

抽水试验

原理与参数测定

陈雨孙 颜明志

PRINCIPLE OF PUMPING TEST AND PARAMETRIC DETERMINATION

水利电力出版社

抽水试验

原理与参数测定

陈雨孙 颜明志

水利电力出版社

内 容 提 要

本书着重阐述了在降水下渗补给、地下径流补给和河流补给条件下的非稳定流抽水试验与稳定流抽水试验的基本原理,提出了表达抽水降落漏斗的通式,指出了裘布衣公式与泰斯公式的适用范围,阐述了抽水试验井孔的合理设计与布置,以及准确计算水文地质参数的方法与示例。该书既有理论,又有方法,甚为实用,可供水利电力、城乡环保、地质冶金、机械轻纺、石油化工、铁道交通、农业灌溉等部门从事水文地质勘察、施工、设计人员和有关院校师生时参考。

抽水试验原理与参数测定

陈雨孙 颜明志

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

轻工业出版社印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 8 印张 174千字

1985年8月第一版 1985年8月北京第一次印刷

印数0001—5410册 定价2.15元

书号 15143·6699

前 言

用抽水试验的方法来查明水文地质特性和确定参数，是水文地质勘察重要的环节和主要的手段。建国以来，虽然在这方面已有很大的进展，但是，至今在实际工作中也还普遍存在着水文地质参数测不准的问题。针对这一问题，我们试图通过对抽水试验的理论原理和参数计算方法的探讨，以期有助于参数的准确测定。

本书承蒙朱益春工程师提供宝贵的修改意见，书中引用了一些单位和个人资料，在此一并致谢。鉴于我们的水平所限，书中难免有疏误，请读者批评指正。

作者 1984年8月15日

目 录

前言

概述	1
第一章 稳定流抽水试验原理	7
第一节 稳定流抽水经典公式—裘布衣公式介绍	7
第二节 降水下渗补给的无界含水层稳定流抽水	15
第三节 地下径流补给的无界含水层稳定流抽水	31
第四节 河流补给的无界含水层稳定流抽水	47
第五节 有补给的含水层抽水通式	55
第六节 井内竖向水流的水头损失、井的非完整性、三维 流、紊流对稳定流抽水试验的影响	70
第七节 裘布衣公式的适用范围	83
第八节 双层介质（非均质）含水层稳定流抽水	84
第二章 非稳定流抽水试验原理	91
第一节 无补给的无界含水层非稳定流抽水	91
第二节 有越流补给的无界含水层非稳定流抽水	103
第三节 有补给的有界含水层非稳定流抽水	128
第四节 恢复水位公式	133
第五节 井内竖向水流的水头损失、井的非完整性、 三维流、紊流对非稳定流抽水试验的影响	135
第三章 多（隔）层含水层抽水试验原理	144
第一节 中间含水层抽水	144
第二节 上层含水层抽水	148
第三节 下层含水层抽水	151
第四节 上、中、下三个含水层同时抽水	154

第四章	抽水试验设计	158
第一节	抽水井适宜半径的确定	158
第二节	观测孔的布置方法	163
第三节	抽水试验延续时间的确定方法	175
第四节	抽水试验测试	179
第五章	参数计算	182
第一节	计算方法	182
第二节	参数计算	188
第三节	参数计算实例	200
附表	e^x 、 $K_0(x)$ 、 $e^x K_1(x)$ 、 $-E_1(-x)$ 和 $-E_1(-x)e^x$ 的函数值	239
参考文献	246

概 述

在水利电力工程建设中的坝（闸）基渗透稳定、绕坝渗漏、库区浸没坍岸、基坑施工排水和火力发电厂供水；城市供水和环境保护用水；地质、矿山排水；冶炼、化工、轻纺供水；油田注水；农业排灌等等，都要求进行水文地质勘测（察），以便了解含水层的特性和测定水文地质（含水层）参数——影响半径（ R ）、渗透系数（ k ）或导水系数（ T ）、释水系数（ S ）或给水度（ μ ）、导压系数（ α ）等。这就必须用井（孔）进行抽水试验，造成一个人工降深场即降落漏斗，以揭示抽水流量（ Q ）、降深（ s ）在时（ t ）空（径向距离 r 、含水层厚度 M 、井孔半径 r_w ）上的变化规律。

就抽水试验的类型而言，按其于地下水的成因类型的关系，可分为承压井抽水、潜水井抽水；按其于观测孔的关系，可分为单井（不带观测孔）抽水、多孔（带观测孔）抽水；按其于井孔的完整程度，可分为完整井抽水、非完整井抽水；按其于含水层的关系，可分为分层（或分段）抽水、混合抽水；按其于 Q 、 s 的关系，可分为常流量抽水、变流量（定降深）抽水；按其于地下水流态的关系，可分为稳定流抽水、非稳定流抽水试验等等。

而用来阐明抽水试验及其降深场变化规律的是稳定流理论和非稳定流理论。这两种基本理论已有很大的进展〔1〕〔2〕〔3〕。

从国外的情况来看，在稳定流理论方面：1863年，裘布衣（J. Dupuit）首先提出了稳定流抽水公式，即著名的裘

水流通用理论。1971年，又提出了用有限元法解自由水面非稳定流分析理论^[4]。1971年，纳罗斯基（M.I.Nawroski）把泰斯的标准曲线量板法、雅可布的半对数直线法、周文德（1952）的切线法和汉图什的越流标准曲线法进行了试验对比^[5]。其结果表明，用这四种方法算得的参数（导水系数 T 和释水系数 S 值）相当可靠，其误差在9%以内。1972年，纽曼提出了潜水含水层的延滞反应理论^[6]。1972年又提出了越流多层含水层系统水力特性的野外测定方法^[7]。1974年，赖与陈吾世（R.Y.S.Lai and Chen-Wusu）提出了考虑抽水井容量的越流完整井非稳定流抽水公式^[8]。同年，斯特列特索瓦（T.D.Streltsova）提出了潜水非完整井非稳定流抽水公式^[9]。1975年，纽曼提出了潜水含水层重力延滞反应理论及其抽水试验分析方法^[10]，又进一步发展了潜水含水层的非稳定流理论。1976年，博尔顿和斯特列特索瓦提出了考虑抽水井容量的非完整潜水井非稳定流抽水公式^[11]。从而逐渐形成了泰斯-博尔顿-汉图什-纽曼的非稳定流抽水试验的理论与方法。

从我国的情况来看，虽然凿井取水是世界上最早的国家之一，但是，用抽水试验的方法来测定参数那还是自1949年建国以来的事。在50年代初期，主要是从苏联引进稳定流抽水试验的理论、方法、规程等。但是，随着水文地质勘察的广泛深入开展，发现所引进的方法不能完全解决生产中出现的问题。为此，我国的水文地质工作者作出了积极的努力，不断地对抽水试验进行探讨和实践。

1957年，常士骝在生产实践中发现，抽水井滤水管底的水头与管顶的不一样，即后者高于前者。于是，他提出了用积分方法求得滤水管内水头降的变化及其计算降深的公

式^[12]。

1958年，张有龄对稳（定）流与不（非）稳流抽水试验进行了理论分析^[13]，他最早引入非稳定流抽水试验的理论。

1963~1966年，冶金工业部前勘察总公司研究室刘光尧曾在北京南苑建立抽水试验场，同时进行了野外多孔抽水试验与室内模型实验，并对稳定流和非稳定流抽水试验做了对比，取得了大量的、有价值的试验资料。另外，还证实了因滤水管内流速变化而引起的水头损失，这对含水层中的地下水流起着控制作用；也还证实了福希汉默的紊流规律；同时提出了正确运用裘布衣公式的理论见解。

与此同时，原建筑工程部综合勘察院、西北分院，进行咸阳纺织厂水源地的稳定流多孔抽水和非稳定流抽水试验研究，对抽水试验的基本原理和参数计算方法进行了探讨，并导出了有垂直方向和水平方向补给的抽水公式。

70年代以来，水电、地质、煤炭和石油等部门的有关单位，例如，长江流域规划办公室在鸭河口、原东北电力设计院在元宝山；河南省地质局在商邱；山西省地质局在大同；西安煤炭地质勘探研究所在峰峰；大庆油田指挥部在大庆，华北油田指挥部在任邱等地，都进行过大量的抽水（试采）试验与研究，积累了丰富的资料 and 实践经验。在这期间，陈雨孙等提出了引用补给半径(R_c)的概念^[14]，它等价于裘布衣的影响半径(R)。若以 R_c 置换 R ，可使裘布衣公式更广泛地应用于实际含水层，显示出 R_c 的实用性。

由此可见，在稳定流方面，国外自30年代之后几乎不见进展；但继而兴起的是非稳定流，形成了完整的、系统的、严密的非稳定流抽水试验理论和方法，都用标准曲线簇来描绘含水层、弱透水层、井的完整程度、抽水延续时间与降深

流和非稳定流求得的参数相差很大；用单孔和多孔得出的参数也迥然而异；用完整的和非完整井抽水算出的参数差别悬殊，等等。归结到一点，就是参数测不准。之所以如此，主要的是对抽水试验的原理没有充分认识。而用抽水试验的方法来测定参数的基础是单井抽水公式。如果单井抽水公式不能正确地反映抽水时所形成的降落漏斗的内部规律，那么即便抽水试验所得的原始数据很准确，但代入公式计算也不可能获得正确的结果。

在实际工作中，过去经常使用的是稳定流的裘布衣公式和非稳定流的泰斯公式。可是，由于这两个公式都受到推导前提的一系列假定的限制，即后者完全不考虑补给，而前者考虑的却是圆柱侧面的常水头补给。这些都和实际情况出入太大。所以，就会带来公式的误差和使用上的局限性。

因此，本书提出的单井抽水公式，着重考虑地下水的补给来源这一主导因素，即从比较常见的、比较主要的补给方式——降水下渗补给（垂向）、地下径流补给（侧向）和河流补给的等三种类型出发，最后得出它们的抽水通式，试图在回答上文所提及的在生产实践中存在的问题上能有所前进。

第一章 稳定流抽水试验原理

第一节 稳定流抽水经典公式——

裘布衣公式介绍

一、裘布衣公式的由来

稳定流抽水公式首先是由法国水力学家裘布衣于1863年提出的,是按图 1-1-1 所示的模型由潜水推导出来的。这个公式至今还是人们在计算参数、潜水井水位和流量时所常用。而在推导这个公式时,为简化复杂的潜水流而作的假定,即裘布衣假定至今仍是研究潜水流的一个有力的工具。因此,对该公式的由来作一介绍是很有必要的。

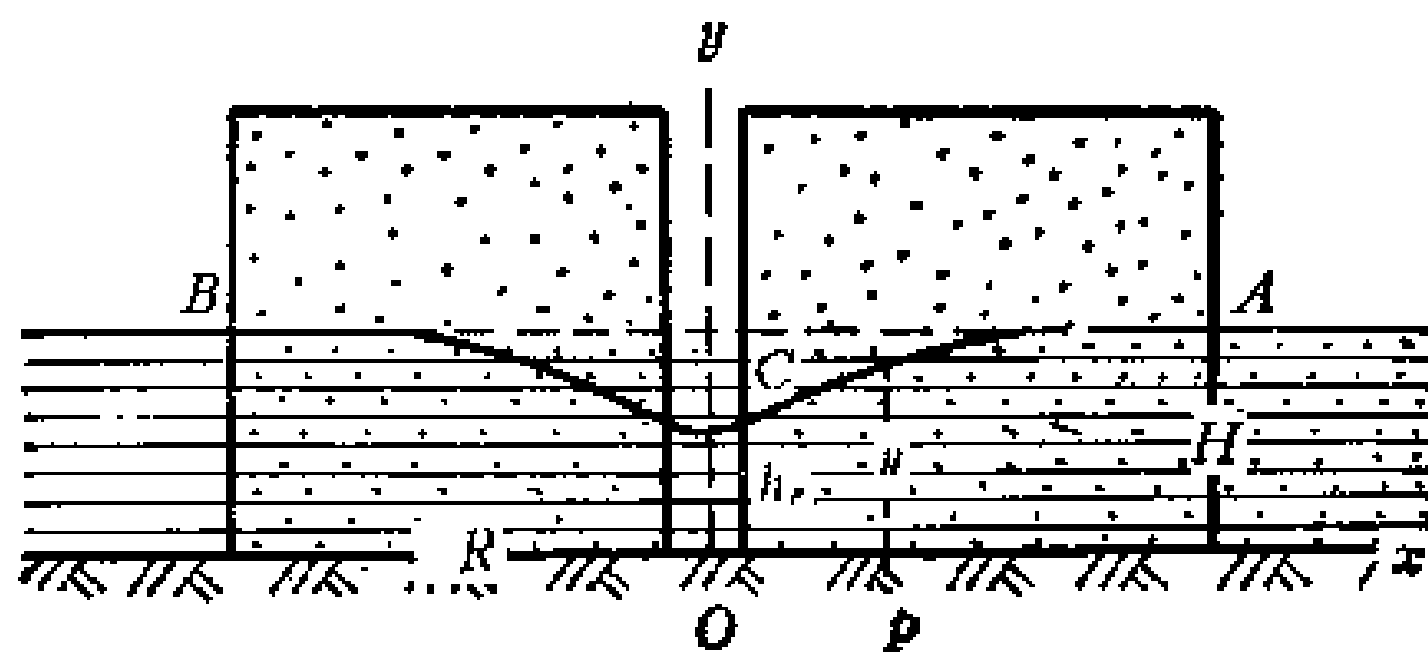


图 1-1-1 裘布衣稳定流抽水试验模型^{〔17〕}

裘布衣在推导他的公式时,他所依据的是水力学家普龙纳 (de Prony) 的管渠水力学公式:

$$i = \frac{\chi}{\omega} (av + \beta v^2) \quad (1-1-1)$$

式中

i —— 渠底倾角的正弦。在管渠断面不变时，该倾角应与水面坡度相等；

χ —— 水流的截面积；

ω —— 湿周；

v —— 流速；

α, β —— 取决于界面糙度的系数。

裘布衣把含水层假想为无数微细管渠的集合，其中任一管渠中的流速和水力坡度的关系均可用图 1-1-2 表示。继而又假定在一垂直截面（图 1-1-2 中垂直于 x 轴的虚线）内这些微细渠道均处于相同条件下，故在该截面内任一孔隙，即任一微细渠道的水力坡度及流速均相同。由此引伸出式（1-

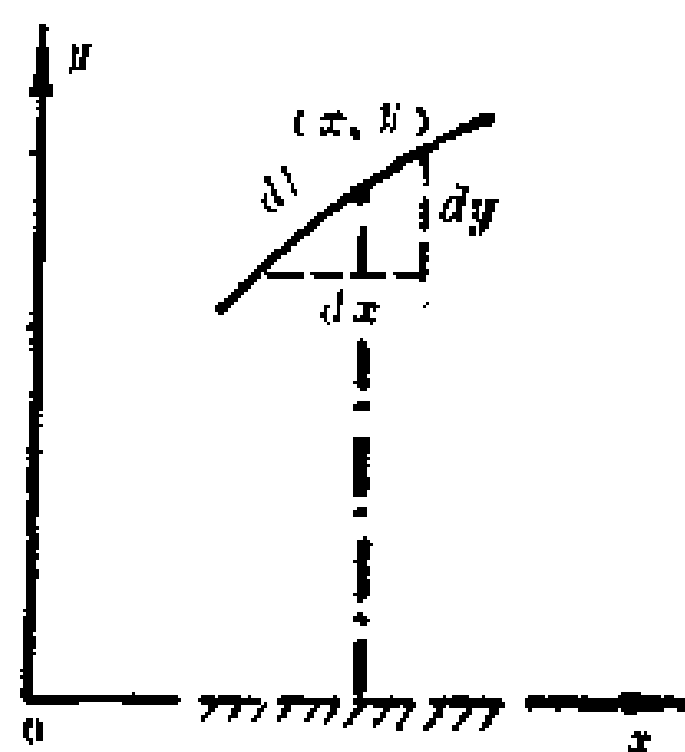


图 1-1-2 裘布衣含水层
流速与水力坡度的关系

1-1) 中的 i 、 v ，可以代表整个垂直截面上任一点水力坡度及流速。再则，在地下水流速很小的前提下，或略去式（1-1-1）中的二次方项 βv^2 ，即：

$$i = \eta v, \quad \text{而 } \eta = \frac{\chi}{\omega} \alpha \quad (1-1-2)$$

此式适与达西定律相符合。

裘布衣又认为，潜水层的底板是水平的。因此，式（1-1-1）中的倾角应该用潜水面代替，而潜水面倾角的正弦就是水力坡度，也就是式（1-1-1）、（1-1-2）中的 i 。但由于潜水面的倾角一般很小，所以其正弦也可以用正切来代替。于是式（1-1-2）可改写成：

$$-\frac{dy}{dx} = \eta v$$

还设流过单位宽度的垂直截面的流量为 q ，而它与 v 有如下的关系：

$$v = \frac{q}{\varepsilon y}$$

其中之 ε 为含水层的孔隙率。另又令 $\eta' = \eta/\varepsilon$ ，则：

$$-\frac{dy}{dx} = \eta' \frac{q}{y} \tag{1-1-3}$$

式 (1-1-2)、(1-1-3) 是裘布衣公式推导的基础。构成这基础的假定条件概括起来就是：

- (1) 在垂直截面中不同深度各点的水力坡度均相等；
- (2) 该水力坡度就等于该截面的动水曲面的曲面坡度。

这两点就是一般通称的“裘布衣假定”。

此外，裘布衣还假定含水层是一平底的圆柱侧面上保持常水头 h_0 ；一完整井恰位于圆柱的轴心；井水面与井壁的潜水面相重合，即不存在“渗出段” (图 1-1-3)。这样，图 1-

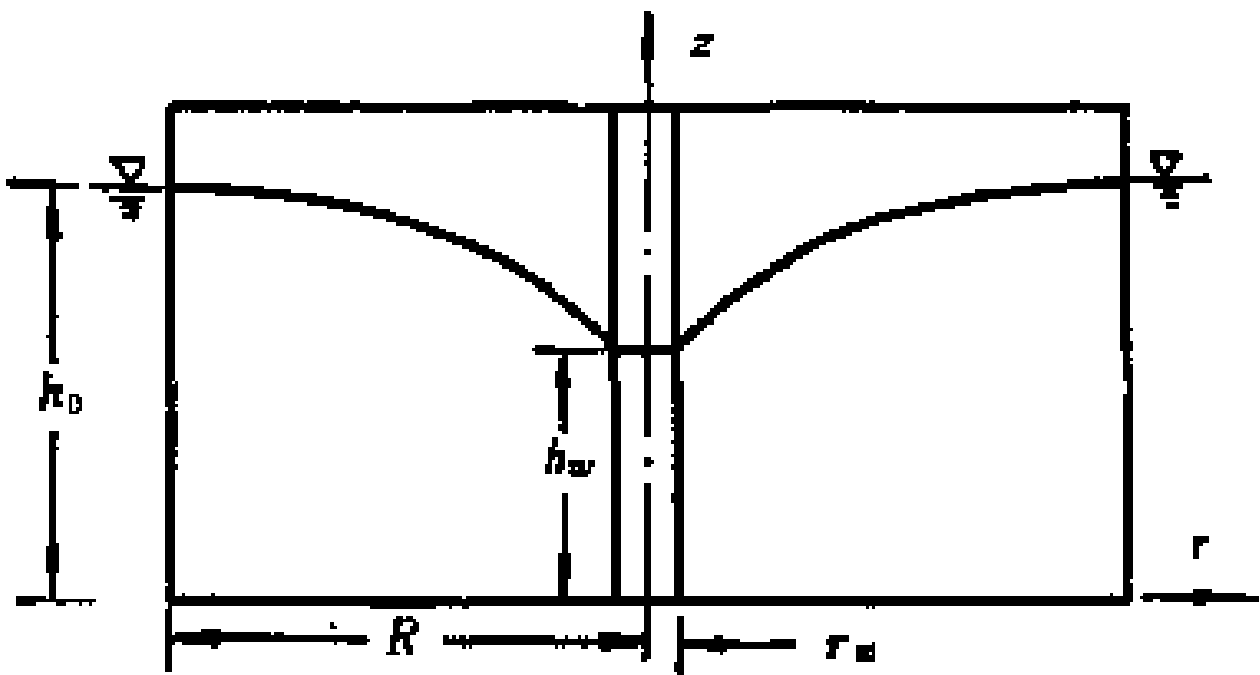


图 1-1-3 裘布衣含水层抽水试验示意图

1-2 中的直角坐标应易以圆柱坐标；而垂直于 x 轴的垂直截面也应代之以垂直于 r 平面的圆柱截面。该截面积为 $2\pi r h$ ，通过该截面积的流量为 Q ，它与 q 的关系为 $Q = 2\pi r q$ 。于

$$\frac{dh}{dl} = \sin\alpha, \quad \frac{dh}{dx} = \operatorname{tg} \alpha$$

根据裘布衣的第 2 条假定，即令

$$\frac{dh}{dl} = \frac{dh}{dx} \text{ 或 } \sin\alpha = \operatorname{tg} \alpha$$

这一替代意味着潜水流线与其自由水面的弯曲程度无关，即自下而上的流线都是水平的。因而等压线也跟着由曲线变为铅直线。在此铅直线上，各点的流速当然也相等。于是，便自然得出垂直断面中不同深度的水力坡度均相同的第 1 条假定。这样，就把潜水流简化到和承压水一样，人为地打破了自由曲面和流速之间的依存关系，把两者分开来考虑，从而使潜水问题的解答大为简化，于是得出潜水曲面的裘布衣公式 (1-1-4)。这就是“裘布衣假定”所具有的优点。

三、裘布衣公式的误差

但是，裘布衣假定有它的局限性，即当水面倾角增大到一定的程度时（表 1-1-1），裘布衣公式的误差将是不允许的了。根据现行的地下水计算的精度要求，我们认为，3.5% 的误差还是允许的。因此，当水面倾角小于 15°（相当于水力坡度的 1/4）时，用裘布衣假定导得的公式一般还是可用的。但是，随着距离 r 的缩小和降深 s 的增大，自由曲面的坡度也将大大超过上述的限制。此时，等压线和流线均远远偏离直线，而地下水流由二维的转为三维的。这时，式 (1-

表 1-1-1 裘布衣公式的误差

α	$\sin\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	误差 (%)
6°	0.105	0.105	0
10°	0.174	0.176	+1.15
15°	0.259	0.268	+3.50

1-4) 所示的 $Q \sim h$ 关系就与实际不符了。

裘布衣公式与实际情况相比, 究竟有何种程度的偏差, 也还可以引用一个抛弃了裘布衣假定的、严格数学解来与之比较。

我国扬式德教授(1949年)曾用张弛法得到潜水井的数值解^[13]和作者(1977年)得出的解析解^[14]都得出了如图1-1-4所示的结果。由此可清楚地看出:

(1) 在距离约为含水层厚度的 $9/10$ 之处, 即 $r \approx (9/10)h_0$, 裘布衣公式的水头与严格解的完全一致。所以, 自由曲面和裘布衣公式所示的曲面相重合。在该处, 自由曲面的坡度小于 $1/10$ 。由此证明, 只要符合上述提出的水面倾角的限制, 裘布衣公式是正确的。

(2) 在近井处, 即 $r < (9/10)h_0$ 时, 等势线的弯曲逐渐显著, 潜水的自由曲面开始与裘布衣曲面分离, 后者显得偏低。此时, 裘布衣公式就不正确了。

四、裘布衣公式中的影响半径

在自然界中, 象裘布衣所假定的理想含水层(以下简称裘布衣含水层)极为罕见。在实际的含水层中抽水时, 因受目前测试手段的限制, 一般很难找到降深为零的影响半径 R 。

A. 蒂姆(1870)首先提出了在实际工作中如何处理影响半径的问题。他认为, 从井壁起至实际上已观测不到水位下降的点止, 其间的水平距离即可当作“影响半径”, 而不致出现太大的误差。此后, 也还出现一些常用的半经验公式, 如承压水的集哈德(W. Sihardt)公式:

$$R = 10s_w \sqrt{k} \quad (1-1-5)$$

和潜水的库萨金(И. П. Кусакин)公式

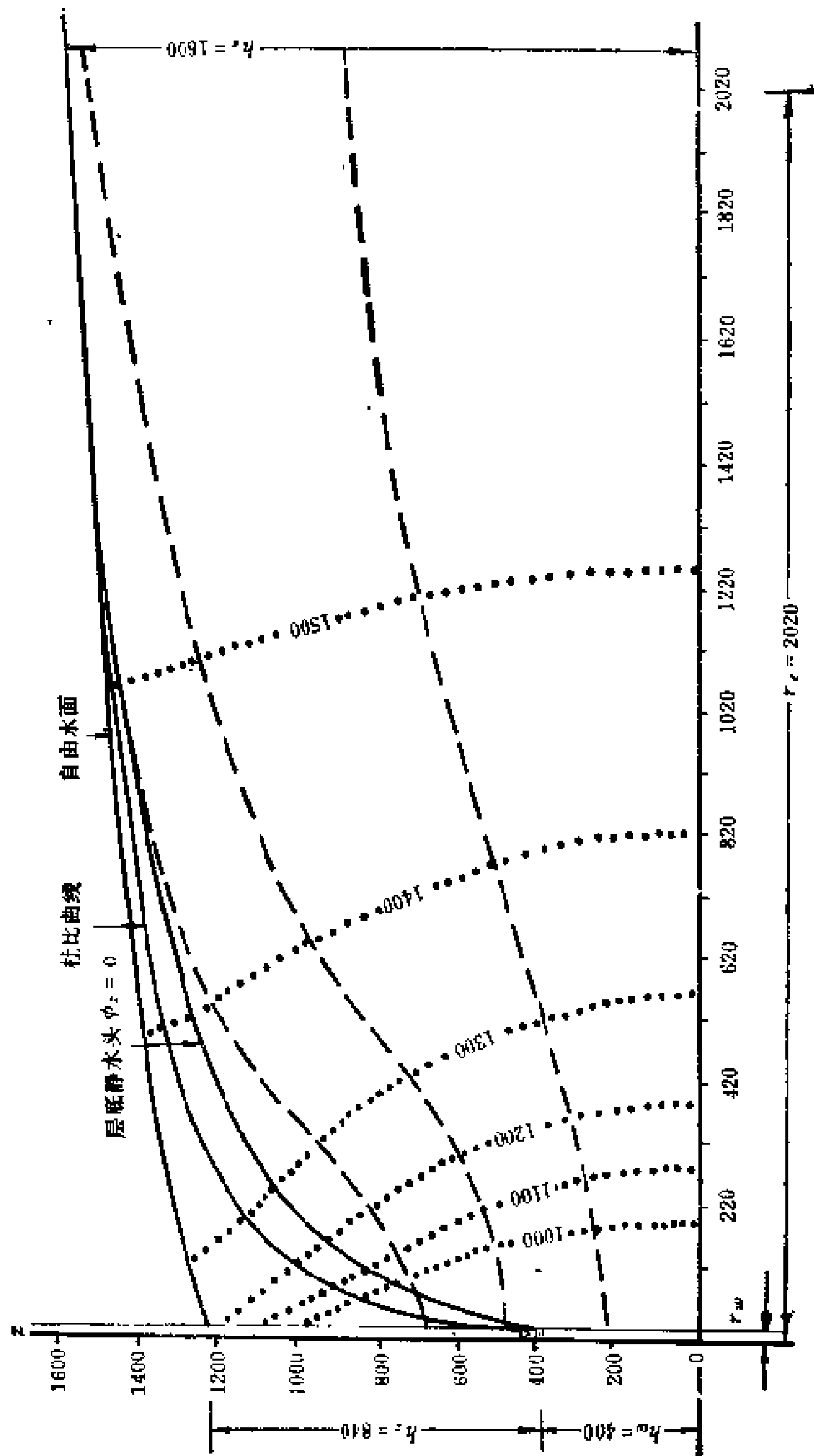


图 1-1-1 张弛法解潜水井的结果

是从圆柱体的外侧面得到补给的，别无其它来源。而且，补给量是无穷大的，即不论用多大流量抽水，都能源源不断地补给上。正是由于具备了这样的补给能力，所以才能保证边界上的降深等于零。

