轨道刚度对路轨系统及饱和地基动力响应的影响

蔡袁强，孙宏磊，徐长节
(软土与环境工程教育部重点实验室，浙江大学，浙江 杭州 310027)

摘 要：研究了轨道刚度对高速移动列车荷载作用下铁路系统动力响应的影响。将钢轨简化为无限长弹性 Euler 梁，将枕木简化为连续质量块，同时考虑道渣层的影响。由 Fourier 变换求解多孔饱和固体的动力基本方程，在 Fourier 变换域内，联立铁路系统和下卧土体的动力方程，求解列车荷载作用下钢轨位移、加速度、土体位移、孔压表达式。利用数值积分方法对表达式进行 Fourier 逆变换，得到钢轨位移、加速度、孔压在时域内的表达式。算例中主要讨论了荷载移动速度和轨道刚度对钢轨速度、加速度及土体孔压的影响。结果表明，轨道刚度在低速情况下对路轨系统和土体动力响应有影响较小，但在高速情况下对路轨系统和土体动力响应影响很大。

关键词：Biot 波动方程；铁路系统；两相介质；列车荷载
中图分类号：TU435 文献标识码：A 文章编号：1000－4548(2007)12－1787－07

作者简介：蔡袁强(1965－)，男，教授，主要从事土动力学、移动荷载动力响应问题研究。E-mail: caiyq@zju.edu.cn。

Effect of rail rigidity on track-ground vibration due to a high-speed train

CAI Yuan-qiang，SUN Hong-lei，XU Chang-jie
(Key Laboratory of Soft Soil and Geoenvironmental Engineering, Ministry of Education, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: An analytical approach was used to investigate the effect of the rail rigidity on track vibration due to a high speed moving train. The rails were described by introducing the Green function for an infinitely long Euler beam, the sleepers were represented by a mass, and the ballast was placed under the sleepers. By employing the double Fourier transforms, the governing equations of motion were solved in the frequency-wave-number domain. The time domain responses were evaluated by the inverse Fourier transform computation. It was shown that dynamic responses of the soil medium were considerably affected by the rail rigidity when the velocity of train was high.

Key words: Biot theory; railway system; poroelasticity; train load

0 引 言

近年来随着高速铁路的发展，列车最大运行速度已接近甚至超过土体 Rayleigh 波速，这必然对列车本身及铁路线路周围环境的震动产生很大影响，因此，有必要对高速移动列车荷载作用下铁轨和土体的动力响应问题进行深入研究。Kennedy 和 Herrmann[1-2]首先研究了移动荷载作用下饱和土体的动力响应问题。Kargarnovin 等[3]，Kargarnovin 和 Younesian[4]研究了 Pasternak visco-elastic 半空间和非线性 visco-elastic 半空间上 Timshenko 梁的动力响应问题。Sheng 等[5]，Takemiya 和 Bian[6]，Picoux 和 Houedec[7]使用了更符合实际情况的成层土体模型来研究下卧土体的铁路系统的动力响应问题。Kim[8-9]研究了 Winkler 地基上路轨系统的动力响应问题，同时考虑了线性黏滞系数的对路轨动力响应的影响。因为土体为两相介质，而且孔隙水的存在对列车作用下土体内波的传播有很大影响，因此，在研究路轨土体系统动力响应问题时，引入饱和多孔介质的土体模型比线性弹性或 visco-elastic 土体模型更接近实际情况。

很多学者对移动荷载作用下饱和土体的动力响应问题进行了研究。Burke 和 Kingsbury[10]给出了移动荷载作用下多孔介质动力响应的解析解。Siddharthan 等[11]在忽略了水土耦合作用的情况下，求解了平面应变条件下饱和土体的动力响应问题。Theodorakopoulos[12]，Theodorakopoulos 等[13]在文献[11]的基础上考虑了水土耦合作用，利用半解析法求解了移动荷载作用下平面应变土体的动力响应问题。考虑轨道系统，Jin[14]研究了多孔弹性半空间上 Euler 梁在点荷载作用下的动力响应问题。尽管很多学者研究了移动荷载作用下饱和多孔介质的动力相应问题，但列车荷载作用下路轨系统和饱和土体的动力响应问

基金项目：国家自然科学基金资助项目（50478081）
收稿日期：2006－11－14

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

题却很少被研究。

本文用解析法和 Fourier 变换对移动列车荷载作用下铁路系统和饱和半空间土体的动力响应问题进行了研究。将钢轨简化为无限长弹性 Euler 梁，将枕木简化为连续质量块，同时考虑道渣层的影响。由 Fourier 变换求解多孔饱和固体的动力基本方程，在 Fourier 变换域内，联立铁路系统和下卧土体的动力方程，求解列车荷载作用下钢轨位移、加速度、土体位移、孔压表达式。利用数值积分方法对表达式进行 Fourier 逆变换，得到钢轨位移、加速度、孔压在时域内的表达式。算例中主要讨论了荷载移动速度和轨道刚度对钢轨位移、加速度及土体孔压的影响。结果表明，轨道刚度在低速情况下对路轨系统和土体动力响应影响较小，但在高速情况下对路轨系统和土体动力响应影响很大。

