饱和土中桩水平振动分析

尚守平[1]，余 俊[1, 2]，王海东[1]，任 慧[1]
（1.湖南大学土木工程学院，湖南 长沙 410082；2.同济大学地下建筑与工程系，上海 200092）

摘 要：基于 Biot 动力固结方程，将 Novak 薄层法应用于饱和土介质桩土相互作用研究中。首先引入势函数对方程解耦，采用算子分解及分离变量法结合桩土耦合条件求出桩土相互作用阻抗函数。与 Novak 薄层法得到的单相土层水平振动阻抗系数对比，阐明了两解之间的关系。通过参数分析，表明渗透系数及桩土模量比、桩长径比对单桩水平、摇摆及水平－摇摆耦合振动阻抗有一定影响。

关键词：饱和土；桩土相互作用；Novak 薄层法；水平振动；阻抗函数
中图分类号：TU435 文献标识码：A 文章编号：1000－4548(2007)11－1696－07

作者简介：尚守平(1953－)，男，山东黄县人，湖南大学教授，主要从事土－结构动力相互作用方面的研究。E-mail: sps@hun.cn。

Horizontal vibration of piles in saturated soil

SHANG Shou-ping[1], YU Jun[1,2], WANG Hai-dong[1], REN Hui[1]
(1. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China; 2. Department of Geotechnical Engineering; Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on the Biot's consolidation equation, Novak's thin layer method was applied to the study of pile-soil interaction in saturated soil. The potential functions were introduced to decouple governing differential equations, then by virtue of differential operator splitting and variable separation method combined with the assumption of perfect contact between the pile and the soil, impendance function of pile-soil interaction was obtained. The comparisons between Novak's single-phase solution and the tow-phase solution were presented. A parametric study was conducted to determine the main features of pile-soil interaction during horizontal vibration. As a result, there were some effects of permeability coefficient, pile-soil modulus ratio and pile slenderness ratio on the impedance of rocking, horizontal and coupled horizontal-rocking vibrations of single pile.

Key words: saturated soil; pile-soil interaction; Novak's thin layer method; horizontal vibration; impedance function

0 引 言

桩土动力相互作用在结构抗震、动力机器基础设计中有着广泛的应用。近几十年来广大学者进行了深入的研究。Novak 和 Nogami 较系统地研究了单相土介质中桩土相互作用问题，提出了简化的平面应变模型，即 Novak 薄层法模型[1-3]。杨峻用积分变换方法分析了轴对称条件下部分饱和半空间在表面稳态激振时的响应[4]。孔令伟等针对文献[4]的方法提出了改进[5]。Zeng 采用虚拟桩法，通过边界积分方程分析了桩在饱和土中的动力荷载传递问题，得到第二类 Fredholm 积分方程形式表示的半空间中桩振动解[6]。张玉红等用积分变换及刚度矩阵法分析了层状饱和土中三维非轴对称稳态响应[7]。

本文从饱和土动力固结理论出发，引入薄层法思想，用解析方法研究端承桩在饱和土层的水平简谐振动特性，在理论研究及工程实践中均有一定意义。

1 基本方程与假定

1.1 基本方程

基于 Biot 两相介质波动理论，对于频率不高的饱和土动力响应问题，可以忽略土中水体的惯性项。

动力固结方程为

$$\mu\nabla^2 u_r+(\lambda+\mu)\frac{\partial e}{\partial r}-\frac{\mu}{r^2}(2\frac{\partial u_\theta}{\partial\theta}+u_r)-\frac{\partial p_f}{\partial r}=\rho\ddot{u}_r\text{，}\quad(1)$$

$$\mu\nabla^2 u_\theta+(\lambda+\mu)\frac{1}{r}\frac{\partial e}{\partial r}-\frac{\mu}{r^2}(u_\theta-2\frac{\partial u_r}{\partial\theta})-\frac{1}{r}\frac{\partial p_f}{\partial\theta}=\rho\ddot{u}_\theta\text{，}\quad(2)$$

基金项目：湖南省科技计划重点项目（06SK4057；国家自然科学基金资助项目（50578062）；教育部重点项目基金（重点 03122）
收稿日期：2006－09－27

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\mu\nabla^2 u_z+(\lambda+\mu)\frac{\partial e}{\partial z}-\frac{\partial p_{\mathrm{f}}}{\partial z}=\rho\ddot{u}_z \quad ; \tag{3}$$

流体的运动方程为

$$-\frac{\partial p_{\mathrm{f}}}{\partial r}=\frac{1}{k'_{\mathrm{d}}}\dot{w}_r+\rho_{\mathrm{f}}\ddot{u}_r \quad , \tag{4}$$

$$-\frac{1}{r}\frac{\partial p_{\mathrm{f}}}{\partial\theta}=\frac{1}{k'_{\mathrm{d}}}\dot{w}_\theta+\rho_{\mathrm{f}}\ddot{u}_\theta \quad , \tag{5}$$

$$-\frac{\partial p_{\mathrm{f}}}{\partial z}=\frac{1}{k'_{\mathrm{d}}}\dot{w}_z+\rho_{\mathrm{f}}\ddot{u}_z \quad 。 \tag{6}$$

