考虑黏聚力及放坡角度的土钉墙侧土压力计算

马 平，秦四清，孙 强
(中国科学院地质与地球物理研究所，北京 100029)

摘 要：基于极限平衡理论及平面滑裂面假定，在考虑土黏聚力及放坡角度的基础上，推导了平面滑裂面剪切破坏角的数学表达式。结果表明：平面滑裂面剪切破坏角与土的黏聚力、计算深度无关，与放坡角度和土的内摩擦角均成线性关系。在剪切破坏角计算的基础上，建立了一个符合实际的土钉墙侧向土压力计算公式。实例计算结果表明：建立的土钉墙侧向土压力计算公式适用于不同放坡角度的土钉墙，不但适用于无黏性土，同样适用于黏性土。

关键词：黏聚力；主动土压力；滑裂面；土钉墙
中图分类号：TU432 文献标识码：A 文章编号：1000－4548(2007)12－1888－04

作者简介：马 平(1978－)，男，陕西省渭南人，博士，主要从事岩土工程基础理论及工程应用方面的研究。E-mail: sanmacool@mail.iggcas.ac.cn。

Computation of lateral soil pressure on soil nailing wall considering cohesion force and cut slope angle

MA Ping，QIN Si-qing，SUN Qiang
(Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China)

Abstract: Based on the limit equilibrium theory and the hypothesis of planar sliding surface, a formula for calculating the angle of shear failure was deduced considering cohesion and cut slope angle. It was indicated that there was no relationship among the angle of sheer failure, the cohesion of soil and the depth. However the angle of shear failure was linearly related with the cut slope angle and the angle of internal friction of soil. And then a formula was proposed to compute the lateral soil pressure of soil nailing wall. Finally, it was proved that the formula for the lateral soil pressure could be used to soil nailing walls with different cut slope angles for both cohesive and noncohesive soils.

Key words: cohesion; active earth pressure; sliding plane; soil nailing wall

0 引 言

土钉墙侧向土压力计算是土钉墙设计的重要内容。土钉墙中土钉的密度、长度的确定以及土钉抗拔安全系数计算最主要是取决于侧向土压力的大小分布，侧向土压力的大小分布也影响着土钉内力的计算。因此，研究土钉墙侧向土压力对土钉墙的设计、应用是非常有意义的。目前，工程界计算土钉墙侧向土压力的方法主要有经典的朗肯、库仑土压力计算方法[1]与规范推荐方法[2]。朗肯土压力理论假设地面水平，墙面竖直，虽符合一般连续墙与桩锚支护的基坑情况，但不符合有一定放坡角度的土钉墙；库仑理论假设土的黏聚力为零，对于黏性土须采用等代内摩擦角的形式进行土压力计算，随意等代，误差较大[3]。后人在库仑理论的基础上建立了一些考虑滑裂面上黏聚力 c 的土压力计算方法和一些图解方法，但由于计算公式复杂，查表法或图解法较为繁琐，且精度略显粗糙，工程应用较少[4-5]。规程推荐的方法[2]依然采用等代内摩擦角来考虑土黏聚力，且通过折减的方法来计算有放坡角度的土钉墙侧向土压力，折减系数缺少理论依据。因此，建立一个简便的更符合实际的土钉墙侧向土压力计算公式就显得十分必要。应用平面滑裂面假定，在考虑滑裂面上土黏聚力及放坡角度的基础上，建立了可直接应用的考虑土黏聚力及放坡角度的土钉墙侧土压力计算公式。

1 计算模型及基本方程

根据一般土钉墙支护形式建立如图 1（a）所示的计算模型，放坡角度为 β，坡顶水平，墙后为 c、φ 型均质土，墙背光滑。假设滑动土体 abc 沿滑裂面 ac

基金项目：国家重点基础研究(973)资助项目（2002CB412702）
收稿日期：2006－10－24

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

与墙背 *ab* 同时向下滑动。滑动土体处于极限平衡状态，本身无压缩变形。取滑动土体 *abc* 为分离体，则滑动土体 *abc* 在重力 *W*、墙抗力 *P*、下部不动土体反力 *R* 以及下部土体对上部土体的黏结力 *K* 作用下，处于极限平衡状态。墙抗力 *P* 与土压力合力大小相等方向相反，方向与坡面垂直。*W* 垂直向下，*K* 与滑动面平行且向斜上方。*R* 为滑裂面下方不动土体对 *abc* 滑体的反力，此反力与土体内摩擦角 φ 有关，大小未知，方向已知，*R* 的方向与滑裂面 *ac* 的法线成 φ 角。将 *K*、*P* 分解为垂直方向与水平方向的力，因滑体 *abc* 处于平衡状态，则垂直方向力（*W* 与 *K*、*P* 垂直分量），水平方向力（*K*、*P* 水平向分量）与 *R* 三力共点，即可形成图 1（b）所示封闭力三角形。