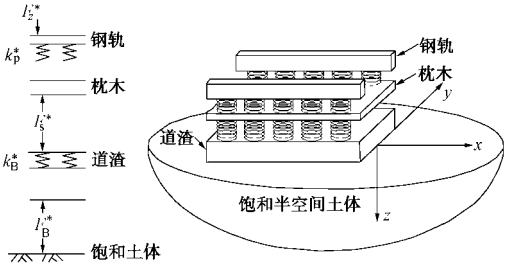
1 控制方程

计算模型如图 1 所示。忽略土体自重的 Biot[15]动力方程如下：

$$\mu u_{i,jj}+(\lambda+\alpha^2M+\mu)u_{j,ji}+\alpha M w_{j,ji}=\rho\ddot{u}_i+\rho_f\ddot{w}_i \quad , \tag{1}$$

$$\alpha M u_{j,ji}+M w_{j,ji}=\rho_f\ddot{u}_i+m\ddot{w}_i+b\dot{w}_i \quad 。 \tag{2}$$

其中 u_i，w_i (i=1，2，3)分别为土骨架和水介质相对于土骨架在 x，y，z 方向的位移；$\dot{(\cdot)}$表示对时间 t 的一阶导数；λ 和 μ 为 Lame 常数；α 和 M 为表示两相材料压缩性的 Biot 参数；ρ 和 ρ_f 分别为土体密度和孔隙水密度；m 为表示土骨架结构的 Biot 参数；b 为反应水土黏性耦合的参数，它等于孔隙水黏滞系数与土体渗透系数的比值。当 b 等于 0 时，表示忽略水土黏性耦合。



（a）钢轨、枕木、道渣、土体受力详图 （b）下卧饱和土体的路轨系统模型

图 1 计算模型

Fig. 1 Calculational model

半空间土体的边界条件如下：

$$\sigma_z(x^*,y^*,0,\tau)=-\frac{1}{2a}\Pi(y)q_z(x^*,\tau) \quad , \tag{3}$$

$$\tau_{xz}(x^*,y^*,0,\tau)=0 \quad , \tag{4}$$

$$\tau_{yz}(x^*,y^*,0,\tau)=0 \quad , \tag{5}$$

$$p(x^*,y^*,0,\tau)=0 \quad , \tag{6}$$

$$u_z(x^*,0,0,\tau)=u_B(x^*,\tau) \quad 。 \tag{7}$$

其中 $x^*=\frac{x}{a}$，$y^*=\frac{y}{a}$，$z^*=\frac{z}{a}$，为无量纲坐标，$\tau=\frac{t}{a}\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ 为无量纲时间；a 为铁路宽度的一半；$q_z(x^*,\tau)$ 为道渣层在土体上的作用力；$u_B(x^*,\tau)$为道渣层位移，式（7）表示土体表面位移与道渣层底面位移相等。荷载分布函数 $\Pi(y)$ 定义为 $\Pi(y)=\begin{cases}1 & (|y|\le L^*_{Bal})\\ 0 & (|y|>L^*_{Bal})\end{cases}$，其中，$L_{Bal}$ 为道渣层宽度，$L^*_{Bal}=L_{Bal}/a$ 为无量纲道渣层宽度。

定义对无量纲时间的 Fourier 变换如下：

$$\hat{f}(x,y,z,\Omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y,z,\tau)e^{-i\Omega\tau}d\tau \quad , \tag{8a}$$

其逆变换为

$$f(x,y,z,\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{f}(x,y,z,\Omega)e^{i\Omega\tau}d\Omega \quad 。 \tag{8b}$$

定义对 x 坐标和 y 坐标的 Fourier 变换如下：

$$\bar{\bar{f}}(\xi,\eta,z,\Omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y,z,\Omega)e^{-i(\xi x+\eta y)}dxdy \quad , \tag{9a}$$

其逆变换为

$$f(x,y,z,\Omega)=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\bar{\bar{f}}(\xi,\eta,z,\Omega)e^{i(\xi x+\eta y)}d\xi d\eta \text{。} \tag{9b}$$

利用式（8a）与（9a），在式（3）～（7）的边界条件下，文献[14]给出了土体表面竖向位移表达式

$$\bar{\bar{\hat{u}}}_z(\xi,\eta,z^*,\Omega)=-\bar{\Pi}(\eta)\bar{\bar{\hat{q}}}_z(\xi,\Omega)\phi(\xi,\eta,z^*,\Omega) \text{，} \tag{10}$$

其中，各式表达式见附录 A。其中无量纲参数定义为：$\lambda^*=\frac{\lambda}{\mu}$，$M^*=\frac{M}{\mu}$，$\rho^*=\frac{\rho_f}{\rho}$，$m^*=\frac{m}{\rho}$，$b^*=\frac{ab}{\sqrt{\rho\mu}}$。对荷载分布函数进行 Fourier 变换后，其形式为

$$\bar{\Pi}(\eta)=\begin{cases}1 & (\eta=0)\\ \dfrac{\sin\eta L^*_{Bal}}{\eta L^*_{Bal}} & (\eta\ne0)\end{cases} \text{。}$$