式中 u_r，u_θ，u_z 为土骨架径向、切向和轴向位移；w_r，w_θ，w_z 为流体相对土骨架的径向、切向和轴向位移；ρ，ρ_{s}，ρ_{f} 分别为两相介质、土骨架和流体的密度，且有 $\rho=(1-n)\rho_{\mathrm{s}}+n\rho_{\mathrm{f}}$，$n$ 为土体的孔隙率；λ 为 Lame 常数；μ 为土层剪切模量；p_{f} 为超静孔隙水压力；k'_{d} 为土的动力渗透系数，$k'_{\mathrm{d}}=k_{\mathrm{d}}/(\rho_{\mathrm{f}}g)$，$g$ 为重力加速度；e 为土骨架的体积，$e=\frac{\partial u_r}{\partial r}+\frac{u_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial\theta}+\frac{\partial u_z}{\partial z}$；$\nabla^2$ 为 Laplace 算子，$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$。

假设土颗粒和流体都不可压缩，土体的渗流连续方程为

$$\frac{\partial\dot{w}_r}{\partial r}+\frac{\dot{w}_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\dot{w}_\theta}{\partial\theta}+\frac{\partial\dot{w}_z}{\partial z}+\frac{\partial\dot{u}_r}{\partial r}+\frac{\dot{u}_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\dot{u}_\theta}{\partial\theta}+\frac{\partial\dot{u}_z}{\partial z}=0 \text{。} \tag{7}$$

1.2　基本假定

本文研究的是饱和土中端承桩受水平简谐荷载激振作用时的桩土水平振动耦合问题，计算简图如图 1。激振频率为 ω，幅值为 P，桩顶水平位移幅值为 u_1。引入平面应变假定模型，假设桩周土为均质，各向同性的两相弹性介质；基础底面以上的上覆土层为许多半径为 r_0 的圆孔的无限薄弹性层组成，这些薄层彼此无关；桩土振动为小变形，桩土之间完全接触，不发生滑移和脱离，且桩土表面不透水。见图 2。

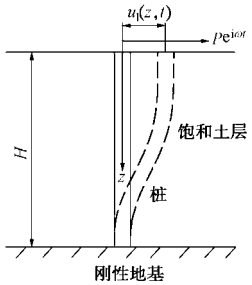


图 1 桩土共同作用计算简图

Fig. 1 Dynamic model of soil-pile interaction

当单桩做水平振动时，其侧面土体将发生水平振动，产生切向位移和径向位移，不产生竖向位移，即 $u_z=0$，$w_z=0$。假设桩身沿 $\theta=0$ 方向产生水平位移为 $u_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$，由接触条件可知薄层在半径为 r_0 的圆孔壁沿 $\theta=0$ 的方向的水平位移也为 $u_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$。于是，薄层在圆孔壁处的边界条件为

$$u_r(r_0,\theta,t)=u_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\cos\theta \quad , \tag{8}$$

$$u_\theta(r_0,\theta,t)=-u_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\sin\theta \quad 。 \tag{9}$$

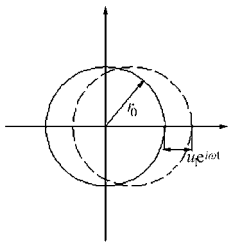


图 2 薄层的水平振动

Fig. 2 Horizontal vibration of thin layer

在无限远处，位移衰减为零，有

$$\left.\begin{aligned}\lim_{r\to\infty}u_r(r,\theta,t)=0,\\ \lim_{r\to\infty}u_\theta(r,\theta,t)=0.\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

2　方程求解

2.1　饱和土层振动问题求解

分别对固相与液相引入势函数：$u_r=\frac{\partial\varphi_1}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\phi_1}{\partial\theta}$，$u_\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi_1}{\partial\theta}-\frac{\partial\phi_1}{\partial r}$，$w_r=\frac{\partial\varphi_2}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\phi_2}{\partial\theta}$，$w_\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi_2}{\partial\theta}-\frac{\partial\phi_2}{\partial r}$，式中，$\varphi_1$，$\phi_1$，$\varphi_2$，$\phi_2$ 分别为固相及液相位移势函数，可知 $e=\nabla^2\varphi_1$。

将势函数代入方程（1）～（7），得

$$(\lambda+2\mu)\nabla^2\varphi_1+\frac{\mathrm{i}\omega}{k'_{\mathrm{d}}}\varphi_2=(\rho_{\mathrm{f}}-\rho)\omega^2\varphi_1 \quad , \tag{11}$$

$$\mu\nabla^2\phi_1+\frac{\mathrm{i}\omega}{k'_{\mathrm{d}}}\phi_2=(\rho_{\mathrm{f}}-\rho)\omega^2\phi_1 \quad , \tag{12}$$

$$\nabla^2\varphi_1+\nabla^2\varphi_2=0 \quad , \tag{13}$$

$$\mathrm{i}\omega k'_{\mathrm{d}}\rho_{\mathrm{f}}\nabla^2\phi_1+\nabla^2\phi_2=0 \quad 。 \tag{14}$$