(4) R 规定了抽水的影响范围：整个含水层都受到抽水的影响。不论含水层有多大，其中任一点的水位都因抽水而下降，直至含水层边界，降深才为零。也只有这样，抽水的影响范围也才可用含水层的半径 R 来表示。

由此看出，裘布衣的 R 虽然在形式上是以抽水的影响半径（范围）出现的，但其实质是综合反映了对单井抽水的补给条件。这一点对于正确理解稳定流抽水试验来说是极为重要的。

第二节 降水下渗补给的无界含水层

稳定流抽水

一、潜水

(一) 定解问题及其解

在天然情况下，在一个水文年中，降水下渗补给与地下水排泄之间虽略有消长，但基本上处于平衡。为简化起见，假定每个气象水文周期内的补给量和排泄量相等。而排泄方式只考虑蒸发；又假定任一（如第 m 个）水文周期 T 中，其降水集中在时段 t ：

$$(m-1)T \leq t \leq t_1 + (m-1)T$$

式中， t_1 代表雨季持续的时间。

又据实测资料得知，在砂砾地层中，渗入率不随地下水位的变化而改变，故可假定在这时段中，渗入率 $f_e(t)$ 为

常数 q_1 ，于是得如图1-2-1所示的曲线。引入 Heavside 单位函数：

$$H(t)=1, \quad t>0$$

$$H(t-t_1)=\begin{cases} 1; & t\geq t_1 \\ 0; & t<t_1 \end{cases}$$

可将图1-2-1所示的补给率（单位时间、单位面积的渗入量）

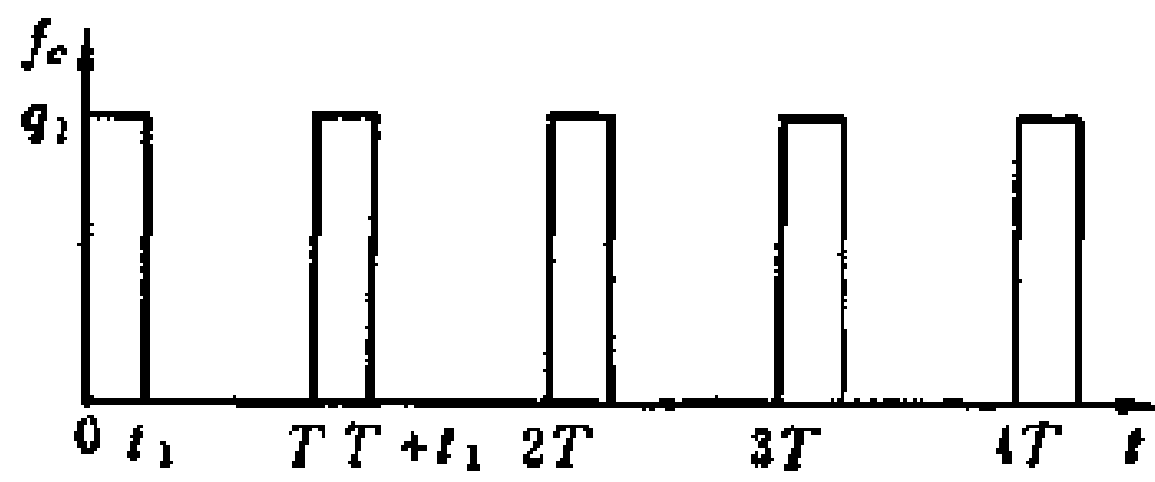


图 1-2-1 渗入率与时间关系曲线

表达为：

$$f_c(t)=q_1\sum_{m=1}^{\infty}\{H[t-(m-1)T]-H[t-(m-1)T-t_1]\}$$

(1-2-1)

按国外的实测资料归纳，地下水蒸发量 E （指某一时间间隔 t 内，单位面积的地下水消耗量）与水位埋深 Δ 的关系近似地视为

$$E=E_0\left(1-\frac{\Delta}{\Delta_0}\right)^n$$

(1-2-2)

式中

- E_0 ——水面蒸发量；
- Δ_0 ——停止蒸发的深度；
- n ——与土的性质有关的指数，一般为1~3。

今取指数 n 的平均值2，将上式两端各除以 t ，即得地

下水蒸发率 e 与水面蒸发率 e_0 的关系为

$$e = e_0 \left(1 - \frac{\Delta}{\Delta_0} \right)^2 \quad (1-2-3)$$

如图1-2-2所示，由于：

$$\Delta = M - h;$$

$$\Delta_0 = M - H$$

式中， M 为潜水层的底板埋深； H 为潜水停止蒸发的水位； h 为抽水后潜水的动水位。代入式 (1-2-3) 得

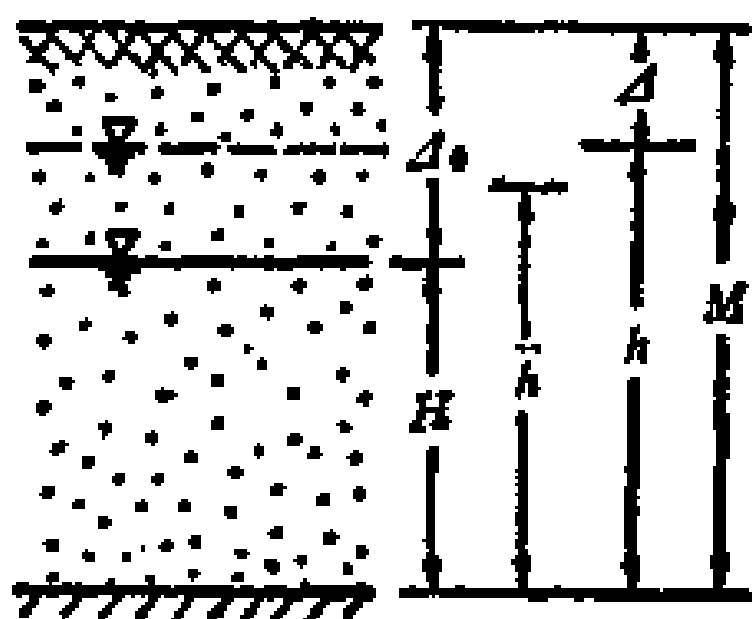


图 1-2-2 降水下渗补给的潜水含水层示意图

$$e = \frac{e_0}{\Delta_0^2} (h - H)^2$$

或

$$e = \frac{e_0 H^2}{\Delta_0^2} \left(\frac{h^2}{H^2} - \frac{2h}{H} + 1 \right)$$

将上式含 h 的项乘以 h/\bar{h} (\bar{h} 是抽水降落漏斗最高和最低水位的算术平均值)，即得蒸发率与动水位 h 的关系式：

$$e = \frac{e_0 H^2}{\Delta_0^2} \left(1 - \frac{2H - \bar{h}}{H^2 \bar{h}} h^2 \right) \quad (1-2-4)$$

从式 (1-2-1) 减去式 (1-2-4) 即得抽水后的渗入蒸发

率为

$$q(t) = q_1 \sum_{m=1}^{\infty} \{H[t - (m-1)T] - H[t - (m-1)T - t_1]\} - q_2(1 - \rho h^2) \quad (1-2-5)$$

式中

$$q_2 = \left(\frac{H}{\Delta_c} \right)^2 e_0 \quad (1-2-6)$$

$$\rho = \frac{2H - \bar{h}}{H^2 \bar{h}} \quad (1-2-7)$$

于是，根据潜水层中任一微柱体的流量平衡可得

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + q(t) = -\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1-2-8)$$

引入达西定律

$$q_x = -kh \frac{\partial H}{\partial x}, \quad q_y = -kh \frac{\partial H}{\partial y}$$

及裘布衣假定

$$h \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial h^2}{\partial x}, \quad h \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial h^2}{\partial y}$$

又记导压系数

$$a = \frac{k\bar{h}}{\mu} \quad (1-2-9)$$

代入式 (1-2-8)，得方程

$$\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} - \frac{2}{h} q(t) = \frac{1}{a} \frac{\partial h^2}{\partial t} \quad (1-2-10)$$

其定解条件为

$$t=0, \quad h^2 = h_0^2 = \text{const}$$

$$x \rightarrow 0 \text{ 及 } y \rightarrow 0, \quad r = r_w \rightarrow 0, \quad \frac{\partial h^2}{\partial r} = \frac{Q}{\pi k r_w} \quad (1-2-11)$$

而 (t/T) 是取整数。

由式 (1-2-13) 可看出, 抽水时的扰动水位是由天然水位 (等号右边第一项) 和抽水动水位 (等号右边第二项) 两部分组成的。后者为

$$h^2 = \bar{H}^2 - \frac{Q}{\pi k} K_0 \left(\sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{k \Delta_0^2}} r \right) \quad (1-2-14)$$

而前者表达的水位是以等周期和等幅度在整个含水层呈上下波动, 其周期与图 1-2-1 所示的降水下渗的周期一致。

由于这一周期性波动的水位与抽水井的出水量 Q 、距离 r 无关, 故可看作背景水位。于是, 在下渗补给的情况下, 单井抽水的动水位可被看作是在天然的周期性的背景水位之上又迭加了一个抽水的降落漏斗的结果。

若沿用裘布衣假定, 又可将式 (1-2-14) 近似地改写成降深的形式:

$$s = \frac{Q}{2\pi k \bar{h}_0} K_0 \left(\sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{k \Delta_0^2}} r \right) \quad (1-2-15)$$

式中

$$\bar{h}_0 = (\bar{H} - h_w)/2;$$

h_w ——井水位。

(二) 降落漏斗分析

由式 (1-2-15) 所描述的稳定降落漏斗可以看出它的性质和动态特征。

1. 补给强度 (f_v)

所谓降落漏斗的补给强度是指水位每降落 1 米, 于单位面积上, 在单位时间内所获得的补给量, 可用下式表达:

$$f_v = \frac{2H - \bar{h}}{\Delta_0^2} \varepsilon_0 \quad (1-2-16)$$

2. 降落漏斗的界限——影响半径 (R)

式 (1-2-15) 表明, 当距离 r 固定时, 降深 s 与抽水流量 Q 成正比, 而与含水层的导水系数 $T = kh$ 成反比。如图 1-2-3 所示, 式中的二类零阶修正贝塞尔函数 $K_0(z)$ 值是随其变量 z 的递增而锐减, 故当 Q/kh 固定时, 降深 s 是随着距离 r 的增加而减小的。因此, s 也随 r 的增长而变小, 并呈漏斗状, 故称降落漏斗。由于 $K_0(z)$ 的值是以零值为其渐近线, 所以在理论上, 只有当 $r \rightarrow \infty$ 时, $s = 0$, 亦即漏斗的边界将在无穷远处。但从实用的角度来看, 可以按以下两种条件来判定漏斗的边界。

一种是水位下降, 当降深 s 小到可以忽略的程度, 如按当前的水位测定精度, 若达毫米级就可忽略不计, 则漏斗的边界即可用其半径大致确定如下:

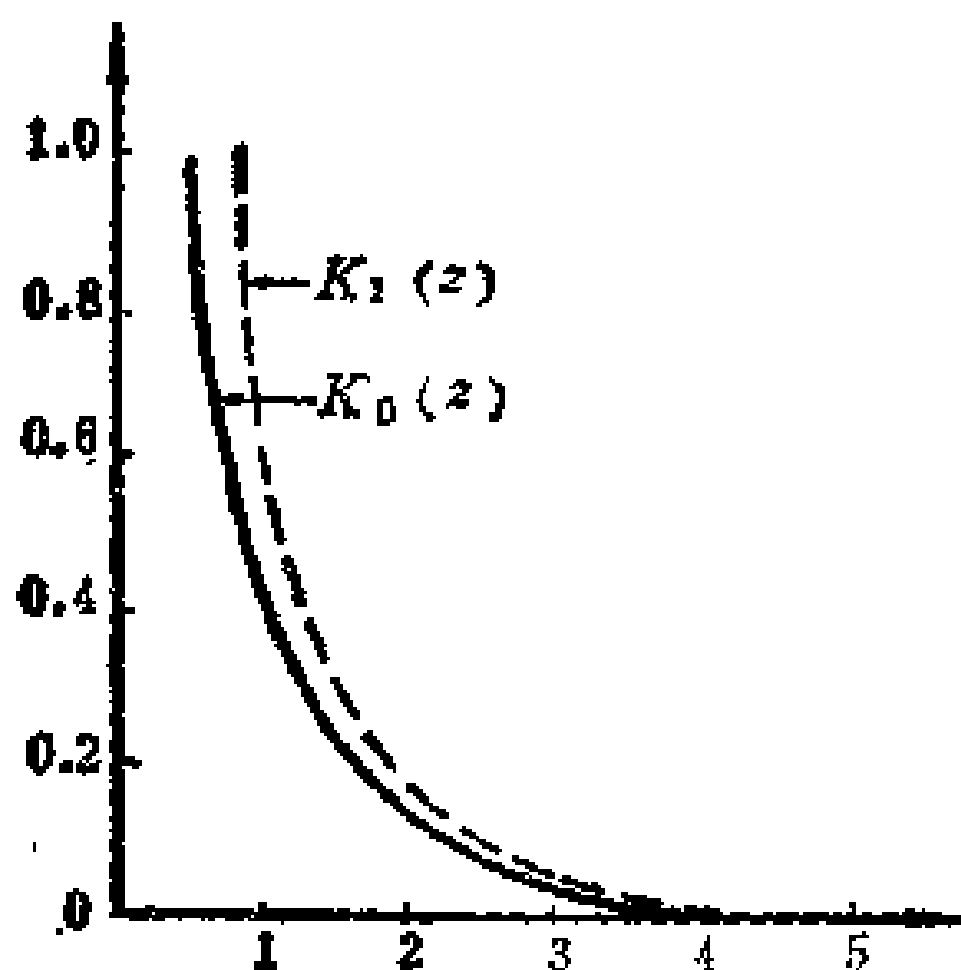


图 1-2-3 贝塞尔函数与其变量的关系

在一般的情况下, $Q/2\pi kh$ 的量级在 $10^{-1} \sim 10^0$ 米之间;

而当 $K \left(\sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{k\Delta_0^2}} r \right)$ 的变量 $\frac{2\varepsilon_0}{k\Delta_0^2} r \geq 6.2$ 时, 则 $K_0(6.2) \leq 1.002 \times 10^{-3}$ 。此时, s 值已接近或小于毫米级, 故上式中的 r 即为漏斗边界的半径。为有区别, 记为 R , 故得:

$$R = \frac{6.2}{\sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{k\Delta_0^2}}} \quad (1-2-17)$$

降落漏斗半径 R 习惯上称为影响半径。

另一种是以流入漏斗的流量只及抽水流量的千分之一处的圆柱断面为漏斗边界, 即以满足下式的 r 作为漏斗的边界, 即:

$$Q(r) = 10^{-3} Q$$

而

$$Q(r) = 2\pi r k \bar{h} \frac{\partial s}{\partial r}$$

将式 (1-2-15) 求导代入上两式, 就有:

$$r \sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{k\Delta_0^2}} K_1 \left(\sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{k\Delta_0^2}} r \right) = 10^{-3}$$

解之, 得

$$\sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{k\Delta_0^2}} r = 8.3$$

故得影响半径

$$R = \frac{8.3}{\sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{k\Delta_0^2}}} \quad (1-2-18)$$

式 (1-2-18)、(1-2-17) 虽在同一数量级, 但以式 (1-2-18) 确定的半径作为漏斗的界限更为明确, 因该界限不随

井的流量和含水层因素（如渗透系数、厚度）的变化而改变。

3. 补给因子 (E)

从常识可以断定，在含水层的各种因素和井的类型、结构、流量均相同的情况下，补给条件好的降落漏斗，其深度和半径必比补给条件差的为小；又从式 (1-2-18) 可知，决定漏斗半径的是因子 $\sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{kA_0^2}}$ ；再从式 (1-2-15) 得知，决定

漏斗深度的也是因子 $\sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{kA_0^2}}$ 。当该因子的值大时，漏斗的深度和范围都小；反之，则大。从而说明该因子正是反映漏斗的补给条件，故称其为补给因子。补给因子除了包括了补给强度的因素 ε_0/A_0^2 之外，还包括了含水层的因素 k ，这就是控制漏斗的深度和广度的重要因子，简记为 E ，即：

$$E = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{kA_0^2}} \quad (1-2-19)$$

4. 补给半径 (R_r)

如图 1-2-4 所示，在漏斗的单位宽度环状内，在单位时间内所接受的补给量，可用流出和流入此面积的流量差 ΔQ_r 表示，即

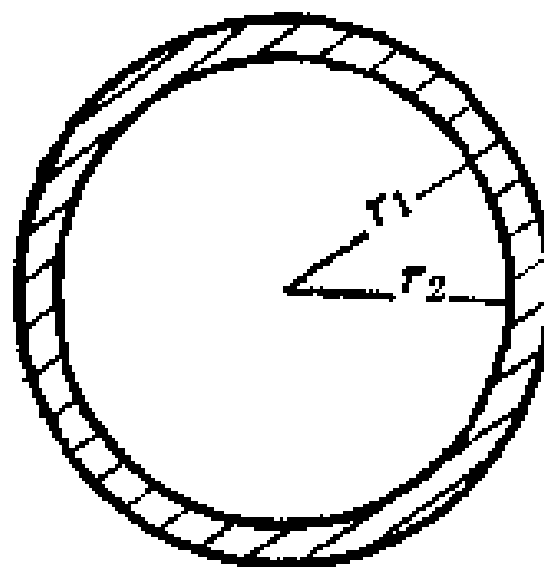


图 1-2-4 漏斗单宽环形面积补给量示意图

斗的这一部分只是起到向井输水的作用。

(2) 有源区 (远井区)

$$R_r \leq r \leq R$$

是漏斗中实际获得补给的部分。漏斗的这一部分是截取补给和向井输水的两种作用兼而有之。

现再从 Q_r/Q 与 r 的函数关系具体地说明漏斗的分区：其中， Q_r 是通过半径为 r 的圆柱断面的流量， Q 是井的流量，由式 (1-2-19') 和式 (1-2-19'') 可得：

$$Q_r/Q = (Er)K_0(Er)$$

这种划分的合理性也可由图 1-2-5 的 $Q_r/Q \sim r$ 曲线所证实：在 $r \leq E/5$ 处， $Q_r/Q = 95.5\%$ ，说明漏斗基本不再接受补给，故如图 1-2-6 所示，可用补给半径 $R_r = 1/5E$ ，将抽水降落漏斗划分成有源的远井区和无源的近井区是完全合理的。

5. 引用补给半径 (R_r)

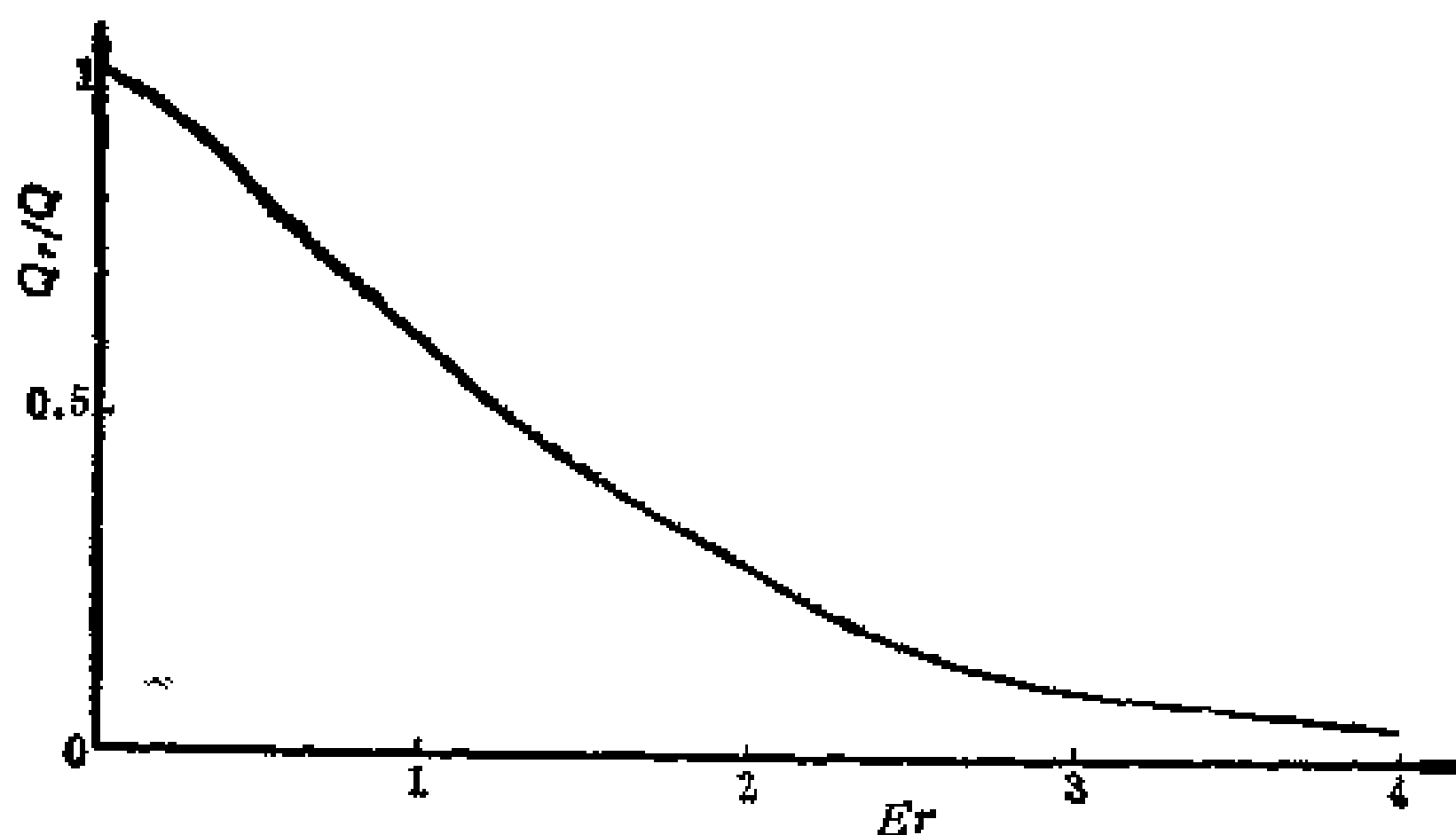


图 1-2-5 $Q_r/Q \sim Er$ 曲线

当 $r \leq R_r$ 时，式 (1-2-15) 中的二类零阶修正贝塞尔函

数可近似地用对数函数表示，即

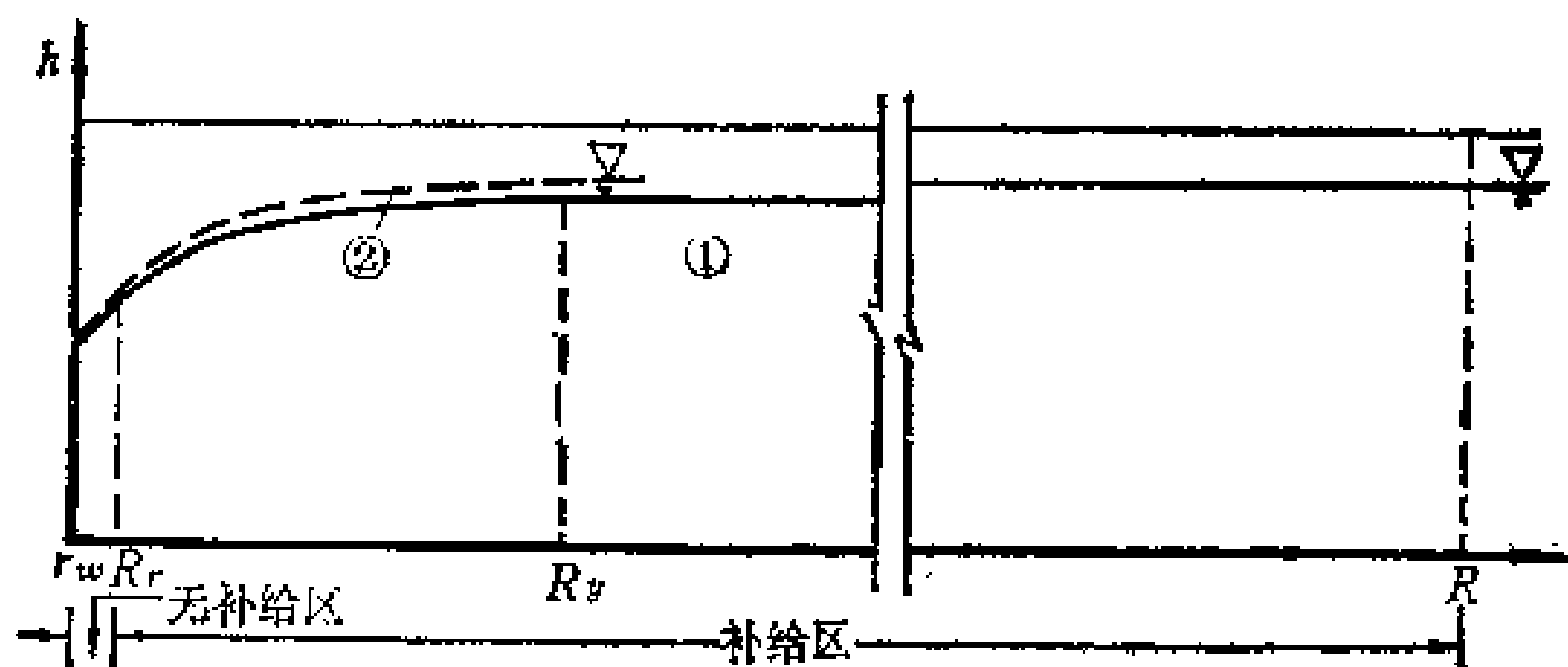


图 1-2-6 降落漏斗置换示意图

①—本文的模型，②—裘布衣模型

$$K_0(E \cdot r) = -\ln(0.89 E \cdot r) + \omega(E^2 \cdot r^2) \quad (1-2-23)$$

式中之 $\omega(E^2 \cdot r^2)$ 是变量 $E \cdot r$ 的高阶无穷小量，从而可将式 (1-2-15) 改写为

$$s = \frac{Q}{2\pi k h} \ln \frac{1.12/E}{r}$$

记

$$R_v = \frac{1.12}{E} \quad (1-2-24)$$

则上式又可简写为

$$s = \frac{Q}{2\pi k h} \ln \frac{R_v}{r}; \quad r \leq R_r \quad (1-2-25)$$

式 (1-2-25) 的形式与熟知的裘布衣公式一致。这就证明，在满足条件式 (1-2-20) 时，本节的无界下渗补给的单井抽水模型可通过关系式 (1-2-24) 由裘布衣模型所置换。置换之所以成立是因为两者都符合式 (1-2-21) 的要求。置