采用文献[7]提出的路轨系统模型。钢轨由无量纲 Euler 梁方程表示为

$$\delta\frac{\partial^4u_R(x^*,\tau)}{\partial x^{*4}}+m_R{}^*\frac{\partial^2u_R}{\partial\tau^2}+k_P{}^*[u_R(x^*,\tau)-u_S(x^*,\tau)]=\begin{cases}F_z^*(x^*,\tau) & (x^*-c^*\tau=0)\\ 0 & (x^*-c^*\tau\ne0)\end{cases} \text{。} \tag{11}$$

其中 u_R 为钢轨竖向位移；δ 为无量纲钢轨刚度，$\delta=\frac{EI}{\mu a^4}$；$m_R{}^*$ 为无量纲单位长钢轨质量，$m_R{}^*=\frac{m_R}{\rho a^2}$；$k_P{}^*$ 为无量纲钢轨衬垫弹簧常数，$k_P{}^*=\frac{k_P}{\mu a}$；$F_z^*$ 为无量纲荷载，$F_z^*=\frac{F_z}{\mu a^2}$，$u_S$ 为枕木位移；c 为无量纲荷载移动速度，$c^*=V\sqrt{\frac{\rho}{\mu}}$；$x^*$-$c^*\tau$ 表示荷载作用位置。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

枕木由连续质量块表示为

$$m_{\mathrm{S}}^{*}\frac{\partial^2 u_{\mathrm{S}}(x^*,\tau)}{\partial\tau^2}+k_{\mathrm{P}}^{*}[u_{\mathrm{S}}(x^*,\tau)-u_{\mathrm{R}}(x^*,\tau)]=-F_{\mathrm{S}}^{*}(x^*,\tau)\quad 。\tag{12}$$

式中　m_{S}^{*}为无量纲单位长枕木质量，$m_{\mathrm{S}}^{*}=\dfrac{m_{\mathrm{S}}}{\rho a^2}$；$F_{\mathrm{S}}^{*}$为钢轨作用在枕木上的无量纲作用力，$F_{\mathrm{S}}^{*}=\dfrac{F_{\mathrm{S}}}{\mu a^2}$。

道渣层顶部和底部的无量纲控制方程为

$$\frac{m_{\mathrm{B}}^{*}}{6}[2\frac{\partial^2 u_{\mathrm{S}}(x^*,\tau)}{\partial\tau^2}+\frac{\partial^2 u_{\mathrm{B}}(x^*,\tau)}{\partial\tau^2}]+k_{\mathrm{B}}^{*}[u_{\mathrm{S}}(x^*,\tau)-u_{\mathrm{B}}(x^*,\tau)]=F_{\mathrm{S}}^{*}(x^*,\tau)\quad ,\tag{13}$$

$$\frac{m_{\mathrm{B}}^{*}}{6}[\frac{\partial^2 u_{\mathrm{S}}(x^*,\tau)}{\partial\tau^2}+2\frac{\partial^2 u_{\mathrm{B}}(x^*,\tau)}{\partial\tau^2}]+k_{\mathrm{B}}^{*}[-u_{\mathrm{S}}(x^*,\tau)+u_{\mathrm{B}}(x^*,\tau)]=-F_{\mathrm{B}}^{*}(x^*,\tau)\quad 。\tag{14}$$

其中　m_{B}^{*}为无量纲单位长道渣层质量，$m_{\mathrm{B}}^{*}=\dfrac{m_{\mathrm{B}}}{\rho a^2}$；$k_{\mathrm{B}}^{*}$为道渣层与枕木之间相互作用的无量纲弹簧常数，$k_{\mathrm{B}}^{*}=\dfrac{k_{\mathrm{B}}}{\mu a^2}$；$F_{\mathrm{S}}^{*}$为道渣层在土体表面上的无量纲作用力，$F_{\mathrm{S}}^{*}=\dfrac{F_{\mathrm{S}}}{\mu a^2}$。

利用式（8a）和（9a），得到如下路轨系统的控制方程组：

$$\left.\begin{aligned}&\alpha_1(\xi,\Omega)\bar{\vartheta}_{\mathrm{R}}(\xi,\Omega)-k_{\mathrm{P}}^{*}\bar{\vartheta}_{\mathrm{S}}(\xi,\Omega)=\alpha_2(\xi,\Omega)\ ,\\ &-k_{\mathrm{P}}^{*}\bar{\vartheta}_{\mathrm{R}}(\xi,\Omega)+\alpha_3(\xi,\Omega)\bar{\vartheta}_{\mathrm{S}}(\xi,\Omega)+\alpha_4(\xi,\Omega)\bar{\vartheta}_{\mathrm{B}}(\xi,\Omega)=0\ ,\\ &\alpha_4(\xi,\Omega)\bar{\vartheta}_{\mathrm{S}}(\xi,\Omega)+\alpha_5(\xi,\Omega)\bar{\vartheta}_{\mathrm{B}}(\xi,\Omega)=-\bar{P}_{\mathrm{B}}^{*}(\xi,\Omega)\ ,\\ &\bar{\vartheta}_{\mathrm{B}}(\xi,\Omega)=\alpha_6(\xi,\Omega)\bar{P}_{\mathrm{B}}^{*}(\xi,\Omega)\ ,\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

