岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度的研究

赵明华，蒋 冲，曹文贵
（湖南大学岩土工程研究所，湖南 长沙 410082）

摘 要：根据岩溶区嵌岩桩的工程特点，建立了符合其工程特点的岩溶区嵌岩桩的固支梁力学模型，基于突变理论导出了岩溶区嵌岩桩的能量势函数和分叉集方程，建立了岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度确定的尖点突变模型。根据岩溶区嵌岩桩下伏溶洞顶板失稳破坏条件，提出了岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度的确定方法。工程实例分析表明该方法能满足工程要求，具有一定的理论与工程实用价值。

关键词：岩溶；突变理论；嵌岩桩；尖点突变模型； 承载力；安全厚度
中图分类号：TU473.1 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2007)11－1618－05

作者简介：赵明华(1956－)，男，湖南邵阳人，博士，教授，博士生导师，主要从事桩基础及软土地基处理研究。E-mail: mhzhaohd@21cn.com。

Study on bearing capacity of rock-socked piles and safe thickness of cave roofs in karst region

ZHAO Ming-hua, JIANG Chong, CAO Wen-gui
(Geotechnical Engineering Institute, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: According to the engineering features of rock-socked piles in karst region, the clamped beam model of rock-socked piles in karst region was set up at first. Secondly, based on the catastrophe theory, the cusp catastrophe model for bearing capacity of rock-socked piles and safe thickness of cave roofs in karst region were established, at the same time, the necessary instability conditions of cave roofs were deduced, and then the methods to determine safe thickness of cave roofs under piles and bearing capacity of rock-socked piles were proposed. Finally, the method was applied to two practical engineering projects and the results were satisfactory.

Key words: karst; catastrophe theory; rock-socked pile; cusp catastrophe model; load-bearing capacity; safe thickness

0 引 言

桥梁桩基承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度的确定方法是岩溶区桥梁桩基设计的关键内容，因此，开展相关问题研究具有重要的理论与工程实用价值。目前，确定岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度的方法基本上采用传统经验半定量分析方法。文献[1]按梁板受力模型、压力拱理论和顶板塌落堵塞概念等提出了多种溶洞顶板安全厚度的经验半定量计算方法，由于它们难以准确反映桩及顶板岩体的受力情况，因而计算结果较粗糙；文献[2，3]等采用极限平衡分析理论，对岩溶区桩端持力层岩层安全厚度的确定进行了深入探讨；但由于对岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板的受力情况及破坏机理认识不足，计算结果与工程实际存在差距；黎斌等[4]和曹文贵等[5]分别采用非线性有限元和数值流形方法，并引进强度折减技术与枚举方法，建立了公路路基溶洞顶板安全厚度确定的数值分析方法，这是一个有益的尝试，但由于岩溶区桥梁桩基受力的复杂性，而且实施过程极为复杂，其工程应用受到限制。因此，迫切需要对岩溶区桥梁桩基承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度确定方法进行进一步研究，以期使岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度确定方法简单，计算分析结果更加合理。

为此，本文首先根据岩溶区桥梁桩基下伏溶洞顶板破坏的不连续、不规则和不均匀的突发特点，引进突变理论[6]，建立岩溶区桥梁桩基承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度确定的尖点突变模型，然后，据此建立基桩下伏溶洞顶板的破坏失稳条件，最后，在此基础上提出岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全

基金项目：国家自然科学基金资助项目（50578060）
收稿日期：2006－10－12

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

厚度确定的新方法。

1　尖点突变模型的建立

突变理论[7-9]（catastrophe theory）是非线性科学的一个分支，由法国数学家 Rene Thom （1972 年）创立，用于研究不连续现象，具有两种方法，一是根据所研究系统的突变特征，选择适当的控制变量和状态变量，利用一定的突变模型对突变现象进行分析，多用于心理学、社会科学中的突变现象分析；另外是根据所研究系统的力学特征建立系统的突变模型，以分析系统的突变行为，如物理学、力学中的突变现象。

Rene Thom[6]给出了当控制变量小于或等于 4、状态变量小于或等于 2 时的 7 种基本突变模型，其中以尖点突变模型应用最广，利用尖点突变模型确定岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度须根据合适的力学模型，建立出势函数与尖点突变模型及其分叉集方程，下面将分别予以介绍。