(2) 对于补给只考虑蒸发袭夺;

(3) 在粘性土中的潜水, 略去径向渗流, 只考虑垂向渗流;

(4) 在潜水含水层和承压含水层中, 均不考虑弹性释放。

这样, 便可分别列出粘性土潜水层及其下卧的承压水层的方程、定解条件为

潜水:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = 0 \quad (1-2-26)$$

$$s = 0, \quad t = 0 \quad (1-2-27)$$

$$k_0 \frac{\partial s}{\partial z} = -\beta s_w(t) - \mu \frac{\partial s}{\partial t}, \quad z = z_w \quad (1-2-28)$$

$$s = s_w(t), \quad z = z_w \quad (1-2-29)$$

$$s = s_g(t), \quad z = z_g \quad (1-2-30)$$

式中

μ ——粘性土层的给水度;

k_0 ——粘性土层的渗透系数;

β ——蒸发率与水位埋深关系曲线的斜率, 其量纲为 $1/T$ 。

从图1-2-8可以看出, 蒸发率与水位埋深的实测关系虽然是一条指数曲线, 但是从上节得知, 在漏斗的补给范围

$$R_1 < r < R$$

内, 降深 s 的幅度一般不超过几十毫米。在此降深幅度内, 将曲线的斜率 β 近似地视为常数应是允许的。

承压水:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{q(t)}{kM} = 0 \quad (1-2-31)$$

$$s=0, \quad t=0 \tag{1-2-32}$$

$$\frac{\partial s}{\partial r} = \frac{Q}{2\pi k M r_{\mu}}, \quad r=r_w \tag{1-2-33}$$

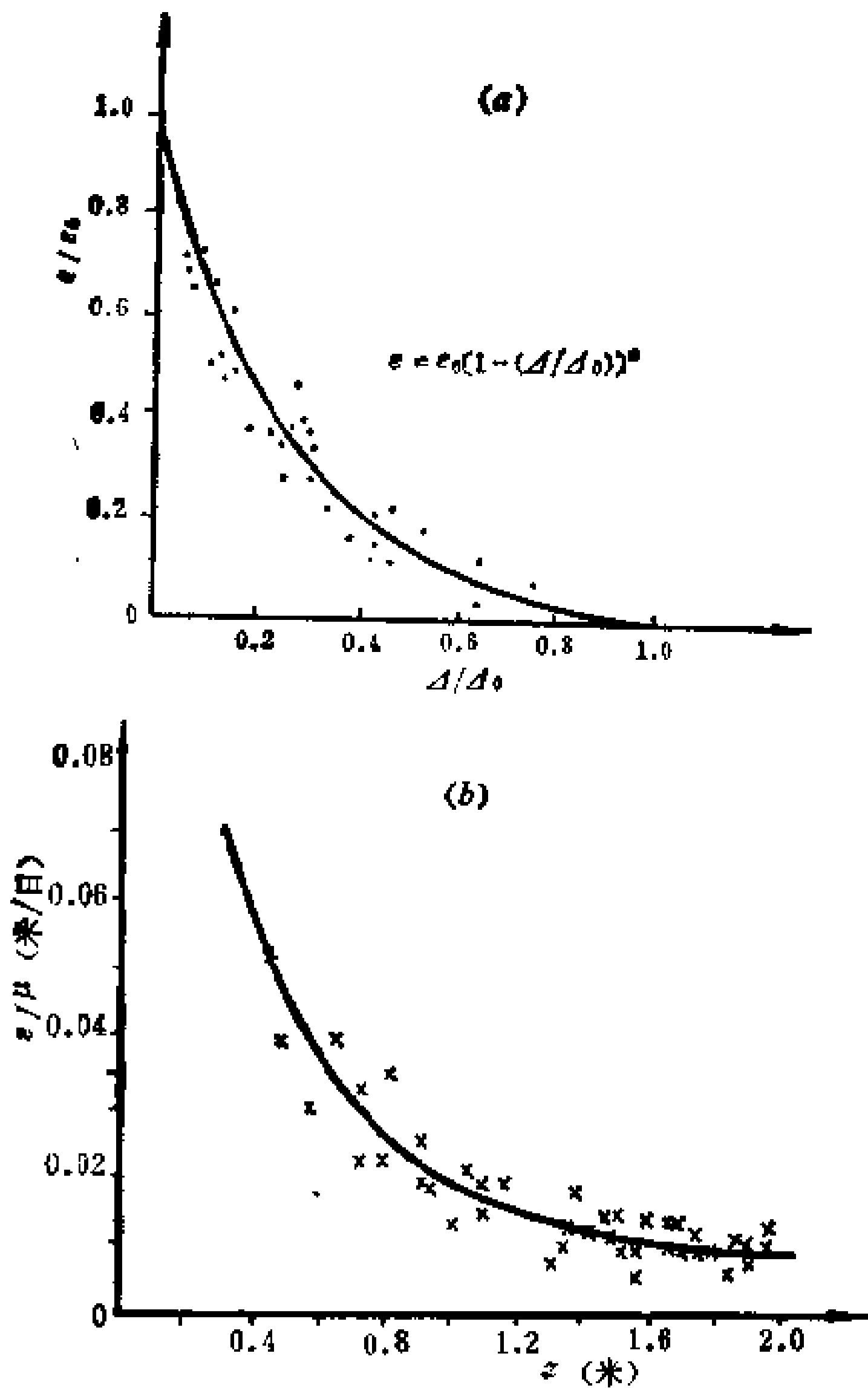


图 1-2-8 地下水蒸发与埋深的关系曲线
(张蔚臻教授提供)

(a) — 安徽淮北地区 $e/e_0 \sim \Delta/\Delta_0$ 曲线, (b) — 河南胜利渠 $e/\mu \sim z$ 曲线

$$s=0; \quad r \rightarrow \infty \quad (1-2-34)$$

式 (1-2-31) 中的 $q(t)$ 为自上覆粘性土潜水层向承压水层中越流补给的单位面积的流量。

据此, 如在图1-2-7所示含水层中抽水, 则下渗补给的承压含水层的降深公式为

$$s = \frac{Q}{2\pi kM} \left\{ K_0 \left(\sqrt{\frac{E' \beta'}{(k_0/\bar{h}_0 + \beta)}} r \right) - \frac{1}{2} \int_0^{k_0/\bar{h}_0} e^{-(x+\beta)t/\mu} J_0 \left(\sqrt{\frac{E' x}{(k_0/\bar{h}_0) - x}} r \right) \times \frac{dx}{x+\beta} \right\} \quad (1-2-35)$$

式中

$E' = \frac{k_0}{kM\bar{h}_0}$, 弱透水层的补给因子;

k_0 ——弱透水层的渗透系数;

J_0 ——一类零阶贝塞尔函数。

(二) 降落漏斗分析

如果比较一下式 (1-2-35) 和式 (1-2-14), 则可看出两式基本相似。这说明, 在有降水下渗补给的无界含水层中抽水, 其降落漏斗都十分相似, 所不同的只是集中表现在补给因子的内容上。

由式 (1-2-35) 所描述的下渗补给的承压含水层抽水稳定降落漏斗的性质和动态特征是:

1. 补给强度 (f_0)

$$f_0 = \frac{1}{\frac{1}{\beta} + \frac{1}{k_0/\bar{h}_0}} \quad (1-2-36)$$

2. 漏斗半径或影响半径 (R)

$$R = \frac{8.3}{\frac{\beta}{kM} + \frac{k_0}{kM\bar{h}_0}} \quad (1-2-37)$$

3. 补给因子 (E)

$$E = \sqrt{\frac{k_0\beta}{kM\bar{h}_0(k_0/\bar{h}_0) + \beta}} = \sqrt{\frac{\beta}{kM} + \frac{k_0}{kM\bar{h}_0}} \quad (1-2-38)$$

4. 补给半径 (R_r)

$$R_r = \frac{1}{5\sqrt{(\beta/kM) + (k_0/kM\bar{h}_0)}} \quad (1-2-39)$$

5. 引用补给半径 (R_v)

$$R_v = \frac{1.12}{\sqrt{(\beta/kM) + (k_0/kM\bar{h}_0)}} \quad (1-2-40)$$

第三节 地下径流补给的无界含水层 稳定流抽水

在无界含水层中，稳定的天然地下径流只有靠不变的底板倾角来提供。因此，必须设含水层为倾斜的，其倾角为常数，并将倾角限制在1/1000以下。这样的单井抽水公式，见之于文献的只有汉图什（1964）的解。

一、潜水

（一）定解问题及其解

在底板水平的潜水中，由于裘布衣假定的应用，使计算大为简化。裘布衣的假定主要有两点，即：

（1）作为流线的潜水面，当其倾角 η 很小时，其水力坡度为

$$\frac{dz}{ds} = \sin \eta \approx \operatorname{tg} \eta = \frac{dh}{dx};$$

(2) 等势面垂直于水平底板, 因而水流基本是水平的。这样, 就取消了渗流的 z 方向变量, 减少了一个维度。一般来说, 若潜水面倾角 η 小于 5° 时, 裘布衣假定尚能保持实用所需的精度。

如引入裘布衣假定, 则底板倾斜的也如同水平的一样, 也可近似地当作二维流处理。

于是, 可在图1-3-1所示模型取坐标轴 oy' 平行于底板的倾向, 因而具有倾角 η 。 ox 轴则平行于底板的走向, 因而是水平的。 oz' 轴则垂直于 ox' 、 oy' 平面 (图1-3-1A)。在底板任一点 $p(x', y')$ 上, 沿等势面 pA 方向, 切取一个底面积为 dx' 、 dy' 的微小水柱体 (图1-3-1B), 设其厚度为 H 。等势面 pA 的势值可由位于潜水面上的 A 点的标高确定, 即:

$$z_A = z_p - h_A \sin^2 \eta \quad (A)$$

$$h_A = h_p - \left. \frac{\partial h}{\partial y'} \right|_{y'=o'p}$$

$$p_{A'} = h_p - \left. \frac{\partial H}{\partial y} \right|_{y=o'p} h_A \sin \eta$$

或

$$h_A = \frac{h_p}{1 + \sin \eta \left. \frac{\partial h}{\partial y'} \right|_{y'=o'p}} \quad (B)$$

将式 (B) 代入式 (A) 有:

$$z_A = z_p - \frac{h_p \sin^2 \eta}{1 + \sin \eta \left. \frac{\partial h}{\partial y'} \right|_{y'=o'p}} \quad (C)$$

把式 (B)、(C) 代入式 (A) 得:

$$\begin{aligned}\phi_p &= z_p - \frac{h_p \sin^2 \eta}{1 + \sin \eta \frac{\partial h}{\partial y'} \Big|_{y'=o'_p}} + \frac{h_p \sin^2 \eta}{1 + \sin \eta \frac{\partial h}{\partial y'} \Big|_{y'=o'_p}} \\ &= z_p + \frac{h_p \cos^2 \eta}{1 + \sin \eta \frac{\partial h}{\partial y'} \Big|_{y'=o'_p}}\end{aligned}\quad (D)$$

如 $\sin \eta \frac{\partial h}{\partial y'} \neq e$ (E)

(式中之 e 是允许误差, 一般在 $0.01 \sim 0.05$) 则在误差不超过 5% 的情况下, 可将式 (D) 简写为

$$\phi_p = h_p \cos^2 \eta + z_p \quad (1-3-1)$$

等势面 AP 的厚度为

$$H = h_p |\cos \eta| \quad (1-3-2)$$

根据流量平衡原理, 通过此微小柱体的流量有如下关系:

$$\begin{aligned}& \frac{\partial q_{x'}}{\partial x'} dx' dy' + \frac{\partial q_{y'}}{\partial y'} dx' dy' - f_e(H) dx' dy' \\ &= \mu \frac{\partial H}{\partial t} dx' dy'\end{aligned}\quad (1-3-3)$$

式中的 μ 是给水度; $f_e(H)$ 取正值时是渗入补给率, 取负值时为蒸发率, 后者是 H 的函数, 前者是常数。二者均按倾斜的单位面积计。

由于 $H \approx h \cos \eta$, 所以得倾斜底板上潜水深度 h 的微分方程为

$$k \left\{ \cos^2 \eta \left[\frac{\partial}{\partial x'} \left(h \frac{\partial h}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left(h \frac{\partial h}{\partial y'} \right) \right] + \sin \eta \right.$$

$$\times |\cos\eta| \frac{\partial h}{\partial y} \Big\} + f_e(H) = \mu |\cos\eta| \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1-3-4)$$

或

$$k \left\{ \cos^2\eta \left[-\frac{\partial}{\partial x} - \left(h \frac{\partial h}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left(h \frac{\partial h}{\partial y'} \right) \right] + \sin\eta \right. \\ \left. \times \frac{\partial h}{\partial y} \right\} + \frac{f_e(H)}{|\cos\eta|} = \mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1-3-5)$$

式 (1-3-5) 是在条件 (E) 的前提下导出的。由于裘布衣假定的适用范围是 $\frac{\partial h}{\partial y'} \leq 0.1$ 。由式 (E) 可得

$$\sin\eta = 10e,$$

亦即在允许误差 e 不大于 0.01 及 0.05 的情况下，含水层倾角的限制各为 5° 及 30° ，基本上可满足常见的水文地质条件，包括山坡裂隙水。

$$\text{由于 } h_0^2 - h^2 = 2[(h_0 + h)(h_0 - h)/2] = 2\bar{h}s \quad (1-3-6)$$

$$\text{式中} \quad s = h_0 - h \quad (1-3-7)$$

$$\text{并记} \quad I = \sin\eta / \cos^2\eta$$

$$\text{故} \quad a = k\bar{h}\cos^2\eta / \mu \quad (1-3-8)$$

再考虑式 (1-3-1) 垂直方向上的补给源 $f_e(H)$ ，虽然它来自入渗补给，但是它又以蒸发的形式排泄，从而保持了天然状态下的动平衡。因此，如能截留蒸发量，从效果上讲就是获得了下渗补给，故在单井抽水时就只须考虑蒸发量的截留。这样，设抽水时潜水层的厚度 H 始终保持在极限蒸发深度以上，则可以近似地认为，蒸发量的截留率 f_e 与厚度 H 的减少值 $s|\cos\eta|$ 成正比。设 β' 为比例常数，即

$$f_e(H) = \beta' s |\cos\eta|$$

于是得

$$\frac{f_s(H)}{k \cos^2 \eta [\cos \eta]} = \frac{\beta' s}{k \cos^2 \eta} = \beta' s \quad (1-3-9)$$

式中

$$\beta = \frac{\beta'}{k \cos^2 \eta} \quad (1-3-10)$$

于是式 (1-3-5) 可改写为

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} - \frac{1}{h} \frac{\partial s}{\partial y} - \beta' s = -\frac{1}{a} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (1-3-11)$$

其定解条件为

$$t=0, \quad s=0 \quad (1-3-12)$$

$$x \rightarrow 0, \quad y \rightarrow 0 \quad \left. \frac{\partial s}{\partial r} \right|_{r=r_w} = \frac{Q}{2\pi r_w k H} \quad (1-3-13)$$

$$x \rightarrow \infty, \quad y \rightarrow \infty, \quad s=0 \quad (1-3-14)$$

式 (1-3-13) 是假定抽水井系垂直于底板的, 故代表含水层的平均厚度 \bar{H} 也可改用平均的水深 \bar{h} 表达, 即

$$\bar{h} = \frac{\bar{H}}{\cos \eta} \quad (1-3-15)$$

记

$$\gamma = \frac{1}{2\bar{h}} \quad (1-3-16)$$

并令

$$s = u \cdot \exp(-\gamma y) \quad (1-3-17)$$

代入式 (1-3-11)~(1-3-14), 则定解问题可改写成:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - (\gamma^2 + \beta)u = -\frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1-3-18)$$

$$t=0, \quad u=0 \quad (1-3-19)$$

$$x \rightarrow 0, \quad y \rightarrow 0 \quad \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=r_w} = \frac{Q}{2\pi r_w k H} \quad (1-3-20)$$

$$x \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty, u = 0 \quad (1-3-21)$$

现已知定解问题式 (1-3-18) ~ (1-3-21) 的解为

$$u = \frac{Q}{4\pi k h} \int_{(x^2+y^2)/4at}^{\infty} e^{\frac{-v-(\gamma^2+\beta)(x^2+y^2)/4v}{v}} \frac{dv}{v} \quad (1-3-22)$$

将式 (1-3-11) 代入式 (1-3-17), 并转换到极坐标系。令坐标轴 $\eta = 0$, 平行于 y 轴, 即平行于天然径流的方向, 则解得:

$$s = \frac{Q}{4\pi k H} e^{\gamma r \cos \eta} \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{\frac{-v-(\gamma^2+\beta)r^2/4v}{v}} \frac{dv}{v} \quad (1-3-23)$$

式中之 γ 见式 (1-3-16); a 及 I 见式 (1-3-8)。此解在形式上与汉图什 (1964) 的解相似, 但对潜水层倾角的限制可比后者扩大 100 ~ 500 倍。

(二) 漏斗分析

式 (1-3-23) 包含两个补给因子, 即垂直下渗补给的 β 和地下径流补给的 γ 。为了便于区别不同补给类型对漏斗的作用, 令 $\beta = 0$, 则只剩地下径流补给。再把式 (1-3-23) 改写为

$$s = \frac{Q}{2\pi k h} e^{\gamma r \cos \eta} \left\{ K_0(\gamma r) - \int_{\gamma^2 at}^{\infty} e^{\frac{-v-(\gamma r)^2/4v}{v}} \frac{dv}{v} \right\} \quad (1-3-24)$$

式 (1-3-24) 即描绘了地下径流补给的降落漏斗的特性。

1. 补给强度 (f_k)

根据式 (1-2-36), 漏斗的径流补给强度为单位坡降在单位时间内, 通过单宽含水层的流量。从式 (1-3-4) 的微分方程中可看出, 补给强度是 $\frac{\partial h}{\partial y}$ 项的系数, 即 $f_k = \frac{k}{2} \sin 2\eta$ 。

2. 漏斗的界限 (影响半径, R)

若式 (1-3-24) 的积分项趋于零, 则得稳定漏斗为

$$s = \frac{Q}{2\pi kh} e^{yr \cos \theta} K_0(yr) \quad (1-3-25)$$

由于式(1-3-25)出现一偏心因子 $e^{yr \cos \theta}$ ，所以可知漏斗有方向性。在抽水井的上游，因 $\cos \theta = \cos \pi = -1$ ，故 $e^{yr \cos \theta} < 1$ ，所以，漏斗边缘至井的距离小于影响半径。当 $\theta = 0$ ，即在井的下游，因 $e^{yr \cos \theta} > 1$ ，故漏斗边缘至井的距离大于 R 。在垂直地下水流向的方向上，因 $\theta = 90^\circ$ 及 270° ，故 $e^{yr \cos \theta} = 1$ 。因而，漏斗边缘至井的距离恰等于影响半径 R ，即

$$R = \frac{8.3}{r} \quad (1-3-26)$$

因此，漏斗边缘部分的等降深 s 线呈椭圆状（图1-3-2）。但

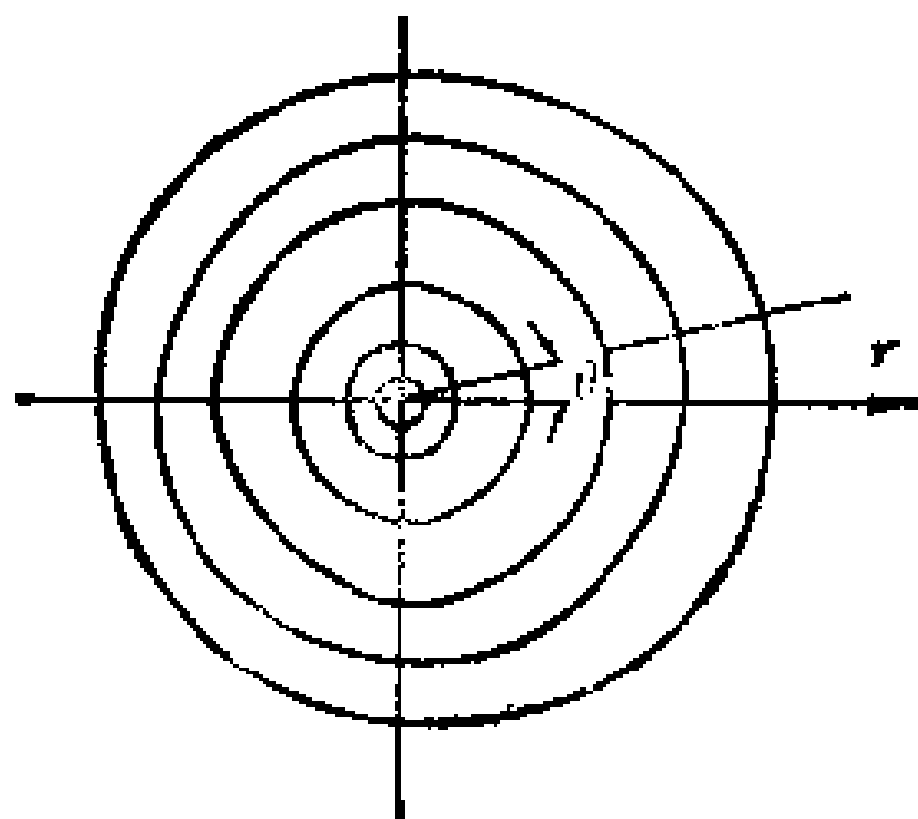


图 1-3-2 等下降曲线

当 r 收缩到 $r \leq \frac{0.01}{R}$ 时，因偏心因子的值

$$0.99 \leq e^{yr \cos \theta} \leq 1.01,$$

从实用上看，故可以认为，漏斗的近井部分的等降深场仍是圆的。

3. 补给因子 (E)

从式 (1-3-16) 可知, 补给因子为

$$E = \gamma = \frac{I}{2\bar{h}} = \frac{\sin \eta}{2\bar{h} \cos^2 \eta} \quad (1-3-27)$$

4. 补给半径 (R_r)

在垂直于地下水天然流向的方向上, 由式 (1-3-27), 其补给半径为

$$R_r = \frac{1}{5\gamma} = \frac{2\bar{h} \cos^2 \eta}{5 \sin \eta} \quad (1-3-28)$$

5. 引用补给半径 (R_v)

$$R_v = \frac{1.12}{\gamma} = \frac{2.24\bar{h} \cos^2 \eta}{\sin \eta} \quad (1-3-29)$$

二、承压水

在讨论无界倾斜承压含水层中单井抽水的问题之前, 须先建立弹性径流量的概念。

(一) 弹性径流量

根据迈因策尔 (O. E. Meinzer) 的承压含水层的弹性变形理论可知, 除了孔隙储存量 $M_0 \cdot \mu_0$ (以单位面积计) 之外, 尚有承压水头 h 带来的弹性储存量 $S \cdot h$, 所以承压含水层的储存量应为

$$v = M_0 \cdot \mu_0 + S \cdot h \quad (1-3-30)$$

式中

$$S = \rho g \left(\frac{1}{E_w} + \frac{1}{\mu_0 E_s} \right) \mu_0 M_0, \text{ 即弹性释水系数;}$$

M_0 —— 无压含水层的厚度;

μ_0 —— 无压含水层的孔隙给水度;

ρ —— 水的密度;

g —— 重力加速度;

E_w ——水的弹性模量；

E_s ——含水层的弹性模量。

式 (1-3-30) 表明，压头 h 升高，储存量增加；当压头降低，储存量减少。而且，承压含水层储存量的变化是 M 与 μ 共同随 h 变化的结果。

式 (1-3-30) 还可改写成

$$v = \left(M_0 + \frac{Sh}{\mu_0} \right) \mu_0 = \mu_0 M \quad (1-3-31)$$

而

$$\begin{aligned} M &= M_0 + \frac{Sh}{\mu_0} = M_0 \left\{ 1 + \left[\rho g \left(\frac{1}{E_w} + \frac{1}{\mu_0 E_s} \right) \right] h \right\} \\ &= M_0 \left[1 + \left(\frac{S'}{\mu_0} \right) h \right] = M_0 + \left(\frac{S}{\mu_0} \right) h \\ &= M_0 + \Delta M \end{aligned} \quad (1-3-32)$$

$$S' = \frac{S}{M_0}$$

$$\Delta M = \left(\frac{S}{\mu_0} \right) h \quad (1-3-33)$$

式 (1-3-33) 所表达的是弹性折算厚度。比较式 (1-3-30)、(1-3-32) 及 (1-3-33)，可将承压含水层储存量的变化看作是给水度保持不变，而仅随弹性折算厚度变化的结果。这样，就把承压含水层和潜水含水层的储存量变化的概念统一起来了。因为潜水含水层储存量的变化量为：

$$\Delta v = \mu \Delta h \quad (1-3-34)$$

而承压含水层储存量的变化量，据式 (1-3-33) 为：

$$\Delta v = \mu_0 \Delta M \quad (1-3-35)$$

如果承压含水层是倾斜的，那么储存量有可能流动而形

成天然流量。根据达西定律，可以得到此天然径流量为

$$q = k \cdot \sin \eta \cdot M$$

式中之 η 为含水层的倾角。将式 (1-3-32) 代入上式得：

$$q = k \cdot \sin \eta (M_0 + \Delta M) = k \cdot \sin \eta \cdot M_0 \left\{ 1 + \rho g \left(\frac{1}{E_w} + \frac{1}{\mu_s E_s} \right) h \right\} \quad (1-3-36)$$