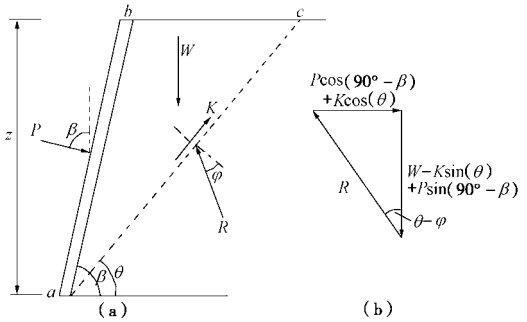


图 1 土压力计算简图

Fig. 1 Computation of soil pressure

根据极限平衡原理，滑动土体 *abc* 每延米土体的总重为

$$W=\frac{1}{2}z(z\cot\theta-z\cot\beta)\gamma \quad , \tag{1}$$

滑裂面下部不动土体对上部滑体的黏结力为

$$K=\frac{z}{\sin\theta}c \quad 。 \tag{2}$$

根据图 1（b）所示力学平衡条件，有

$$\frac{P\cos(90^\circ-\beta)+K\cos\theta}{W-K\sin\theta+P_a\sin(90^\circ-\beta)}=\tan(\theta-\varphi) \quad 。 \tag{3}$$

将式（1），（2）代入式（3），并加以整理，可以得到土压力合力表达式

$$P=\frac{\tan(\theta-\varphi)[\frac{1}{2}z^2\gamma(\cot\theta-\cot\beta)-zc]-zc\cot\theta}{\sin\beta-\tan(\theta-\varphi)\cos\beta} 。 \tag{4}$$

对（4）式求导可求得土压力强度的微分表达式为

$$e=\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} \quad 。 \tag{5}$$

以上各式中：γ 为土的重度（kN/m^3）；*z* 为计算深度（m）；θ 为滑动破坏面与水平面的夹角（°）；φ 为土的内摩擦角（°）；*c* 为土的黏聚力（kPa）；β 为放坡角度（°）。

2　剪切破坏角

对于直立的边坡，经典的朗肯主动土压力理论与库仑主动土压力理论求得的滑裂面简单明了，滑裂面与水平面的夹角为 $45^\circ+\varphi/2$（主动土压力）[3]。对于有一定放坡角度的土钉墙支护边坡，从式（4）可以看出，当深度 *z* 一定时，土压力合力 *P* 为剪切破坏角 θ 的函数。按照极限平衡理论，当 $\mathrm{d}P/\mathrm{d}\theta=0$ 时，*P* 取极值 P_a，即为主动土压力合力，并可得产生主动土压力时的剪切破坏角 θ' 值。式（4）对 θ 求导，得

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\theta}=\frac{(1+\tan^2(\varphi-\theta))(\frac{1}{2}z^2\gamma(\frac{1}{\tan\theta}-\frac{1}{\tan\beta})-zc)}{\sin\beta+\tan(\varphi-\theta)\cos\beta}+$$
$$\frac{\frac{1}{2}\tan(\varphi-\theta)z^2\frac{\gamma}{\tan^2\theta}(1+\tan^2\theta)}{\sin\beta+\tan(\varphi-\theta)\cos\beta}-$$
$$[\frac{\tan(\varphi-\theta)(\frac{1}{2}z^2\gamma(\frac{1}{\tan\theta}-\frac{1}{\tan\beta})-zc)}{(\sin\beta+\tan(\varphi-\theta)\cos\beta)^2}+$$
$$\frac{z\frac{c}{\tan\theta}}{(\sin\beta+\tan(\varphi-\theta)\cos\beta)^2}](1+\tan^2(\varphi-\theta))\cos\beta+$$
$$\frac{z\frac{c}{\tan^2\theta}(1+\tan^2\theta)}{\sin\beta+\tan(\varphi-\theta)\cos\beta} 。 \tag{6}$$

令 $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\theta}=0$，求得产生主动土压力时的剪切破坏角表达式为

$$\theta'=\mathrm{atan}\left[\frac{\tan\beta\tan\varphi-1}{\tan\beta+\tan\varphi}+\frac{(\tan^2\beta\tan^2\varphi+1+\tan^2\beta+\tan^2\varphi)^{\frac{1}{2}}}{\tan\beta+\tan\varphi}\right] 。 \tag{7}$$