1.1　力学模型

对所研究的溶洞顶板与嵌岩桩作用系统而言，首先须对顶板进行合理的简化，现作如下假设：

（1)基桩作用面下,溶洞顶板完整且呈水平产状，将顶板作为梁受力来分析。基桩与溶洞顶板作用，视为基桩直接作用在顶板上。

（2）将嵌岩桩视为简单的端承桩，不考虑上部桩周土的侧摩阻力，同时忽略地应力的影响。

（3）不考虑顶板岩层自重及上覆土层作用力，桩端阻力简化为均布荷载。

本文仅考虑溶洞顶板简化为上部受均布荷载的固支梁情形（简支梁与悬臂梁及集中荷载情况另文讨论)，其简化力学模型如图 1 所示。溶洞顶板跨距为 L，水平宽度取单位长度，厚度为 H，岩体弹性模量为 E，桩端阻力简化为均布荷载 q 。

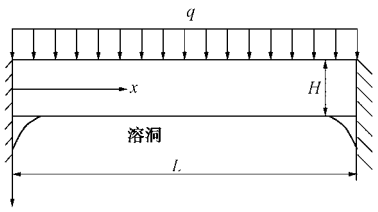


图 1 简化力学模型

Fig. 1 Simplified mechanical model

1.2　势函数的确定

建立上述力学模型后，下一步关键是求出该力学模型系统的总势能，建出势函数，并利用数学方法将其转化为尖点突变模型的标准形式，其势函数的标准形式为

$$f(x)=x^4+ux^2+vx \quad , \tag{1}$$

式中，x 为系统的状态变量，u ，v 为系统的控制变量，x ，u ，v 构成三维空间，如图 2 所示。

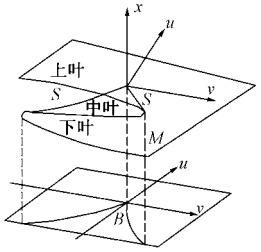


图 2 溶洞顶板的尖点突变模型

Fig. 2 Cusp catastrophe model of cave roofs

设梁的轴线挠曲线

$$\omega=A\left[1-\cos(\frac{2\pi x}{L})\right], \tag{2}$$

式中，A 为轴线中点的挠度，x 为弧长， ω 为挠度。

梁结构系统的总势能由梁的弯曲应变能和外力在相应位移上所做的功组成，因此势函数

$$f(x)=U_1+U_2-W_1 \quad , \tag{3}$$

式中，U_1 为梁的弯曲应变能，U_2 为系统势能增量，W_1 为均布荷载 q 在相应位移方向上所做的功。

由弹性力学，梁的弯曲应变能

$$U_1=\frac{1}{2}\int_0^l EI(\frac{\mathrm{d}^2\omega}{\mathrm{d}x^2})^2\sqrt{1+(\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}x})^2}\,\mathrm{d}x, \tag{4}$$

式中，E 为岩体的弹性模量，I 为梁的惯性矩。

系统势能的增加为

$$U_2=\int_0^L q\omega(x)\mathrm{d}x \quad , \tag{5}$$

均布荷载 q 所做的功为

$$W_1=\int_0^l q(L-x)(\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}x})^2\mathrm{d}x \quad 。 \tag{6}$$

将式（4），（5），（6）代入式（3）得

$$f(x)=\int_0^L\frac{EI}{2}(\frac{\mathrm{d}^2\omega}{\mathrm{d}x^2})^2\sqrt{1+(\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}x})^2}\,\mathrm{d}x+\int_0^L q\omega(x)\mathrm{d}x-\int_0^L\frac{q}{2}(L-x)(\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}x})^2\mathrm{d}x 。 \tag{7}$$

对式（7）进行泰勒级数展开，整理得梁结构势函数的近似表达式为

$$f(x)=\frac{EI\pi^6A^4}{16L^5}+\left(\frac{2EI}{L^8\pi^2}-\frac{q\pi^2}{L^2}\right)A^2-qL^6A 。 \tag{8}$$

对上式作变量代换，令

$$\left.\begin{aligned} A&=\sqrt[4]{\frac{16L^5}{EI\pi^6}}x,\\ u&=(\frac{2EI}{L^8\pi^2}-\frac{q\pi^2}{L^2})\sqrt{\frac{16L^5}{EI\pi^6}},\\ v&=-qL^6\sqrt[4]{\frac{16L^5}{EI\pi^6}}, \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

则可得岩溶区桩端下伏溶洞顶板结构系统势函数的标准形式即式（1）。

1.3 尖点突变模型分叉集方程

根据突变理论，对势函数 $f(x)$ 求导，即得系统平衡曲面方程式为

$$\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}=4x^3+2ux+v=0 \quad 。 \tag{10}$$