式 (1-3-36) 表明，承压含水层的天然径流量与其储存量相似，也可分为两部分，即孔隙径流量（常数）和弹性径流量（与 h 成正比），而后者在承压状态下是结合着孔隙径流量一起在流动。正如弹性储存量是结合在孔隙储存量一起存在着一样。但式 (1-3-36) 与潜水含水层的天然径流量

$$q = k \cdot \sin \eta (h_0 + \Delta h)$$

在形式上也是一致的。

(二) 定解问题及其解

如假定图1-3-3所示的倾斜承压含水层是均质、等厚，并具有不变的倾角 η 。令直角坐标系的 x 轴与含水层的倾向一致， z 轴垂直于底板， y 轴却为水平的。

从含水层中任一点 $P(x, y, z)$ 取出一个微小正六面体 dx, dy, dz ，则 P 点的势 ϕ 从图中即可得出。该微体在水压力的作用下，于 x, z 方向发生弹性变形。根据达西定律和裘布衣假定就可以写出倾斜承压含水层中的三维非稳定偏微分方程

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \frac{US'}{k} \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{S'}{k} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1-3-37)$$

式中

$$U = \frac{S' \sin 2\eta}{2\mu_0 \left\{ 1 + \frac{S'}{\mu_0} (\cos \eta + \sin \eta) \bar{h} \right\}} \quad (1-3-38)$$

$$S'' = \frac{S'}{1 + \frac{S'}{\mu_0} (\cos \eta + \sin \eta) \bar{h}} \quad (1-3-39)$$

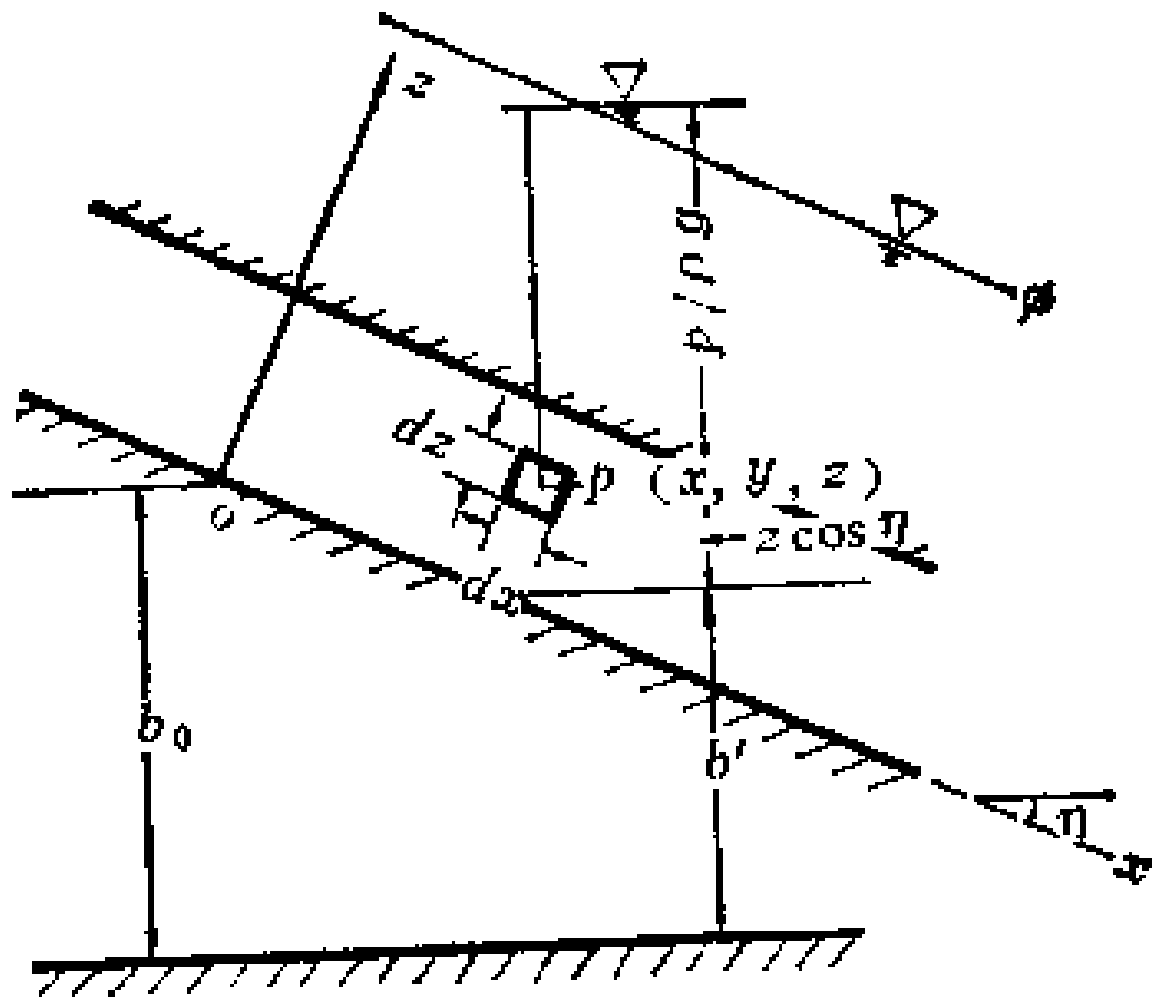


图 1-3-3 地下水径流补给的倾斜承压含水层坐标系示意图

因式 (1-3-37) 的初始条件是水头平行于底板，故其定解条件为：

$$t=0, \quad h-h_c = \text{const} \quad (1-3-40)$$

边界条件为：

$$z=0, \quad \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \quad (1-3-41)$$

$$z = M, \quad \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \quad (1-3-42)$$

$$x \rightarrow \infty, \quad \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (1-3-43)$$

$$y \rightarrow \infty, \quad \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (1-3-44)$$

如在图1-3-4所示的倾斜承压含水层中抽水, 则其解为:

$$\begin{aligned} s = & \frac{Q}{4\pi k l M} \int_{M-l \cos \eta}^M \left\{ 2K_0 \left(\frac{U}{4a} \sqrt{(x-z' \operatorname{tg} \eta)^2 + y^2} \right) \right. \\ & - \int_{U^2/4a^2}^{\infty} e^{-\beta - U^2[(x-z' \operatorname{tg} \eta)^2 + y^2]/16a^2\beta} \frac{d\beta}{\beta} \\ & + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left[2K_0 \left(\sqrt{\frac{U^2}{16a^2} + \alpha_m^2} \sqrt{(x-z' \operatorname{tg} \eta)^2 + y^2} \right) \right. \\ & \left. \left. - \int_{(U^2/16a^2 + \alpha_m^2)a^2}^{\infty} e^{-\beta - (U^2/16a^2 + \alpha_m^2)[(x-z' \operatorname{tg} \eta)^2 + y^2]/4\beta} \frac{d\beta}{\beta} \right] \right. \\ & \left. \times \frac{[\alpha_m \cos \alpha_m z' + (U/2a) \sin \alpha_m z'] [\alpha_m \cos \alpha_m z \right. \\ & \left. + (U/2a) \sin \alpha_m z]}{\alpha_m^2 + (U^2/4a^2)} \right\} dz' \quad (1-3-45) \end{aligned}$$

若抽水时间 t 足够长, 即当

$$t \geq 128a/U^2$$

时, 式 (1-3-45) 中, 对 β 积分等于零。于是, 可以得出其稳定降深场为:

$$\begin{aligned} s = & \frac{Q}{2\pi k l M} \int_{M-l \cos \eta}^M \left\{ K_0 \left(\frac{U}{4a} \sqrt{(x-z' \operatorname{tg} \eta)^2 + y^2} \right) \right. \\ & \left. + 2 \sum_{m=1}^{\infty} K_0 \left(\sqrt{\frac{U^2}{16a^2} + \alpha_m^2} \sqrt{(x-z' \operatorname{tg} \eta)^2 + y^2} \right) \right\} dz' \end{aligned}$$

$$\times \sin \frac{m\pi(M-l)}{M} \cos \frac{m\pi z}{M} \left\{ \frac{d\beta}{\beta} \right. \quad (1-3-47)$$

若井是完整的，即 $l=M$ ，则上式变为：

$$s = \frac{Q}{4\pi k l M} \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-\beta} \frac{d\beta}{\beta} \quad (1-3-48)$$

即为泰斯公式。

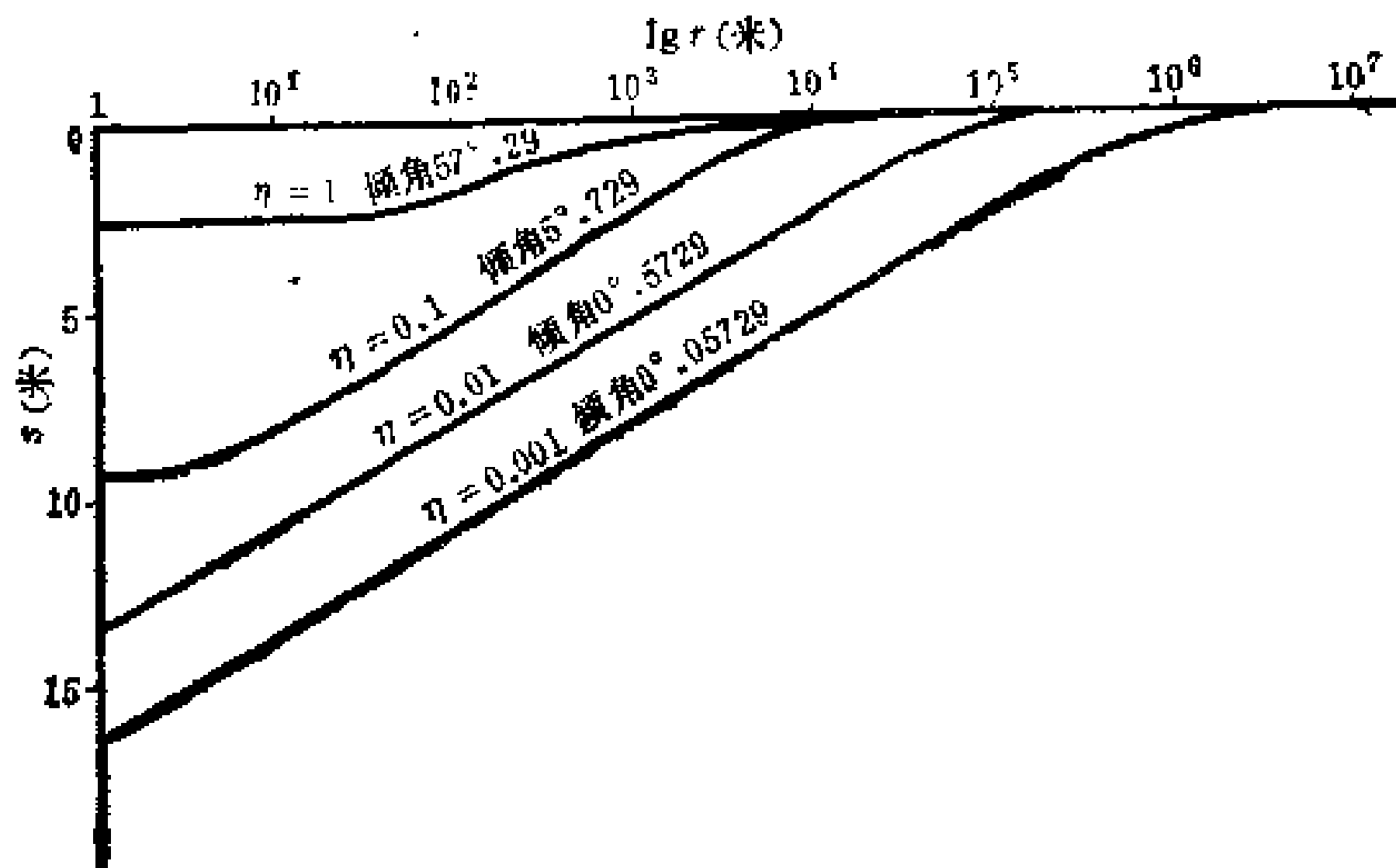


图 1-3-5 $s \sim \lg r$ 曲线

$Q = 3000 \text{ 米}^3/\text{日}$ ； $k = 40 \text{ 米/日}$ ； η —弧度； r —径向距离，
 r 的方向与含水层的倾向成 45° 交角

用不同的 η 值（弧度）代入式（1-3-47）可算得一系列 $s \sim \lg r$ 曲线示于图1-3-5。这些曲线表明，随着倾角的增大（即补给条件的改变），使得漏斗的深度和广度急剧缩小，并在抽水井附近的水位变为平坦的碟形。倾角越大，碟形也就越大。

由于式（1-3-45）是用定积分的形式表达的，不易直观分析，所以这里只分析抽水井附近的压头降。

式 (1-3-55) 表明, 在同时满足式 (1-3-49) ~ (1-3-51) 的条件下, 倾斜承压含水层的抽水降深仍可近似地用裘布衣公式的形式来表达。

(三) 降落漏斗分析

1. 补给强度

$$f_0 = \frac{kS'}{2\mu_0} \sin 2\eta \quad (1-3-56)$$

2. 补给因子

$$E = \frac{U}{4a} = \frac{S' \sin 2\eta}{8\mu_0} \quad (1-3-57)$$

3. 补给半径

$$R_r = \frac{1}{5E} = \frac{8\mu_0}{5S' \sin 2\eta} \quad (1-3-58)$$

4. 引用补给半径

$$R_v = \frac{1.12}{E} = \frac{9\mu_0}{S' \sin 2\eta} \quad (1-3-59)$$

第四节 河流补给的无界含水层 稳定流抽水

一、傍河抽水公式

常见的河流补给的情况可概括如图 1-4-1 所示的模型。因上覆粘性土层的透水性和下渗补给的可能存在, 故河流并非是地下水唯一的补给来源, 它往往与其它补给类型结合在一起而同时作用。这种除河流之外的其它类型的补给因子可用 E_0 表达。

从第二、三节可知, 如不存在河流的补给, 当已知 E_0 值时, 便可写出相应的稳定流抽水公式

$$s(x, y) = \frac{Q}{2\pi k M} K_0(E_0 \sqrt{x^2 + y^2}) \quad (1-4-1)$$

如果在距离抽水井为 b_1 处存在一条如图1-4-1所示的河流。河宽为 $b_2 - b_1$ (b_1 为抽水井到河流一岸的距离, b_2 为抽水井到河流对岸的距离), 并设河底有一层相对隔水层, 其厚度为 m_0 、渗透系数为 k_0 , 在抽水之前, 假定河水位与地下水位相等, 那么两者处于互不影响的状态。但是, 当傍河井抽水时, 会引起河底的地下水位下降 $s(x', y', M)$ 米, 而

$$b_1 \leq x' \leq b_2$$

这个平衡状态即被打破。于是河水就通过淤积层向下补给含水层, 其单位时间, 单位面积的补给量 (即渗漏量) 为

$$q(x', y', M);$$

而在 $b_1 \leq x' \leq b_2$ 可按达西定律写成

$$q(x', y', M) = \frac{k_0}{m_0} s(x', y', M); \quad b_1 \leq x' \leq b_2 \quad (1-4-2)$$

将式 (1-4-1) 代入式 (1-4-2) 得

$$q(x', y', M) = \frac{Q}{2\pi k M} \frac{k_0}{m_0} K_0(E_0 \sqrt{x'^2 + y'^2}); \quad b_1 \leq x' \leq b_2 \quad (1-4-3)$$

可是, 当式 (1-4-3) 的 q 进入含水层之后, 又将引起含水层中水位的升高, 或负降深。二者的关系可借用 H. S. Carslaw 所导出的关系式 (见《Conduction of Heat in Solids》一书的第268页):

$$s = -\frac{q}{2\pi k l} \left\{ K_0\left(\frac{Ur}{2k}\right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K_0\left(\frac{Ur}{2k}\right) \right.$$

$$\times \cos \frac{n\pi z}{M} \quad (1-4-6)$$

在地下水的渗透中，由于式 (1-4-4) 中的级数的

$$\frac{4a^2 n^2 \pi^2}{U^2 l^2} = \frac{4a^2 n^2 \pi^2}{(E_0 M)^2} \gg 1$$

所以贝塞尔函数中的变量加1与否关系不大。于是可略去1，而简化成式 (1-4-6)。

由式 (1-4-2) 得知，当井抽水时河床的有效渗漏段在

$$-b_2 \leq x' \leq -b_1; \quad -L \leq y' \leq L \quad (1-4-7)$$

内，其每一点 (x', y', M) 都会产生相应的降深 $s(x', y', M)$ 和渗漏量 $q(x', y', M)$ ，从而引起含水层中任一点 (x, y, z) 的负降深。它应是按式 (1-4-5) 在式 (1-4-7) 的范围内积分，即

$$s(x, y, z) = \frac{1}{2\pi k M} \int_{-L}^L \int_{-b_2}^{-b_1} q(x', y', M) \cdot f(x, y, z; x', y', M) dx' dy' \quad (1-4-8)$$

然而，含水层中任一点的降深应是井抽水而引起的降深式 (1-4-1) 与式 (1-4-8) 之和。于是，将式 (1-4-2) 代入式 (1-4-8) 后，再与式 (1-4-1) 相加，便得本问题的解

$$s(x', y', z) = \frac{Q}{2\pi k M} K_0(E_0 \sqrt{x^2 + y^2}) - \frac{k_0}{2\pi k M m_0} \int_{-L}^L \int_{-b_2}^{-b_1} f(x, y, z; x', y', M) \cdot s(x', y', M) dx' dy' \quad (1-4-9)$$

式 (1-4-9) 就是弗列德和蒙 (Fredholm) 型的积分方程。此式若与弗氏型的标准形式的积分方程式，即

$$\varphi(x) = F(x) + \lambda \int_a^b K(x, x') \varphi(x') dx' \quad (1-4-10)$$

相比较, 则式 (1-4-10) 的核 $K(x, x')$ 相当于式 (1-4-9) 的系数 $\frac{k_0}{2\pi k M m_0}$; 而式 (1-4-10) 中的自由项 $F(x)$ 则相当于式 (1-4-9) 右端的第一项。为下文的书写方便, 可记

$$F(x, y) = \frac{Q}{2\pi k M} K_0(E_0 \sqrt{x^2 + y^2}) \quad (1-4-11)$$

$$\lambda = \frac{k_0}{2\pi k M m_0} \quad (1-4-12)$$

但是, 弗氏型的方程的核按规定必须是连续函数, 如不连续, 则至少要求核的重积分

$$\int_a^b \int_a^b |K^2(x, x')| dx dx'$$

是一有界值。可是式 (1-4-9) 的核, 即式 (1-4-6), 虽然在 $x = x', y = y'$ 处为 ∞ , 但其重积分

$$\int_{-L}^L \int_{-b_2}^{-b_1} \int_{-L}^L \int_{-b_1}^{-b_2} f(x, y, M; x', y', M) \times dx' dy' dx dy = B^2 \quad (1-4-13)$$

也是一有限值, 故式 (1-4-9) 仍属弗氏型方程。而且, 只要

$$|\lambda| \leq \frac{1}{B} \quad (1-4-14)$$

则可用逐次逼近法解此方程, 得其解为

$$s(x, y, z) = F(x, y) + \sum_{p=1}^{\infty} \lambda^p \int_{-L}^L \int_{-b_2}^{-b_1} f_p(x, y, z; x', y', M) \times F(x', y') dx' dy' \quad (1-4-15)$$

或写成

$$s(x, y, z) = F(x, y) + \lambda \int_{-L}^L \int_{-b_2}^{-b_1} F(x, y, z; x', y', M) \times F(x', y') dx' dy' \quad (1-4-16)$$

以 s_1 、 $-s_2$ 两个降深场迭加的结果，便形成一组对称于 x 轴的偏心等降深线，其短轴面向河流，而长轴背向河流（图 1-4-2），其偏心率的大小却取决于 $-s_2$ 。

2. 补给半径

对于漏斗的补给区与无补给区的划分可按式确定

$$\Delta Q_r = 2\pi kM \left(r_1 \frac{ds}{dr} \Big|_{r=r_1} - r_2 \frac{ds}{dr} \Big|_{r=r_2} \right) \leq \epsilon Q \quad (1-4-19)$$

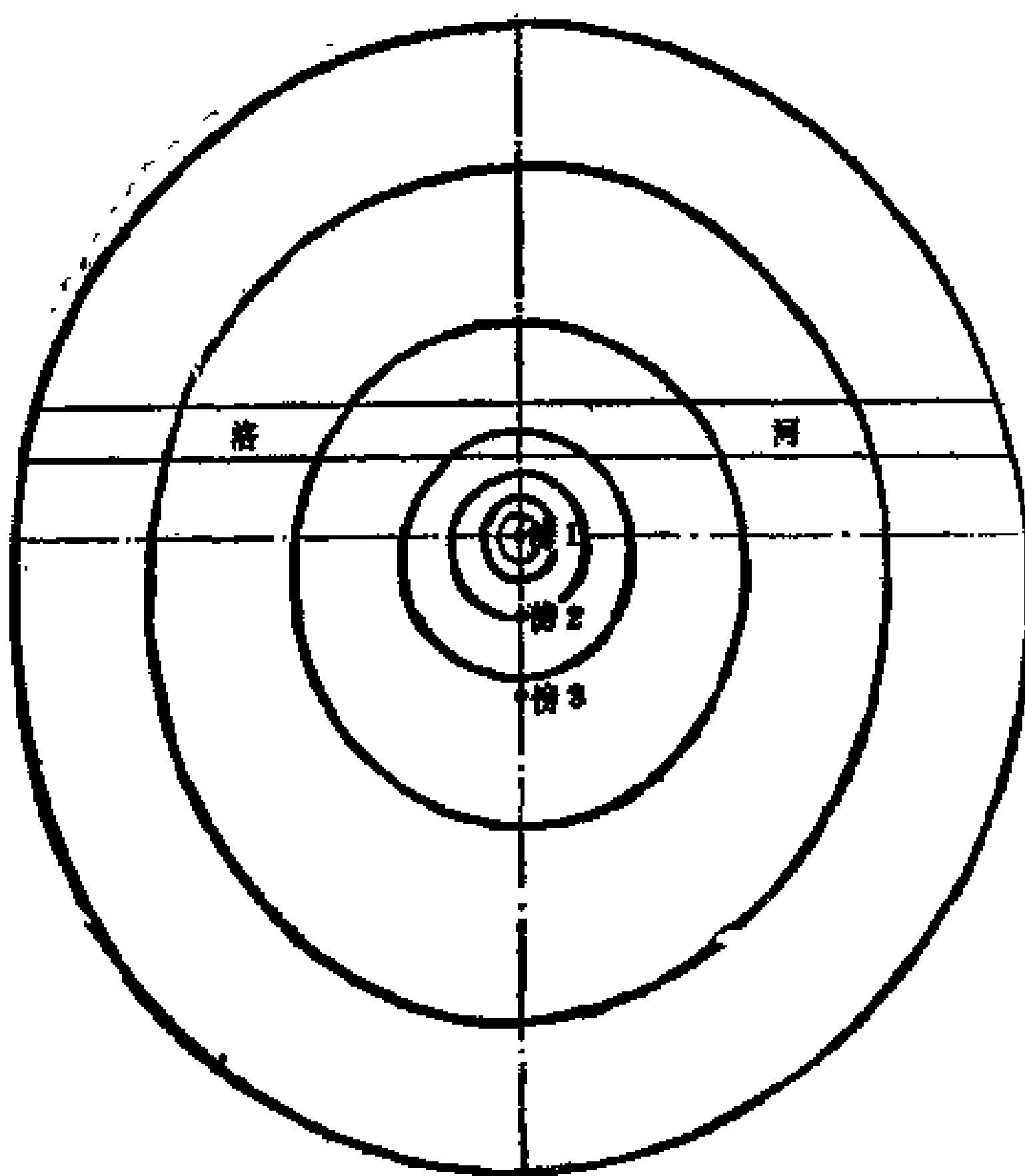


图 1-4-2 河流补给的无界含水层中单井抽水的等降深曲线

或

$$s_w = \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{1.12}{e^{\Omega} E_0} \frac{1}{r_w} \quad (1-4-22)$$

于是求得上覆潜水层和河流补给同时存在时的引用补给半径

$$R_v = \frac{1.12}{E_0 e^{\Omega}} \quad (1-4-23)$$

式中的 Ω 用式(1-4-21)表示,它是 E 、 k_0 、 m_0 、 k 、 M 、 b_1 、 b_2 、 L 等值的函数,其值与因河流补给而使抽水井降深的减少成正比。 Ω 值越大, R_v 就越小; R_v 值越小,说明单井接受补给的条件越佳。 Ω 值可由式(1-4-21)算得; E_0 值也可借助抽水试验求得。如已知 Ω 、 E_0 值便可算得 R_v 值。但是,比较简便的方法是利用抽水试验的 $s \sim \lg r$ 曲线图上确定。

4. 补给因子

有了 R_v 值,也可近似地利用式(1-2-24),即

$$E = \frac{1.12}{R_v}$$

求得补给因子 E 。

第五节 有补给的含水层抽水通式

一、抽水通式

根据本章第二、三、四节对降水下渗补给、地下径流补给和河流补给的降落漏斗的分析表明:

(1) 当在有补给的含水层中单井抽水时,其水位降深或降落漏斗最终能达到稳定。

(2) 在有补给而又能使抽水达到稳定的实际含水层中均存在引用补给半径 R_v 。它综合反映了降落漏斗的动态特征和补给条件, 并和本章第一节之四所述的裘布衣公式中所要求的 R 等价, 亦即裘布衣公式中的影响半径 R 就是有补给的无界含水层中的引用补给半径 R_v 。所谓等价, 即具有这样的含义: 如将抽水井作为中心, 以 R_v 的值为半径作一圆, 从实际含水层中分割出一个圆柱状含水层, 并假想在这个圆柱状含水层的外侧边界上保持常水头, 则该井抽水的效果 (用单位降深的流量衡量) 就与实际含水层中抽水时完全相同。因此, 体现对单井抽水的补给条件的参数 R_v 也可以看作是上述理想裘布衣含水层的半径 R 。

(3) 在上述的三种补给类型的无界含水层中, 引用补给半径 R_v 与补给因子 E 存在着固定的函数关系, 即式 (1-2-24) 所示的关系。

(4) 因式 (1-3-23) 中包含着两个补给因子, 即垂向补给因子 β 和侧向补给因子 γ , 故令

$$E = \beta + \gamma \quad (1-5-1)$$

这样, 就可以用引用补给半径 R_v 代替补给因子 E , 并依据式 (1-2-24)、(1-5-1) 之间的关系, 将式 (1-3-23) 改写成

$$s = \frac{Q}{4\pi k M} e^{U \cdot r \cdot \cos \theta} \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-a - (1.18r/R_v)^2/4a} \frac{da}{a} \quad (1-5-2)$$

