圆巷开挖围岩偏应力应变能生成的分析解与图解

潘 岳，李爱武，戚云松
（青岛理工大学土木工程学院，山东 青岛 266520）

摘 要：巷道开挖在围岩中产生偏应力，围岩应力是原岩应力与偏应力的叠加，偏应力或偏应力能控制岩体破坏。在假设静水压力和体积应变等于零条件下，利用文献[1]在弹性、非线性硬化和软化光滑连接的本构模型导得的圆巷围岩弹性、硬化和软化区光滑连接的应力分布表达式，用重积分计算了圆巷围岩弹性、硬化和软化区中的偏应力应变能 U_d，证明了 U_d 可以简捷地用地应力关于巷壁位移做一次积分再乘以巷壁周长得到。由此，可通过地应力－巷壁位移关系曲线及其所围面积的几何形式表示围岩偏应力能随巷壁位移变化的情况，此研究结果可以深化由于巷道开挖围岩的力学响应及挖成后巷道围岩工况规律的认识。

关键词：巷道；地应力；巷壁位移；偏应力应变能
中图分类号：TD322.4 文献标识码：A 文章编号：1000－4548(2007)12－1780－07

作者简介：潘 岳(1947－)，男，教授，从事岩体力学方面的研究工作。E-mail: panyue@qtech.edu.cn。

Analysis and illustration on deviatoric stress strain energy generation of surrounding rock in circuar tunnel excavation

PAN Yue，LI Ai-wu，QI Yun-song
(College of Civil Engineering, Qingdao Technological University, Qingdao 266520, China)

Abstract: The stress in surrounding rock is the superposition of stress in virgin rock mass and deviatoric stress happened in circuar tunnel excavation. The breakage of rock mass by was dominates by the deviatoric stress or its strain energy. On condition that hydrostatic pressure and volumetric strain of rock mass equalled to zero, by using the stress distribution expressions of surrounding rock that its elastic, nonlinear hardening and nonlinear softening zones were linked glossily based on the constitutive model of Reference[1], and using multiple integral, the strain energy of deviatoric stress, U_d, was calculated in the elastic, hardened and softened zones of surrounding rock. It was proved that U_d could be deduced concisely by integrating geo-stress with respect to displacement of tunnel wall, and multiplying by the perimeter of tunnel wall. Thereby, the variation of the deviatoric stress energy in surrounding rock in response to the displacement of tunnel wall could be expressed by the geometric form of the relation between geo-stress and displacement of tunnel wall as well as the area enclosed by them. The obtained results could deepen the understanding of mechanical response of surrounding rock due to the excavation and operation of tunnels.

Key words: circuar tunnel; geo-stress; displacement of tunnel wall; energy release of surrounding rock

0 引 言

静水压力下，圆巷开挖前，由于 $\sigma_\theta = \sigma_z = \sigma_r$，巷道围岩偏应力为零。开挖使得围岩应力重分布，$\sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_r$，因此开挖后的巷道围岩中偏应力不为零。开挖是对原岩应力的卸载，此过程中一方面有围岩弹性能释放，另一方面在围岩中产生偏应力，这两者都与巷壁 $r = a$ 处的应力变化有关。偏应力使介质产生塑性变形，偏应力应变能控制着岩体破坏。对巷道开挖围岩偏应力应变能生成问题进行分析，可以深化由于开挖在围岩岩体中产生的力学响应以及挖成后围岩工作状况的规律性认识。笔者利用在弹性、硬化和软化阶段光滑连接的应力－应变关系导得的在圆巷围岩弹性、硬化和软化区光滑连接的应力分布表达式[1]，对由于开挖在围岩中出现硬化和软化区的圆巷围岩偏应力能进行了计算，发现了一个计算围岩偏应力能的简捷途径。

基金项目：山东省教委重点资助项目(G04D15)；山东省自然科学基金资助项目(Y2005-A03)
收稿日期：2006－12－04

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

1　对问题进行研究的基础

1.1　岩体本构模型及围岩中的应力强度、应变强度

岩体弹性阶段的应力－应变为线弹性关系[1]：

$$\sigma = E\varepsilon \ (\varepsilon \le \varepsilon_e) \quad , \tag{1}$$

式中，E 弹性模量，ε_e 为屈服应变。岩体非线性硬化和非线性软化阶段的应力－应变关系可统一表示为[1]

$$\sigma = E_{\mathrm{o}}\left[\varepsilon\cdot\exp\left(-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)-h\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon}\right]$$

$$= E_{\mathrm{o}}\varepsilon_c\left[\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\exp\left(-g\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)-h\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon}\right] \quad (\varepsilon \ge \varepsilon_e) \quad , \tag{2}$$

式中，ε_c 为与峰值应力对应的应变，

$$g = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{\mathrm{o}}} \quad , \tag{3}$$

$$h = \frac{\varepsilon_e^3}{2\varepsilon_c\varepsilon_{\mathrm{o}}}\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right) \quad , \tag{4}$$

$$E_{\mathrm{o}} = E\exp\frac{\left(\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)}{1-\frac{\varepsilon_e}{2\varepsilon_{\mathrm{o}}}} \quad 。 \tag{5}$$

据式（1）～（5），用 Matlab 软件绘出的岩体弹性、硬化和软化三段式光滑连接应力–应变曲线如图 1 所示（式（2）对 ε 求导后，令 $\varepsilon = \varepsilon_e$，再由式（5），易知 $\mathrm{d}\sigma(\varepsilon_e)/\mathrm{d}\varepsilon = E$，即光滑连接）。

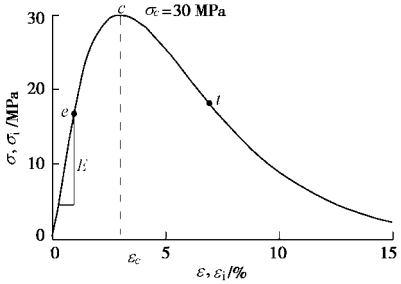


图 1 弹性、非线性硬化和非线性软化的本构模型

Fig. 1 Constitutive model with glossily linked elastic, nonlinear hardening and softening segments