再对平衡曲面方程式（10）求导，就得结构系统的奇点集方程

$$\frac{\mathrm{d}^2f(x)}{\mathrm{d}x^2}=12x^2+2u=0 \quad 。 \tag{11}$$

从图 2 可以看出，它是一个具有褶皱的曲面 M，当 $u<0$ 时，M 分为三叶：上叶、中叶和下叶，在中叶上有

$$\frac{\mathrm{d}^2f(x)}{\mathrm{d}x^2}<0 \quad , \tag{12}$$

在上叶和下叶上

$$\frac{\mathrm{d}^2f(x)}{\mathrm{d}x^2}>0 \quad 。 \tag{13}$$

在 M 上所有垂直切线的点集 S 满足式（11）。将式（10），（11）联立消去 x，即得结构系统尖点突变模型的分叉集方程

$$8u^3+27v^2=0 \quad 。 \tag{14}$$

它在几何上表示系统的奇点集在控制变量 u，v 确定的平面（或称为控制面）上的投影（图 2）。只有在 $u\le 0$ 时才有跨越分叉集的可能，故系统发生突变的必要条件为 $u\le 0$。当 u，v 满足式（14）时，系统处于临界平衡状态，得出系统突变的临界条件。

把式（9）中的 u，v 代入到式（14）即得图 1 所示溶洞顶板的尖点突变模型分叉集方程

$$8\left[\left(\frac{2EI}{L^8\pi^2}-\frac{q\pi^2}{L^2}\right)\sqrt{\frac{16L^5}{EI\pi^6}}\right]^3+27\left[qL^6\sqrt[4]{\frac{16L^5}{EI\pi^6}}\right]^2=0 。 \tag{15}$$

2 嵌岩桩下伏溶洞顶板稳定条件的确定

对于溶洞顶板尖点突变模型的平衡曲面方程式（10），记 $\varnothing=8u^3+27v^2$，当 $u>0$，$\varnothing>0$ 时，方程（10）只有一个实数根，对应于一个稳定的平衡态，系统变形将是连续的，溶洞顶板不会产生突变。

当 $\varnothing=0$ 时，方程（10）有 3 个实根，其中有 2 个实根相等，即

$$\left.\begin{aligned} x_1&=(-2v)^{1/3},\\ x_2&=x_3=-(-0.25v)^{1/3}。\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

它们对应于平衡曲面的奇点集，此时系统处于两个临界稳定状态，在微扰动作用下，系统将由临界稳定状态突跳到稳定状态，且状态变量突跳值为

$$\Delta x=(x_1-x_2)=(x_1-x_3)=(-0.25v)^{1/3} 。 \tag{17}$$

当 $\varnothing=0$ 时，方程（10）有 3 个不等的实根，其中两个表示稳定状态，一个表示不稳定状态。系统在这些状态上平滑地变化，属于缓慢变形过程。只有当系统到达平衡态的边界（即奇点集）时才会产生突变。因此在 $\varnothing=0$ 处，系统的拓扑结构（平衡状态个数及稳定性）产生分歧。满足 $\varnothing=0$ 的控制变量 u，v 构成了系统的分歧集。

另外，当控制点跨越分歧点时，结构系统才会发生突变，此时有两种情况出现，$v\le 0$ 或 $v>0$。当 $v\le 0$ 时，$qL^6\le 0$，不符合工程实际；当 $v>0$ 时，$qL^6>0$，这才符合实际。

由以上分析可知，只有当 $u\le 0$ 时，式（11）才有实数解，系统才可能跨跃分歧集而产生突变，因此溶洞顶板产生突变失稳的必要条件为

$$\left.\begin{aligned} &8\left[\left(\frac{2EI}{L^8\pi^2}-\frac{q\pi^2}{L^2}\right)\sqrt{\frac{16L^5}{EI\pi^6}}\right]^3+\\ &27\left[qL^6\sqrt[4]{\frac{16L^5}{EI\pi^6}}\right]^2=0,\\ &\left(\frac{2EI}{L^8\pi^2}-\frac{q\pi^2}{L^2}\right)\sqrt{\frac{16L^5}{EI\pi^6}}\le 0,\\ &qL^6>0。\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