式 (1-5-2) 就是有补给的无界含水层的抽水通式, 它是以非稳定流的形式出现的, 既概括了各种补给类型, 又客观地反映了单井抽水时地下水的运动规律——非稳定流和稳定流过程。而非稳定是绝对的, 而稳定是相对的, 后者又寓

于前者。

由于式 (1-5-2) 的定积分还可以折成两项，所以该式也可写成

$$s = \frac{Q}{4\pi k M} e^{U \cdot r \cdot \cos \theta} \left\{ 2K_0 \left(\frac{1.12r}{R_y} \right)^2 - \int_{(1.12/R_y)^2 \cos t}^{\infty} e^{-a - (1.12r/R_y)^2 / 4a} \frac{da}{a} \right\} \quad (1-5-3)$$

- 式中 s ——降深 (米);
 Q ——流量 (米³/日);
 k ——含水层的渗透系数 (米/日);
 M ——含水层厚度 (米);
 U —— ki (i 为水力坡度) 即地下水的渗透速度 (米/日);
 a ——导压系数 (米²/日);
 (r, θ) ——极坐标, 其原点与井中心重合, 轴向与地下水天然流向一致, 并指向下游;

$$a = \frac{r^2}{4at};$$

t ——抽水时间。

当含水层的引用补给半径 $R_y \rightarrow \infty$ 时, 则式 (1-5-2) 便成为泰斯公式

$$s = \frac{Q}{4\pi k M} \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-a} \frac{da}{a} \quad (1-5-4)$$

或 $s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad (1-5-4')$

式中

$W(u)$ ——非越流承压含水层的井函数；

$$u = \frac{Sr^2}{4Tt}; \quad (1-5-5)$$

$$T = kM, \text{ 导水系数。} \quad (1-5-6)$$

由于考虑了侧向补给，所以式 (1-5-2) 比式 (1-5-4) 多了一项与时间无关的系数 $e^{L \cdot r \cdot \cos \theta}$ 。该系数就决定了 S 不仅是 r 的函数，而且也是 θ 的函数，因此，等下降线就不是圆的。但在 $\theta = 90^\circ$ 或 270° 时，即在与侧向径流相垂直的方向上，降深与后者一致。

若抽水时间足够长而使式 (1-5-2) 中定积分的下限 $r^2/4at \rightarrow 0$ 时，则其积分形式变为

$$\int_0^\infty e^{-a - (x)^2/4a} \frac{da}{a} = 2K_0(x) \quad (1-5-7)$$

式中

$$x = \frac{1.12r}{R_y} \quad (1-5-8)$$

如果

$$\frac{r}{R_y} \leq 0.2$$

那么，用定积分函数表达的式 (1-5-3) 也可改用贝塞尔函数来近似地表达有补给的含水层的稳定流抽水通式

$$s = \frac{Q}{2\pi kM} K_0\left(\frac{1.12r}{R_y}\right) \quad (1-5-9)$$

如果为越流补给的，则式 (1-5-9) 就变成了斯捷盖维茨和凡涅斯 (J. H. Steggewetz and Van Nes, 1939) 的越流稳定流抽水公式

$$s = \frac{Q}{2\pi k M} K_0\left(\frac{r}{B}\right) \quad (1-5-10)$$

式中

$B = \sqrt{k/k' M M'}$ ，为越流因素；

k' ——弱透水层的渗透系数；

M' ——弱透水层的厚度。

倘若式 (1-5-9) 中的贝塞尔函数的参变数相当小，即在式 (1-5-8) 的允许误差范围之内，则有

$$\begin{aligned} K_0\left(\frac{1.12r}{R_v}\right) &\approx -\ln 0.89 \frac{1.12r}{R_v} \\ &\approx \ln \frac{1}{0.89 \frac{1.12r}{R_v}} \approx \ln \frac{R_v}{r} \end{aligned} \quad (1-5-11)$$

同时又取

$$\theta = \frac{\pi}{2} \quad \text{或} \quad \theta = -\frac{3\pi}{2} \quad (1-5-12)$$

并分别将式 (1-5-11)、(1-5-12) 代入式 (1-5-9)，即得裘布衣公式

$$s = \frac{Q}{2\pi k M} \ln \frac{R_v}{r} \quad (1-5-13)$$

若取 (1-5-13) 的 $R_v = r_2$ 、 $r = r_1$ ，则为蒂姆公式

$$s = \frac{Q}{2\pi k M} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (1-5-14)$$

但须指出，式 (1-5-8)、(1-5-12) 也正是裘布衣-蒂姆公式应用时所必须遵循的条件。

式 (1-5-9) 也适用于有界含水层。如为表流补给边界，

并在:

$$\left. \begin{array}{ll} \theta = 90^\circ; & r \leq 0.2b = 0.1R_v \\ \theta = 0^\circ, 180^\circ; & r \leq 0.72b = 0.36R_v \\ \theta = 270^\circ; & r \leq 0.23b = 0.115R_v \end{array} \right\} \quad (1-5-15)$$

的范围内, 以及在式 (1-5-11) 的条件下, 当允许误差 $\varepsilon \leq 5\%$ 时, 而 $R_v = 2b$, 则式 (1-5-9) 就变为福希汉默傍河抽水公式

$$s = \frac{Q}{2\pi k M} \ln \frac{2b}{r_w} \quad (1-5-16)$$

如果两侧均为补给边界, 或一侧为补给边界另一侧为隔水边界, 同样在式 (1-5-8) 的条件下, 则式 (1-5-9) 就成为鲍切维尔 (Ф.М.Бочвер) 的条形含水层抽水公式

$$s = \frac{Q}{2\pi k M} \ln \frac{0.63L \sin \frac{\pi l}{L}}{l} \quad (1-5-17)$$

和

$$s = \frac{Q}{2\pi k M} \ln \frac{1.27L \operatorname{ctg} \frac{\pi l}{L}}{L} \quad (1-5-18)$$

式中 L ——含水层的宽度;

l ——抽水井至近侧补给边界的距离。

由此可见, 用积分函数表达的抽水公式 (1-5-2) 既确切地反映地下水的稳定流与非稳定流的运动规律, 又全面地概括用贝塞尔函数或用对数函数表达的常用抽水公式。而且, 可以广泛应用于实际。

二、降落漏斗扩展规律

在无界承压含水层中, 当井的抽水时间无限延长, 则降

深场内的水位降必然波及整个含水层，这一漏斗逐渐向广度和深度扩展——由非稳定至稳定的全过程，已全部概括于式 (1-5-2)。

由于用抽水试验测定含水层的参数是根据漏斗中的一点（如抽水井）或数点（如观测孔）的降深数据计算求得的，所以，如果不能正确认识 and 掌握漏斗扩展的基本规律，并选用合适的公式表达，也就不可能求得准确的参数。

(一) 非稳定过程

为便于讨论，可设式 (1-5-2) 的常数项 $\frac{Q}{4\pi k M} = 1$ (图 1-5-1)，并称为单位降深值。它取决于该式等号右端的定积分，而定积分的值又取决于被积函数 $\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha - 1/\alpha}$ 的积分界限 $\frac{r^2}{4\alpha t}$ 和 ∞ 。

由于被积函数中有参变数 x^2 ，所以采用不同的 x 值即可画出一系列的被积函数曲线。但是，如取参数 $x = 1/2$ 的一条

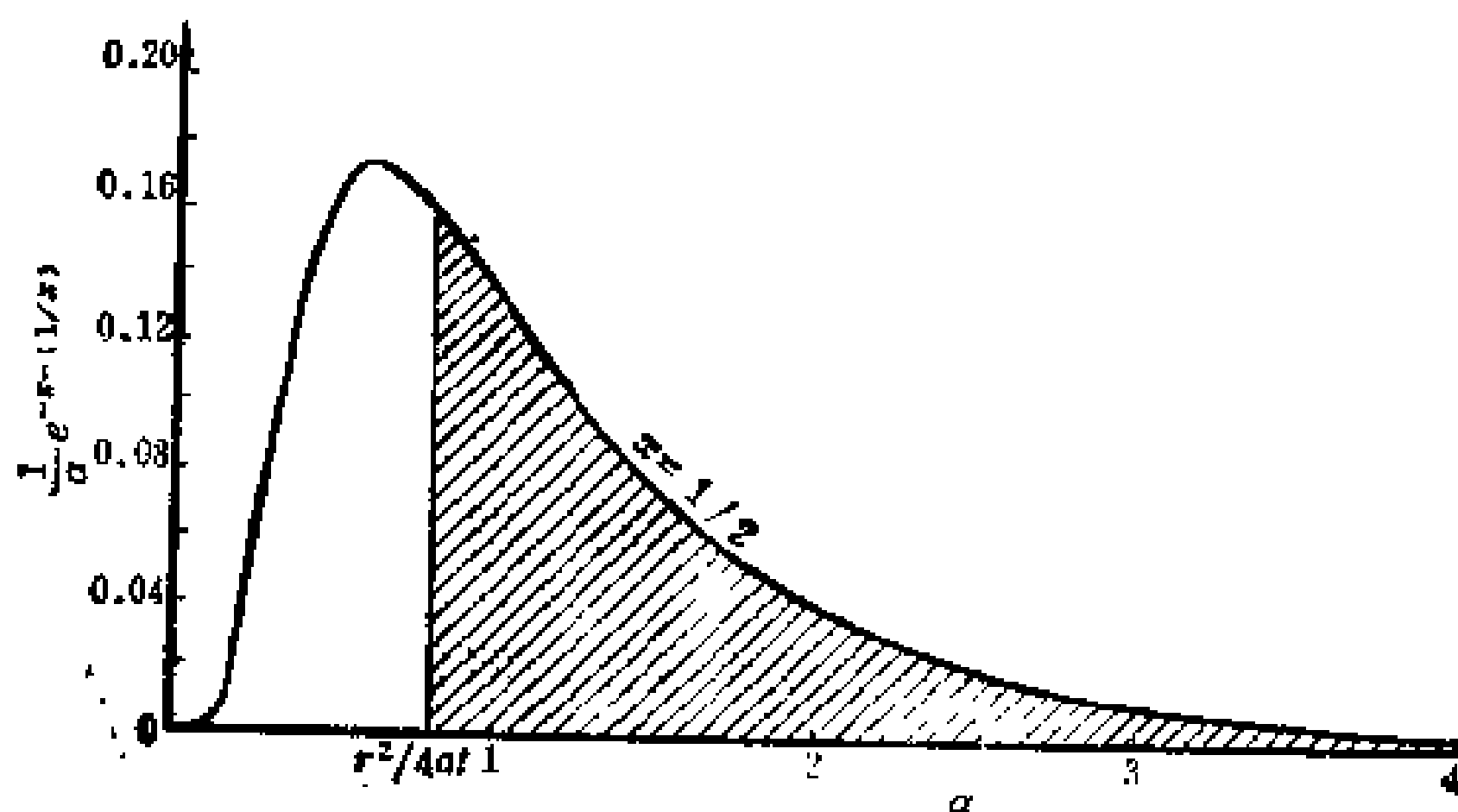


图 1-5-1 $x = 1/2$ 的定积分曲线

曲线为代表，这时被积函数被简化成 $\frac{1}{\alpha}e^{-\alpha-1/\alpha}$ （图1-5-1）。

该曲线与横轴之间的全部面积（积分界限从0到 ∞ ）就是

$r = \frac{1}{2} \frac{1}{1.12/R_v}$ 处的稳定单位降深

$$s|_{r=R_v/2.24} = \int_0^{\infty} e^{-\alpha-1/\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha} = 2K_0(x) \quad (1-5-19)$$

或

$$s|_{r=R_v/2.24} = \int_0^{r^2/4at} e^{-\alpha-1/\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha} + \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-\alpha-1/\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha} \quad (1-5-19')$$

式（1-5-19'）的积分界限 $\alpha = \frac{r^2}{4at}$ 在图1-5-1中表现为一平行于纵轴的直线。该直线右方的面积（斜线）就代表单位降深，其值等于第二项；而直线左方的面积（空白）就代表剩余降深，其值等于第一项。两项之和即为稳定降深值。

因此，在抽水的非稳定过程中，降深值和剩余降深值的相互消长完全取决于直线 $\alpha = \frac{r^2}{4at}$ 在 α 轴上的位置，即时间

t 。当抽水时间很短时，直线离纵轴很远。因之，斜线面积小，降深值也小；反之，直线向纵轴逐渐接近。若趋于零，则表明相对稳定。

当被积函数的参变数 x 值改变时，图1-5-1的曲线类型虽然相同，但其体形即随之发生变化。例如， $x < \frac{1}{2}$ 时，曲线的最高点之纵座标就增大，因而曲线的总面积也增大；若当 $x > 1/2$ 时，曲线位置就比较低，因而总面积减小，这就相当

于距离远的降深值小，而近的大。

如将决定剩余降深值的定积分变量作适当的变换，即得

$$\int_0^{r^2/4at} e^{-\alpha-1/\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha} = \int_u^\infty e^{-\alpha-1/\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha}$$

式中

$$u = \left(\frac{1.12}{R_s} \right)^2 at$$

因此，若已知参变数 x 及积分下限，就可以由附表查得其函数值。附表已绘制成如图1-5-2所示的曲线。图1-5-2中之右斜曲线各代表不同距离的单位降深值与时间的关系；而左斜曲线则代表单位剩余降深值。

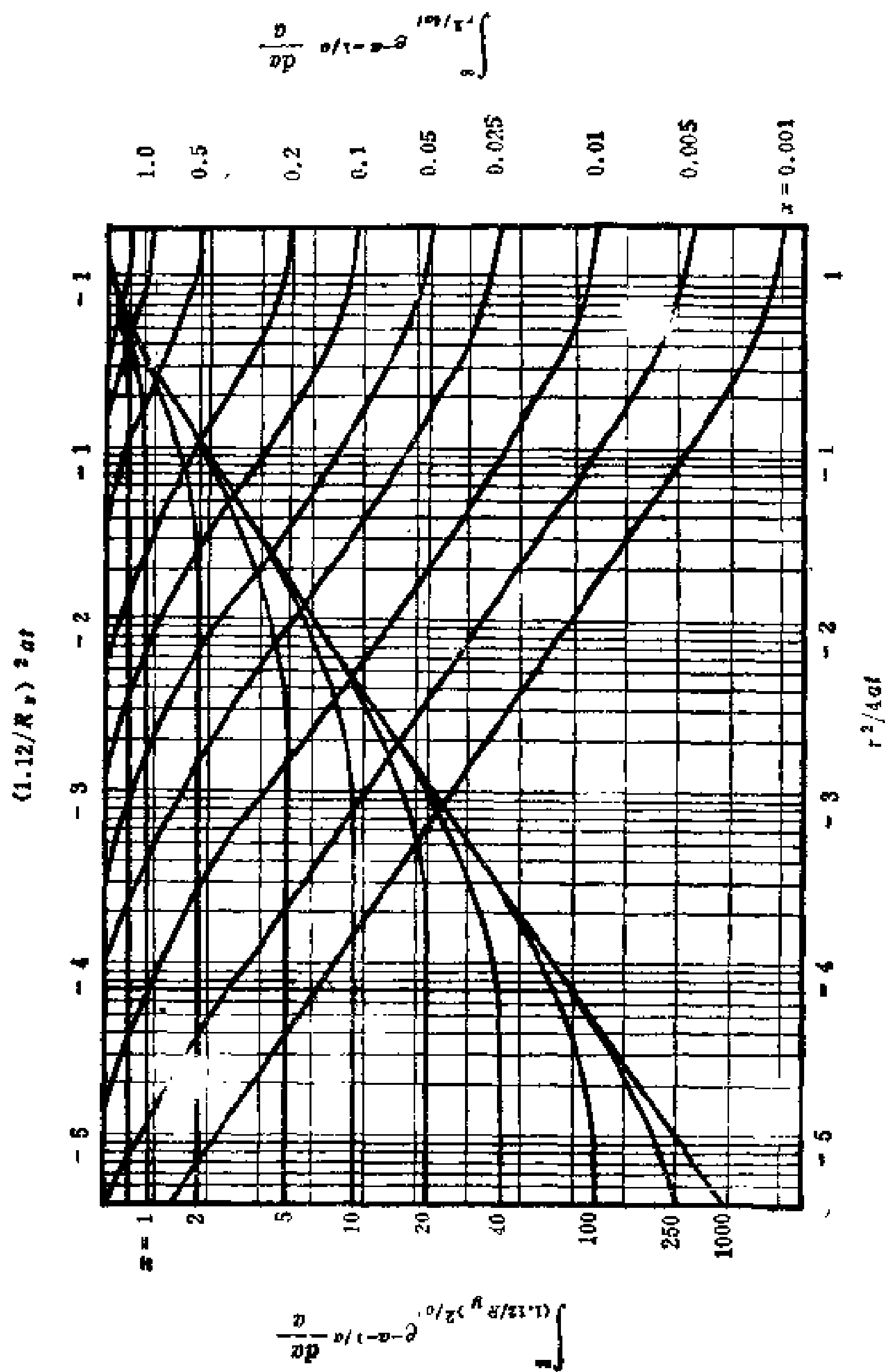
由此可见，在近井处，其降深的很大部分的百分比在抽水初期即已完成，以后的较长的时间只完成不多的剩余降深值；而在远井处，则需历经相当长的时间才下降。

所以，当用抽水井或近观测孔的非稳定流资料计算参数时，应特别注意抽水初期头数分钟内的动水位观测，务必测全、测准，因为这直接关系到参数的准确测定。

（二）稳定过程

漏斗扩展之所以由非稳定达到稳定，完全是补给造成的。所谓稳定系指含水层中任意点的水位和流速均保持常量，不随时间而变。

从理论上讲，在有补给的无界含水层中抽水，其影响范围要扩展到无穷远，这在时间上也需要无穷。也就是说，在无穷远处，在无限长的时间里，绝对的稳定才能建立，从图1-5-3也可以得解释。因为代表剩余降深的面积要到 $r^2/4at = 0$ 时才等于零。但实际上，当 $r^2/4at = 0.1$ 时，该部分面积已接近于零。这时的水位即可视为相对稳定，此时的漏斗可称



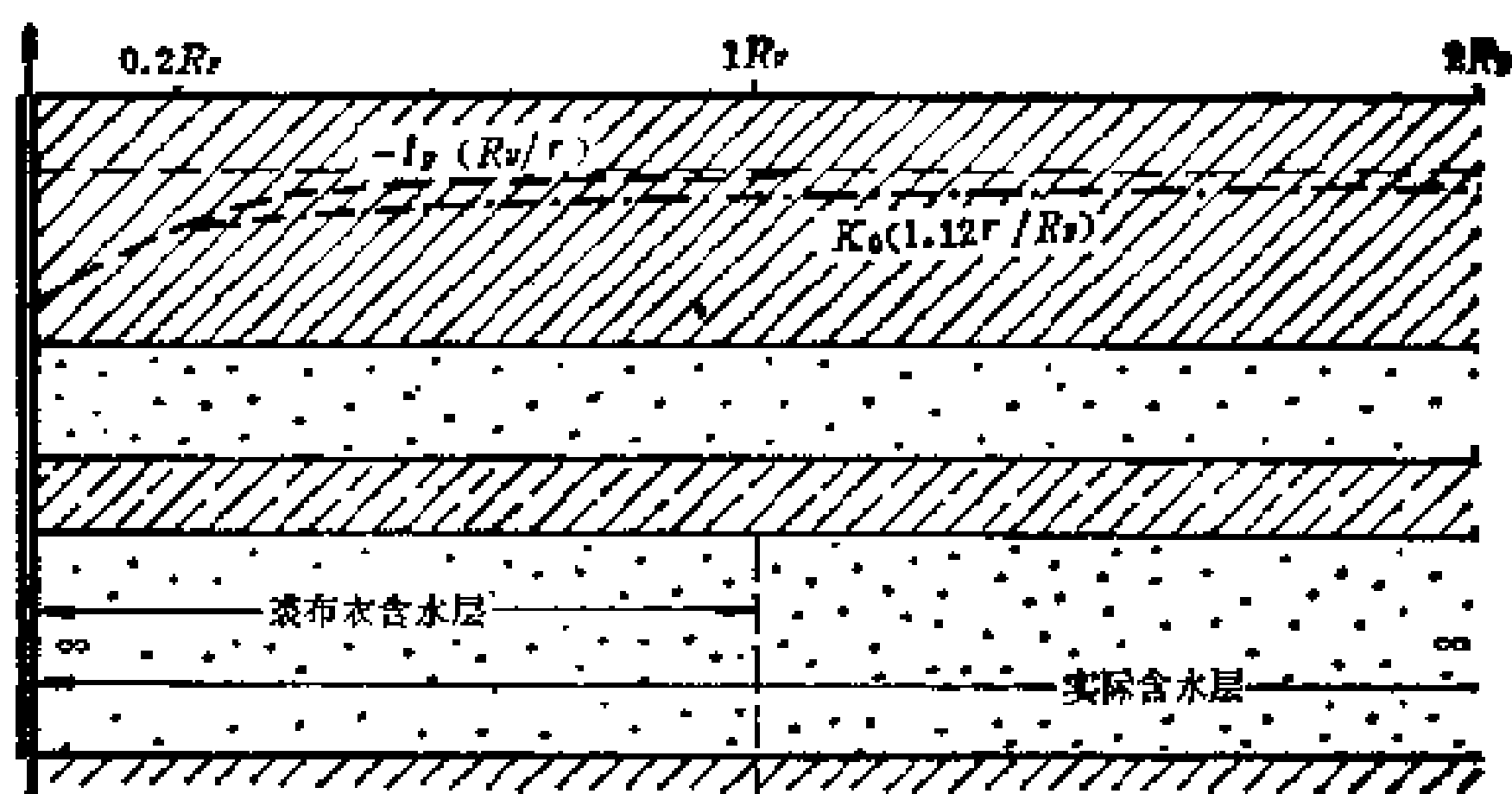


图 1-5-3 有补给的承压含水层降落漏斗曲线

为稳定漏斗。然而，表达稳定漏斗的是贝塞尔函数式（1-5-9）。但在实际工作中，常用对数函数式（1-5-13）来反映稳定漏斗。

从图1-5-3可以看出，由于对数函数的漏斗较陡，降深较大，且终止在 R_v 处；而贝塞尔函数的漏斗较缓，降深较小，理论上一直延伸到无穷远处。这一点可由附录表的 $K_0(x)$ 函数值得知，欲使贝塞尔函数值等于零，则须令变数 $x \rightarrow \infty$ 。虽然，当 $x > 5$ 时，实际上其函数值就很小（小于0.004）。从实用的角度来看，可以认为实际的漏斗在这里终止了。所以说，这种替代必定造成误差。

严格地说，两种漏斗除了井壁一点外，其它各点均不重合。但从数学的角度来看，当贝塞尔函数的变数 x 值很小时（表1-5-1及图1-5-4），两种函数值非常近似。当

$$r = 0.2R_v \quad (1-5-20)$$

时，其误差 $e \leq 2.17(\%)$ ，故可互换表达，这是允许的。

另一方面，两种不同函数代表的两个漏斗的水力坡度也

表 1-5-1 对数函数与贝塞尔函数互换表达的误差

r/R_y	(1)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
R_y/r	(2)	10.0000	5.0000	3.3300	2.5000	2.0000	1.6700	1.4300	1.2500	1.1100	1.0000
$\ln(R_y/r)$	(3)	2.3026	1.6094	1.2019	0.9163	0.6931	0.5128	0.3580	0.2230	0.1040	0.0000
x	(4)	0.1120	0.2240	0.3360	0.4480	0.5620	0.6750	0.7870	0.9000	1.0101	1.1200
$K_0(x)$	(5)	2.3162	1.6452	1.2695	1.0167	0.8293	0.6875	0.5767	0.4867	0.4155	0.3562
(5) - (3)	(6)	0.0136	0.0358	0.0666	0.1004	0.1362	0.1743	0.2183	0.2637	0.3115	0.3562
$e = \frac{(6)}{(5)} \cdot 100\%$	(7)	0.5900	2.1700	5.2800	9.8400	16.4000	25.4000	38.0000	54.0000	75.0000	100.0000