设巷道足够长，可作平面应变处理，$\varepsilon_z = \varepsilon_2 = 0$；巷道受静水压力 p_{o}，轴对称问题，$\sigma_1 = \sigma_\theta$，$\sigma_2 = \sigma_z$，$\sigma_3 = \sigma_r$；复杂应力状态下岩体进入硬化和软化状态时，问题变得十分复杂而难于作出数学处理，为简化分析，可放宽条件，假设硬化和软化状态时岩体体积应变为零，$\theta = 3\varepsilon_{\mathrm{m}} = \varepsilon_\theta + \varepsilon_z + \varepsilon_r = 0$（$\varepsilon_{\mathrm{m}}$ 为平均应变），即有

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_{\mathrm{m}} = 0 \ , \\ &\varepsilon_z = 0 \ , \\ &\varepsilon_\theta + \varepsilon_r = 0 \ 。 \end{aligned}\right\} , \tag{6}$$

由式（6），$\varepsilon_z : \varepsilon_r : \varepsilon_\theta$=0：-1：1，单元体应变分量保持固定比例，属简单加载[3-4]，据 Nлющин 提出并经试验验证的应力强度 σ_{i} 与应变强度 ε_{i} 之间单一曲线的物理关系[3-4]，可将同属简单加载的单轴本构关系式（1），（2）推广，而得到岩体在复杂应力状态下应力强度 σ_{i} 与应变强度 ε_{i} 之间的物理关系[1]：

$$\sigma_{\mathrm{i}} = E\varepsilon_{\mathrm{i}} \ (\varepsilon_{\mathrm{i}} \le \varepsilon_e) \quad , \tag{7}$$

$$\sigma_{\mathrm{i}} = E_{\mathrm{o}}\varepsilon_c\left[\frac{\varepsilon_{\mathrm{i}}}{\varepsilon_c}\exp\left(-g\frac{\varepsilon_{\mathrm{i}}}{\varepsilon_c}\right)-h\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{\mathrm{i}}}\right] \ \varepsilon_{\mathrm{i}} \ge \varepsilon_e) \ 。 \tag{8}$$

式（7）和（8）是同时关联巷道围岩中任一单元体三向应力 σ_θ，σ_r，σ_z 与三向应变 ε_θ，ε_r，ε_z 之间的加载与变形关系。式（7），式（8）与式（1），式（2）的函数关系相同，其图形与图 1 也相同，将 σ_{i}，ε_{i} 符号也标在图 1 上，即得 $\sigma_{\mathrm{i}} - \varepsilon_{\mathrm{i}}$ 全曲线，不再重复绘出。这里强调指出，式（8）同时适用于描述巷道围岩硬化和软化阶段应力强度与应变强度间的关系。

在平面应变和体积应变为零条件下，轴向应力 σ_z 与 σ_θ，σ_r 之间有如下关系[3,5]：

$$\sigma_z = \frac{1}{2}(\sigma_\theta + \sigma_r) \quad 。 \tag{9}$$

由此可得围岩内应力强度

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_\theta-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_r)^2+(\sigma_r-\sigma_\theta)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_\theta - \sigma_r) \quad 。 \tag{10}$$

轴对称问题几何方程为

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_\theta &= \frac{u}{r} \ , \\ \varepsilon_r &= \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r} \ , \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

式中，r 为矢径。式（11）代入式（6）中第 3 式作积分，可得矢径 r 处的位移和应变：

$$\left.\begin{aligned} u(r) &= \frac{A}{r} \ , \\ \varepsilon_\theta(r) &= \frac{A}{r^2} \ , \\ \varepsilon_r(r) &= -\frac{A}{r^2} \ , \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

式中，A 积分常数。围岩内应变强度[3-4]

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\varepsilon_\theta-\varepsilon_z)^2+(\varepsilon_z-\varepsilon_r)^2+(\varepsilon_r-\varepsilon_\theta)^2} \quad 。 \tag{13}$$

将式（12）和 $\varepsilon_z = 0$ 代入式（13），可得

$$\varepsilon_{\mathrm{i}}(r) = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{A}{r^2} \quad 。 \tag{14}$$

利用 $r = a$ 时 $\varepsilon_{\mathrm{i}} = \varepsilon_{\mathrm{i}}(a)$ 的条件，可得积分常数

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$A=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2\varepsilon_{\mathrm{i}}(a) \quad 。 \tag{15}$$

式（14），式（15）代入式（13），式（12），可得

$$\varepsilon_{\mathrm{i}}(r)=\frac{a^2}{r^2}\varepsilon_{\mathrm{i}}(a) \quad , \tag{16}$$

$$\left.\begin{aligned} u(r)&=\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{a^2}{r}\varepsilon_{\mathrm{i}}(a)\ ,\\ u_a&=\frac{\sqrt{3}}{2}a\varepsilon_{\mathrm{i}}(a)\ 。\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

式中，u_a 为 $r=a$ 处岩体的径向位移。

1.2 围岩弹性区应力分布、地应力与围岩位移关系

在此讨论地应力 p_{o} 足够大、巷道开挖到设计半径 a 时，巷壁 $r=a$ 处岩体的应力、应变已进入图 1 中的峰后软化状态的情况。

巷道挖成半径为 a 的圆巷，作理论分析时不妨假设是从巷道中心等幅度、逐层地向外开挖。在巷道挖成之前，$r<$设计半径 a 以内的岩体对半径 $r=a$ 以外的围岩有支承力，将矢径 $r=a$ 处的此支承力记为 p_a。在开挖之前，此支承力 p_a 等于静水压力 p_{o}。在逐层向外开挖过程中 p_a 逐渐减小，如图 2 所示。当挖到设计半径 a 时，$p_a=0$。