表示成矩阵形式，有

$$\begin{bmatrix}(\lambda+2\mu)\nabla^2+(\rho-\rho_{\mathrm{f}})\omega^2 & \frac{\mathrm{i}\omega}{k'_{\mathrm{d}}}\\ \nabla^2 & \nabla^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}, \tag{15}$$

$$\begin{bmatrix}\mu\nabla^2+(\rho-\rho_{\mathrm{f}})\omega^2 & \frac{\mathrm{i}\omega}{k'_{\mathrm{d}}}\\ \mathrm{i}\omega k'_{\mathrm{d}}\rho_{\mathrm{f}}\nabla^2 & \nabla^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi_1\\ \phi_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix} \text{。} \tag{16}$$

要使微分算子方程有非零解，必须使微分算子行

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

列式为零，可得

$$\nabla^2(\nabla^2+h^2)\varphi_{1,2}=0 \quad , \tag{17}$$

$$\nabla^2(\nabla^2+k^2)\phi_{1,2}=0 \, , \tag{18}$$

式中，$h^2=\dfrac{(\rho-\rho_{\mathrm{f}})\omega^2-\dfrac{\mathrm{i}\omega}{k'_{\mathrm{d}}}}{\lambda+2\mu}$，$k=\dfrac{\omega}{v_{\mathrm{s}}}$，$v_{\mathrm{s}}=\dfrac{\mu}{\rho}$。

由算子分解理论[8]，有 $\phi_1=\phi_{11}+\phi_{12}$，其中 ϕ_{11}，ϕ_{12} 分别满足下式：

$$\left.\begin{aligned}\nabla^2\phi_{11}=0,\\ (\nabla^2+k^2)\phi_{12}=0。\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

通过分离变量法可求得方程解为

$$\phi_{11}=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}(A_{11}\sin n_1\theta+B_{11}\cos n_1\theta)(C_{11}r^{n_1}+D_{11}r^{n_1}) \, , \tag{20}$$

$$\phi_{12}=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}(A_{12}\sin n_2\theta+B_{12}\cos n_2\theta)\times [C_{12}\mathrm{H}_{n_2}^{(2)}(kr)+D_{12}\mathrm{H}_{n_2}^{(1)}(kr)] \quad , \tag{21}$$

式中，$\mathrm{H}_{n_2}^{(2)}(kr)$和$\mathrm{H}_{n_2}^{(1)}(kr)$ 为第三类 n_2 阶 Bessel 函数。

由式（10），可知 $C_{11}=D_{12}=0$。由式（8）和（9）可知，u_r 为 θ 的偶函数，u_θ 为 θ 的奇函数，得 $B_{11}=B_{12}=0$，且 $n_1=n_2=1$。故整合常系数项，仍记为 A_{11}，A_{12}，方程解可简化为

$$\phi_1=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}A_{11}\sin\theta\frac{1}{r}+\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}A_{12}\sin\theta\mathrm{H}_1^{(2)}(kr) \, , \tag{22}$$

同理有

$$\phi_2=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}[A_{21}\sin\theta\frac{1}{r}+A_{22}\sin\theta\mathrm{H}_1^{(2)}(kr)] \, , \tag{23}$$

$$\varphi_1=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}[A'_{11}\cos\theta\frac{1}{r}+A'_{12}\cos\theta\mathrm{H}_1^{(2)}(hr)] \, , \tag{24}$$

$$\varphi_2=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}[A'_{21}\cos\theta\frac{1}{r}+A'_{22}\cos\theta\mathrm{H}_1^{(2)}(hr)]。 \tag{25}$$

由于 ϕ_1 与 ϕ_2，φ_1 与 φ_2 的相关性，将方程解（22）～（25）代入（11）～（14）中，可得 $A'_{21}=B_1A'_{11}$，$A'_{22}=-A'_{12}$，$A_{21}=B_1A_{11}$，$A_{22}=-B_2A_{12}$，式中，$B_1=\mathrm{i}\omega(\rho-\rho_{\mathrm{f}})k'_{\mathrm{d}}$，$B_2=\mathrm{i}\omega\rho_{\mathrm{f}}k'_{\mathrm{d}}$。故有

$$u_r=\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\left\{A\frac{1}{r^2}+A'_{12}\left[\mathrm{H}_1^{(2)}(hr)\right]'+A_{12}\frac{1}{r}\mathrm{H}_1^{(2)}(kr)\right\}, \tag{26}$$

$$u_\theta=\sin\theta\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\left\{A\frac{1}{r^2}-A'_{12}\frac{1}{r}\mathrm{H}_1^{(2)}(hr)-A_{12}\left[\mathrm{H}_1^{(2)}(kr)\right]'\right\}, \tag{27}$$

$$w_r=\cos\theta\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\left\{B_1A\frac{1}{r^2}-A'_{12}\left[\mathrm{H}_1^{(2)}(hr)\right]'-B_2A_{12}\frac{1}{r}\mathrm{H}_1^{(2)}(kr)\right\}, \tag{28}$$

$$w_\theta=\sin\theta\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\left\{B_1A\frac{1}{r^2}+A'_{12}\frac{1}{r}\mathrm{H}_1^{(2)}(hr)+B_2A_{12}\left[\mathrm{H}_1^{(2)}(kr)\right]'\right\}, \tag{29}$$

