

Rosenblueth 方法在斜坡稳定性 概率评价中的应用*

罗文强

龚 珏

(中国地质大学数理系 武汉 430074) (中国地质大学图书馆 武汉 430074)

摘要 介绍了 Rosenblueth 矩估计方法的基本原理及在斜坡稳定性概率评价中的应用,给出了斜坡的安全系数、可靠指标和破坏概率。这种方法可有效地将传统安全系数与概率分析相结合,使其相互补充。为建立斜坡稳定性安全系数与可靠度相结合的二元指标评价体系,提供了一种好的方法。以岩村滑坡为例进行了计算,结果与实际相吻合。

关键词 工程地质, Rosenblueth 矩估计方法, 斜坡稳定性, 概率评价, 安全系数, 破坏概率

分类号 P 642. 22

文献标识码 A

文章编号 1000-6915(2003)02-0232-04

APPLICATION OF ROSENBLUETH MOMENT ESTIMATION METHOD INTO PROBABILISTIC ANALYSIS OF SLOPE STABILITY

Luo Wenqiang¹, Gong Jue²

(¹Department of Mathematics and Physics, China University of Geosciences, Wuhan 430074 China)

(²Library, China University of Geosciences, Wuhan 430074 China)

Abstract The basic principle of Rosenblueth moment estimation method and its application into probabilistic analysis of slope stability are presented. The safety factor, reliability index and failure probability are given with this method. This method can combine the conventional safety factor with probabilistic analysis. A dual index system is setup to assess slope stability with safety factor and reliability index. As an example, the stability of Yancun landslide is assessed, and the results are tallied well with the practical case of the landslide.

Key words engineering geology, Rosenblueth moment estimation method, slope stability, probabilistic assessing, safety factor, failure probability

1 引言

安全系数是斜坡稳定性评价最常见、最重要的指标,它是建立在确定性概念之上的^[1]。其最大的缺点是没有考虑岩土体中实际存在的不确定性和相关性,如材料参数(摩擦系数、粘聚力、容重)的变异性、相关性;孔隙水压力及外荷载的波动性;计

算模型的不确定性等。为克服上述缺点,建立在不确定性概念之上的概率分析方法自然被引入斜坡的稳定性评价之中,成为一种崭新的分析工具。概率方法与定值方法互为补充、相互印证,使得斜坡的稳定性评价更科学、更精确^[2, 3]。

Rosenblueth 方法又称统计矩的点估计方法,是由罗森布鲁斯(Rosenblueth)于 1975 年提出的一种矩估计的近似方法。其基本思想是:当各种状态变量

2001 年 6 月 14 日收到初稿,2001 年 8 月 20 日收到修改稿。

* 中国地质大学科研启动基金及学校自然科学基金资助项目。

作者 罗文强 简介:男,38 岁,博士,1984 年毕业于北京师范大学数学系,1998~2000 年在成都理工学院工程地质研究所做博士后研究,现任教授,主要从事岩土工程可靠性分析等方面的研究工作。

的概率分布为未知时,只要利用其均值和方差(通常由点估计给出),就可以求得状态函数的 1 阶矩(均值)、2 阶中心矩(方差)及 3,4 阶中心矩,进而可求得可靠指标、破坏概率。本文介绍了 Rosenblueth 方法在斜坡稳定性评价的基本原理、应用步骤、应用实例。由于 Rosenblueth 方法原理简单,应用方便,所以,对于一般斜坡稳定性评价,是一个非常实用的方法。

2 Rosenblueth 方法的基本原理

对于一般的斜坡稳定性问题,根据斜坡岩土体结构、破坏机理和受力状况,可以建立如下的状态函数:

$$Z = F(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

式中: x_1, x_2, \dots, x_n 分别为容重、粘聚力、摩擦系数、孔隙水压力、荷载强度、降雨强度等随机变量,它们具有一定的分布(大多服从正态分布或对数正态分布)。本文以安全系数为状态函数,即

$$Z = F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{R(x_1, x_2, \dots, x_n)}{S(x_1, x_2, \dots, x_n)} \quad (2)$$

式中: $R(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为抗滑力或者抗滑力矩, $S(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为下滑力或者下滑力矩。

在状态变量 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的分布函数未知的情况下,勿需考虑其变化形态,只在区间 (x_{\min}, x_{\max}) 上分别对称地择其 2 个取值点,例如,通常取均值 m_{x_i} 的正负一个标准差 s_{x_i} , 即

$$\begin{cases} x_{i1} = m_{x_i} + s_{x_i} \\ x_{i2} = m_{x_i} - s_{x_i} \end{cases} \quad (3)$$