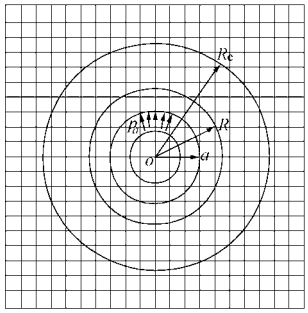


图 2 巷道开挖中 p_a 从 p_{o} 向零变化

Fig. 2 Change of p_a from p_{o} to zero during digging process of tunnel

在应变方面，开挖过程中越靠近巷道中心的岩体，其应变越大。当 $\varepsilon_{\mathrm{i}}(a)\geq$ 弹性极限 ε_e 之后，$r=a$ 处岩石开始进入硬化状态；当式（17）中的 $\varepsilon_{\mathrm{i}}(a)=\varepsilon_e$ 时，$r=a$ 处围岩的径向位移 u_a 达到 $r\geq a$ 的以外部位岩体处于弹性状态时的最大位移 $u^{\mathrm{e}}_{a\max}$。由式（17），

$$u^{\mathrm{e}}_{a\max}=\frac{\sqrt{3}}{2}a\,\varepsilon_e \quad 。 \tag{18}$$

由式（1）的线弹性关系知，围岩弹性区应力分布关系可直接采用弹性理论中已有的轴对称结果：

$$\sigma^{\mathrm{e}}_{\theta}=\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)p_{\mathrm{o}}-\frac{a^2}{r^2}p_a \quad , \tag{19}$$

$$\sigma^{\mathrm{e}}_{r}=\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)p_{\mathrm{o}}+\frac{a^2}{r^2}p_a \quad 。 \tag{20}$$

将式（19），式（20）代入式（10），再利用 $\sigma_{\mathrm{i}}=E\,\varepsilon_{\mathrm{i}}$ 及式（17），可得 $r\geq a$ 以外岩体处于弹性状态时 $(p_{\mathrm{o}}-p_a)$ 与 $r=a$ 处围岩位移 u_a 的关系式为

$$p_{\mathrm{o}}-p_a=\frac{E\,\varepsilon_{\mathrm{i}}(r)}{\sqrt{3}}\frac{r^2}{a^2}=\frac{E}{\sqrt{3}}\varepsilon_{\mathrm{i}}(a)=\frac{2E}{3}\frac{u_a}{a}$$
$$(0\leq u_a\leq u^{\mathrm{e}}_{a\max}) \quad 。 \tag{21}$$

1.3 围岩硬化与软化区应力分布、地应力与围岩位移关系

随巷道向外开挖，$r=a$ 处的应变强度 $\varepsilon_{\mathrm{i}}(a)>\varepsilon_e$，径向位移 u_a 大于式（19）中的 $u^{\mathrm{e}}_{a\max}$，围岩中 $r\geq a$ 以外部位出现硬化区，即图 2 中硬化区半径 R_e 大于巷道设计半径 a ；当巷道挖到设计半径 a 时，$p_a=0$，$r=a$ 处的应变强度 $\varepsilon_{\mathrm{i}}(a)>\varepsilon_c$、径向位移 u_a 继续增大，$r\geq a$ 的以外岩体部分出现软化区，即围岩中软化区半径 R 大于巷道半径 a ，如图 2 所示。

在式（14）中利用硬化区与软化区交界面 $r=R$ 处应变强度 $\varepsilon_{\mathrm{i}}(r)=\varepsilon_c$ 的条件，可得积分常数

$$A=\frac{\sqrt{3}}{2}R^2\varepsilon_c \quad 。 \tag{22}$$

代入式（12），再由式（16）可得围岩硬化与软化区中的位移、应变强度、硬化区半径与软化区半径关系为

$$u(r)=\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_c\frac{R^2}{r} \quad , \tag{23}$$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{\mathrm{i}}&=\varepsilon_c\frac{R^2}{r^2}\ ,\\ \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}&=\frac{R^2}{R_s^2}\ 。\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

令式（23）中 $r=a$，可得 $R^2=2a\,u_a/(\sqrt{3}\,\varepsilon_c)$，将其代入式（23），（24），则硬化区与软化区中的位移、应变强度可用 u_a 表示为

$$u(r)=\frac{au_a}{r} \quad , \tag{25}$$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{\mathrm{i}}(r)&=\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{au_a}{r^2}\ ,\\ \varepsilon_{\mathrm{i}}(a)&=\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{u_a}{a}\ 。\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

式（8）中令 $\varepsilon_{\mathrm{i}}=\varepsilon_c$ 可得：

$$E_{\mathrm{o}}\varepsilon_c=\frac{\sigma_c}{e^{-g}-h} \quad 。 \tag{27}$$

文献[1]通过式（8），式（10），式（23）～（27），采用轴对称问题平衡方程，求得同时适用于描述巷道围岩硬化和软化区的应力分布规律为

$$\sigma^{\mathrm{p}}_r=p_a+\frac{\sigma_c}{\sqrt{3}(e^{-g}-h)}\left\{\frac{1}{g}\left[\exp\left(-g\frac{R^2}{r^2}\right)-\exp\left(-g\frac{R^2}{a^2}\right)\right]+h\left(\frac{a^2}{R^2}-\frac{r^2}{R^2}\right)\right\} \quad , \tag{28}$$

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\sigma_\theta^{\mathrm{P}} = p_a + \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}(e^{-g}-h)}\left\{2\frac{R^2}{r^2}\exp\left(-g\frac{R^2}{r^2}\right)+\frac{1}{g}\left[\exp\left(-g\frac{R^2}{r^2}\right)-\exp\left(-g\frac{R^2}{a^2}\right)\right]+h\left(\frac{a^2}{R^2}-\frac{3r^2}{R^2}\right)\right\}。\quad (29)$$

根据式(19)，(20)，及式(28)，(29)，文献[1]对 $\sigma_c = 30$ MPa 的岩体，用 Matlab 数学软件绘出巷道挖成时的 $\frac{\sigma_\theta}{p_\mathrm{o}}-\frac{r}{a}$，$\frac{\sigma_r}{p_\mathrm{o}}-\frac{r}{a}$ 无量纲分布曲线如图 3。从图中看到，两条曲线在 R_e， R 处均光滑连接。

