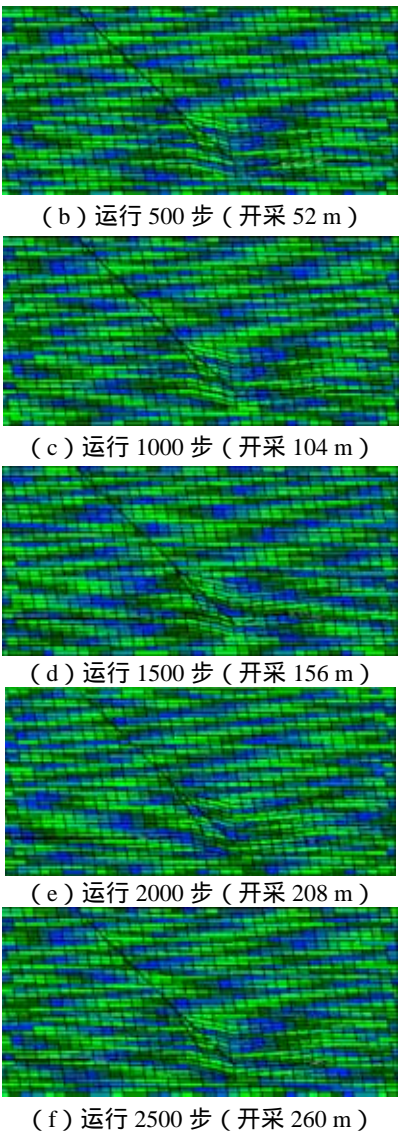


图 3 开采过程中的岩层应力分布

Fig. 3 The stress distribution in rock stratum during excavation



(a) 开采前



(f) 运行 2500 步 (开采 260 m)

图 4 开采过程中上覆岩层的变形和移动

Fig. 4 The deformation and displacement of top-level rock strata during excavation

(6) 当工作面推进到 260 m 时,采空区顶板和底板均已下沉,岩层应力场分布趋于均匀。工作面前方和断层附近依然存在应力集中。随开采范围扩大,上覆岩层的半椭圆形应力场在水平方向继续扩大,但垂直方向基本上不变,如图 3(f)、4(f)所示。

4 实验验证

为了验证 DDA 模拟的有效性,本文进行了相似物理模型试验,图 5 为相似模型试验的照片。根据模型架的实际尺寸,模拟岩层的总高度为 164 m,其中:煤层厚度 1.8 m、底板厚 8 m、顶板厚 154.2 m,自煤层底板-煤层-顶板共模拟 48 层。模型线性比 1 100,模型长度 4.2 m、高度 1.64 m、宽度 0.25 m,至地表的上覆岩层重量用千斤顶施加表面力的方式代替。模型材料根据密度和应力相似条件确定,骨料采用普通河砂,粒径小于 1.5 mm;胶结料采用石膏和石

灰；模拟层理结构的分层材料采用云母粉，材料配比详见文献[25]。模型开采的时间比为 1 : 12，模型开采高度为 1.8 cm，每 2 h 推进 3.6 cm，开采长度 260 cm。为了观测岩体的变形，模型正面黏贴了标志，采用应变片量测岩体应变，上覆岩层位移采用电子经纬仪记录，详细情况参见文献[25]。

图 6 给出了开采过程中上覆岩层变形和岩层垮落情况。实验观测与图 3 (d) ~ 3 (f)、4 (d) ~ 4 (f) 的计算结果对比表明：DDA 模拟结果与模型试验的结果吻合得相当好。



图 5 相似模型试验照片

Fig. 5 Photograph of experimental model



图 6 岩层变形和垮落的试验结果

Fig. 6 The experimental observation of deformation and collapse of rock strata

5 结 语

应用 DDA 方法对 700 m 深度采空区上覆岩层的应力分布和变形移动进行了初步模拟研究，得到以下结论。

(1) DDA 方法通过随机生成具有统计性质的裂隙或节理的块体不连续系统，可以模拟显示出开采过程中上覆岩层的水平和垂直应力的变化趋势和应力场变化范围、块体的移动和转动变形、岩层垮落和“离层”现象以及上覆岩层的破坏区域。模拟结果与现场观测和相似模拟实验结果相符合。

(2) 开采扰动引发上覆岩层形成半椭圆形应力场。随开采工作面的推进，该应力场在水平和垂直方向逐渐扩大；但推进到一定距离后，应力场在水平方向继续扩大，而垂直方向基本保持不变；该应力场可以用来预测采空区上覆岩层“离层”现象的范围。