其中参数表达式见附录 B。

求解式（15）得

$$\bar{P}_{\mathrm{B}}^{*}(\xi,\Omega)=\frac{(\alpha_2(\xi,\Omega)\alpha_4(\xi,\Omega)k_{\mathrm{P}}^{*})}{\alpha_1(\xi,\Omega)\alpha_6(\xi,\Omega)\alpha_4^{2}(\xi,\Omega)}-(\alpha_3(\xi,\Omega)\alpha_1(\xi,\Omega)-k_{\mathrm{P}}^{*2})(1+\alpha_5(\xi,\Omega)\alpha_6(\xi,\Omega)))。\tag{16}$$

则 Fourier 变换域内的钢轨位移表达式为

$$\bar{\vartheta}_2(\xi,\Omega)=(\alpha_2(\xi,\Omega)\alpha_3(\xi,\Omega)\alpha_5(\xi,\Omega)+\alpha_4(\xi,\Omega)\bar{P}_{\mathrm{B}}^{*}(\xi,\Omega)k_{\mathrm{P}}^{*}-\frac{\alpha_2(\xi,\Omega)\alpha_4^{2}(\xi,\Omega))}{(\alpha_1(\xi,\Omega)\alpha_4^{2}(\xi,\Omega)}-\alpha_1(\xi,\Omega)\alpha_3(\xi,\Omega)\alpha_5(\xi,\Omega)+\alpha_5(\xi,\Omega)k_{\mathrm{P}}^{*})\quad 。\tag{17}$$

由式（8b）和（9b）得钢轨位移时域表达式为

$$u_z(x^*,\tau)=\frac{1}{4\pi^2}\int_{\infty}^{-\infty}\bar{\vartheta}_2(\xi,-\xi c^*)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\xi(x^*-c^*\tau)}\mathrm{d}\xi\quad 。$$

为了研究列车荷载作用下路轨系统及饱和土体的位移，本文引入文献[6]的列车荷载模型，用一系列按照列车几何尺寸排列的点荷载模拟列车荷载如图 2。列车荷载在变换域内的表达式为

$$p^{xt}{}_n(\xi,\Omega)=2\pi\bar{\Pi}(\eta)\chi_{N_T}(\xi)\quad ,\tag{18}$$

其中

$$\chi_{N_T}(\xi)=\sum_{n=1}^{N_T}\{P^{*}{}_{\mathrm{Eng}}(1+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}a^*\xi}+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(a^*+b^*)\xi}+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(2a^*+b^*)\xi})+P^{*}{}_{\mathrm{Wag}}(1+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}a^*\xi}+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(a^*+b^*)\xi}+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(2a^*+b^*)\xi})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(n-1)L^{*}{}_{\mathrm{Wag}}\xi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(d^*+L^{*}{}_{\mathrm{Eng}})\xi}\}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}L^{*}{}_{\mathrm{Dis}}\xi}\quad 。\tag{19}$$

式中　$P^{*}{}_{\mathrm{Eng}}$，$P^{*}{}_{\mathrm{Wag}}$分别为机车和车厢车轮对钢轨的无量纲作用力，$P_{\mathrm{Eng}}^{*}=\dfrac{P_{\mathrm{Eng}}}{\mu a^2}$，$P_{\mathrm{Wng}}^{*}=\dfrac{P_{\mathrm{Wng}}}{\mu a^2}$；$N_T$为车厢数量，$L^{*}{}_{\mathrm{Eng}}$为机车无量纲长度，$L_{\mathrm{Eng}}^{*}=\dfrac{L_{\mathrm{Eng}}}{a^2}$；$L_{\mathrm{Wng}}^{*}=\dfrac{L_{\mathrm{Wng}}}{a^2}$为车厢无量纲长度，$a^{*}{}_{\mathrm{t}}$为一个车轮组两排车轮的轴线距离，$a_{\mathrm{t}}^{*}=\dfrac{a_{\mathrm{t}}}{a}$；$b^{*}{}_{\mathrm{t}}$为两个车轮组距离较近的两排车轮的轴线距离，$b_{\mathrm{t}}^{*}=\dfrac{b_{\mathrm{t}}}{a}$；$d^{*}{}_{\mathrm{t}}$为车厢第一排车轮距离前一节车厢尾部的距离，$d_{\mathrm{t}}^{*}=\dfrac{d_{\mathrm{t}}}{a}$；$L^{*}{}_{\mathrm{Dis}}$为机车荷载到观察点的距离。表 1 给出了文献[6]中列车的参数。

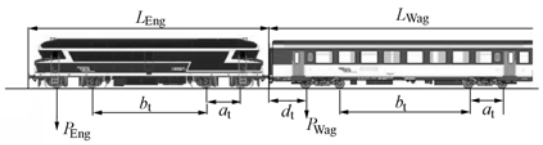


图 2 列车荷载模型

Fig. 2 Train load model

2　数值计算及讨论

使用 Fast Fourier Transform（FFT）[6]来计算 Fourier 逆变换。为了使 FFT 法计算所得的 Fourier 逆变换足够精确，按照文献[6]将-4 $\mathrm{m}^{-1}<\xi<4\mathrm{m}^{-1}$ 和-4 $\mathrm{m}^{-1}<\eta<4$ m^{-1} 的区间分割为 2048×2048 个区间进行计算，以确保足够的精度。根据文献[14]，引入材料阻尼比 β，则 Lame 常数可以表示为：$\lambda^{*}=\lambda(1+2\mathrm{i}\beta)$，$\mu^{*}=\mu(1+2\mathrm{i}\beta)$。根据文献[7,14]取土体与轨道系统计算参数如表 2。