从式（7）可以看出，产生主动土压力时的剪切破坏角 θ' 与土的黏聚力、计算深度无关，与放坡角度和土的内摩擦角有关。当放坡角度与土内摩擦角一定时，产生主动土压力时的剪切破坏角 θ' 则是个定值。可以将剪切破坏角 θ' 表示为放坡角度 β 和土的内摩擦角 φ 的函数，即

$$\theta'=f(\beta,\varphi) \quad 。 \tag{8}$$

取放坡角度 β 和土的内摩擦角 φ 为工程常见数值范围，得到它们与剪切破坏角 θ' 的关系图如图2所示（图中单位弧度）。从图中可以看出，剪切破坏角 θ' 与放坡角度、土的内摩擦角均成线性关系。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

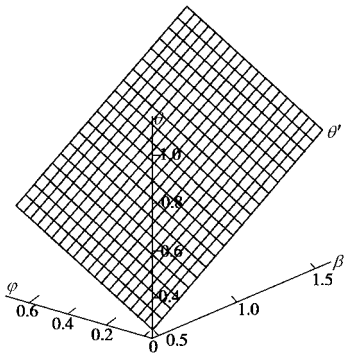


图 2 剪切破坏角 θ' 与放坡角度 β 和土的内摩擦角 φ 的关系

Fig. 2 Angle of shear failure θ' vs. cut slope angle β and internal friction angle φ of soil

3 主动土压力强度

将式 (7) 代入式 (4)，即可求得总主动土压力 P_a。由于 θ' 只与放坡角度 β 和土的内摩擦角 φ 有关，而与计算深度 z 无关，因此，主动土压力强度 e_a 依然与经典土压力理论相同，随深度线性分布，不同的是产生主动土压力时的剪切破坏角不同。通过式 (4) 求取

$$e=\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z}=\frac{\tan(\theta-\varphi)[z\gamma(\frac{1}{\tan\theta}-\frac{1}{\tan\beta})-c]-\frac{c}{\tan\theta}}{\sin\beta-\tan(\theta-\varphi)\cos\beta}\text{。}\quad(9)$$

将式 (7) 代入式 (9) 即可求得主动土压力强度计算公式

$$e_a=\frac{\tan(\theta'-\varphi)[z\gamma(\frac{1}{\tan\theta'}-\frac{1}{\tan\beta})-c]-\frac{c}{\tan\theta'}}{\sin\beta-\tan(\theta'-\varphi)\cos\beta}\text{。}\quad(10)$$

另外也可以采用差分的形式进行主动土压力强度求解，如

$$e_{a_{|z=\frac{z_1+z_2}{2}}}=\frac{\Delta P_a}{\Delta z}=\frac{P_{a|z=z_2}-P_{a|z=z_1}}{z_2-z_1}\quad\text{。}\quad(11)$$

采用式 (10) 与式 (11) 计算土钉墙侧向主动土压力将得到相同的计算结果。在计算机科学技术迅速发展及普及应用的今天，无论采用式 (10) 还是式 (11)，通过计算机求解土压力，都非常简单、快捷。

4 算 例

计算时取参数：土重度 γ =20 kN/m^3，土的黏聚力 c =20 kPa，内摩擦角 φ =20°；计算深度 z =15 m；放坡角度 β =90°，80°，70°，60°，50°，40°。根据式 (7) 与式 (10) 计算得到不同放坡角度时土钉墙侧土压力如下图 3 所示。图中 R 代表朗肯土压力理论计算结果。

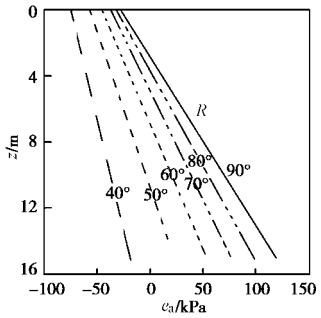


图 3 不同放坡角度时侧土压力计算结果

Fig. 3 Lateral soil pressures with different cut slope angles

从图中可以看出：

(1) 具有一定放坡角度时，采用式 (7) 与式 (10) 计算得到的土钉墙侧土压力均小于朗肯土压力理论计算结果。原因在于，当放坡角度较小时，土体本身已经处于稳定状态，在垂向自重力作用下，已经不会产生主动土压力。

(2) 随着放坡角度的减小，本文计算方法得到的土压力也逐渐减小。表 1 为不同放坡角度时本文方法计算得到的土钉墙侧土压力强度与朗肯土压力强度之比。表中数据表明，同一放坡角度不同深度处两种土