(3) 开采初期，采空区上方直接顶类似于“关键层”作用，直接顶的不连续块体之间的相互咬合作用阻止了块体的跨落。随开采进度增加，采空区上覆岩层不同位置处的块体发生持续破裂，破裂块体的数量

持续增加，起承载作用的“关键层”随半椭圆形应力场的变化沿垂直方向向上移动。

本文的相似物理模型试验证实了上述 DDA 数值分析结果。

需要指出的是，本文应用 DDA 方法模拟深部开采中上覆岩层的应力分布和块体的变形移动是一次初步尝试，仅仅对应力场的分布、上覆岩层的“离层”现象和破坏范围进行了定性和半定量的分析，对于像采空区上覆岩层的跨落步距、周期来压、应力场和位移场范围等定量信息，还需要对 DDA 模型进行更深入的研究和调整，以满足工程定量预测和分析的需要。

致 谢：本文研究得到了石根华博士 (Dr. Gen-hua Shi) 的指导和帮助，在此表示感谢。

参考文献：

- [1] 谢飞鸿, 王锦山, 尹伯悦. 开挖沉陷地表变形可视化计算分析系统研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(7): 1202 - 1206. (XIE F H, WANG J S, YIN B Y. A visual calculation analysis and evaluation system for mining induced surface subsidence[J]. Chinese J Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(7): 1202 - 1206. (in Chinese))
- [2] 郭文兵, 邓喀中, 邹友峰. 岩层与地表移动控制技术的研究现状及展望[J]. 中国安全科学学报, 2005, 15(1): 6 - 10. (GUO W B, DENG K Z, ZOU Y F. Research progress and prospects of control technology for surface and overlying strata subsidence[J]. China Safety Science Journal, 2005, 15(1): 6 - 10. (in Chinese))
- [3] 许家林, 钱鸣高, 朱卫兵. 覆岩主关键层对地表下沉动态的影响研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(5): 787 - 791. (XU J L, QIAN M G, ZHU W B. Study on influences of primary key stratum on surface dynamic subsidence [J]. Chinese J Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(5): 787 - 791. (in Chinese))
- [4] 董方庭. 巷道围岩松动圈支护理论及应用技术[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2001. (DONG Fang-ting. Supporting theory and application technology of rock mass around tunnel[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 2001. (in Chinese))
- [5] 钱鸣高, 缪协兴, 许家林, 茅献彪. 岩层控制的关键层理论[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2000. (QIAN Ming-gao, MIAO Xie-xing, XU Jai-lin, MAO Xian-biao. Key strata theory in ground control[M]. Xuzhou: China University of Mining and Technology Press, 2003. (in Chinese))
- [6] 于广明, 谢和平, 张玉卓, 杨 伦. 节理对开采沉陷的影响规律研究[J]. 岩土工程学报. 1998, 20(6): 96 - 98. (YU G