有差异。若对式 (1-5-2) 的 r 求导数, 即得贝塞尔函数漏斗各点的水力坡度为

$$i_s = \frac{ds}{dr} = -\frac{Q}{2\pi kM} x K_1(x) \quad (1-5-21)$$

式中之 $x K_1(x)$ 为二类一阶修正贝塞尔函数。

而式 (1-5-13) 对数函数漏斗各点的水力坡为

$$i_D = -\frac{Q}{2\pi kM} \quad (1-5-22)$$

比较式 (1-5-21)、(1-5-22) 即可看出, 前者比后者多

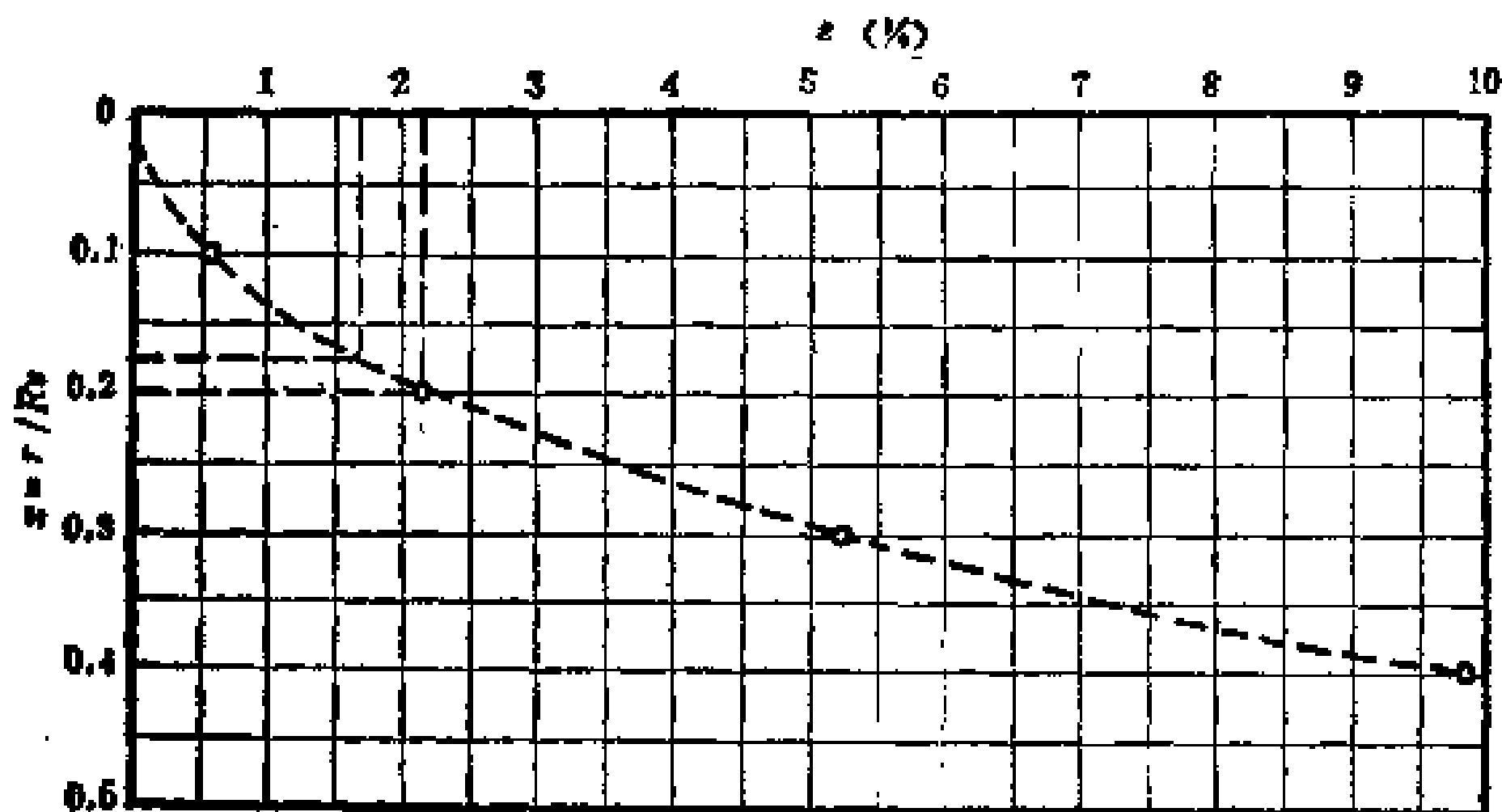


图 1-5-4 对数函数与贝塞尔函数替代误差曲线

了一个因子 $x K_1(x)$ 。该因子的值永远小于 1, 而且是 x 的减函数, 它的性质可用表 1-5-2 及图 1-5-5 表示。显然, 实际漏斗(贝塞尔函数)的水力坡度处处小于对数函数漏斗(裘布衣), 如图 1-5-3 所示。只有当 $r/R_0 \leq 0.2$, 而使误差 $e \leq 5\%$ 时, 用式 (1-5-13) 代替式 (1-5-9) 在实用上才是许可的。

第六节 井内竖向水流的水头损失、井的非完整性、三维流、紊流对稳定流抽水试验的影响

由于以上的抽水公式只反映了降落漏斗内部的二维流、层流，而未考虑实际抽水经常出现的井内竖向水流的水头损失、井的非完整性、三维流和紊流等对抽水的影响，所以用以上的公式计算所得的参数常与实际的差别很大。因此，研究整个抽水试验过程（由非稳定到稳定）中，对实际降落漏斗的形成有着显著影响的各种水力因素，这对准确测定参数是至为重要的。

一、井内竖向水流的水头损失

（一）“水跃”现象

根据单井水力学的原理^[14]可知，当滤水管和井壁管内的竖向（ z 方向）流速增加到一定数量时，所产生的水头损失将会影响井周含水层中的水头分布。这些水头损失计有：管壁摩阻损失（ z 的三次方的函数）、水流增量加速引起的损失（ z 的二次方的函数）、水流从含水层进入滤管后流向偏转的损失（ z 的一次方的函数）。由于这些水头损失的参与，致使井周的降落漏斗加深，从而也使井内的动水位降得更多，即：

$$s_w = \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{R_v}{r_w} + \frac{Q}{8g(cA_p \pi r_w M)^2} + \left(\frac{Q^2}{g\pi^2 r_w^4} + \frac{kQ}{2(gcA_p)^2 (\pi r_w^2)^2 M \ln \frac{1.12}{\pi r_w}} \right) \times$$

$$\times \left(\frac{fM}{16r_w} + \frac{2}{3} + \frac{r_w}{4cA_pM} \right) \quad (1-6-1)$$

上式及以下各式都是抽水管口置于含水层顶板处的结果；而滤水管外壁的降深，即 $r=r_w$ 、 $z=M$ 处的降深为

$$s_{0,M} = \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{R_s}{r_w} + \frac{Q^2}{g\pi^2 r_w^4} \left(\frac{fM}{16r_w} + \frac{1}{3} + \frac{r_w}{4cA_pM} \right) \quad (1-6-2)$$

式中

g ——重力加速度；

f ——滤水管的摩阻系数。对于层流， $f = \frac{64}{R}$ ；对于紊流， $f = 2gJR^{-z}$ 。其中， R 为雷诺数， z 为指数(0.25~0.15)， J 为与管壁糙度有关的系数；

$c = \frac{11.3}{c_s A_p}$ ， c_s 为水流通过圆孔的收缩系数；

A_p ——滤水管壁圆孔的面积与管壁侧面积之比。

将式(1-6-1)减去式(1-6-2)得

$$\begin{aligned} \Delta s = & \frac{Q^2}{8g(cA_p\pi r_w M)^2} + \frac{kQ^3}{2(gcA_p)^2(\pi r_w^2)^3 M \ln \frac{1.12}{\pi r_w}} \\ & \times \left(\frac{fM}{16r_w} + \frac{r_w}{4cA_pM} + \frac{2}{3} \right) \end{aligned} \quad (1-6-3)$$

Δs 值就是一般所说的“水跃”值。

(二) 产生水位差的原因

上述的“水跃”指的是井水面降深 s_w 和滤水管外壁含水层顶面处的降深 $s_{0,M}$ 的差值。从式(1-6-3)可以看出，这一差值是由于水流通过滤水管圆孔时的水头损失所造成

整性的影响，而使等降深线弯曲得比较剧烈；当 $r \geq M$ 时，其形状与数值均与完整井的无异。

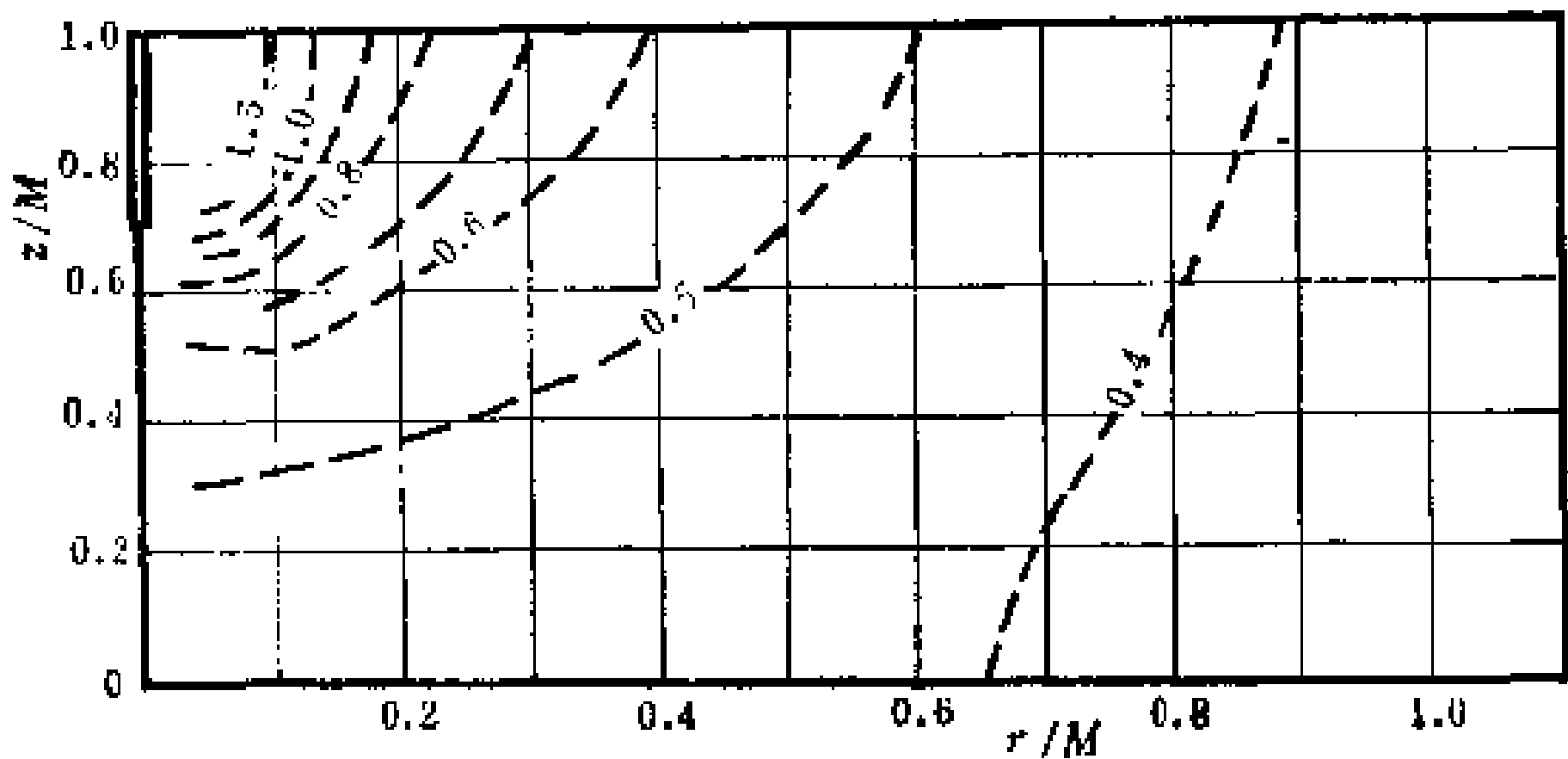


图 1-6-2 非完整井的等降深线图

(三) 非完整性对涌水量的影响

由式 (1-6-4) 也可解得非完整井的流量公式为

$$Q = \frac{F}{2} \left(\sqrt{1 - \frac{4}{FG} s_w} - 1 \right) \tag{1-6-5}$$

式中

$$G = \frac{1}{2\pi k M} \left(\ln \frac{R_v}{r_w} + \frac{M-l}{l} \ln \frac{1.12M}{\pi r_w} \right);$$

$$F = \frac{G}{\frac{1}{g\pi^2 r_w^4} \left[\frac{f}{16r_w} (l + 4m) + \frac{2}{3} \right]}.$$

于是，由式(1-6-5) 可以得出一个在实际工作中很有用的结论，即非完整井的涌水量基本上只与井的完整程度 l/M 有关，而与滤水管的位置 b_1 或 b_2 基本无关。也就是说，长度不变的滤水管放在层顶、层底或中间，这对井的涌水量的影

响不大。换言之，当 $r \geq M$ 时，含水层中的水头只受抽水量 Q 的控制，而与井的非完整程度无关。

三、三维流的影响

(一) 降深场的水头分布

当用单井进行抽水并达稳定时，井周含水层中的水头分布的表达式为

$$\begin{aligned}
 h = & H - \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{R_y}{r} - \frac{Q^2}{g c A_p \pi^4 r_w^3 M} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p - 1}{p^2} \\
 & \times \frac{K_0\left(\frac{p\pi r}{M}\right)}{K_0\left(\frac{p\pi r_w}{M}\right)} \cos \frac{p\pi z}{M} - \frac{4Q^2}{g \pi^4 r_w^4} \left[1 - \frac{fM}{8r_w} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p^2} \right. \\
 & \times \frac{K_0\left(\frac{p\pi r}{M}\right)}{K_0\left(\frac{p\pi r_w}{M}\right)} \cos \frac{p\pi z}{M} \left. \right] + \frac{fQ^2 M}{g \pi^6 r_w^5} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p^2} \frac{K_0\left(\frac{p\pi r}{M}\right)}{K_0\left(\frac{p\pi r_w}{M}\right)} \\
 & \times \cos \frac{p\pi z}{M}
 \end{aligned} \tag{1-6-6}$$

从上式可以看出，含水层中的水位降深是由两部分组成的。一部分是与深度 z 无关的二维层流降深，即由裘布衣公式所代表的降深；另一部分是与深度 z 有关的，并受滤水管内降深不均匀分布所控制的三维流降深，即由式中两个级数所表示的。这两部分的降深在含水层中的分布是有一定规律的。

(二) 三维流的分布规律

1. 横向（水平）分布规律

当井半径 r_w 固定（这是必然的）时，三维流降深是距离 r 的增长而迅速减小的。如 r 增大到使

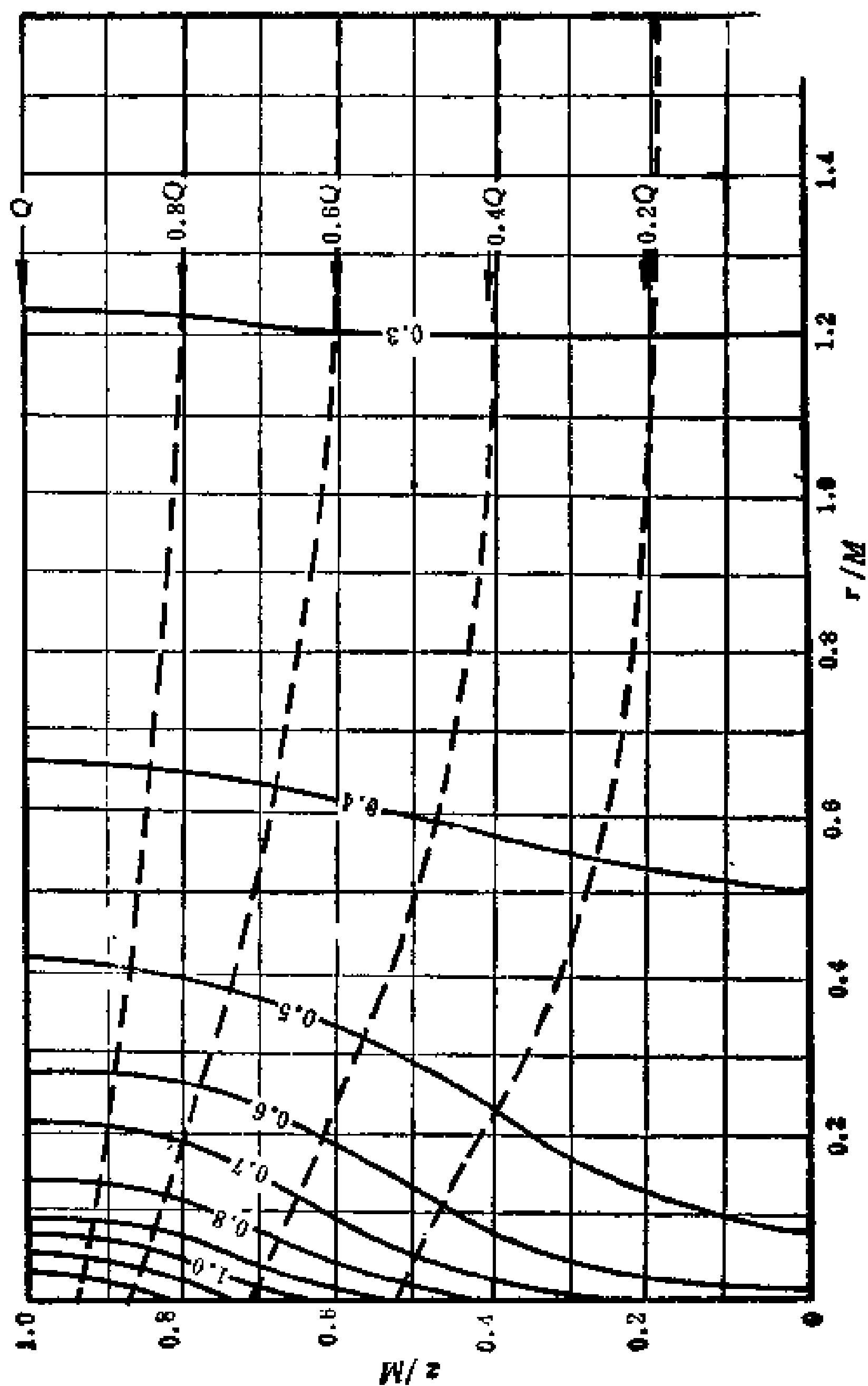


图 1-6-3 三维流网

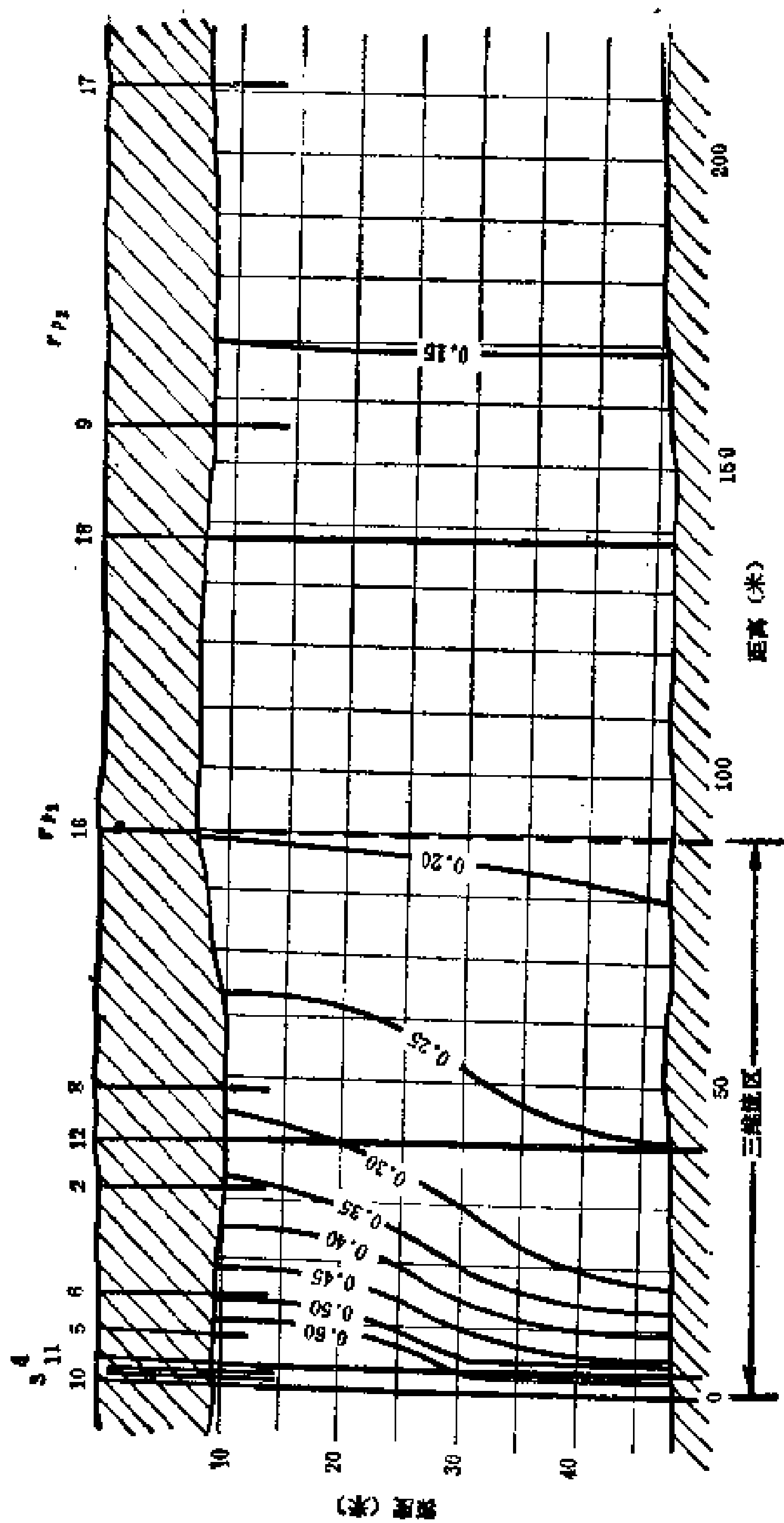


图 1-6-4 北京南苑抽水试验场10号孔 $Q = 86.4$ 升/秒的实测等降深线图

$$\frac{2\pi r}{M} > 5 \quad (1-6-7)$$

或

$$r = 1.6M \quad (1-6-8)$$

时，则三维流在水平方向上的分布即趋于消失（图1-6-3），故式（1-6-8）为三维流分布的外界（对抽水井而言），亦即二维流分布的内界（图1-6-4）。三维流这一水平方向的分布规律对于观测孔的合理布置是很重要的。

2. 纵向（垂直）分布规律

当距离 r 一定时，三维流降深是随深度 z 的变化而改变的。在距井稍远处，当深度为含水层厚度 M 之半时，即

$$z = 0.5M \quad (1-6-9)$$

时，三维流在垂直方向上的分布深度，正好处在“中立”线上（图1-6-5）。所谓“中立”线是指该线上三维流的降深、流速均与二维流的一致。

所以，在设计观测孔的深度时，如为避免三维流的影响，则可将观测孔的深度置于“中立”线上，这会使参数的计算大为简化。

四、紊流的影响

（一）层流与紊流

众所周知，一般的抽水公式都是按达西定律推得的，即

$$v = ki \quad (1-6-10)$$

式中 v ——地下水渗速；

k ——含水层的渗透系数；

i ——地下水的水力坡度。

该式表示渗速 v 和水力坡度 i 是保持线性关系，故称符合达西定律的渗流为线性流或层流。在粗粒含水层中，达西定律只

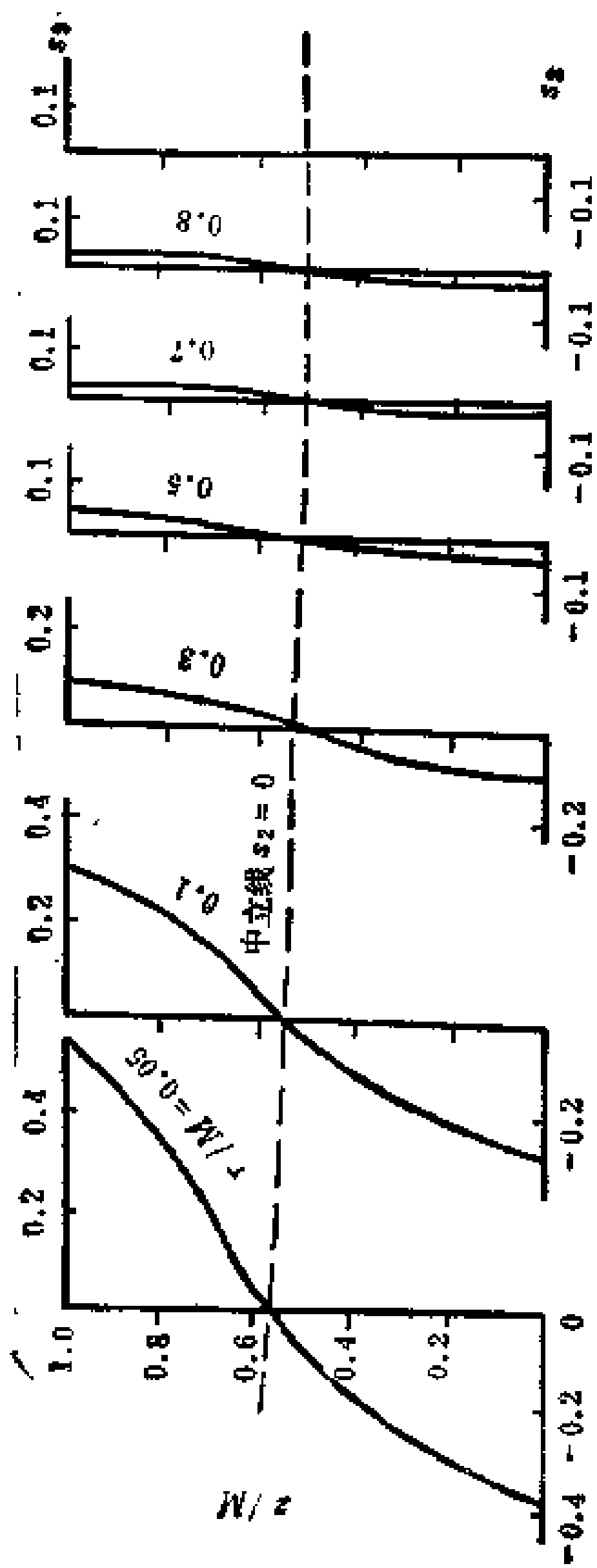


图 1-6-5 三维流“中立”线示意图

在渗速 v 不大时才成立。

如果含水层的透水性强和厚度较薄时，而抽水井的流量或降深过大，或井径过小，则可能在井周含水层中，因渗速过大而产生紊流。也就是说，地下水渗速 v 与水力坡度 i 不再保持线性关系，即由线性流转为非线性流(紊流)。非线性流符合福希汉默定律，即

$$i = av + bv^2 \quad (1-6-11)$$

式中

a —— 渗透系数的倒数；

b —— 紊流系数，由流体及介质的性质所决定的。

当井周含水层中同时产生三维流和紊流时，则井水面降深公式为

$$s_w = \alpha_1 Q + \alpha_2 Q^2 + \alpha_3 Q^3 + \alpha_4 Q^4 + \alpha_5 Q^5 + \alpha_6 Q^6 + \alpha_7 Q^7 + \alpha_8 Q^8 \quad (1-6-12)$$

即 s_w 是 Q 的高次多项式的函数。

但是，在抽水试验中，常见的是 Q 的方次一般很少超过二次方。所以，式 (1-6-12) 便可简化成雅可比或凯列尔公式

$$s_w = \alpha_1 Q + \alpha_2 Q^2 \quad (1-6-13)$$

式中

$$\alpha_1 = \frac{1}{2\pi k M} \left(\ln \frac{R_0}{r_w} + \frac{M-l}{l} \ln \frac{1.12M}{\pi r_w} \right) \quad (1-6-14)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{g\pi^2 r_w^4} \left(\frac{lf}{16r_w} + \frac{2}{3} \right) + \frac{b}{(2\pi l)^2 r_w} \quad (1-6-15)$$

g —— 重力加速度；

f —— 滤水管的摩阻系数；

b —— 紊流系数。

式 (1-6-13) 中的 $\alpha_s Q^2$ 项是由三维流或紊流引起的。

(二) 紊流的判别方法

1. 雷诺数 (Re) 法

抽水时是否存在紊流, 可用雷诺数 Re 值的大小加以判别, 即当

$$Re = \frac{vd}{\gamma} > 1 \quad (1-6-16)$$

时, 就存在紊流。

式中

v ——地下水渗速 (厘米/秒);

d ——含水层孔隙直径 (厘米);