式中，$A=A_{11}-A'_{11}$，$\left[\mathrm{H}_1^{(2)}(kr)\right]'$ 和 $\left[\mathrm{H}_1^{(2)}(hr)\right]'$ 分别表示括号中表达式对 r 取一次导数。

由式（8），（9），并联系到桩土接触面不透水，即 $w_r\big|_{r=r_0}=0$，可以求出常系数 A，A_{12}，A'_{12}。

$$\begin{aligned}A_{12}=&\{(B_1+1)[\mathrm{H}_0^{(2)}(hr_0)-\mathrm{H}_2^{(2)}(hr_0)]-\\ &B_1\mathrm{H}_0^{(2)}(hr_0)\}u_1/\{(B_1+1)[\mathrm{H}_0^{(2)}(hr_0)-\\ &\mathrm{H}_2^{(2)}(hr_0)]k\mathrm{H}_0^{(2)}(kr_0)/2-\\ &(B_1+B_2)\mathrm{H}_1^{(2)}(kr_0)\mathrm{H}_0^{(2)}(hr_0)/r_0\} \, ,\end{aligned} \tag{30}$$

$$A'_{12}=\frac{2-A_{12}k\mathrm{H}_0^{(2)}(kr_0)}{h\mathrm{H}_0^{(2)}(hr_0)}u_1 \quad , \tag{31}$$

$$A=\frac{A'_{12}h[\mathrm{H}_0^{(2)}(hr_0)-\mathrm{H}_2^{(2)}(hr_0)]/2+B_2A_{12}\mathrm{H}_1^{(2)}(kr_0)/r_0}{B_1}r_0^2。 \tag{32}$$

可以证明，薄层圆孔处土层厚度的径向应力 σ_r 和切向应力 $\tau_{r\theta}$ 的合力 q_{n} 通过圆孔中心[9]。约定 q_{n} 的作用力方向与运动方向一致时为正，则 $q_{\mathrm{n}}=\int_0^{2\pi}(-\sigma_r\cos\theta+\tau_r\theta\sin\theta)\big|_{r=r_0}r_0\mathrm{d}\theta$，可有

$$\begin{aligned}q_{\mathrm{n}}=\pi r_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\Bigg[&(\lambda+2\mu)h^2A'_{12}\mathrm{H}_1^{(2)}(hr_0)-\frac{\rho\omega^2A}{r_0}+\\ &\mu k^2A_{12}\mathrm{H}_1^{(2)}(kr_0)+(\frac{\mathrm{i}\omega}{k'_{\mathrm{d}}}+\rho_{\mathrm{f}}\omega^2)A'_{12}\mathrm{H}_1^{(2)}(hr_0)\Bigg]。\end{aligned} \tag{33}$$

令 $q_{\mathrm{n}}=\mu(C_{11}+\mathrm{i}C_{12})u_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$，可定义薄层水平振动刚度系数 $C_{11}=\dfrac{\mathrm{Re}(q_n/\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t})}{\mu u_1}$，薄层水平振动阻尼系数 $C_{12}=\dfrac{\mathrm{Im}(q_n/\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t})}{\mu u_1}$。

2.2 桩水平振动问题求解

匀质等截面圆桩埋置在饱和地基中，桩长为 L，半径为 r_0，抗弯刚度为 $E_{\mathrm{P}}I_{\mathrm{P}}$，$E_{\mathrm{P}}$ 为桩的弹性模量，I_{P} 为桩的截面惯性矩，内阻尼为 C，m 为桩单位长度的质量。对于细长桩，可以不考虑土介质的摇摆阻抗，从而可得到桩的水平振动微分方程为

$$m\frac{\partial^2u(z,t)}{\partial t^2}+C\frac{\partial u(z,t)}{\partial t}+E_{\mathrm{P}}I_{\mathrm{P}}\frac{\partial^4u(z,t)}{\partial z^4}+\mu(C_{21}+\mathrm{i}C_{22})u(z,t)=0 \quad 。 \tag{34}$$

对于简谐振动，桩的水平位移可写为 $u(z,t)=U(z)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$，代入式（34），并化简得

$$U(z)[-m\omega^2+\mathrm{i}C\omega+\mu(C_{21}+\mathrm{i}C_{22})]+E_{\mathrm{P}}I_{\mathrm{P}}\frac{\mathrm{d}^4U(z)}{\mathrm{d}z^4}=0。 \tag{35}$$

令 $\xi=z/L$，$\lambda=L\sqrt[4]{[(\mu C_{21}-m\omega^2)+\mathrm{i}(C\omega+\mu C_{22})]/(4E_{\mathrm{P}}I_{\mathrm{P}})}$，式（31）可化为

$$\frac{\mathrm{d}^4U(\xi)}{\mathrm{d}\xi^4}+4\lambda^4U(\xi)=0。 \tag{36}$$

其解由初参数法可写为

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$U(z)=-U_0F_1(\lambda\frac{z}{L})+\frac{\phi_0}{\lambda}F_2(\lambda\frac{z}{L})-\frac{M_0}{E_PI_P\lambda^2}F_3(\lambda\frac{z}{L})-\frac{Q_0}{E_PI_P\lambda^3}F_4(\lambda\frac{z}{L})\quad,\quad(37)$$