对于 n 个状态变量,可有 $2n$ 个取值点,取值点的所有可能组合则有 2^n 个。在 2^n 个组合下,可根据状态方程,求得 2^n 个状态函数 Z , 即 2^n 个安全系数。

如果 n 个状态变量相互独立,每一组合出现概率相等,则 Z 的均值估计为

$$m_z = \frac{1}{2^n} \sum_{j=1}^{2^n} Z_j \quad (4)$$

如果 n 个状态变量相关,且每一组合出现的概率不相等,则其概率值 P_j 的大小取决于变量间相关系数 r , 即

$$P_j = \frac{1}{2^n} (1 + e_1 e_2 r_{12} + e_2 e_3 r_{23} + \dots + e_{n-1} e_n r_{(n-1)n}) \quad (5)$$

式中: $e_i (i=1, 2, \dots, n)$ 取值为

当 x_i 取 x_{i1} 时, $e_i = 1$;

当 x_i 取 x_{i2} 时, $e_i = -1$;

$r_{(i-1)i}$ 为状态变量 x_{i-1} 与 x_i 之间的相关系数。所以, Z 的均值估计式为

$$m_z = \sum_{j=1}^{2^n} P_j Z_j \quad (6)$$

根据中心矩与原点矩的估计,可以导出安全系数的概率分布的 4 阶矩表达式,由此可估计出其概率分布的空间形态和位置^[4, 5]。

(1) 1 阶矩 M_1 。随机变量 Z 的 1 阶矩,也称均值,定义为

$$M_1 = E(Z) = m_z = \int_{-\infty}^{+\infty} z f(z) dz$$

其点估计为

$$M_1 = E(Z) = m_z = \sum_{j=1}^{2^n} P_j Z_j \quad (7)$$

(2) 2 阶中心矩 M_2 。随机变量 Z 的 2 阶中心矩为 Z 的方差 s_z^2 , 其定义为

$$M_2 = E(Z - m_z)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (z - m_z)^2 f(z) dz$$

其点估计为

$$M_2 = E(Z - m_z)^2 = s_z^2 = \sum_{j=1}^{2^n} P_j Z_j^2 - m_z^2 \quad (8)$$

(3) 3 阶中心矩 M_3 。随机变量 Z 的 3 阶中心矩为

$$M_3 = E(Z - m_z)^3 = E(Z^3) - 3m_z E(Z^2) - 2m_z^3$$

其点估计为

$$M_3 = \sum_{j=1}^{2^n} P_j Z_j^3 - 3m_z \sum_{j=1}^{2^n} P_j Z_j^2 + 2m_z^3 \quad (9)$$

(4) 4 阶中心矩 M_4 。随机变量 Z 的 4 阶中心矩为

$$M_4 = E(Z - m_z)^4$$

其点估计为

$$M_4 = \sum_{j=1}^{2^n} P_j Z_j^4 - 4m_z M_3 - 6m_z^2 M_2 - 4m_z^4 \quad (10)$$

根据上述公式,求得状态函数 Z 的 1 阶矩 M_1 , 2 阶矩 M_2 , 3 阶矩 M_3 和 4 阶矩 M_4 。由此可得到以下反映 Z 分布形态的统计参数。

(1) 均值 m 。 $m = M_1$, 反映 Z 的平均取值。

(2) 变异系数 d 。 $d = \sqrt{M_2} / M_1$, 反映 Z 的离散程度。

(3) 偏态系数 a_1 。 $a_1 = M_3 / M_2^{3/2}$, 反映 Z 分布的对称性和偏倚方向。 $a_1 = 0$, 对称, $a_1 < 0$, 负偏

态; $a_1 > 0$, 正偏态。

(4) 峰度系数 a_2 。 $a_2 = M_4/M_2^2$, 反映 Z 分布的突起程度。以正态分布为标准(峰度系数 3), $a_2 > 3$, 比正态分布高而尖; $a_2 < 3$, 比正态分布平坦。

求出状态函数的 m_z 和 s_z^2 , 如果状态函数服从正态分布或对数正态分布, 可计算出破坏概率为

$$P_f = 1 - F(b)$$

$$\text{其中, } F(b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^b e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