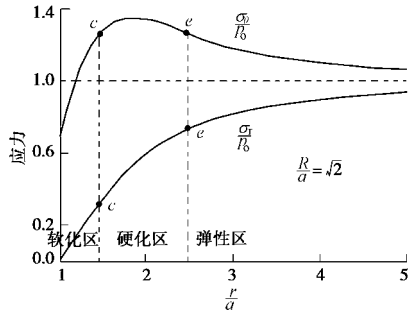


图 3 硐室开挖后围岩应力再分布曲线

Fig. 3 Dimensionless redistribution curves of stresses in surrounding rock after excavation

将式（19），(20)，及式（28），(29）代入弹性区和硬化区交界面 $r = R_e$ 处的应力连续条件：

$$\sigma_\theta^{\mathrm{e}} + \sigma_r^{\mathrm{e}} = 2p_\mathrm{o} = \sigma_\theta^{\mathrm{P}} + \sigma_r^{\mathrm{P}} \quad 。 \quad (30)$$

再由式（23），(24），可得硬化和软化区的 $(p_\mathrm{o} - p_a)$ 与 $r = a$ 处岩体位移 u_a 的关系式为

$$p_\mathrm{o} - p_a = \frac{E_\mathrm{o}\varepsilon_c}{\sqrt{3}}\left\{\frac{\varepsilon_\mathrm{o}}{\varepsilon_c}\left[\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_\mathrm{o}}\right)-\exp\left(-\frac{2u_a}{\sqrt{3}\varepsilon_\mathrm{o}a}\right)\right]+h\left(\frac{\sqrt{3}\varepsilon_c a}{2u_a}-\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_s}\right)+\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_o}\right)\right\}\ (u_a \geq \sqrt{3}\varepsilon_e a/2)。\quad (31)$$

埋深大，地应力 p_o 大，则围岩位移大、巷壁处的应变强度大。为确定起见，设图 2 中开挖到巷道设计半径 $r = a$ 时，巷壁岩体应变强度 $\varepsilon_\mathrm{i}^*(a) = 2\varepsilon_c$，将其代入式 (26) 可得 $u_a^*=\sqrt{3}a\,\varepsilon_c$。令式 (32) 中的 $p_a = 0$，$u_a = u_a^*=\sqrt{3}a\,\varepsilon_c$，再由 $g = \varepsilon_c/\varepsilon_\mathrm{o}$，可得相应地应力的值为

$$p_\mathrm{o}^* = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}(e^{-g}-h)}\left\{\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_\mathrm{o}}\right)+\frac{\varepsilon_\mathrm{o}}{\varepsilon_c}\times\left[\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_\mathrm{o}}\right)-\exp\left(-\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_\mathrm{o}}\right)\right]-h\left(\frac{4\varepsilon_c-\varepsilon_e}{2\varepsilon_e}\right)\right\}\quad 。\quad (32)$$

由式（24），这时软化区半径 R 与 a 的比值

$$\frac{R^2}{a^2} = \frac{\varepsilon_\mathrm{i}^*(a)}{\varepsilon_c} = 2 \quad 。 \quad (33)$$

对 $\sigma_c = 30$ MPa，$\varepsilon_c = (270+\sigma_c)\times10^{-5}$，据式（21），式（31），式（32），可用 Matlab 软件在 $0 \le u_a \le u_a^* = \sqrt{3}a\,\varepsilon_c$ 范围内绘出 $(p_\mathrm{o} - p_a) - u_a$ 曲线，如图 4 所示。以下在式（32）定义的埋深或地应力 p_o^* 下，对巷道开挖过程围岩偏应力应变能问题进行计算。

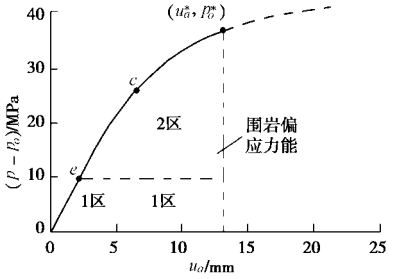


图 4 地应力-巷道周边位移曲线

Fig. 4 Displacement curves of surrounding rock

2　围岩中单元体偏应力应变能表达式

由弹性理论，并据式（10），可将弹性状态下单元体的偏应力应变能密度 u_d 可写为：

$$u_\mathrm{d} = \frac{1+\mu}{6E}\left[(\sigma_\theta-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_r)^2+(\sigma_r-\sigma_\theta)^2\right] = \frac{1+\mu}{4E}(\sigma_\theta-\sigma_r)^2 = \frac{1+\mu}{3E}\sigma_\mathrm{i}^2 \quad 。 \quad (34)$$

在体积应变 $\varepsilon_\mathrm{m} = 0$ 条件下，$\mu = 0.5$，由式（34），式（7），可得围岩弹性区单元体的偏应力应变能密度

$$u_\mathrm{d} = \frac{\sigma_\mathrm{i}^2}{2E} = \frac{\sigma_\mathrm{i}\varepsilon_\mathrm{i}}{2}。$$

硬化和软化状态下单元体也贮有偏应力应变能和以塑性变形消耗的偏应力能[6-8]。

轴对称问题中偏应变：$e_\theta = \varepsilon_\theta - \varepsilon_\mathrm{m}$，$e_z = \varepsilon_z - \varepsilon_\mathrm{m}$，$e_r = \varepsilon_r - \varepsilon_\mathrm{m}$。在 $\varepsilon_\mathrm{m} = 0$，$\varepsilon_z = 0$ 条件，由式（6）可得围岩中的偏应变 $e_\theta = \varepsilon_\theta$，$e_z = 0$，$e_r = \varepsilon_r$。