表 1 列车参数

Table 1 Parameters of a train

$P^{*}{}_{\mathrm{Eng}}$	$P^{*}{}_{\mathrm{Wag}}$	$L^{*}{}_{\mathrm{Eng}}$	$L^{*}{}_{\mathrm{Wag}}$	$a^{*}{}_{\mathrm{t}}$	$b^{*}{}_{\mathrm{t}}$	$d^{*}{}_{\mathrm{t}}$	$L^{*}{}_{\mathrm{Dis}}$
8×10^{-3}	5×10^{-3}	22.2	24.4	2.9	14.8	4	-35

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 2 算例土体及轨道系统参数

Table 2 Dimensionless parameters of a rail-track and soil

无量纲参数	数值
Lame 常数 λ^*	1
液相模量 M^*	12
液相密度 ρ^*	0.53
土体阻尼比 β	0.02
土体结构参数 m^*	1.5625
土颗粒压缩性系数 α	0.97
液相黏滞系数与土体渗透系数比值 b^*	10
钢轨刚度 δ	1
单位长钢轨质量 $m_R{}^*$	2
弹簧常数 $k_P{}^*=k_B{}^*$	10
单位长枕木质量 $m_S{}^*$	4
单位长道渣层质量 $m_B{}^*$	10
道渣层宽度 L^*_{Bal}	4

定义无量纲位移、加速度、孔压为

$$u^*_Z = \frac{u_Z(x_t^*, y^*, z^*)}{F_Z^*} \quad , \tag{20a}$$

$$a^*_Z = \frac{a_Z(x_t^*, y^*, z^*)}{F_Z^*} \quad , \tag{20b}$$

$$p^* = \frac{p(x_t^*, y^*, z^*)}{F_Z^*} \quad , \tag{20c}$$

其中 $x_t^* = x^* - c^*\tau$。

图 3 对比了本文计算结果与 Picoux[7]的试验结果。计算中所取参数与 Picoux[7]的试验参数相同。从图中可以看出，本文计算结果与试验结果符合很好，因此验证了本文结果的正确性。

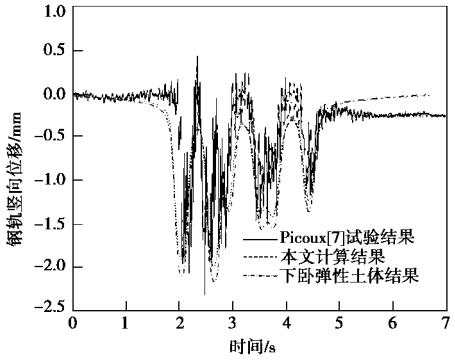


图 3 本文计算结果与 Picoux[7]试验结果对比

Fig. 3 Comparison between the calculated results and the experimental ones of Picoux[7]

图 4 给出了不同列车荷载速度下轨道刚度 δ 对钢轨竖向位移的影响。从图中可以看出，当列车速度较小时，钢轨刚度的提高对减小钢轨竖向位移影响较小，但当列车移动速度超过 Rayleigh 波速时，增大钢轨刚度能显著减小钢轨竖向位移。并且当钢轨刚度较小时，钢轨位移分布符合列车荷载的几何分布，钢轨刚度较大时，相邻两组距离较近的列车车轮荷载趋向于产生同一个竖向位移峰值。

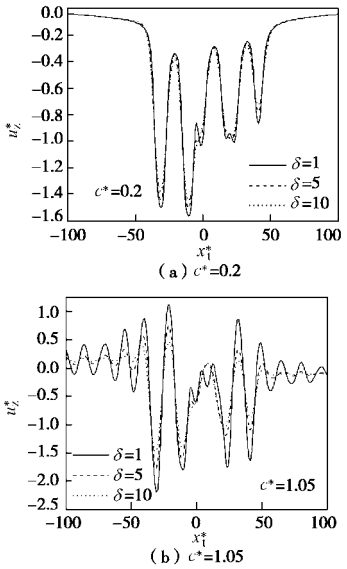


图 4 不同 δ 下钢轨竖向位移

Fig. 4 Effect of δ on vertical displacement of rails

图 5 分别给出了不同列车速度下钢轨竖向位移频谱曲线。从图中可以看出，当列车移动速度 c^*=0.2 时，δ 对由列车静力荷载引起的集中在 0～0.5 Hz 之间的低频部分位移没有影响，而对分布在 0.5～4 Hz 之间，由列车荷载几何分布引起的钢轨位移有一定的影响，位移随 δ 的增大而减小。当列车移动速度 c^*= 1.05 时，