由此，即可进一步确定岩溶区嵌岩桩承载力及下伏溶洞安全厚度。

3 岩溶区嵌岩桩承载力及下伏溶洞顶板安全厚度确定方法

通过对溶洞顶板稳定与失稳分析，可得到溶洞顶板发生突变的必要条件，由必要条件可以计算出溶洞最小安全厚度和桩端承载力。

3.1 承载力确定方法

由式（18）可以求得桩端阻力 q，要使溶洞顶板不发生突变失稳，要求 $u\ge 0$，即

$$\frac{2EI}{L^8\pi^2}-\frac{q\pi^2}{L^2}\ge 0 \quad , \tag{19}$$

所以

$$q\le\frac{EH^3}{6L^6\pi^4} \quad 。 \tag{20}$$

3.2 安全厚度确定方法

对式（18）作进一步简化并解方程得溶洞顶板最小安全厚度

$$H\ge\sqrt[3]{\frac{6L^6q\pi^4}{E}} \quad 。 \tag{21}$$

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

4　工程实例分析

4.1　实例 1

湖南某高速公路跨渠桥位于丘陵间小河冲积地貌区，地势低平开阔，场地地层自上而下为：填筑土、淤泥质细砂、黏土、砾砂、白云质灰岩等，基岩岩溶现象很发育，桥墩、台基础采用人工挖孔灌注端承桩，共 20 根。施工为多孔同时进行，当挖孔至 9.0～11.0 m（约为设计桩深的一半）时，渠中河道和两岸地表出现大面积沉陷，最深沉陷达 4～5 m，致使挖孔无法继续进行，需进行处治。

现以#8 桩为例（图 3），在标高 15.3 m 以下存在有溶洞，原设计桩径 d＝1.2 m，设计荷载为 2600 kN，桩穿过较厚的白云质灰岩层（10.70～15.30 m），层厚（4.6 m）深度达 17.00 m 以下。根据试验结果，白云质石灰岩的物理力学指标为：重度 γ＝27.3 kN/m^3，内摩擦角 φ＝35°，岩块单轴抗压强度 R＝120 MPa，顶板跨距 L＝5 m，顶板弹性模量 E＝120 GPa。

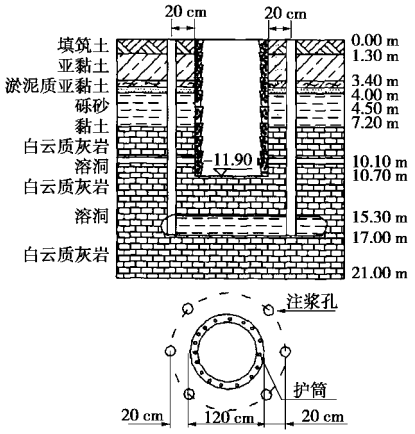


图 3 #8 桩设计施工图

Fig. 3 Construction design of pile No. 8

结合上述工程，采用本文的计算方法计算得该溶洞顶板的最少安全厚度为 2.705 m，所以该溶洞稳定。

本工程通车多年，运行良好，无岩溶危害发生。

4.2　实例 2

该工程主楼 42 层，裙楼 4 层，含地下室 2 层，主裙楼之间不设沉降缝，其工程地质条件及有关岩土技术参数见表 l。本文以该楼的#40 桩为例进行论述[10]。

据勘探资料，该溶洞顶板厚度为 8.0 m，顶板弹性模量 E＝55～76 GPa 溶洞跨度的长轴方向为 5.5 m，溶洞最大高度为 3.2 m，洞内为软塑状含砾黏土所充填如图 4 所示。

采用本文计算方法计算该溶洞桩端极限荷载为 41.16×10^3 kN，所以溶洞顶板稳定，该工程竣工多年，运行良好。

表 1 岩土结构及相关技术参数

Table1 Parameters of rock and soil

	土层	厚度h/m	天然重度 γ/(kN・m^{-3})
①	杂填土	2.8	18.5
②	粉质黏土	11.0	20.1
③	粉土	2.2	20.7
④	圆砾	6.3	25.3
⑤	微风化白云岩	8.0	26.3
岩土层总厚度		30.3	

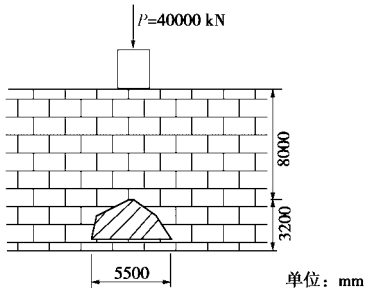


图 4 #40 桩底基岩断面示意图

Fig. 4 The section of the rock mass under the tip of pile No. 40

5　结　　论

本文根据岩溶区嵌岩桩的工程特点，引进突变理论，对岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度的确定方法进行了深入研究，获得如下结论：

（1）基于固支梁的力学模型，引进突变理论，建立了岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度的尖点突变模型，并由此导得了溶洞顶板突变失稳的必要条件。

（2）提出了基于尖点突变模型的岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度确定的新方法，实例分析表明了该方法的合理性。