轴对称问题偏应力：$s_\theta = \sigma_\theta - \sigma_\mathrm{m}$，$s_z = \sigma_z - \sigma_\mathrm{m}$，$s_r = \sigma_r - \sigma_\mathrm{m}$。由式（6），式（10）和式（12），式（14），$\varepsilon_\theta = \sqrt{3}\varepsilon_\mathrm{i}/2$，可得单元体偏应变能增量：

$$s_\theta\,\mathrm{d}e_\theta + s_r\,\mathrm{d}e_r = (\sigma_\theta-\sigma_\mathrm{m})\,\mathrm{d}\varepsilon_\theta + (\sigma_r-\sigma_m)\,\mathrm{d}\varepsilon_r = \sigma_\theta\,\mathrm{d}\varepsilon_\theta + \sigma_r\,\mathrm{d}\varepsilon_r - \sigma_\mathrm{m}\,\mathrm{d}(\varepsilon_\theta+\varepsilon_r) = (\sigma_\theta-\sigma_r)\,\mathrm{d}\varepsilon_\theta = (2\sigma_\mathrm{i}/\sqrt{3})\cdot\mathrm{d}(\sqrt{3}\varepsilon_\mathrm{i}/2) = \sigma_\mathrm{i}\,\mathrm{d}\varepsilon_\mathrm{i} \quad 。 \quad (35)$$

式（35）表明，轴对称问题单元体偏应力应变能密度的一般表达式可写为

$$u_\mathrm{d} = \int_0^{e_i}(s_\theta\,\mathrm{d}e_\theta + s_r\,\mathrm{d}e_r) = \int_0^{\varepsilon_i}\sigma_\mathrm{i}\,\mathrm{d}\varepsilon_\mathrm{i} \quad 。 \quad (36)$$

将式（8）代入验算可知，式（36）也适用于弹性状态单元体偏应力应变能密度 $u_\mathrm{d} = \sigma_\mathrm{i}^2/(2E)$ 的计算。

图 2 中巷道开挖后，围岩中 $r > R_e$ 的岩体（弹性

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

区）在经历弹性变形；围岩中 $a \le r \le R_e$ 的岩体已经历了弹性变形阶段，正处于硬化和软化变形状态。这两个区域的单元体应力应变状态分别如图 5（a），（b）所示。

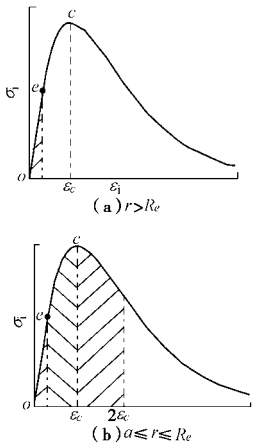


图 5 单元体应变深度

Fig. 5 The strain depth of element

3 巷道开挖围岩偏应力能的计算

计算图 2 中各区的偏应力能均先要通过式（36）对单元体的应变深度积分，然后再对相应区域积分。

由式（36），可得图 2 中 $r \ge R_e$ 以外围岩的弹性区偏应力应变能：

$$U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{e}} = \iint_A \mathrm{d}A \int_0^{u_{\mathrm{d}}^{\mathrm{e}}} \mathrm{d}u_{\mathrm{d}} = 2\pi \int_{R_e}^{\infty} r\,\mathrm{d}r \int_0^{\varepsilon_i} \sigma_i\,\mathrm{d}\varepsilon_i$$

$$= 2\pi \int_{R_e}^{\infty} r\,\mathrm{d}r \int_0^{\varepsilon_i} E\varepsilon_i\,\mathrm{d}\varepsilon_i = \pi E \int_{R_e}^{\infty} \varepsilon_e^2 \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_e}\right)^2 \frac{\mathrm{d}r^2}{2}$$

$$= \frac{\pi E \varepsilon_e^2}{2} \int_R^{\infty} \left(\frac{R_e^2}{r^2}\right)^2 \mathrm{d}r^2 = \frac{\pi E \varepsilon_e^2}{2} R_e^2 \quad 。 \tag{37}$$

由于在围岩硬化区与软化区，即 $a \le r \le R \cup R \le r \le R_e$ 范围内单元体的应变全部已经历了 0～ε_e 的弹性应变，将这部分偏应力应变能记为 U_{d}^{P1}，注意到这部分应变的积分上限为 ε_e 后，可将其写为

$$U_{\mathrm{d}}^{P1} = \iint_A \mathrm{d}A \int_0^{u_{\mathrm{d}}^{\mathrm{e}}} \mathrm{d}u_{\mathrm{d}} = 2\pi \int_a^{R_e} r\,\mathrm{d}r \int_0^{\varepsilon_e} E\varepsilon_i\,\mathrm{d}\varepsilon_i$$

$$= \pi E \varepsilon_e^2 \int_a^{R_e} r\,\mathrm{d}r = \frac{\pi E \varepsilon_e^2}{2}(R_e^2 - a^2) \quad 。 \tag{38}$$

参见图 5，由式（36），式（8）可得图 2 中 $a \le r \le R \cup R \le r \le R_e$ 范围，单元体中应变强应 ε_{i} 进入硬化与软化阶段的偏应力应变能密度部分：

$$u_{\mathrm{d}}^{\mathrm{P2}} = \int_{\varepsilon_e}^{\varepsilon_{\mathrm{i}}} E_{\mathrm{o}}\varepsilon_c \left[\frac{\varepsilon_{\mathrm{i}}}{\varepsilon_c}\exp\left(-g\frac{\varepsilon_{\mathrm{i}}}{\varepsilon_c}\right) - h\frac{\varepsilon_{\mathrm{i}}}{\varepsilon_c}\right]\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{i}}$$

$$= E_{\mathrm{o}}\varepsilon_c^2 \left[-\frac{1}{g^2}\left(g\frac{\varepsilon_{\mathrm{i}}}{\varepsilon_c}+1\right)\exp\left(-g\frac{\varepsilon_{\mathrm{i}}}{\varepsilon_c}\right) - h\ln\frac{\varepsilon_{\mathrm{i}}}{\varepsilon_c} + C\right] 。 \tag{39}$$