式中，U_0，ϕ_0，M_0，Q_0 为桩头的位移和内力。F_1，F_2，F_3，F_4 为克雷洛夫函数，

当桩底为固定边界时

$$\left.\begin{aligned}U(z)\big|_{z=L}&=0,\\ \frac{\mathrm{d}U(z)}{\mathrm{d}z}\bigg|_{z=L}&=0。\end{aligned}\right\}\quad(38)$$

得到方程组

$$\frac{\lambda}{L}F_3(\lambda)M_0+F_4(\lambda)Q_0=-\frac{\lambda^3}{L^3}E_PI_PF_1(\lambda)U_0+\frac{\lambda^2}{L^2}E_PI_PF_2(\lambda)\phi_0\quad,\quad(39)$$

$$\frac{\lambda}{L}F_2(\lambda)M_0+F_3(\lambda)Q_0=\frac{4\lambda^3}{L^3}E_PI_PF_4(\lambda)U_0+\frac{\lambda^2}{L^2}E_PI_PF_1(\lambda)\phi_0。\quad(40)$$

解得

$$M_0=\frac{E_PI_P\lambda(F_2F_3-F_1F_4)}{L(F_3^2-\mathrm{v}_2F_4)}\phi_0-\frac{E_PI_P\lambda^2(4F_4^2+F_1F_3)}{L^2(F_3^2-F_2F_4)}U_0,\quad(41)$$

$$Q_0=\frac{E_PI_P\lambda^3(F_1F_2+4F_3F_4)}{L^3(F_3^2-F_2F_4)}U_0-\frac{E_PI_P\lambda^2(F_2^2-F_1F_3)}{L^2(F_3^2-F_2F_4)}\phi_0。\quad(42)$$

根据动力阻抗的定义，可得到单桩的水平动力阻抗 K_h、摇摆动力阻抗 K_r、以及水平－摇摆耦合动力阻抗 K_{hr}，即

$$K_h=\frac{E_PI_P}{L^3}\frac{\lambda^3[F_1(\lambda)F_2(\lambda)+4F_3(\lambda)F_4(\lambda)]}{F_3^2(\lambda)-F_2(\lambda)F_4(\lambda)}=\frac{E_PI_P}{L^3}F_h(\lambda),\quad(43)$$

$$K_r=\frac{E_PI_P}{L}\frac{\lambda[F_2(\lambda)F_3(\lambda)-F_1(\lambda)F_4(\lambda)]}{F_3^2(\lambda)-F_2(\lambda)F_4(\lambda)}=\frac{E_PI_P}{L}F_r(\lambda)\,,\quad(44)$$

$$K_{hr}=-\frac{E_PI_P}{L^2}\frac{\lambda^2[F_2^2(\lambda)-F_1(\lambda)F_3(\lambda)]}{F_3^2(\lambda)-F_2(\lambda)(\lambda)F_4(\lambda)}=\frac{E_PI_P}{L^2}F_{hr}(\lambda)\,,\quad(45)$$

$$K_{rh}=-\frac{E_PI_P}{L^2}\frac{\lambda^2[4F_4^2(\lambda)+F_1(\lambda)F_3(\lambda)]}{F_3^2(\lambda)-F_2(\lambda)F_4(\lambda)}=\frac{E_PI_P}{L^2}F_{rh}(\lambda)\,,\quad(46)$$

其中

$$F_h(\lambda)=\frac{\lambda^3[F_1(\lambda)F_2(\lambda)+4F_3(\lambda)F_4(\lambda)]}{F_3^2(\lambda)-F_2(\lambda)F_4(\lambda)}=F_{h1}(\lambda)+\mathrm{i}F_{h2}(\lambda),\quad(47)$$

$$F_r(\lambda)=\frac{\lambda[F_2(\lambda)F_3(\lambda)-F_1(\lambda)F_4(\lambda)]}{F_3^2(\lambda)-F_2(\lambda)F_4(\lambda)}=F_{r1}(\lambda)+\mathrm{i}F_{r2}(\lambda),\quad(48)$$

$$F_{hr}(\lambda)=-\frac{\lambda^2[F_2^2(\lambda)-F_1(\lambda)F_3(\lambda)]}{F_3^2(\lambda)-F_2(\lambda)(\lambda)F_4(\lambda)}=F_{hr1}(\lambda)+\mathrm{i}F_{hr2}(\lambda),\quad(49)$$

$$F_{rh}(\lambda)=-\frac{\lambda^2[4F_4^2(\lambda)+F_1(\lambda)F_3(\lambda)]}{F_3^2(\lambda)-F_2(\lambda)F_4(\lambda)}=F_{rh1}(\lambda)+\mathrm{i}F_{rh2}(\lambda)。\quad(50)$$