- M, XIE H P, ZHANG Y Z, YANG L. Study on influence of joints on mining subsidence[J]. Chinese J Geotech Engineering, 1998, **20**(6): 96–98. (in Chinese))
- [7] 石必明, 俞启香, 周世宁. 保护层开采远距离煤岩破裂变形数值模拟[J]. 中国矿业大学学报, 2004, **33**(3): 259–263. (SHI B M, YU Q X, ZHOU S N. Numerical simulation of far-distance rock strata failure and deformation caused by mining protecting stratum[J]. J China University of Mining and Technology, 2004, **33**(3): 259–263. (in Chinese))
- [8] GUGLIELMI Y, VENGEON J M, BERTRAND C, et al. Hydrogeochemistry: an investigation tool to evaluate infiltration into large moving rock masses (case study of La Clapiere and Sechillienne alpine landslides)[J]. Bulletin of Engineering Geology and Environment. 2002, **61**(4): 311–324.
- [9] 麻凤海, 杨 帆. 地层沉陷的数值模拟应用研究[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 2001, **20**(6): 257–261. (MA F H, YANG F. Research on numerical simulation of stratum subsidence[J]. J Liaoning Technical University (Natural Science), 2001, **20**(6): 257–261. (in Chinese))
- [10] 谢和平, 周宏伟, 王金安, 李隆忠, KWASNIEWSKI M A. FLAC 在煤矿开采沉陷预测中的应用及对比分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, **18**(4): 397–401. (XIE H P, ZHOU H W, WANG J A, LI L Z, KWASNIEWSKI M. Application of FLAC to predict ground surface displacement due to coal extraction and its comparative analysis[J]. Chinese J Rock Mechanics and Engineering, 1999, **18** (4): 397–401. (in Chinese))
- [11] 林崇德. 层状岩石顶板破坏机理数值模拟过程分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, **18**(4): 392–396. (LIN C D. Procedure analysis of numerical simulation for the failure mechanism of laminate roof[J]. Chinese J Rock Mechanics and Engineering, 1999, **18**(4): 392–396. (in Chinese))
- [12] JUNIOR A F, AHMAD M F. PARFES-parallel finite element solvers for flow-induced fracture[J]. Computing Systems in Engineering, 1992, **3**(1-4): 379–392.
- [13] 石根华. 数值流形方法与非连续变形分析[M]. 裴觉民译. 北京: 清华大学出版社, 1997. (SHI Gen-hua. Numerical Manifold method and discontinuous deformation analysis[M]. PEI Jue-min Translator. Beijing: Tsinghua University Press, 1997. (in Chinese))
- [14] SHI G H. Discontinuous deformation analysis: a new numerical model for the statics and dynamics of block systems[D]. Berkeley: University of California, 1988.)
- [15] SHI G H, GOODMAN R E. Discontinuous deformation Analysis[C]// Proc 25th U S Symposium on Rock Mech, 1984, 269–277.
- [16] WU Jian-hong, OHNISHI Y, NISHIYAMA S. Simulation of the mechanical behavior of inclined jointed rock masses during tunnel construction using Discontinuous Deformation Analysis (DDA)[J]. Int J Rock Mech Min Sci, 2004, **41**(5): 731–743.
- [17] HATZOR Y H, ARZI A A, ZASLAVSKY Y, SHAPIRA A. Dynamic stability analysis of jointed rock slopes using the DDA method: King Herod's Palace, Masada, Israel[J]. Int J Rock Mech Min Sci, 2004, **41**(5): 813–832.
- [18] 周少怀, 杨家岭. DDA 数值方法及工程应用研究[J]. 岩土力学, 2000, **21**(2): 123–125. (ZHOU S H, YANG J L. DDA method and its application to engineering[J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, **21**(2): 123–125. (in Chinese))
- [19] JING Lan-ru. Formulation of discontinuous deformation analysis (DDA)-an implicit discrete element model for block systems[J]. Engineering Geology, 1998, **49**(3-4): 371–381.
- [20] KOO C Y, CHERN J C. Modification of the DDA method for rigid block problems[J]. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech, Abstracts, 1998, **35**(6): 683–693.
- [21] HATZOR YOSSEF H, BENARY Ron. The stability of a laminated Voussoir beam: back analysis of a historic roof collapse using DDA[J]. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstracts, 1998, **35**(2): 165–181.
- [22] 郭爱清, 任 放, 董学晟. DDA 数值模型及其在岩体工程上的初步应用研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, **16**(5): 411–417. (WU A Q, REN F, DONG X C. A Study on numerical model of DDA and its preliminary application to rock engineering[J]. Chinese J Rock Mech Engineering, 1997, **16**(5): 411–417. (in Chinese))
- [23] 张勇慧, 郑榕明. DDA 方法的改进及应用[J]. 岩土工程学报, 1998, **20**(2): 109–111. (ZHANG Y H, CHENG Y M. The extension and application of DDA method[J]. Chinese J Geotechnical Engineering, 1998, **20**(2): 109–111. (in Chinese))
- [24] 王建宙, 于亚伦, 唐春海. 不连续变形分析及其在拆除爆破研究中的应用[J]. 爆破, 2001, **18**(2): 1–3. (WANG J Y, YU Y L, TANG C H. Discontinuous deformation analysis method and its application in the study of demolition blasting [J]. Blasting, 2001, **18**(2): 1–3. (in Chinese))
- [25] 周宏伟, 左建平, 王怀文, 王治国. 淮南矿业集团某矿 11-2 煤层 2171(1)工作面开采研究报告[R]. 北京: 中国矿业大学(北京), 2005. (ZHOU H W, ZUO J P, WANG H W, WANG Z G. Research report of study on excavation of working face #2171 (1) of a coal layer 11-2 in Huainan Mining Industrial Corp[R]. Beijing: China University of Mining & Technology, 2005. (in Chinese))