γ ——动力粘滞系数 (厘米²/秒)。

由于含水层孔隙直径 d 值不易测定, 所以, 在实际工作中一般并不使用式 (1-6-16)。

2. 紊流系数 (b) 法

判别紊流是否存在, 其最常用的方法是先假定地下水为层流, 即假定 $b=0$, 然后按下式

$$s_w = \frac{Q}{2\pi k M} \left(\ln \frac{R_s}{r_w} + \frac{M-l}{l} \ln \frac{1.12M}{\pi r_w} \right) + \left[\frac{1}{g\pi^2 r_w^4} \left(\frac{lf}{16r_w} + \frac{2}{3} \right) + \frac{b}{(2\pi l)^2 r_w} \right] Q^2 \quad (1-6-17)$$

求出滤水管摩阻系数 f 值。如果该 f 值大于常见的滤水管的摩阻系数 ($f_c = 0.02$), 即 $f > 0.02$ 时, 就可判定此时存在紊流。

例如, 据南苑抽水试验场的资料, 抽水层为砂卵石承压含水层, 其厚度 $M = 34$ 米。抽水井半径 $r_w = 0.1$ 米, 抽水管口置于承压含水层上端。所得的 s 、 Q 数据如下:

$$s_{w,1}=0.67\text{米}; Q_1=2780\text{米}^3/\text{日}$$

$$s_{w,2}=1.34\text{米}; Q_2=4700\text{米}^3/\text{日}$$

$$s_{w,3}=2.68\text{米}; Q_3=7460\text{米}^3/\text{日}$$

根据这些数据绘制 $Q \sim s_w$ 曲线 (图1-6-6), 其表达式就是式(1-6-13)。若令

$$\xi = \frac{s_w}{Q} \quad (1-6-18)$$

称 ξ 值为单位流量降深 (米·日/米³), 则可将式 (1-6-13) 化为直线式, 即

$$\xi = \alpha_1 + \alpha_2 Q \quad (1-6-19)$$

式中

α_1 ——直线在 ξ 轴上的截距;

α_2 ——直线的斜率。

按式 (1-6-18) 可算得:

$$\xi_1 = \frac{0.67}{2780} = 2.41 \times 10^{-4}$$

$$\xi_2 = \frac{1.34}{4700} = 2.85 \times 10^{-4}$$

$$\xi_3 = \frac{2.68}{7460} = 3.59 \times 10^{-4}$$

之后, 将三次降深的 (Q, ξ) 值点在算术座标纸上, 绘制 $Q \sim \xi$ 曲线(图1-6-7)。把三点连成直线。该直线交于 ξ 轴的截距即 $\alpha_1 = 1.7 \times 10^{-4}$, 并由式 (1-6-9) 算得直线斜率 $\alpha_2 = 2.5 \times 10^{-8}$ 。

因先假定紊流系数 $b=0$, 故式 (1-6-15) 变为

$$\alpha_2 = \frac{1}{g\pi^2 r_w^4} \left(\frac{fM}{16r_w} + \frac{2}{3} \right) \quad (1-6-20)$$

于是, 将已知的 α_2 、 r_w 、 M 值代入式 (1-6-20) 解得

$$f = 0.053 > 0.02$$

这样，就可判定该井在抽水试验时存在着紊流。所以，须对 s_w 值进行修正后再代入公式计算参数，则所得的参数才是正确的。

第七节 裘布衣公式的适用范围

根据以上各节的阐述，当用稳定流抽水公式计算含水层的参数时，其准确的计算公式是式 (1-5-9)。可是，以往常用的却是用对数函数式表达的裘布衣公式 (1-5-13)。而裘布衣公式又往往与实际情况不符合。之所以如此，据第五、六节所述，其因有二：一是用对数函数表达的式 (1-5-13) 代替用贝塞尔函数表达的式 (1-5-9) 时，受到函数互换条件式 (1-5-8) 的限制；二是受到抽水时井周三维流在水平方向上的分布界限式 (1-6-8) 的约束。所以，裘布衣公式只适用于

$$1.6M \leq r \leq 0.2R_v \quad (1-7-1)$$

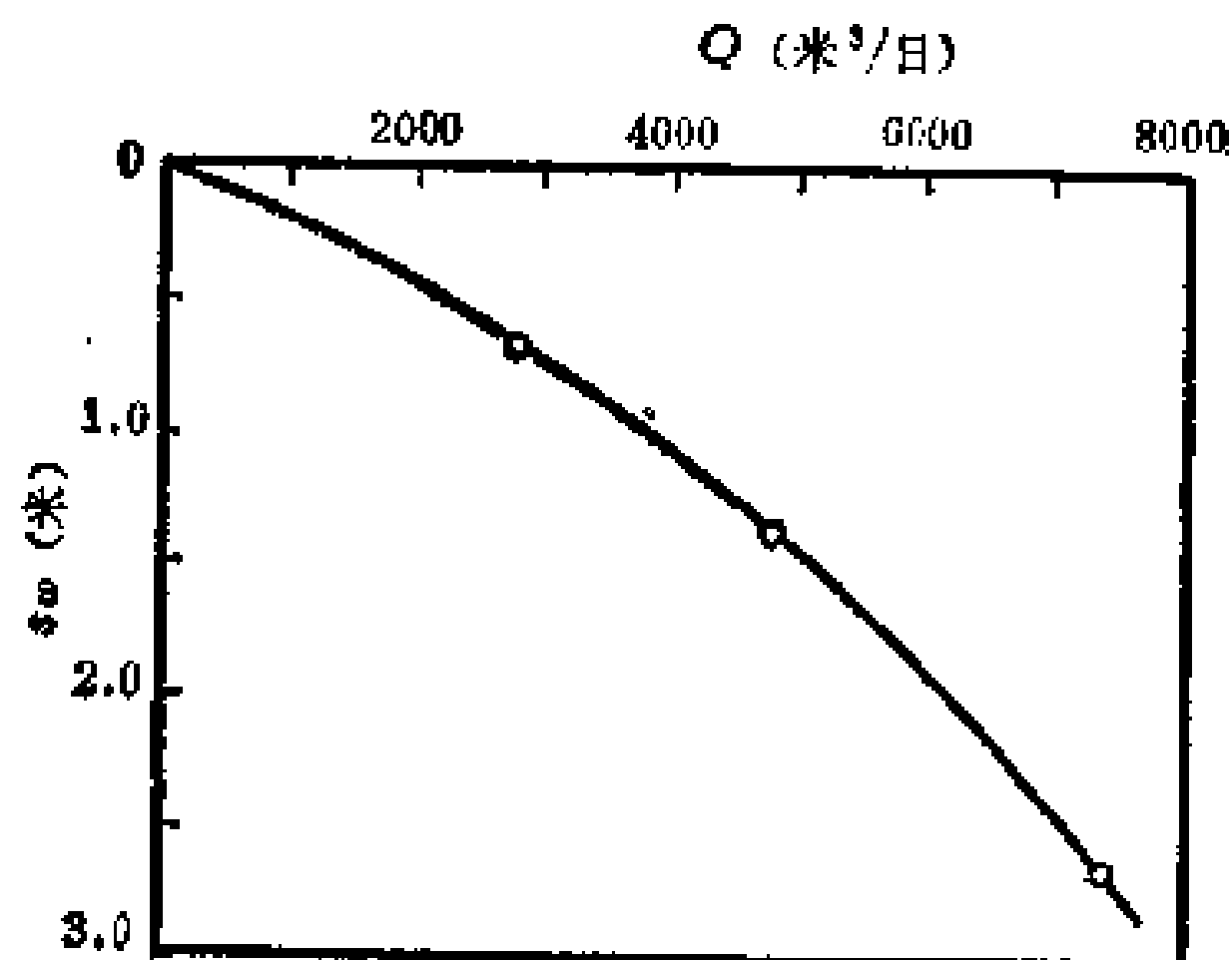


图 1-6-8 南苑 $Q \sim s_w$ 曲线

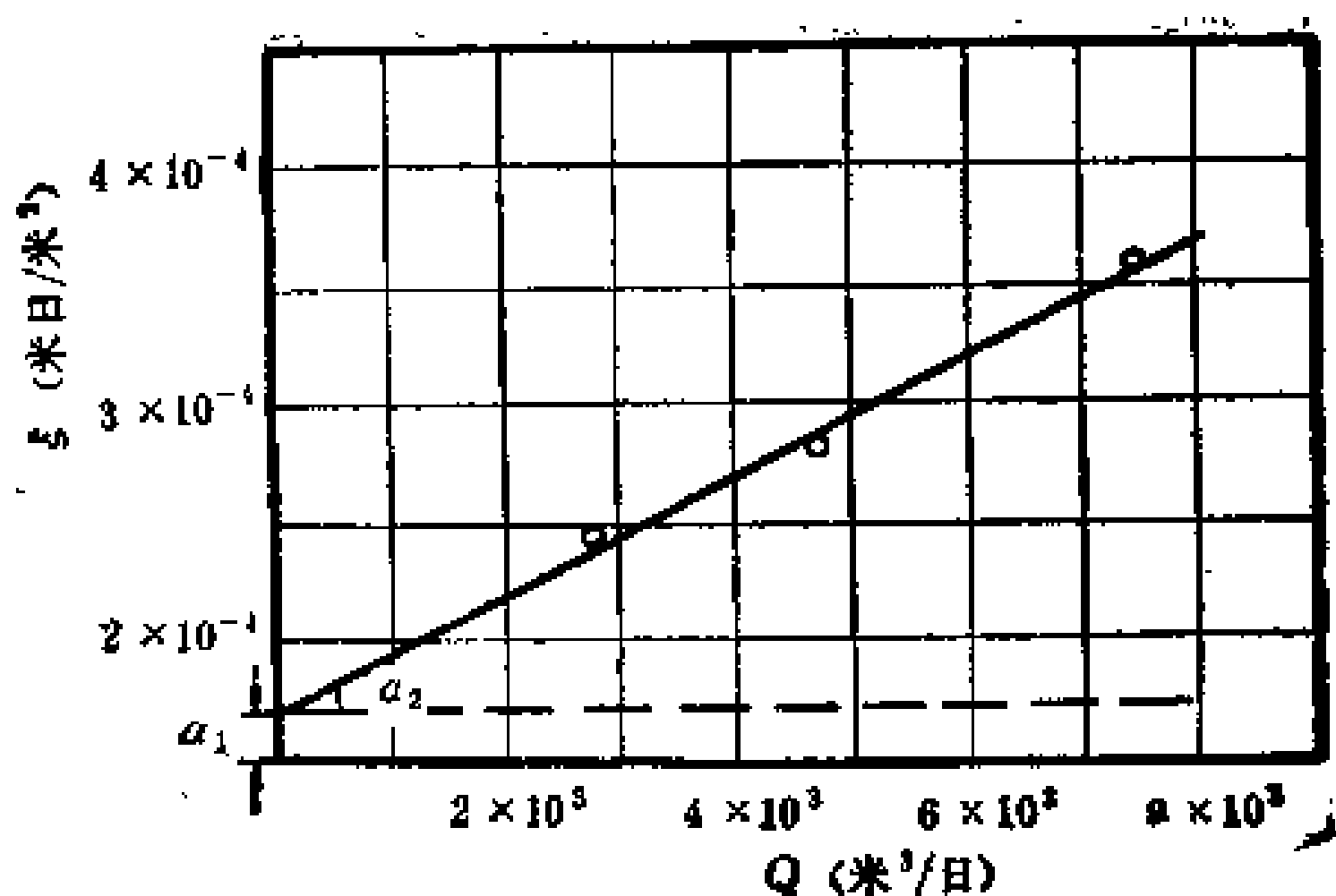


图 1-6-7 南苑 $Q \sim s$ 曲线

范围内，才能取得二维流、层流的降深，以此计算参数才是准确的。当然，也可用三维紊流降深经修正后代入公式求得。

由此可见，式(1-7-1) 是使用裘布衣公式所必须遵循的条件。同时，它也是使裘布衣公式能够广泛运用于实际含水层的根本原因。

第八节 双层介质（非均质）含水层

稳定流抽水

前七节所阐述的都是单层介质（均质）含水层稳定流抽水试验的原理，而且也还论证了降深场内均存在着引用补给半径 R_0 ，它又等价于裘布衣公式中的影响半径 R ，并以 R_0 置换 R ，从而使裘布衣公式（1-5-13）可广泛应用于实际含水层，这给参数的准确计算带来了很大的方便。

然而，在双（重）层介质（非均质）含水层中抽水时，其降深场内如存在着同样的引用补给半径，则对做好抽水试验也会带来便利。

一、双层介质含水层的引用补给半径

（一）井壁条件与深度 z 无关的二维流

在双层介质含水层中，当用完整井抽水时，即属于这种情况。现就常见的常水头补给的、越流补给的和地下径流补给的不同类型予以论证。

1. 常水头补给

（1）井在中心的圆柱状含水层（图1-8-1），即裘布衣模式。由于井壁上的水力坡度是与 z 无关的常数，致使含水层中任一点的水头也与 z 无关，从而可写出

$$s = \frac{Q}{2\pi(T_1 + T_2)} \ln \frac{R}{r} \quad (1-8-1)$$

$$R_y = R \quad (1-8-2)$$

$$T = T_1 + T_2 \quad (1-8-3)$$

式（1-8-2）、（1-8-3）表明，双层介质与均匀介质一样，其 R_y 等于含水层的半径，而导水系数 T 则为两层之和。

（2）井不在中心的圆柱状含水层

当井不在中心时，其井周降深为

$$s = \frac{Q}{4\pi(T_1 + T_2)} \ln \left[\frac{(x-p)^2 + y^2}{\left(x - \frac{R^2}{p}\right)^2 + y^2} \cdot \frac{R^2}{p^2} \right] \quad (1-8-4)$$

和井壁降深为

$$s_w = \frac{Q}{2\pi(T_1 + T_2)} \ln \frac{R \left(1 - \frac{p^2}{R^2}\right)}{r_w} \quad (1-8-5)$$

式中

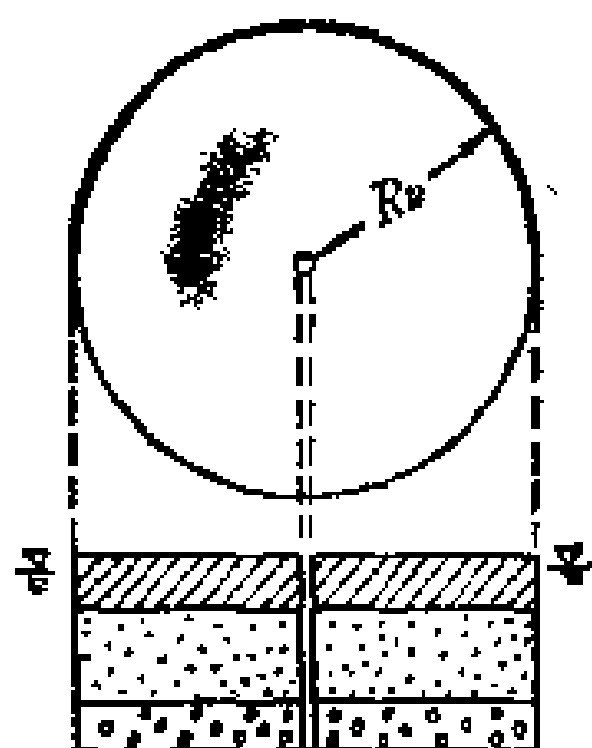


图 1-8-1 双层介质圆柱状含水层中裘布衣模式示意图

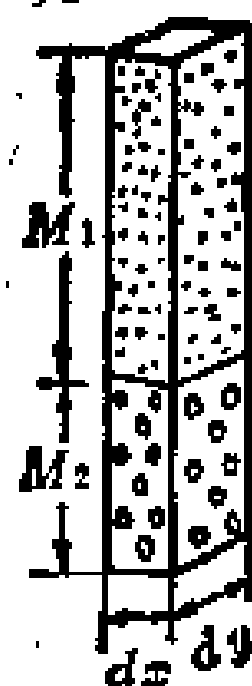


图 1-8-2 双层介质含水层微柱体示意图

p ——偏心距；

x, y ——含水层中任一点的坐标。

式 (1-8-5) 中的对数函数式就是引用补给半径，即

$$R_r = R \left(1 - \frac{p^2}{R^2} \right) \quad (1-8-6)$$

可见， R_r 是 R, p 的函数，但与含水层的非均质性无关。

(3) 有界含水层

由于式 (1-8-4) 中的 $p = R - b$ (b 为井至边界的距离)，所以，如令 $R \rightarrow \infty$ ，则得有界含水层中的降深公式为

$$s = \frac{Q}{4\pi(T_1 + T_2)} \ln \frac{(x - 2b)^2 + y^2}{x^2 + y^2} \quad (1-8-7)$$

和井壁降深公式为

$$s_w = \frac{Q}{2\pi(T_1 + T_2)} \ln \frac{2b}{r_w} \quad (1-8-8)$$

上式亦即福希汉默傍河抽水公式 (1-5-16)。而引用补给半径即

$$R_v = \frac{2.25\mu}{SI} \quad (1-8-15)$$

可见，上述的三种补给条件的五个数学模型均证明，在双层介质含水层中，也同样存在着与单层相似的 R_v 。因此，也同样可不论实际含水层的形状、边界条件、补排关系如何，均可用半径为 R_v 的圆柱状含水层代替实际含水层，但须将 $s = f(\lg r)$ 的函数关系限制在式 (1-5-8) 的范围内使用。

(二) 井壁条件与深度 z 有关的三维流

在双层介质含水层中，当用非完整井抽水并达稳定时，其微分方程为

$$\frac{\partial^4 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = 0 \quad (1-8-16)$$

其边界条件为

$$z=0, \quad \frac{\partial s}{\partial z} = 0 \quad (1-8-17)$$

$$z=M, \quad \frac{\partial s}{\partial z} = 0 \quad (1-8-18)$$

$$r=R_v, \quad s=0 \quad (1-8-19)$$

$$r=r_w, \quad d_1 < z < d_2;$$

$$\frac{\partial s}{\partial r} = -\frac{Q}{2\pi r_w(k_1 l_1 + k_2 l_2)} \quad (1-8-20)$$

$$0 < z < d_1; \quad \frac{\partial s}{\partial r} = 0 \quad (1-8-21)$$

$$d < z < M; \quad \frac{\partial s}{\partial r} = 0 \quad (1-8-22)$$

而井面的相容条件为

$$z=M_1, \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} s|_{z=M_1-\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} s|_{z=M_1+\varepsilon} \quad (1-8-23)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} k_1 \frac{\partial s}{\partial z} \bigg|_{z=M_1-\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} k_2 \frac{\partial s}{\partial z} \bigg|_{z=M_1+\varepsilon} \quad (1-8-24)$$

式 (1-8-20) 系假定沿滤水管长度 l 的水平方向上的水力坡度是相等的, 且与 z 无关; 而 l_1 、 l_2 分别为第一、二含水层中滤水管的长度。因此, $d_2 - d_1 = l = l_1 + l_2$; 式 (1-8-23)、(1-8-24) 中的 ε 为一无穷小的数。该二式说明, 在双层之间的界面上, 其降深与垂向的水力坡度应各相等。

用分离变量法解式 (1-8-16) 至式 (1-8-24) 得

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R_v}{r} + \frac{Q}{\pi r_w (k_1 l_1 + k_2 l_2)} \sum_{p=1}^{\infty} \beta_p \frac{K_0(c_p r)}{c_p k_1(c_p r_w)} \times \cos(c_p z); \quad 0 < z < M_1 \quad (1-8-25)$$

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R_v}{r} + \frac{Q}{\pi r_w (k_1 l_1 + k_2 l_2)} \sum_{p=1}^{\infty} \beta_p \times \frac{K_0(c_p r)}{c_p k_1(c_p r_w)} \cos[c_p (M - z)]; \quad M_1 < z < M_2 \quad (1-8-26)$$

式中

$$T = k_1 M_1 + k_2 M_2 \quad (1-8-27)$$

$$\beta_p = \frac{\frac{k_1}{k_2} \sin c_p d_1 + \frac{\cos c_p M_1}{\cos c_p M_2} \sin c_p (M - d_2)}{c_p \left[\frac{k_1}{k_2} M_1 + \left(\frac{\cos c_p M_1}{\cos c_p M_2} \right)^2 M_2 \right]} \quad (1-8-28)$$

而本征值 c_p 由下列三角方程解得

$$\operatorname{tg} c_p M_2 + \frac{k_1}{k_2} \operatorname{tg} c_p M_1 = 0, \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (1-8-29)$$

式 (1-8-25)、式 (1-8-26) 系由第一项的二维流降深及第二项的三维流降深组成。但三维流降深却受因子 $K_0(c_p r)$

的控制，故其分布范围是有限的。而且该式只在式(1-5-8)的范围内适用。

二、双层介质含水层参数的确定

如前所证，在双层介质含水层中，也如同单层介质含水层一样，存在着引用补给半径 R_y 。因而，凡涉及抽水井附近的降深计算仍可应用 R_y 的概念，从而推导出双层介质含水层降深场的数学表达式(1-8-25)、(1-8-26)。这些表达式反映了井周三维流降深及其外围有限范围内二维流降深的分布规律。据此规律就可以用抽水试验测定双层介质含水层的渗透系数。

但是，抽水试验必须使含水层产生三维流，而这种三维流最好只限于因井的非完整性所引起的，以保证三维流附加降深是与流量的一次方成正比。这样，可使分析、计算较为简单些。

在一般的情况下，可根据 R_y 值的大概数值，在三维流区内布置一个观测孔，以用来确定两层渗透系数的比值 c 及各层的 k 值；另外，在二维流区的 $s \sim \lg r$ 直线段内布置两个观测孔，以便测定 R_y 值和 k 值。

在抽水试验安装时，抽水井和观测孔的滤水管最好都设置在双层介质中透水性较强的层内；而在三维流区内的观测孔，其滤水管长度最好减小到最低限度，以便测得的水位能代表含水层中某一点的降深。

双层介质含水层渗透系数的计算方法详见第五章第三节之例4。但须指出，绝不能用影响半径 R 去代替式(1-8-25)、(1-8-26)中的引用补给半径 R_y 。因为 R 是随 Q 的增加而增长的，所以，就不能得到与 Q 无关的渗透系数 k 值，而使上述方法一概失效，而得不到正确的 k 值。

第二章 非稳定流抽水试验原理

第一节 无补给的无界含水层非稳定 流抽水

一、承压水

(一) 非稳定流抽水试验经典公式——泰斯公式介绍

在概述中已提到，裘布衣公式是稳定流抽水试验的理论基础；而泰斯公式则是非稳定流抽水试验的基础理论，已被广为应用。然而，在实际使用中也还存在一些问题。所以，对泰斯公式的介绍是很有必要的。

泰斯公式在推导过程中，同样也作了一些与裘布衣公式类似的假定，即

- (1) 含水层是均质的、等厚的、水平的和无限的；
- (2) 无垂向补给；
- (3) 地下水的初始水力坡度为零；
- (4) 井是完整的，严格的平面流。

根据这些假定就导出了泰斯公式 (1-5-4) 或 (1-5-4')。

由于式 (1-5-4) 的积分一般称为指数积分函数，常记为 $-E_1(-u)$ ，所以也还表达为

$$s = \frac{Q}{4\pi T} [-E_1(-u)] \quad (2-1-1)$$

式中

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

式 (2-1-1) 中的被积函数 $\frac{e^{-u}}{u}$ 可以用图 2-1-1 的曲线来表示。该曲线说明, 当变数 $u = 0$ 时, 函数值 $\frac{e^{-u}}{u} \rightarrow \infty$; 但当 u 值增大时, $\frac{e^{-u}}{u}$ 值即迅速下跌; 当 $u \rightarrow \infty$ 时, $\frac{e^{-u}}{u} = 0$ 。因此, 纵横座标都是该曲线的渐近线。我们知道, 定积分的

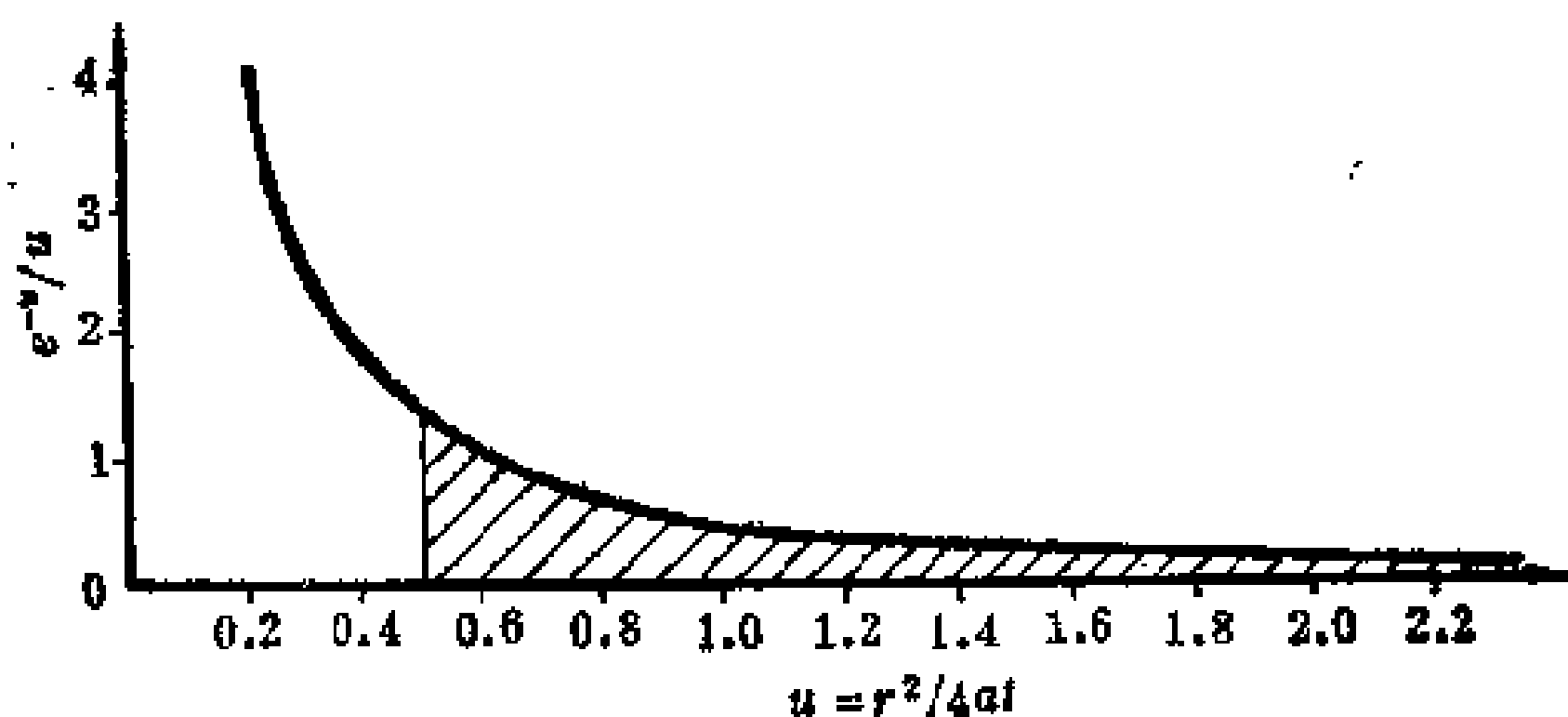


图 2-1-1 指数积分 $e^{-u}/u \sim u$ 关系曲线

值就是被积函数曲线与横座标之间的部分面积。而该面积的左侧受积分下限 $r^2/4at$ 的限制, 其右侧则受积分上限 ∞ 的限制。

因为式 (2-1-1) 的定积分系数 $Q/4\pi hM$ 是一常数, 所以下降值 s 就完全受定积分的值所控制。但是, 积分上限是固定的 (∞), 因此定积分值 (图 2-1-1 中阴影部分的面积) 系取决于积分下限 $r^2/4at$ 。如假定 r 、 a 均为常数, 显然当抽水时间愈长, 则 $r^2/4at$ 也愈小, 因此, 定积分的值愈大; 反之, 若 r 增大, 则 $r^2/4at$ 也增大。