由克雷洛夫函数的关系，可以证明 $K_{hr}=K_{rh}$。可分别定义水平动力阻抗刚度因子 f_{h1}、阻尼刚度因子 f_{h2}，摇摆动力刚度因子 f_{r1}、阻尼刚度因子 f_{r2}，水平－摇摆动力刚度因子 f_{hr1}、阻尼刚度因子 f_{hr2} 如下：

$$\left.\begin{aligned}f_{h1}&=F_{h1}(\lambda)r_0^3/L^3,\\ f_{h2}&=F_{h2}(\lambda)r_0^3/(a_0L^3)\end{aligned}\right\}\quad(51)$$

$$\left.\begin{aligned}f_{r1}&=F_{r1}(\lambda)r_0/L,\\ f_{r2}&=F_{r2}(\lambda)r_0/(a_0L)\end{aligned}\right\}\quad(52)$$

$$\left.\begin{aligned}f_{hr1}&=F_{hr1}(\lambda)r_0^2/L^2,\\ f_{hr2}&=F_{hr2}(\lambda)r_0^2/(a_0L^2)\end{aligned}\right\}\quad(53)$$

3　与单相土介质中土层振动阻抗系数对比及参数分析

从以上分析可知，将平面应变假定模型引入饱和土中，求得土层在水平振动下的动力响应与单相土层的区别在于土层阻抗系数取值不同，将本文得到的饱和土在水平振动下的动力响应退化到单相，即得到和 Novak 单相土层完全相同的解，也就是说 Novak 单相土层解即本文解退化到单相土层的特解。

从图 3 可以看出，当渗透系数较大时，本文解与 Novak 单相薄层水平刚度系数和阻尼系数基本一致，当 $k_d'=1\times10^{-4}$ 时，曲线基本重合。当饱和土薄层渗透系数较小时，两解差别较大，也就是说，这时不能再将土考虑成单相介质，必须考虑土的两相性。从图中还可以看出，当渗透系数大于 1×10^{-4} 时，渗透系数对水平刚度系数和阻尼系数基本没有影响；当渗透系数小于 1×10^{-4} 时，随着渗透系数的减小，在低频振动时，刚度系数增大，高频振动时，刚度系数减小，阻尼系数一直增大；当渗透系数小于 1×10^{-7} 时，刚度系数与阻尼系数随着渗透系数减小基本上没有变化。

从图 4～6 看出，桩土模量比对三种动力阻抗有较大影响。随着模量比的增加，三种动力阻抗因子和阻尼因子都将增加，相对地动力阻抗因子增加更为显著。在频率很低时，刚度因子趋于一定值，阻抗因子趋于无穷大；在 $0.2\le a_0\le0.8$ 的范围内时，三种动力阻抗刚度因子和阻尼因子变化不大，可以用一定值来计算。

图 7～9 体现的是桩长径比对三种动力阻抗的影响。从图中可以看出，随着桩长径比的增大，刚度因子基本上减小，阻尼因子增大，当桩长径比大于 20 时，增大桩长径比对动力阻抗影响不大。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

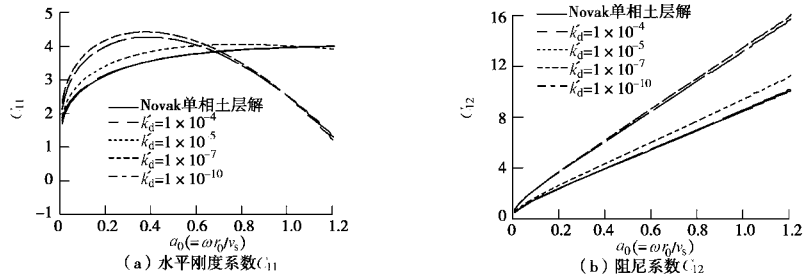


图 3 饱和土薄层中水平刚度系数 C_{11} 和阻尼系数 C_{12} 与 Novak 单相土层解对比

Fig. 3 Comparison between stiffness coefficient C_{11} and damping coefficient C_{12} between Novak's solution and tow-phase solution

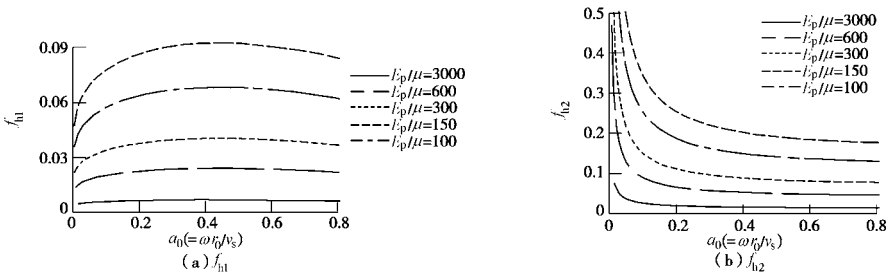


图 4 模量比对单桩水平振动刚度因子与阻尼因子影响

Fig. 4 Variations of horizontal stiffness factor and damping factor with ratio of modulus