表 1 不同放坡角度时两种方法土压力强度之比

Table 1 Ratio of soil pressures calculated with two methods

z/m	90°	80°	70°	60°	50°	40°
0	1.00	1.14	1.34	1.62	2.03	2.68
1	1.00	1.28	1.64	2.14	2.84	3.92
2	1.00	1.75	2.66	3.86	5.53	8.05
3	0.98	-4.3	-10.5	-18.4	-29.3	-45.6
4	0.99	0.23	-0.63	-1.72	-3.19	-5.37
5	0.99	0.53	0.02	-0.61	-1.45	-2.68
6	0.99	0.64	0.26	-0.20	-0.81	-1.71
7	1.00	0.70	0.38	0.00	-0.48	-1.20
8	1.00	0.73	0.46	0.13	-0.28	-0.89
9	1.00	0.76	0.51	0.22	-0.15	-0.68
10	1.00	0.77	0.55	0.28	-0.05	-0.53
11	1.00	0.79	0.57	0.33	0.01	-0.42
12	1.00	0.80	0.59	0.36	0.07	-0.33
13	1.00	0.80	0.61	0.39	0.12	-0.26
14	1.00	0.81	0.63	0.42	0.15	-0.20
15	1.00	0.82	0.64	0.44	0.19	-0.15

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

压力强度比值不同。因此，不能够简单地通过给朗肯主动土压力乘以一个定值折减系数的办法来计算有一定放坡角度的土钉墙侧向土压力。

然而《建筑基坑支护技术规程》[2]中计算土钉墙侧土压力荷载时采用了荷载折减系数法，荷载折减系数按照下式计算

$$\zeta = \tan\frac{\beta-\varphi_k}{2}\left[\frac{1}{\tan\frac{\beta+\varphi_k}{2}}-\frac{1}{\tan\beta}\right]/\tan^2\left(45^o-\frac{\varphi}{2}\right)。(12)$$

式中，β 为土钉墙坡面与水平面的夹角，即为放坡角度。土钉墙侧向土压力荷载 $T_K=\zeta e_{ak}$，e_{ak} 为朗肯主动土压力强度。式（12）表明当放坡角度与土力学参数一定时，荷载折减系数为一定值，这与表 1 所反映的事实不符。由此可见，《建筑基坑支护技术规程》采用荷载折减系数计算有一定放坡角度的土钉墙侧向土压力的方法是不符合实际情况的。

表 1 中数据同时表明了当土钉墙放坡角度为 90° 时，本文土压力计算方法与朗肯土压力计算结果相同。可见，本文土压力计算方法适合不同的放坡角度，符合工程实际条件。

5　结　　论

（1）基于极限平衡理论及平面滑裂面假定，在考虑土黏聚力及放坡角度的基础上，推导了平面滑裂面剪切破坏角 θ' 的数学表达式，建立了土钉墙侧向土压力计算公式。剪切破坏角 θ' 与土的黏聚力和计算深度无关，与放坡角度和土的内摩擦角成线性关系。

（2）本文主动土压力计算公式适用于不同放坡角度的土钉墙侧土压力计算，不但适用于黏性土，对无黏性土也同样适用。

参考文献：

[1] 秦四清，万林海，汤天鹏，等. 深基坑工程优化设计[M]. 北京：地震出版社，1998. 150－168. (QIN Si-qing, WAN Lin-hai, TANG Tian-peng, et al. Optimal design of deep foundation pit engineering[M]. Beijing: Seismic Press, 1998: 150－168. (in Chinese))

[2] JGJ120—99 建筑基坑支护技术规程[S]. (JGJ120—99 Technical specification for retaining and protection of building foundation excavation[s]. (in Chinese))

[3] 陈希哲. 土力学地基基础[M]. 北京：清华大学出版社，1998: 175－188. (CHEN Xi-zhe. Soil mechanics and foundation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998: 175－188. (in Chinese))

[4] 年廷凯，栾茂田. 均布荷载作用下挡土墙后黏性填土的土压力计算[J]. 岩土力学，2002，**23**(1): 17－22. (NIAN Ting-kai，LUAN Mao-tian. Earth pressure computations of cohesive backfill with inclined surface under surcharge by limit analysis[J]. Rock and soil Mechanics, 2002, **23**(1): 17－22. (in Chinese))

[5] 李巨文，王　狲，梁永朵，等. 挡土墙后黏性填土的主动土压力计算[J]. 岩土工程学报，2006，**28**(5): 650－652. (LI Ju-wen, WANG Chong, LIANG Yong-duo, et al. Computation of earth pressure of cohesive backfill on retaining wall[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(5): 650－652. (in Chinese))

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net