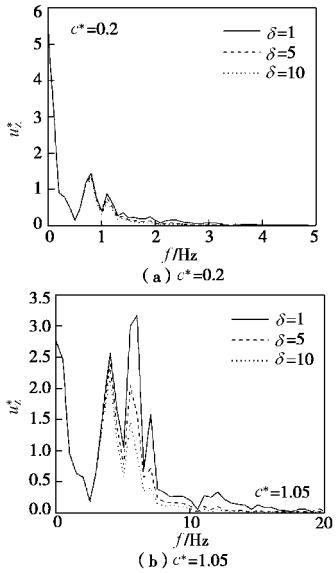


图 5 不同 δ 下钢轨竖向位移频谱

Fig. 5 Fourier amplitude of rail displacements under different δ

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

与低速情况类似，δ 对由列车静力荷载引起的集中在0～2.5 Hz 之间的低频部分的钢轨位移没有影响，但对2.5~20 Hz 部分，由列车荷载几何分布引起的钢轨位移影响很大。随着 δ 增大，这部分位移显著减小。因此，增加钢轨刚度对列车静力荷载引起的低频部分的位移没有影响，但在高速情况下，增加钢轨刚度能显著减小由列车荷载几何分布引起的高频部分的位移。

图 6 给出了不同 δ 下钢轨竖向加速度的变化曲线。从图中可以看出，无论在低速或者高速情况下，增大钢轨刚度都能有效减小钢轨竖向加速度。与位移曲线类似，当钢轨刚度较小时，钢轨加速度分布符合列车荷载的几何分布，钢轨刚度较大时，相邻两组距离较近的列车车轮荷载趋向于产生同一个竖向加速度峰值。并且钢轨刚度的增加对减小负向加速度效果明显，这将有效减少钢轨的疲劳，延长钢轨使用寿命。

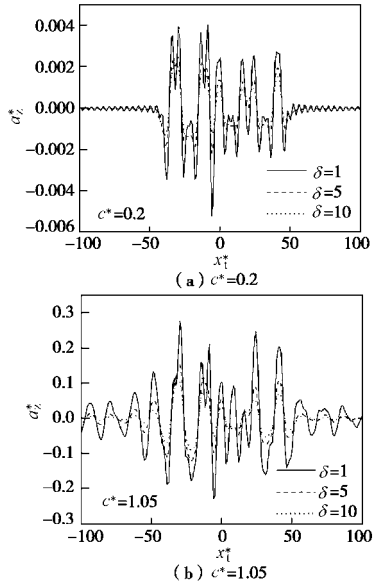


图 6 不同 δ 下钢轨竖向加速度

Fig. 6 Effect of δ on vertical acceleration of rails

图 7 给出了 δ 对不同荷载速度下钢轨竖向加速度频谱曲线的影响。从图中可以看出，与位移频谱曲线类似，钢轨刚度对分布在低频部分（(a)：0～0.5 Hz，(b)：0～2.5 Hz）的钢轨加速度几乎没有影响，而对分布在高频部分的钢轨加速度影响很大。随着钢轨刚度的增加，这一部分加速度显著减小。

当列车经过时，土体中的水相介质对土体位移和土体中波动的传播都有很大影响，因此有必要研究土体中的超静孔隙水压力。图 8 给出了 b^*＝10 时，δ 的变化对超静孔隙水压力的影响。图 8 给出了不同荷载移动速度和不同 b^* 情况下钢轨刚度对土体超静孔压的影响。从图 7 中可以看出，当 b^*＝10 时，在低速情况下，钢轨刚度对土体超静孔压的影响有限，在高速情况下，钢轨刚度对超静孔压有一定的影响。从图 9 中可以明显看出，在低速情况下，无论对于渗透性良好的砂土，或渗透性不好的粉土或黏土，δ 对土体超静孔压的影响都较小。在高速情况下，δ 对土体超静孔压影响很大。特别是对于渗透性较差的土体，增大钢轨刚度能够非常显著的减小列车经过是土体内产生的超静孔压。