式中，常数 C 与 ε_e 有关。由式（25），可得

$$C = \frac{1}{g^2}\left(g\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}+1\right)\exp\left(-g\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}+1\right) + h\ln\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}$$

$$= \frac{1}{g^2}\left(g\frac{R^2}{R_e^2}+1\right)\exp\left(-g\frac{R^2}{R_e^2}\right) + h\ln\frac{R^2}{R_e^2} \quad 。 \tag{40}$$

由此得

$$U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{P2}} = \iint_A \mathrm{d}A \int_{u_{\mathrm{d}}^{\mathrm{e}}}^{u_{\mathrm{d}}^{\mathrm{P}}} \mathrm{d}u_{\mathrm{d}} = \int_0^{2\pi}\int_a^{R_e} \mathrm{d}u_{\mathrm{d}}^{P_2}\, r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}r$$

$$= 2\pi E_{\mathrm{o}}\varepsilon_c^2 \times \int_a^{R_e} \left[-\frac{1}{g^2}\left(g\frac{\varepsilon_{\mathrm{i}}}{\varepsilon_c}+1\right)\exp\left(-g\frac{\varepsilon_{\mathrm{i}}}{\varepsilon_c}\right) - h\ln\frac{\varepsilon_{\mathrm{i}}}{\varepsilon_c} + C\right] r\,\mathrm{d}r$$

$$= \pi E_{\mathrm{o}}\varepsilon_c^2 \left\{(R_e^2 - a^2)\left[\frac{1}{g^2}\left(g\frac{R^2}{R_e^2}+1\right)\exp\left(-g\frac{R^2}{R_e^2}\right) + h\ln\frac{R^2}{R_e^2}\right] - \left[\frac{R_e^2}{g^2}\exp\left(-g\frac{R^2}{R_e^2}\right) + hR_e^2\ln\frac{R^2}{R_e^2} + hR_e^2\right] + \left[\frac{a^2}{g^2}\exp\left(-\frac{R^2}{a^2}\right) + ha^2\ln\frac{R^2}{a^2} + ha^2\right]\right\}$$

$$= \pi E_{\mathrm{o}}\varepsilon_c^2 a^2 \left\{\frac{\varepsilon_{\mathrm{o}}^2}{\varepsilon_c^2}\left[\exp\left(-\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right) - \exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)\right] + h\ln\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_e} + \frac{\varepsilon_{\mathrm{o}}^2}{\varepsilon_c^2}\left(2-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}\right)\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right) - h\left(\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_e}-1\right)\right\} \quad 。 \tag{41}$$

上式运算过程中已利用式（4）$g = \varepsilon_c/\varepsilon_{\mathrm{o}}$，式（24）、式（33）$R/a = \sqrt{2}$ 和换元积分符号

$$r\,\mathrm{d}r = -\frac{R^2}{2}\Big/\left(\frac{R^2}{r^2}\right)^2 \cdot \mathrm{d}\left(\frac{R^2}{r^2}\right) 。$$

当巷道挖成巷壁位移 $u_a = \sqrt{3}a\varepsilon_c$ 或软化区半径 R 达到 $\sqrt{2}a$ 时，围岩贮存与消耗的偏应力能

$$U_{\mathrm{d}} = U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{e}} + U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{P1}} + U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{P2}} \quad 。 \tag{42}$$

将式（37），式（38）相加，并利用式（24）、式（5）、式（33），可得

$$U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{e}} + U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{P1}} = \frac{\pi E \varepsilon_e^2}{2}(R_e^2 - a^2)$$

$$= \pi E_{\mathrm{o}}\varepsilon_c^2 a^2 \left(\frac{2\varepsilon_e}{\varepsilon_c} - \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_e^2}{\varepsilon_c^2}\right)\left(1 - \frac{\varepsilon_e}{2\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right) 。 \tag{43}$$

将式（41），式（43）代入式（42），加以整理得

$$U_{\mathrm{d}} = U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{e}} + U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{P1}} + U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{P2}} = \pi E_{\mathrm{o}}\varepsilon_c^2 a^2 \times \left\{\frac{\varepsilon_{\mathrm{o}}}{\varepsilon_c}\left(2-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}\right)\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right) + \frac{\varepsilon_{\mathrm{o}}^2}{\varepsilon_c^2}\left[\exp\left(-\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right) - \exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)\right] + h\ln 2 - h\ln\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c} + h\left(1-2\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}\right) + \left(\frac{2\varepsilon_e}{\varepsilon_c} - \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_e^2}{\varepsilon_c^2}\right)\cdot\left(1-\frac{\varepsilon_e}{2\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)\right\} \quad 。 \tag{44}$$

由式（44）看到，在式（32）定义的埋深下，偏

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

应力能U_{d}除了与巷道半径 a、岩体的参数 E_{o}，σ_c，ε_c，ε_e 有关外，还与岩体本构关系中的指数底 e 有关。

在导得式（44）的三个计算式中均要进行重积分，特别是导得式（41）中$U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{P}_2}$的积分过程繁锁。下面介绍在研究中发现的计算围岩偏应力能的简便途径。

4　一次积分计算围岩偏应力应变能

4.1　用$(p_{\mathrm{o}}-p_a)-u_a$关系计算围岩偏应力应变能

在U_{d}与 p_{o}，p_a之间，是否会有如下关系：

$$\left.\begin{aligned} U_{\mathrm{d}} &= \overset{\%}{U}_{\mathrm{d}}\ , \\ \overset{\%}{U}_{\mathrm{d}} &= 2\pi a\int_0^{\sqrt{3}\varepsilon_c a}(p_{\mathrm{o}}-p_a)\,\mathrm{d}u_a\ , \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

式（45）右端的积分为图 4 中$(p_{\mathrm{o}}-p_a)-u_a$曲线下方的面积。以下对上述设想予以证明。

（1）先计算图 4 中 1 区的面积，因为 1 区面积与$2\pi a$的乘积$\overset{\%}{U}_{\mathrm{d}}$便是式（44）中的偏应力能$U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{e}}+U_{\mathrm{d}}^{P1}$。