3 应用实例

3.1 滑坡概况

岩村滑坡位于四川盆地某城市中心, 地处长江和嘉陵江交汇处。该区属于亚热带气候, 温暖潮湿, 平均年降雨量 1 200 mm 以上, 并常有暴雨。滑坡区基岩地质构造属川东隔档式褶皱带中一复向斜内部, 岩层产状平缓, 无明显断裂构造。基岩地层为侏罗系(J_{2S})泥岩、砂岩互层。相对坚硬的砂岩组成了滑坡区的上部平台, 泥岩及崩积物(Q₄^{col})组成斜坡的主体。崩积物主要由砂岩块石和泥岩风化粘土组成。人工堆石为在砂岩体中开挖地下洞室而堆弃后部的基岩大块石。下伏基岩相对不透水。该区新构造活动不强烈, 属受活断裂包围的稳定地块, 地震裂度为 6 度。滑坡主滑方向为 NW 方向, 后缘一系列 NE~SW 方向的拉张裂缝, 使居民建筑物受到严重影响。滑坡性质为: 上部大量废弃土石加载造成推移式土质滑坡。滑动面在松散层与基岩接触面上。滑坡处于蠕滑阶段, 降雨时, 位移明显增大^[2]。

3.2 计算模型及结果

图 1 是滑坡的计算剖面和分条受力模型, 计算斜坡的安全系数。设状态函数为安全系数 F , 由不平衡推力法, 有

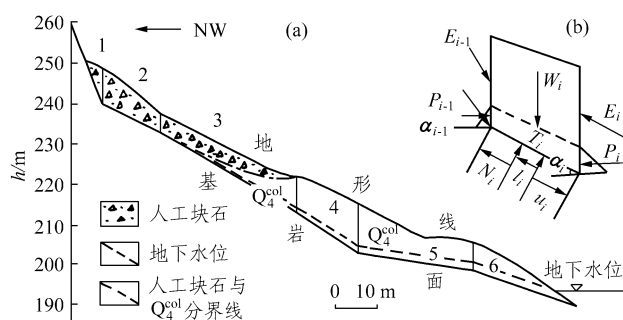


图 1 计算剖面和受力模型

Fig.1 Computation section and loaded model

$$E_i = W_i \sin \alpha_i + Q_i \cos \alpha_i + E_{i-1} y_i -$$

$$\frac{1}{F} [(W_i \cos \alpha_i - u_i - Q_i \sin \alpha_i) \tan j_i - c_i l_i] \quad (11)$$

式中: $y_i = \cos \Delta \alpha_i + \tan j_i \sin \Delta \alpha_i$; $\Delta \alpha_i = \alpha_{i-1} - \alpha_i$; E_i , E_{i-1} 为分条界面上推力, 假定其作用方向与界面相邻的分条滑面平行; W_i 为分条的自重; Q_i 为所有水平合力(不包括条块相互作用力), $Q_i = P_{i-1} - P_i$, P_i 为水平水压力; u_i 为扬压力; l_i 为条块长度; α_i 为条块与水平线的夹角。本实例抗剪强度参数 c , j 的变异性非常显著, 为随机变量^[6]。其均值和方差分别为 $m_c = 18.01$ kPa, $s_c = 12.76$ kPa, $m_j = 15.90^\circ$, $s_j = 4.36^\circ$, 其他参数变异性较小, 作常量处理。斜坡的安全系数(状态函数) F 除为常量外, 还是随机变量 c 和 j 的函数, 即

$$Z = F(x_1, x_2) = F(c, j) \quad (12)$$

因为 c, j 是正态随机变量, 而状态函数 $Z = F(c, j)$ 是 c, j 的隐函数, 所以, F 也是随机变量, 其实质是抗滑力(矩)与下滑力(矩)的比值(R/S)。由式(11)迭代计算便得到斜坡的安全系数。

由于所考虑随机变量仅为 c, j 两个变量, 所以可得到 F 的 4 个函数值为

$$F_1 = F(m_c + s_c, m_j + s_j) = F(30.77, 20.26) = 1.433$$

$$F_2 = F(m_c + s_c, m_j - s_j) = F(30.77, 11.54) = 1.025$$

$$F_3 = F(m_c - s_c, m_j + s_j) = F(5.025, 20.26) = 0.979$$

$$F_4 = F(m_c - s_c, m_j - s_j) = F(5.25, 11.54) = 0.595$$

设随机变量 c, j 相互独立, 即 $r_{c,j} = 0$, 由式(5), 有

$$P_j = \frac{1}{4} \quad (j=1, 2, 3, 4)$$

由式(6), 有

$$m_z = \sum_{j=1}^4 P_j F_j = \frac{4.033}{4} = 1.008 \quad (13)$$

由式(8), 有

$$s_z^2 = \sum_{j=1}^4 P_j F_j^2 - m_z^2 = \frac{4.410}{4} - 1.008^2 = 0.089 = 0.298^2$$