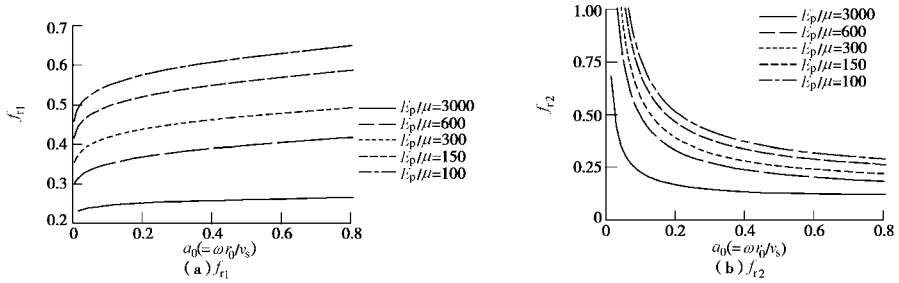


图 5 模量比对单桩摇摆振动刚度因子与阻尼因子影响

Fig. 5 Variations of rocking stiffness factor and damping factor with ratio of modulus

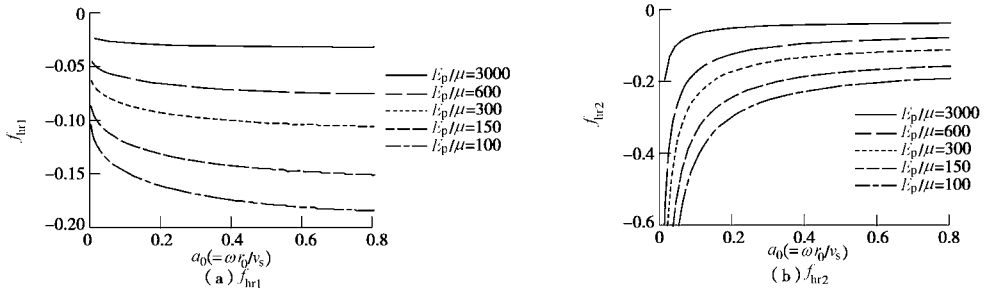


图 6 模量比对单桩水平 – 摇摆耦合振动刚度因子与阻尼因子影响

Fig. 6 Variations of coupled horizontal-rocking stiffness factor and damping factor with ratio of modulus

4 结 论

(1) 将 Novak 薄层法应用于饱和土介质中桩土相互作用研究中，引入势函数对方程解耦，采用算子分解及分离变量法结合桩土耦合条件得到了饱和土中端承桩水平振动的解析解。

(2) 将本文解退化到单相土即得到与 Novak 薄层法相同的解，通过对本文解的参数分析并与 Novak

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

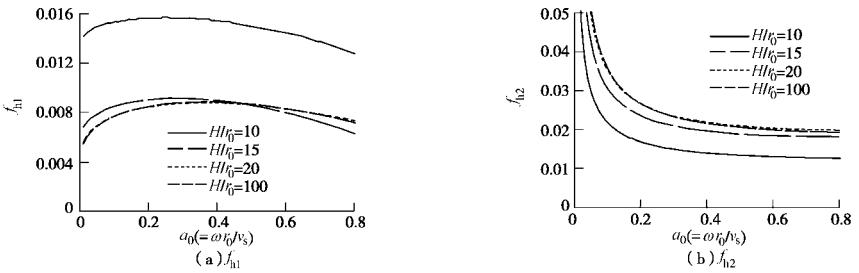


图 7 桩长径比对单桩水平振动刚度因子与阻尼因子影响

Fig. 7 Variations of coupled horizontal-rocking stiffness factor and damping factor with pile slenderness ratio

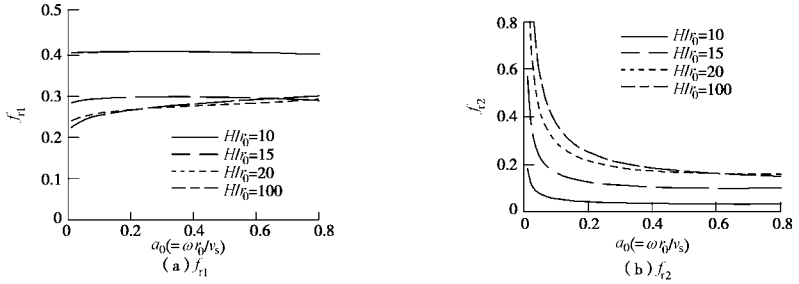


图 8 桩长径比对单桩摇摆振动刚度因子与阻尼因子影响

Fig. 8 Variations of rocking stiffness factor and damping factor with pile slenderness ratio

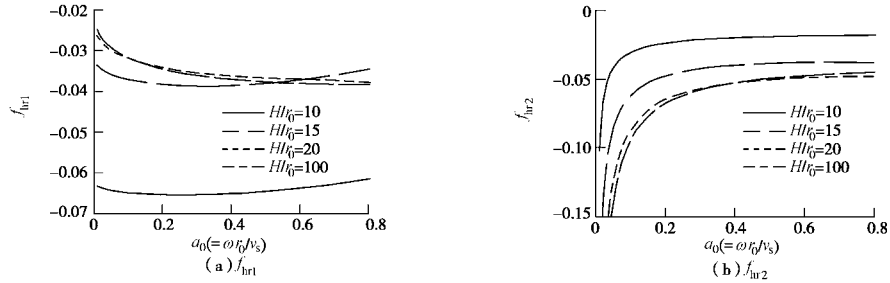


图 9 桩长径比对单桩水平－摇摆耦合振动刚度因子与阻尼因子影响

Fig. 9 Variations of coupled horizontal-rocking stiffness factor and damping factor with pile slenderness ratio