由式（21），$(p_{\mathrm{o}}-p_a)\big|_{\max}^{\mathrm{e}}=E\varepsilon_e/\sqrt{3}$；再由式（21），式（45）和式（5），可得

$$\begin{aligned} \overset{\%}{U}_{\mathrm{d}} &= 2\pi a\left[\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_e a}(p_{\mathrm{o}}-p_a)\,\mathrm{d}u_a+\right. \\ &\quad \left.(p_{\mathrm{o}}-p_a)\big|_{\max}^{e}\cdot\left(\sqrt{3}\varepsilon_c a-\frac{\sqrt{3}\varepsilon_e a}{2}\right)\right] \\ &= 2\pi a\left[\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_e a}\frac{2E}{3}\frac{u_a}{a}\,\mathrm{d}u_a+\frac{E\varepsilon_e}{\sqrt{3}}\left(\sqrt{3}\varepsilon_c a-\frac{\sqrt{3}\varepsilon_e a}{2}\right)\right] \\ &= 2\pi a\left[\frac{E\varepsilon_e^2 a}{4}+E\varepsilon_c^2 a\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}\left(1-\frac{\varepsilon_e}{2\varepsilon_c}\right)\right] \\ &= E_{\mathrm{o}}\pi\varepsilon_c^2 a^2\left(\frac{2\varepsilon_e}{\varepsilon_c}-\frac{\varepsilon_e^2}{2\varepsilon_c^2}\right)\left(1-\frac{\varepsilon_e}{2\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)。 \end{aligned} \tag{46}$$

式（46）与式（43）完全相同。

（2）图 4 中 2 区面积与$2\pi a$的乘积$\overset{\%}{U}_{\mathrm{d}}$便是式（41）表示的偏应力应变能$U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{P2}}$。由式（31）和式（45）可得图 3 中 2 区面积：

$$\begin{aligned} \overset{\%}{U}_{\mathrm{d}} &= 2\pi a\left\{\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_e a}^{\sqrt{3}\varepsilon_c a}(p_{\mathrm{o}}-p_a)\,\mathrm{d}u_a-\right. \\ &\quad \left.(p_{\mathrm{o}}-p_a)\big|_{\max}^{\mathrm{e}}\cdot\left(\sqrt{3}\varepsilon_c a-\frac{\sqrt{3}\varepsilon_e a}{2}\right)\right\} \\ &= 2\pi a\left\{\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_e a}^{\sqrt{3}\varepsilon_c a}E_{\mathrm{o}}\varepsilon_c\left\{\frac{\varepsilon_{\mathrm{o}}}{\varepsilon_c}\left[\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_o}\right)-\exp\left(-\frac{2u_a}{\sqrt{3}\varepsilon_{\mathrm{o}}a}\right)\right]+\right.\right. \\ &\quad \left.\left.h\left(\frac{\sqrt{3}\varepsilon_c a}{2u_a}-\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_e}\right)+\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}\exp\left(\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)\right\}-E\varepsilon_e\varepsilon_c\left(1-\frac{\varepsilon_e}{2\varepsilon_c}\right)\right\} \\ &= \pi E_{\mathrm{o}}\varepsilon_c^2 a^2\left\{\frac{\varepsilon_{\mathrm{o}}^2}{\varepsilon_c^2}\left[\exp\left(-\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)-\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)\right]+h\ln\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_e}+\right. \\ &\quad \left.\left[\left(\frac{\varepsilon_{\mathrm{o}}}{\varepsilon_c}+\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}\right)\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)-2h\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_e}\right]\left(2-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}\right)-\right. \\ &\quad \left.\left(2\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}-\frac{\varepsilon_e^2}{\varepsilon_c^2}\right)\left(1-\frac{\varepsilon_e}{2\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}\right)\right\}。 \end{aligned} \tag{47}$$

式（47）$\overset{\%}{U}_{\mathrm{d}}$最后等号后共有 4 项。其中第 1，第 2 项与式（41）U_{d}^{P2}等号后的第 1，第 2 项完全相同。利用式（4），将式（47）第 3，第 4 项展开，再略加整理后可得

$$\left[\frac{\varepsilon_{\mathrm{o}}}{\varepsilon_c}\left(2-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}\right)-\frac{\varepsilon_e^2}{2\varepsilon_c\varepsilon_{\mathrm{o}}}\left(2-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c}\right)\right]\exp\left(-\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{\mathrm{o}}}\right)。 \tag{48}$$

利用式（4），并将式（41）第 3，第 4 项展开后得到的结果也是式（48）。

至此，已完整地证明了式（45）的设想是正确的，即围岩偏应力能U_{d}简捷地有：

$$\begin{aligned} U_{\mathrm{d}} &= (U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{e}}+U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{P1}})+U_{\mathrm{d}}^{\mathrm{P2}}=\overset{\%}{U}_{\mathrm{d}}+\overset{\%}{U}_{\mathrm{d}} \\ &= 2\pi a\int_0^{\sqrt{3}\varepsilon_c a}(p_{\mathrm{o}}-p_a)\mathrm{d}u_a\quad。 \end{aligned} \tag{49}$$

式（49）成立的原理有待进一步探索。

4.2　围岩偏应力能图解的应用

弹塑性理论通常表述，材料是依靠变形来抵抗荷载作用的。地应力作用下围岩在发生形变的同时还产生内力，内力在围岩形变上做功生成应变能，它与外力在其作用点位移上做功直接相对应。因此更深一层的含义应当是，材料是依靠产生应变能来抵抗荷载作用的。如果材料某局部进入塑性状态，该局部以使之产生塑性变形的偏应力能的形式与材料其余部位共同承受荷载作用的。

（1）图 6 给出不同地应力 p_{o}^* 值下的巷壁位移u_a^*值。从图中看到，当地应力 p_{o}^* 较小时围岩中偏应力应变能也较小，当地应力 p_{o}^* 较大时围岩中偏应力能也较大。从图 6 中可以直观地看到，围岩软化区容纳和耗散的偏应力能大于围岩硬化区；而围岩软化区和硬化区能容纳和消耗的偏应力能要远大于弹性区容纳的偏应力应变能。并且还看到，在由围岩弹性、硬化和软化区组成的复合承载环承受地应力作用的贡献中，围岩软化区和硬化区要远大于弹性区。