所以标准差 $s_z = 0.298$ 。

设 $Z = F(x_1, x_2)$ 服从正态分布, 即 $Z \sim N(m_z, s_z^2)$, 则可靠指标 b 为

$$b = \frac{m_z - 1}{s_z} = \frac{1.008 - 1}{0.298} = 0.027 \quad (14)$$

破坏概率为

$$P_f = 1 - F(b) = 1 - F(0.027) = 1 - 0.510 = 49\% \quad (15)$$

将 c, j 的平均值代入式(11)计算得到通常的安全系数为 1.009 5, 由式(13)~(15)计算的安全系数、可靠指标、破坏概率分别为: 1.008, 0.027, 49.0%。式(13)计算的安全系数是由 c, j 对称地取不同数值所得安全系数的平均值, 因此, 两种方法计算的安全系数值相近, 此外, Rosenblueth 方法还给出了斜坡的可靠程度。对于一般边坡工程, 其精度可满足工程需要。

4 结 论

Rosenblueth 方法原理简单, 可方便、简捷地对斜坡稳定性进行概率评价。此种方法可有效地将斜坡稳定性评价中传统的安全系数法和概率评价方法相互结合, 取长补短, 相互映证, 更加精确、客观地评价斜坡稳定性, 为有效地建立斜坡安全系数与破坏概率(可靠指标)二元联合评价指标体系奠定了基础^[7~9]。文中所给斜坡实例的稳定性处于极限状

态, 但破坏概率较高, 需要进行工程治理。

参 考 文 献

- 1 Chowdhury R N, Xu D W. Rational polynomial technique in slope reliability analysis[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 115(12): 1 910 ~ 1 928
- 2 罗文强, 晏同珍. 蒙特卡洛模拟方法在斜坡稳定性评价中的应用[J]. 地球科学——中国地质大学学报, 1997, 22(6): 669 ~ 672
- 3 夏元友, 李 梅. 边坡稳定性评价方法研究及发展趋势[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(7): 1 087 ~ 1 091
- 4 希德尔 J N. 工程概率设计[M]. 陈立周, 夏曼苹, 路 鹏译. 北京: 科学出版社, 1989, 80 ~ 83
- 5 罗文强. 斜坡稳定性概率理论和方法研究[博士学位论文][D]. 武汉: 中国地质大学, 1997, 29 ~ 31
- 6 任青文, 余天堂. 边坡稳定的块体单元法分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(1): 20 ~ 24
- 7 罗文强, 张倬元, 黄润秋等. 斜坡系统可靠性分析研究[J]. 地学前缘, 2000, 7(增): 105 ~ 111
- 8 罗文强, 龚 珏, 晏同珍. 函数连分式渐近法在斜坡稳定性概率评价中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(3): 300 ~ 302
- 9 谭晓慧. 多滑面边坡的可靠性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(6): 822 ~ 825

新书简介

《岩崩与岩滑动力学》(Dynamics of Rockslide and Rockfalls)一书由 Erisman T H, Abele G 著, Springer 出版社 2001 年出版, 316 页, 刊号为 ISBN3-540-67198-6, 定价为 99.5 欧元、99 美元或 73.76 英镑。

该书的核心是对岩崩和岩滑机制的研究。该书特别强调有资质的专家对岩崩与岩滑性状进行有充分根据的预报的必要性。预报人的资质是绝对必要的。该书作者通过意大利瓦戎峡谷托克山 1963 年 10 月 9 日发生的悲剧说明错误预报带来的灾难性后果。该书同时也明确表示不同意 L. Muller 1964 年关于运动岩石速度不可预测的观点。

该书在用物理推理和数学公式来表述各种滑坡机制时, 强调了地貌学的重要性。书中通过照片、图件详细描述了加拿大安大略省渥太华魔窟溪、美国南加州 Blackhaw、奥地利蒂罗尔 k fels、意大利瓦尔特里纳 Val Pola、意大利 Vajont 峡谷、南美洲 Huascar án 等地质事件, 论述了运动岩体的动力学机制。

该书可供关注岩崩与滑坡问题的科研人员、教师、学生与工程师参考。