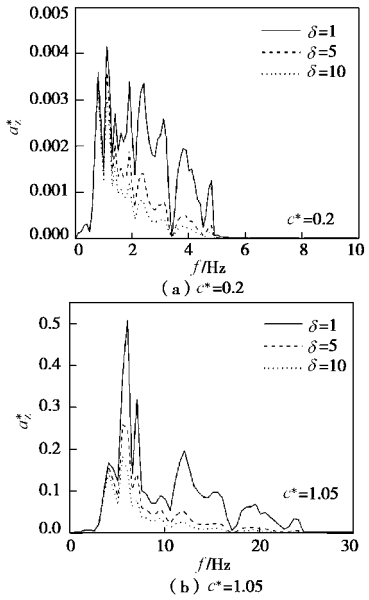


图 7 不同 δ 下钢轨竖向加速度频谱

Fig. 7 Fourier amplitude of rail accelerations under different δ

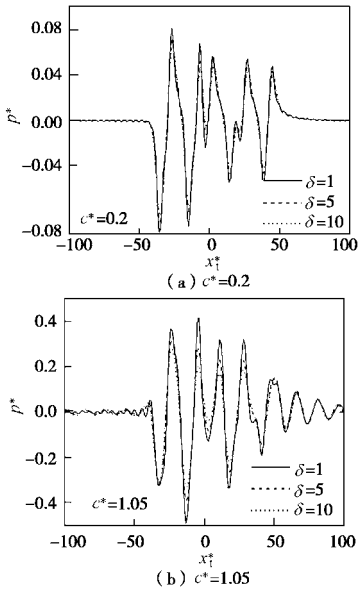


图 8 不同 δ 下土体孔压随深度变化曲线

Fig. 8 Excess pore water pressure varied with z under different δ

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

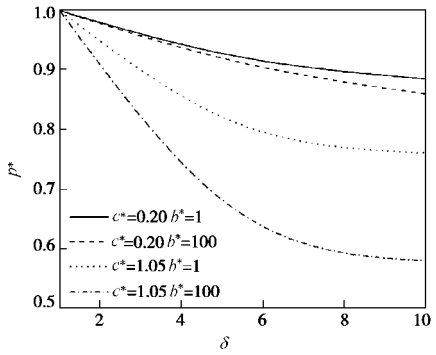


图 9 不同荷载移动速度，不同 b^* 下 δ 对土体孔压的影响

Fig. 9 Effect of δ on excess pore water pressure under different c^* and b^*

3 结 论

用解析法和 Fourier 变换对移动列车荷载作用下铁路系统和饱和半空间土体的动力响应问题进行了研究。将钢轨简化为无限长弹性 Euler 梁，将枕木简化为连续质量块，同时考虑道渣层的影响。由 Fourier 变换求解多孔饱和固体的动力基本方程，在 Fourier 变换域内，联立铁路系统和下卧土体的动力方程，求解列车荷载作用下钢轨位移、加速度、土体位移、孔压表达式。利用数值积分方法对表达式进行 Fourier 逆变换，得到钢轨位移、加速度、孔压在时域内的表达式。分析结果表明：

（1）当列车速度较小时，钢轨刚度的提高对减小钢轨竖向位移影响较小，但当列车移动速度超过 Rayleigh 波速时，增大钢轨刚度能显著减小钢轨竖向位移。且当钢轨刚度较小时，钢轨位移分布符合列车荷载的几何分布，钢轨刚度较大时，相邻两组距离较近的列车车轮荷载趋向于产生同一个竖向位移峰值。

（2）无论在低速或者高速情况下，增大钢轨刚度都能有效减小钢轨竖向加速度。与位移曲线类似，当钢轨刚度较小时，钢轨加速度分布符合列车荷载的几何分布，钢轨刚度较大时，相邻两组距离较近的列车车轮荷载趋向于产生同一个竖向加速度峰值。并且钢轨刚度的增加对减小负向加速度效果明显，这将有效减少钢轨的疲劳，延长钢轨使用寿命。

（3）δ 对由列车静力荷载引起的集中在 0～0.5 Hz 之间的低频部分位移和加速度没有影响，而对分布在 0.5～4 Hz 之间，由列车荷载几何分布引起的钢轨位移、加速度有一定的影响，位移、加速度随 δ 的增大而减小。当列车移动速度 c^*= 1.05 时，与低速情况类似，δ 对集中在 0～2.5 Hz 之间的低频部分的钢轨位移、加速度没有影响，但对集中在 2.5～20 Hz 之间的钢轨位移、加速度影响很大。随着 δ 增大，这部分位移显著减小。因此，增加钢轨刚度对列车静力荷载引起的低频部分的位移、加速度没有影响，但在高速情况下，增加钢轨刚度能显著减小由列车荷载几何分布引起的高频部分的位移、加速度。

（4）在低速情况下，无论对于渗透性良好的砂土，或渗透性不好的粉土或黏土，δ 对土体超静孔压的影响都较小。在高速情况下，δ 对土体超静孔压影响很大。特别是对于渗透性较差粉土、黏土，增大钢轨刚度能够非常显著的减小列车经过时土体内产生的超静孔压。

参考文献：

[1] KENNEDY T C, HERRMANN G. Moving load on a fluid-solid interface:subsonic and intersonic regimes[J]. Journal of Applied Mechanics, 1973, **40**: 885－890.

[2] KENNEDY T C, HERRMANN G. Moving load on a fluid-solid interface:supersonic regimes[J]. Journal of Applied Mechanics, 1973, **40**: 137－142.

[3] KARGARNOVIN M H, YOURNESIAN D, THOMPSON D J, JONES C J C. Response of beams on nonlinear viscoelastic foundations to harmonic moving loads[J]. Computers and Structures, 2005, **83**: 1865－1877.

[4] KARGARNOVIN M H, YOURNESIAN D. Dynamics of Timoshenko beams on Pasternak foundation under moving load[J]. Mechanics Research Communications, 2004, **31**: 713－723.

[5] SHENG X, JONES C J C, PETYT M. Ground vibration generated by a harmonic load acting on a railway track[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, **228**: 3－28.

[6] TAKEMIYA H, BIAN X C. Substructure simulation of Inhomogeneous track and layered ground dynamic interaction under train passage[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2005, **131**: 699－711.

[7] PICOUX B, HOUEDEC D L. Diagnosis and prediction of vibration from railway trains[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2006, **25**: 905－921.

[8] KIM S M. Vibration and stability of axial loads beams on elastic foundation under moving harmonic loads[J]. Engineering Structures, 2004, **26**: 95－105.