（2）如果图 1 岩石 $\sigma_{\mathrm{i}}-\varepsilon_{\mathrm{i}}$ 曲线软化段拐 t 以下岩体破裂，那么处于稳定状态的巷道围岩软化区岩体的应力强度必须 $\sigma_{\mathrm{i}}\geq\sigma_t$。由于巷壁处的应变强度 $\varepsilon_{\mathrm{i}}(a)$ 最大，$\sigma_{\mathrm{i}}(a)$ 最小。令 $\varepsilon_{\mathrm{i}}(a)=\varepsilon_t$，则由式（17）可得为使巷道围岩正常工作所允许的巷壁最大位移 $u_{a\max}=\sqrt{3}a\,\varepsilon_t/2$，由式（49）和图 4 知，不同岩体介质的围岩，其$(p_{\mathrm{o}}-p_a)-u_a$曲线下$[0,\ u_{a\max}=\sqrt{3}a\,\varepsilon_t/2]$范围内面积最大者，承受地应力能量最强，工作最稳定。

（3）在考虑流变特性的情况下，巷壁位移$u_a(t)$

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

是时间的函数。对于同样的地应力，其 (p_o-p_a) - $u_a(t)$ 曲线将向右方延长[6-8]。因此可将上述论断推广得到：具有稳定流变特性的围岩，其 (p_o-p_a) - $u_a(t)$ 曲线下 $[0, u_{a允}(t)]$ 范围内面积最大者，围岩承受地应力能量最强，工作最稳定。

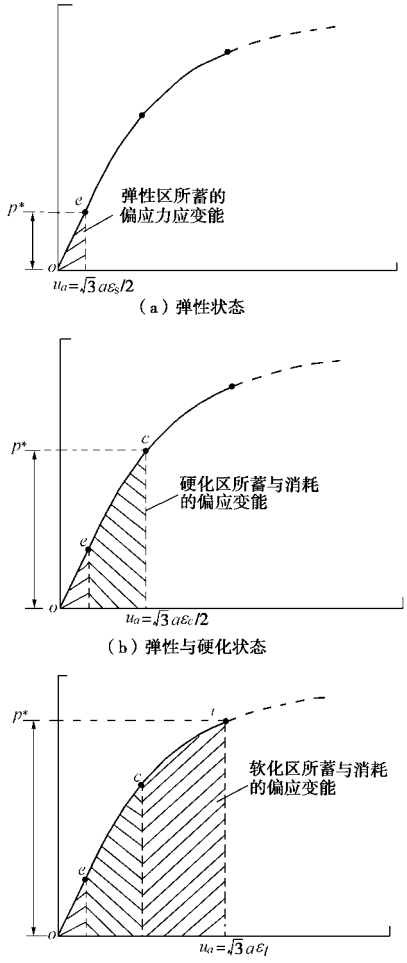


图 6 围岩容纳和消耗的偏应力能

Fig. 6 The deviatoric stress energy admitted and dissipated by surrounding rock

5 结 论

（1）可以用重积分计算静水压力下圆巷开挖后围岩弹性区、硬化区和软化区中的偏应力能 U_d，U_d 也可以简捷地用 (p_o-p_a) 关于巷壁位移 u_a 做一次积分得到。偏应力能 U_d 即是文中 (p_o-p_a) - u_a 曲线与 $u_a=u_a^*$ 竖线所围面积的 $2\pi a$ 倍。

（2）通过 (p_o-p_a) - u_a 曲线所围面积的几何形式，可以直观看到巷壁位移 u_a 变化时围岩中偏应力能的变化；围岩软化区和硬化区能容纳和消耗的偏应力能要远大于弹性区容纳的偏应力应变能。在由围岩弹性、硬化和软化区组成的复合承载环承受地应力的作用中，软化区贡献最大，硬化区次之。所得研究结果，可深化对巷道开挖引起的围岩力学响应及挖成后围岩工作状况的规律性认识。

参考文献：

[1] 潘 岳, 王志强, 王在泉. 非线性硬化与软化的巷道围岩应力分布与工况研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(7): 1343－1351. (PAN Yue, WANG Zhi-qiang, WANG Zai-quan. Study on stress distribution of surrounding rock and work condition of tunnel based on strain nonlinear hardening and softening[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(7): 1343－1351. (in Chinese))

[2] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002. (ZHENG Ying-ren, SHEN Zhu-jiang, GONG Xiao-nan. Rock and soil plastic mechanics[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002. (in Chinese))

[3] 郑雨天. 岩石力学时弹塑粘性理论基础[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1988: 237－238, 241－245. (ZHENG Yu-tian. Fundamentals of elastic-plastic-sticky theory of rock mechanics[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1988. (in Chinese))

[4] 贾乃文. 粘塑性力学及工程应用[M]. 北京: 地震出版社, 2000. (JIA Nai-wen. Viscoplasticity and its Engineering Application[M]. Beijing: China Earthquake Press, 2000. (in Chinese))

[5] KACHANOV L M. 塑性理论基础[M]. 北京: 人民教育出版社, 1982: 147－148. (KACHANOV L M. Fundamentals of plastic theory[M]. Beijing: People Education Press, 1982. (in Chinese))

[6] 何满潮, 景海河, 孙晓明. 软岩工程力学[M]. 北京: 科学出版社, 2002. (HE Man-chao, JING Hai-he, SUN Xiao-ming. Engineering mechanics of soft rock[M]. Beijing: Science Press, 2002. (in Chinese))

[7] MARANINI E, BRIGNOLI M. Creep behavior of a Week Rock: Experimental characterization[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1999, **36**(1): 127－138.

[8] SATO T, KIKUCHI T. In-situ experiments on an excavation disturbed zone induced by mechanics excavation in neogene sedimentary rook at Tono Mine, central Japan[J]. Engineering Geology, 2000(1/2): 97－108.

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net