参考文献：

[1] 工程地质手册编写委员会. 工程地质手册[M]. 第三版. 北京：中国建筑工业出版社，1992. (The Compilation Committee of Engineering Geology. Engineering geology handbook[M]. Third edition. Beijing: China Architecture and Building Press, 1992. (in Chinese))

[2] 赵明华, 袁腾方, 黎　莉, 等. 岩溶区桩端持力层岩层安全厚度计算研究[J]. 公路，2003(1): 124 - 128. (ZHAO Ming-hua, YUAN Teng-fang, LI Li, et al. Study on safe thickness of calculation in karst region[J]. Highway, 2003 (1): 124 - 128. (in Chinese))

[3] 赵明华, 陈昌富, 曹文贵, 等. 嵌岩桩桩端岩层抗冲切安全厚度研究[J]. 湘潭矿业学院学报，2003, **18**(4): 41 - 45. (ZHAO Ming-hua, CHEN Chang-fu, CAO Wen-gui, et al.

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

Analysis for the safe terrain thickness of punching-shear resistance at the end of rock-socked piles[J]. Journal of Xiangtan Mining Institute, 2003, **18**(4): 41 – 45. (in Chinese))

[4] 黎 斌, 范秋雁, 秦风荣. 岩溶地区溶洞顶板稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, **21**(4): 532 – 536. (LI Bin, FAN Qiu-yan, QIN Feng-rong. Analysis on roof stability of karst cave in karst areas[J]. Chinese Journal of Rock mechanic and Engineering, 2002, **21**(4): 532 – 536. (in Chinese))

[5] 曹文贵, 程 晔, 赵明华. 公路路基岩溶顶板安全厚度确定的数值流形方法研究[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(6): 621 – 625. (CAO Wen-gui, CHENG Ye, ZHAO Ming-hua. Studies on numerical manifold method for determination of safe thickness of karst roof in roadbed[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(6): 621 – 625. (in Chinese))

[6] 双德斯 P T. 突变理论入门[M]. 凌复华, 译. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1983. (SAUNDERS P T. Entering of catastrophe theory[M]. LING Fu-hua, trans. Shanghai: Shanghai Science and Technology Literature Press, 1983. (in Chinese))

[7] THOMPSON J M T, SHAMROCK P A. Hyperbolic umbilici catastrophe in crystal fracture[J]. Nature, 1976(26): 598 – 599.

[8] CARPENTARIA Alberto, CATASTROPHE A. Theory approach to fracture mechanics[J]. Int J Frac, 1990(44): 57 – 69.

[9] 秦四清, 张倬元, 王士天, 等. 非线性工程地质学导引[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1993. (QIN Si-qing, ZHANG Zhuo-yuan, WANG Shi-tian, et al. An introduction to nonlinear engineering geology[M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 1993.)

[10] 李炳行, 肖尚惠, 莫孙庆. 岩溶地区嵌岩桩桩端岩体临空面稳定性初步探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, **22**(4): 633 – 635. (LI Bin-xing, XIAO Shang-hui, MO Sun-qing. Discussion about the stability of rock mass free face on the tip of rock-socked pile in karst region[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, **22**(4): 633 – 635. (in Chinese)

第三届黄文熙讲座学术报告会暨《岩土工程学报》第十届编委会首次会议通知

第三届黄文熙讲座学术报告会定于 2008 年 1 月 12 日（星期六）在南京举行，会议期间召开《岩土工程学报》第十届编委会首次会议。

本次讲座为黄文熙讲座第十一讲，主讲人为中国工程院葛修润院士，讲座题目为：岩土力学研究的三项新进展，内容包括：岩石疲劳破坏的变形控制率、岩土力学试验的实时 X-射线 CT 扫描和边坡坝基抗滑稳定分析的新方法。为丰富报告会的内容，会议还将邀请部分专家做相关主题的专题报告。欢迎广大岩土工程专业及相关专业人士参加报告会。

《岩土工程学报》第十届编委会首次会议将宣布新一届编委会产生，选举编委会的负责人，审查编辑部四年来的工作报告，并就学报今后的编辑方针、报道重点和学术把关等问题进行交流讨论，会上还将选举产生下一讲黄文熙讲座的撰稿人和报告人。请《岩土工程学报》第十届编委会全体委员参加会议。

会议地点为南京市广州路 223 号瑞迪大酒店，会议大致日程是 2008 年 1 月 11 日下午报到，2008 年 1 月 12 日上午、下午举行黄文熙讲座学术报告会，晚上召开《岩土工程学报》第十届编委会首次会议，更新、更具体的会议通知将公布在《岩土工程学报》网页 www.cgejournal.com，敬请关注。

（本刊编辑部）

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net