薄层法单相土层解对比，可知在饱和土渗透系数较大时，两解相差不大，但当渗透系数较小时，不能忽略土层的两相性。

(3)综合分析了桩土模量比对饱和土层对单桩水平、摇摆及水平－摇摆耦合振动阻抗影响，随着模量比的增加，三种动力阻抗因子和阻尼因子都增加，相对而言，动力阻抗因子增加更为显著。在 $0.2 \le a_0 \le 0.8$ 的范围内时，三种动力阻抗刚度因子和阻尼因子变化不大，可以用与桩土模量比相关的一定值来计算。

(4)随着桩长径比的增大，刚度因子基本上减小，阻尼因子增大，当桩长径比大于 20 时，增大桩长径比对动力阻抗影响不大。

参考文献：

[1] NOVAK M, ABOUL-ELLA F. Dynamic stiffness and damping of piles[j]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, **11**: 574－598.

[2] NOVAK M, A BOUL-ELLA F. Impendance functions of pile in layered media[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1978, **104**(6): 643－669.

[3] NOVAK M, NOGAMI T, ABOUL-ELLA F. Dynamic soil reaction for plane strain case[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1978, **104**(4): 953－969.

[4] 杨　峻, 吴世明. 非均质流固耦合介质对称动力问题的时域解[J]. 力学学报, 1996, **28**(3): 308－318. (YANG Jun, WU Shi-ming. Transient solutions of axisymmetric dynamic problem for inhomogeneous two phase media[J]. Acta Mechanica Sinica, 1996, **28**(3): 308－318. (in Chinese))

[5] 孔令伟. 流固耦合介质轴对称动力问题解法的改进[J]. 力学学报, 1998, **30**(2): 229－232. (KONG Ling-wei. An

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

improvement of transient solutions of axisymmetric dynamics problem for two phase media[J]. Acta Mechanica Sinica, 1998, **30**(2): 229－232. (in Chinese))

[6] ZENG X, RAJAPAKSE Rknd. Dynamic axial load transfer from elastic bar to poroelastic medium[J]. J of Engng Mech, 1999, **125**(9): 1048－1055.

[7] 张玉红, 黄 义. 两相介质饱和土三维非轴对称稳态响应分析[J]. 应用力学学报, 2002, **19**(3): 85－89. (ZHANG Yu-hong, HUANG Yi. Stable response of the 3D non-axisymmetric two-phase water-saturated soil[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2002, **19**(3): 85－89. (in Chinese))

[8] SENJUNTICHAI T, RAJAPAKSE Rknd. Transient response of a circular cavity in a porolastic medium[J]. Int J Numer Anal Meth Geomech, 1993, **17**:357－383.

[9] 李耀庄. 粘弹性地基－桩箱（筏）地基－上部结构动力相互作用分析[D]. 长沙: 湖南大学, 1999. (LI Yao-zhuang. Analysis of dynamic viscoelastic soil -pile-box (raft) -foundation- superstructure –interaction[D]. Changsha: Hunan University. (in Chinese))

第五届全国基坑工程学术讨论会论文征集通知

第五届全国基坑工程学术讨论会将于 2008 年 10 月 23~25 日在天津隆重召开！

大会将就近年来基坑工程的技术进展进行广泛的学术讨论与交流。会议论文将以我国岩土工程权威期刊《岩土工程学报》（增刊）形式出版，欢迎广大基坑工作者投稿。

主办单位：

中国建筑学会建筑施工学术委员会基坑工程专业委员会

天津市建筑学会地基基础学术委员会

承办单位：

天津大学

天津城投建设有限公司

协办单位：

天津市勘察院

中建三局第三建设工程有限责任公司

天津市建筑科学研究院

天津市政二基础工程有限公司

天津市深软地基基础技术开发有限公司

（待补）

征文内容：

深基坑设计理论与施工技术最新进展

承压水对城区深基坑及环境的影响及技术措施

逆作法设计与施工技术

软土中深基坑设计与施工关键问题

其他特殊土条件下的基坑工程

典型工程实例

典型深基坑工程事故

论文提交日期

2008 年 5 月 15 日（以当地邮戳为准）前向组委会提交论文电子版，投稿请按照《岩土工程学报》格式要求排版，排版格式的样板文件可在《岩土工程学报》网站 www.cgejournal.com 下载。

论文录用通知日期

论文将组织专家审查，录用通知及修改意见将于 2008 年 6 月底前通知作者。

论文修改返回日期

作者根据修改意见和排版要求定稿，于 2008 年 7 月 31 日前将修改稿和修改说明电子版发到会议组委会，同时要求寄送修改文稿的书面打印件一份，信封注明“第五届全国基坑工程学术讨论会”。

论文投稿地址及组委会联系地址

天津大学土木工程系 刘 畅 徐激抒

地 址：天津市南开区卫津路 92 号

邮 编：300072

联系电话：022-27402341 13920990790 13821202109

传 真：022-27402341

电子信箱：jikengtj@yahoo.cn

（会议组委会 供稿）

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net