[9] KIM S M. Vibration and dynamic buckling of shear

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

beam-columns on elastic foundation under moving harmonic loads[J]. International Journal of Solids and Structures, 2006, **43**: 393－412.

[10] BURKE M, KINGSBURY H B. Response of poroelastic layers to moving loads[J]. International Journal of Solids and Structures, 1984, **20**: 499－511.

[11] SIDDHARTHAN R, ZAFIR Z, NORRIS G M. Moving load response of layered soil. Part I: Formulation; Part II: Verification and application[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1993, **119**: 2052－2089.

[12] THEODORAKOPOULOS D D. Dynamic analysis of a poroelastic half-plane soil medium under moving loads[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2003, **23**: 521－533.

[13] THEODORAKOPOULOS D D, CHASSIAKOS A P, BESKOS D E. Dynamic effects of moving load on a poroelastic soil medium by an approximate method[J]. International Journal of Solids and Structures, 2004, **41**: 1801－1822.

[14] 金　波. 高速荷载下多孔饱和地基的动力响应[J]. 力学季刊, 2004, **25**: 168－174. (JIN Bo. Dynamic response of a poroelastic half space generated by high speed load[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2004, **25**(4): 168－174. (in Chinese))

[15] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. Part I: Low-frequency range; Part II: High-frequency range[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1956, **28**: 168－191.

附录 A：

式（10）各参数表达式如下：

$$\phi(\xi,\eta,z^*,\Omega)=\frac{1}{\Delta}[(\gamma_3{}^2+\xi^2+\eta^2)(\gamma_2 a_2\mathrm{e}^{-\gamma_2 z^*}-\gamma_1 a_1\mathrm{e}^{-\gamma_1 z^*})+(\gamma_1 g_5-\gamma_2 g_6)\mathrm{e}^{-\gamma_3 z^*}],$$

$$a_1=\frac{(m^*\Omega^2-\mathrm{i}b^*\Omega)(\lambda^*+\alpha^2M^*+2)+M^*\Omega^2-2\alpha M^*\rho^*\Omega^2}{(\lambda^*+2)M^*},$$

$$a_2=\frac{(m^*\Omega^2-\mathrm{i}b^*\Omega)\Omega^2-(\rho^*)^2\Omega^4}{(\lambda^*+2)M^*},$$

$$\gamma_1=\sqrt{\xi^2+\eta^2-b_1{}^2},$$

$$\gamma_2=\sqrt{\xi^2+\eta^2-b_2{}^2},$$

$$\gamma_3=\sqrt{\xi^2+\eta^2+D^2},$$

$$\Delta=(g_4-g_3)(\gamma_3^2+\xi^2+\eta^2)-2\gamma_3(\gamma_1 g_5-\gamma_2 g_6),$$

$$g_1=E_1+(2\xi^2-b_1{}^2)F_1,$$

$$g_2=E_2+(2\xi^2-b_2{}^2)F_2,$$

$$g_3=\lambda^*E_1-2\gamma_1^2F_1-\alpha,$$

$$g_4=\lambda^*E_2-2\gamma_2^2F_2-\alpha,$$

$$g_5=g_1+2\eta^2a_1,$$

$$g_6=g_2+2\eta^2a_2,$$

$$b_1{}^2=\frac{a_1+\sqrt{a_1{}^2-4a_2}}{2},$$

$$b_2{}^2=\frac{a_1-\sqrt{a_1{}^2-4a_2}}{2},$$

$$E_1=\frac{CM^*b_1^2-\rho^*\Omega^2}{\rho^*\Omega^2(\alpha-C)M^*},$$

$$E_2=\frac{CM^*b_2^2-\rho^*\Omega^2}{\rho^*\Omega^2(\alpha-C)M^*},$$

$$F_1=\frac{\lambda^*E_1+E_1-\alpha+C}{D^2-b_1^2},$$

$$F_2=\frac{\lambda^*E_2+E_2-\alpha+C}{D^2-b_2^2},$$

$$C=\frac{\rho^*\Omega^2}{m^*\Omega^2-\mathrm{i}b^*\Omega},$$

$D^2=(1-\rho^*C)\Omega^2$。

附录 B：

式（15）中各参数表达式如下：

$$\alpha_1(\xi,\Omega)=\delta\xi^4-m_{\mathrm{R}}{}^*\Omega^2+k_{\mathrm{P}}{}^*,$$

$$\alpha_2(\xi,\Omega)=F_z{}^*(\xi,\Omega),$$

$$\alpha_3(\xi,\Omega)=-m_{\mathrm{B}}{}^*\Omega^2/2+k_{\mathrm{P}}{}^*+k_{\mathrm{B}}{}^*-m_{\mathrm{S}}{}^*\Omega^2,$$

$$\alpha_4(\xi,\Omega)=-m_{\mathrm{B}}{}^*\Omega^2/6-k_{\mathrm{B}}{}^*,$$

$$\alpha_5(\xi,\Omega)=-m_{\mathrm{B}}{}^*\Omega^2/3+k_{\mathrm{B}}{}^*,$$

$$\alpha_6(\xi,\Omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}-\bar{\Pi}(\eta)\phi(\xi,\eta,0,\Omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\eta y}\mathrm{d}y。$$

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net