指数积分函数的性质也还可利用表 2-1-1 的数据绘成如图

2-1-2所示的曲线来说明。该曲线与图2-1-1的曲线在性质上甚为相似。

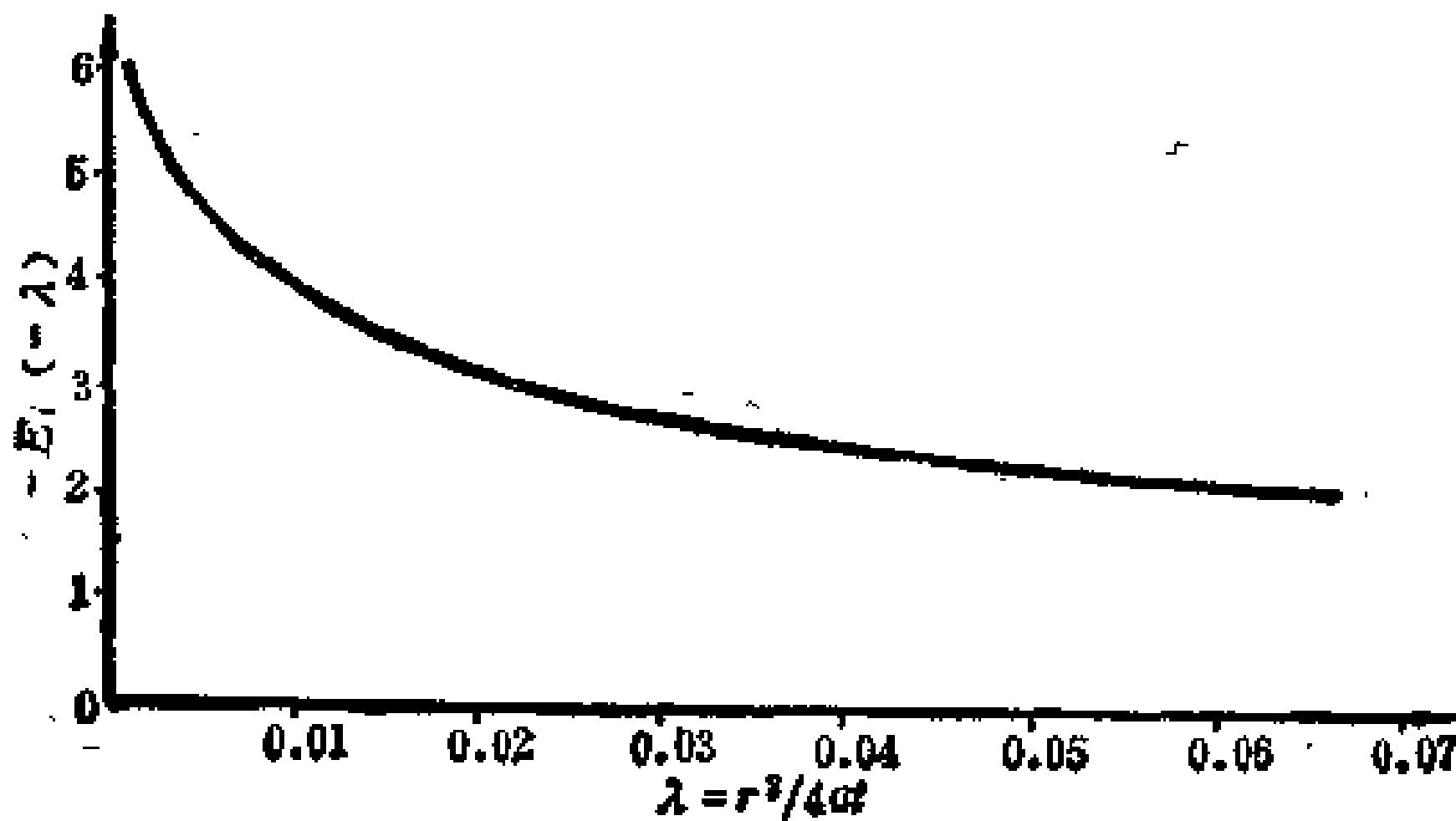


图 2-1-2 指数积分 $-E_1(-\lambda) \sim \lambda$ 关系曲线

表 2-1-1 无补给的无界含水层降落漏斗的等速下降

距离 r (米)	降 速 $2s/\partial t$ (米/日)									
	时 间 t (日)									
	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3
0.1	9.05×10^{-5}	9.9×10^{-4}	9.99×10^{-3}	10^{-1}	10^2	10^1	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
1.0	45	36800	9050	990	100	10	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
10.0	0	0	0.45	368	90.5	9.9	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
100.0	0	0	0	0	0.0045	3.68	0.905	0.099	10^{-2}	10^{-3}
1000.0	0	0	0	0	0	0	45×10^{-5}	368×10^{-2}	9.05×10^{-3}	9.9×10^{-4}

指数积分函数虽然不能用初等函数表示，但它可以展开成如下的渐近级数，即

$$-E_1(-\lambda) = -r - \ln \lambda + \lambda - \frac{1}{2 \cdot 2!} \lambda^2 + \frac{1}{3 \cdot 3!} \lambda^3 + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot n!}$$

式中之 $r=0.5772\dots\dots$ ，称为欧拉常数。当

$$\lambda = \frac{r^2 S}{4 T t} < 0.1 \quad (2-1-2)$$

时，从第三项以后的各项之和比起前两项已相当地小，因而可忽略不计。由此而产生的误差，通常不超过2%，能满足实用上的精度要求。将上述渐近级数简化后，得

$$-E_1(-\lambda) = -\ln \lambda - \ln e^{-0.5772} = \ln \frac{1}{1.78 \lambda}$$

代入式(2-1-1)，即可将它简化成初等函数的形式

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} \ln \frac{2.25 a t}{r^2} \quad (2-1-3)$$

(二) 降落漏斗分析

1. 漏斗扩展规律

由于泰斯公式(2-1-1)未考虑补给，因而它所描述的降落漏斗，始终是一永不稳定和不断向外、向下扩展的过程(图2-1-3)。在这种情况下，井的抽水量完全依靠疏干贮存量(静储量)来供给。

2. 水位下降速度

上述漏斗的竖向扩展的决定因素是水位下降速度(降速)。如将式(2-1-1)对 t 取偏微商，则可得含水层中各点的降速为

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{Q}{4 \pi T} \frac{e^{-(r^2/4at)}}{t} \quad (2-1-4)$$

式中之 $Q/4\pi T$ 是常数, $e^{-(r^2/4at)}$ 可以看作是变系数。由于该变系数是随 r 、 t 而变, 所以降速同为 r 、 t 的函数。但随

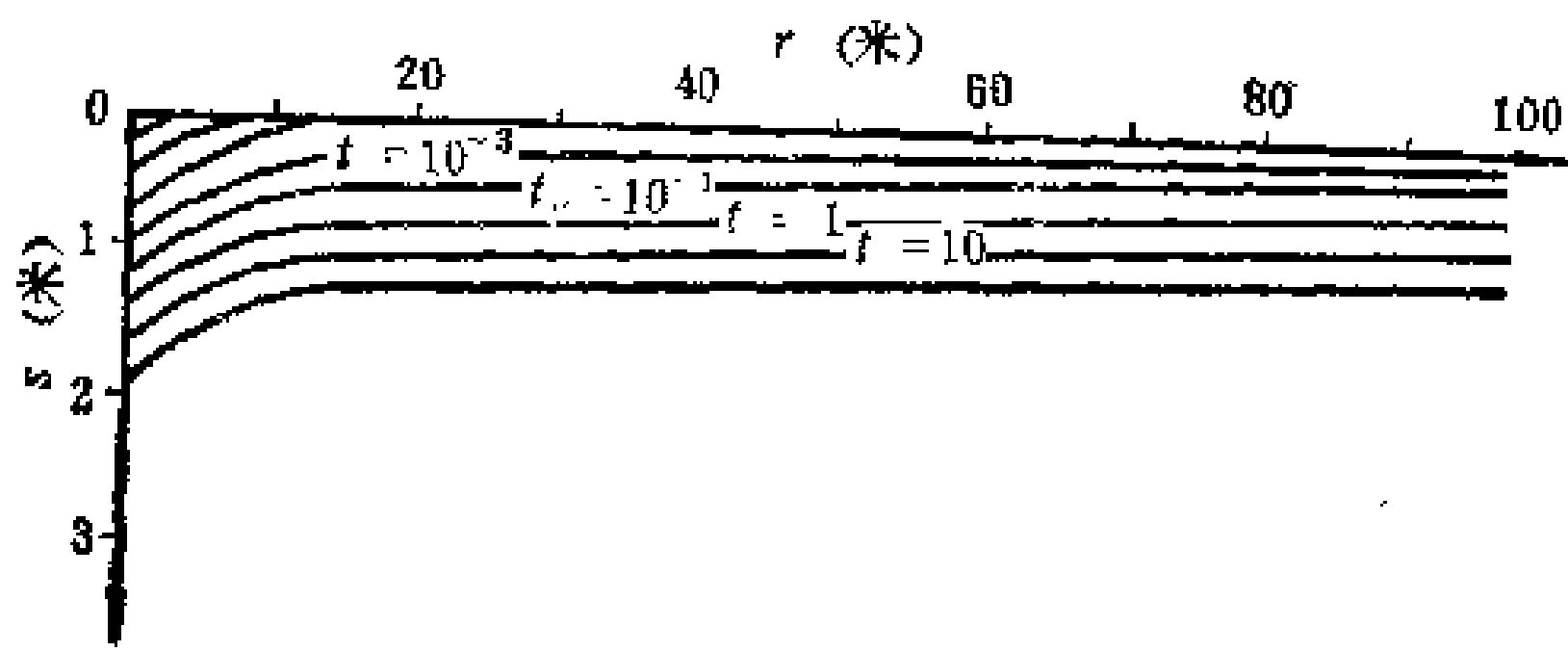


图 2-1-3 无补给的不稳定漏斗曲线

抽水时间的增长, 不同距离的降速渐趋于一致, 漏斗开始等速下降 (表2-1-1)。此时, 降速与 t 成反比, 且其值很小。这就是说, 当变系数 $e^{-(r^2/4at)} \rightarrow 1$ 时, 则式 (2-1-4) 成为

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{Q}{4\pi T} \frac{1}{t} \tag{2-1-5}$$

但所希望得到的降速是与 r 无关的。究竟在什么时候降速才与距离 r 无关, 这取决于变系数 $e^{-(r^2/4at)}$ 。当指数趋于零时, 函数值接近于 1, 所以变系数在 0 与 1 之间变化; 当它趋于 1 时, 这在计算时可不考虑它。

变系数 $e^{-(r^2/4at)}$ 与距离 r 、时间 t 的关系, 根据表2-1-2的数据可以看出, 当 r 很小时, 变系数很快就接近和等于 1; 当 r 很大时, 所需的时间较长。在实际工作中, 倾向于用较短的时间解决问题。在这里, 就产生了一个计算精度问题。从理论上讲, 只有当抽水时间无限延长, 即当 $t = \infty$ 及 $r^2/4at = 0$ 时, 变系数才严格的等于 1, 从而使式 (2-1-5) 得以成立。但是, 在任何有限的时间内, 使用式 (2-1-5)

表 2-1-2 不同距离 r 、时间 t 的 $e^{-(r^2/4at)}$ 值

r (米)	t (日)									
	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3
10^{-1}	0.905	0.99	0.999	1	1	1	1	1	1	1
10^0	4.5×10^{-5}	0.360	0.905	0.99	0.999	1	1	1	1	1
10^1	0	0	4.5×10^{-5}	0.368	0.905	0.99	0.999	1	1	1
10^2	0	0	0	0	4.5×10^{-5}	0.368	0.905	0.99	0.999	1
10^3	0	0	0	0	0	0	4.5×10^{-5}	0.368	0.905	0.99

必定存在一定的误差。当 $r^2/4at < 0.1$ 时，变系数与 $r^2/4at$ 基本上呈直线关系，即

$$e^{-(r^2/4at)} = 1 - (r^2/4at)$$

因此，在此条件下，式 (2-1-5) 代替式 (2-1-4) 而引起的误差是与 $r^2/4at$ 值相等的。如取 $r^2/4at = 0.1$ ，算得的降速的误差为 10%；若取 $r^2/4at = 0.01$ ，误差减少到 1%。可见，抽水的时间愈长，精度愈高。

这里之所以要讨论非稳定流抽水时漏斗的降速规律，就在于可以利用降速来测定渗透系数的缘故。

如果式 (2-1-1) 对 $\ln t$ 取偏微商，就可以得出另一个非常有用的关系，即

$$\frac{\partial s}{\partial \ln t} = \frac{\partial s}{\partial t} \frac{Q}{\partial \ln t / \partial t} = \frac{Q}{4\pi T} e^{-(r^2/4at)} \quad (2-1-6)$$

在半对数纸上，在抽水的初期， $s \sim \ln t$ 曲线由于变系数 $e^{-(r^2/4at)}$ 的参与而呈曲线；而在抽水的后期（抽水时间足够长）， $s \sim \ln t$ 曲线因变系数 $e^{-(r^2/4at)} = 1$ 而呈直线，其斜率为

$$\frac{\partial s}{\partial \ln t} = \frac{Q}{4\pi T} = \text{const}$$

因为该直线的斜率包含着需求的渗透系数 k 。所以，只要知道这一直线的斜率（微商）就可以求出 k 值。这就是用降速法求参数的非稳定流抽水试验的基本原理。

3. 漏斗的水力坡度

将式 (2-1-1) 对 r 取偏微商，就得水力坡度

$$\frac{\partial s}{\partial r} = -\frac{Q}{2\pi T} \frac{e^{-(r^2/4at)}}{r} \quad (2-1-7)$$

利用达西定律和式 (2-1-7) 通过任一半径 r 的圆柱断面的流量为

$$Q_r = 2\pi T r \left(\frac{\partial s}{\partial r} \right) = Q e^{-(r^2/4at)}$$

式中之 Q 是单井的抽水量。比较上式两端可明显地看出，在非稳定过程中，通过含水层的任何半径的圆柱断面的流量是不等的。这是单井抽水中非稳定流和稳定流的一个重大区别。

而两者之间刚好等于变系数，即 $\frac{Q_r}{Q} = e^{-(r^2/4at)} < 1$ 。两者之差：

$$\Delta Q_r = Q - Q_r = Q(1 - e^{-(r^2/4at)})$$

应与半径 r 以内的漏斗疏干率（即单位时间内排除的静储量）相等。

在单井抽水的非稳定流中，不但通过任一圆柱面的流量小于井的抽水量，而且通过所有不同半径的圆柱断面流量都不相等，即

$$\frac{Q_{r_1}}{Q_{r_2}} = \frac{e^{r_2^2/4at}}{e^{r_1^2/4at}}$$

(1) 当在潜水层中抽水时, 产生延迟释水。而延迟系数为常数;

(2) 在潜水层中, 任一垂直断面上的水平流速无变化;

(3) 自由水面的条件被线性化, 并设自由面的压力为零, 即

$$\phi(r, z, t) - z = 0$$

其中的 ϕ 为势, 即

$$\phi = \frac{p}{g\gamma_w} + z$$

式中

p ——水头压力;

g ——重力加速度;

γ_w ——水的密度。

又考虑到水的质点一旦位于自由面上即不再离去, 则

$$\frac{D(\phi - z)}{Dt} = 0$$

式中之 D 系代表追随质点移动的微分。由于

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{v_r}{S_y} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{v_z}{S_y} \frac{\partial}{\partial z}$$

式中之 S_y 就是释水系数 (或给水度 μ), 所以得

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{v_r}{S_y} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{v_z}{S_y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} - 1 \right) = 0$$

因

$$v_r = -k \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad v_z = -k \frac{\partial \phi}{\partial z};$$

代入上式得自由边界方程

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{k}{S_v} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial \phi}{\partial z} \right\}$$

若假定自由面的斜率很小，即

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 \ll \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \ll \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

则可略去前项，即得边界方程的近似式

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{k}{S_v} \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0; \quad z = h \approx h_0$$

式中

h ——动水面高度；

h_0 ——初始自由水面的高度。

若潜水面的下降值很小，可将两者近似地等同起来。在滤水管处，流量

$$Q = 2\pi k h_0 r \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad r \rightarrow 0; \quad 0 \leq z \leq h_0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0; \quad z = 0$$

根据上述三个边界条件解偏微分方程

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

即可得博尔顿的第一公式

$$\begin{aligned} h_0 - \phi = & \frac{Q}{4\pi k h_0} \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda \rho)}{\lambda} \left\{ 1 - \frac{\cosh \beta t}{\cosh \beta h_0} \right. \\ & \left. \times \exp \left(-\frac{k}{S_v} + \beta \operatorname{tg} h \beta h_0 \right) \right\} d\beta \end{aligned} \quad (2-1-12)$$

引入无量纲参数

$$\rho = \frac{r}{h_e}; \quad \tau = \frac{kt}{S_y h_e}$$

则降深为

$$s = \frac{Q}{4\pi k h_e} \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda \rho)}{\lambda} \times \{1 - \exp(-\tau \lambda \operatorname{tg} h \lambda)\} d\lambda \quad (2-1-13)$$

如将定积分记为 $W(\rho, \tau)$ ，即井函数，则式 (2-1-12) 可写成

$$s = \frac{Q}{4\pi k h_e} W(\rho, \tau) \quad (2-1-13')$$

过去，在潜水含水层中做非稳定流抽水试验时，常常沿用承压水的泰斯公式计算参数，其结果往往不很理想，特别是给水度 μ ，不是偏小，就是偏大，不能满足生产上的需要。故须指出，如果抽水时间 τ 足够大时，则可用 λ 代替 $\lambda \operatorname{tg}(h\lambda)$ ，并根据威伯 (Weber) 的第一个积分得

$$V(\rho, \tau) = \frac{1}{2} E_i\left(-\frac{\rho^2}{4\tau}\right) - X_1$$

若 τ 越大，则上式中的校正项 X_1 就越小，从而得出泰斯公式

$$s = \frac{Q}{2\pi k h_e} \left[-E_i\left(-\frac{\rho^2}{4\tau}\right) \right] \quad (2-1-14)$$

这就证明，只有当抽水时间足够长，水位降也不太大时，才能将泰斯公式用于潜水求解参数。

- (2) 越流补给是垂向的；
 (3) 含水层是均质的、等厚的和无限的；
 (4) 井是完整的，并以定流量抽水。其微分方程及边界条件为

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{s}{B^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (2-2-1)$$

$$s(r, 0) = 0 \quad r \geq 0 \quad (2-2-2a)$$

$$s(\infty, t) = 0 \quad t \geq 0 \quad (2-2-2b)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial s(r, t)}{\partial r} = -\frac{Q}{2\pi T} \quad t > 0 \quad (2-2-2c)$$

式中

$s(r, t)$ ——任意时间、距离的降深；

r ——抽水井至任意点的距离；

S ——承压含水层的释水系数；

$T = kM$ (k 为渗透系数, M 为厚度), 即导水系数；

Q ——抽水量；

t ——抽水时间。

其解为

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{1}{z} \exp[-z - r^2/4B^2 z] dz \quad (2-2-3)$$

式中

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt};$$

$$z = \frac{r^2}{4B^2 y};$$

$$B = \sqrt{\frac{T}{p' m'}}, \quad p'、m' \text{ 分别为弱透水层的渗透系数与}$$

厚度。

如果 $B \rightarrow \infty$ ，或越流极小，或抽水时间很短以致越流还没有来得及进入含水层，则式 (2-2-3) 就是无越流的泰斯解，即

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{1}{z} \exp(-z) dz$$

式 (2-2-3) 中的积分函数也常用井函数来表示，记为 $W(u, \frac{r}{B})$ ，故而改写成

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W\left(u, \frac{r}{B}\right) \quad (2-2-4)$$

$W(u, \frac{r}{B})$ 值已由汉图什 (1956) 给出，并绘成如图 2-2-2 所示的标准曲线簇。

纽曼和威瑟斯庞 (1969b) 指出，式 (2-2-4) 仅限于当 $r/\sqrt{T/(p'/m')} < 0.01$ 和 $(r/4)/\sqrt{(S'p')/(TSm')} <$

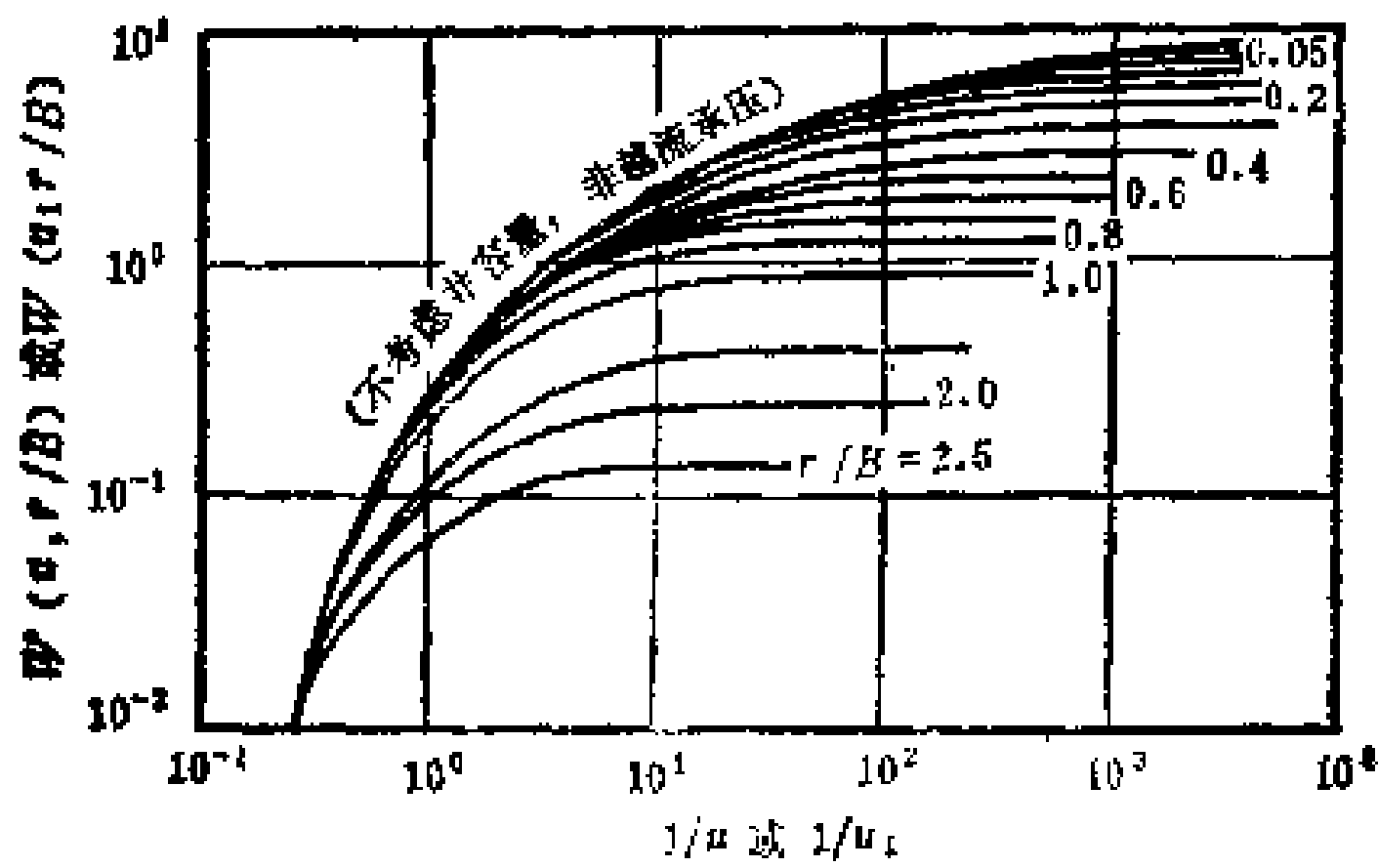


图 2-2-2 越流承压完整井井函数 $W(u, r/B)$ 标准曲线簇

0.01, 或当补给层和含水层的导水系数比值、释水系数比值足够大时才适用。如果使用抽水初期的时间-降深数据和式 (2-2-4), 并当 $(r^2 S)/Tt \leq [r/\sqrt{T/(p'/m')}]^4/80 [(r/4)\sqrt{(S'p')/(TSm')}]^2$ 时, 会出现明显的误差; 如果使用抽水后期的时间-降深数据和式 (2-2-4), 并当 $(r^2 S)/Tt \geq [r/\sqrt{T/(p'/m')}]^4/[(r/4)\sqrt{(S'p')/(TSm')}]^2$ 时, 也会出现明显的误差。

因式 (2-2-4) 是假定抽水井的直径是无限小的, 故当 $t > 30r^2 S/T[1-(10r/B)^2]$ 和 $r/B < 0.1$ 时 (汉图什, 1964), 则对任何 r 值都是正确的。

如果假定弱透水层是可压缩的, 所以就增加了弱透水层的释水量。当 $t < S'm'/10p'$ 、而抽水的影响未达弱透水层顶部时, 则抽水降深公式 (汉图什, 1964) 即为

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u, \tau) \quad (2-2-5)$$

式中

$W(u, \tau)$ ——考虑弱透水层释放水补给的越流承压完整井井函数;

$$\tau = \frac{r}{4} \sqrt{\frac{S'p'}{TSm'}}$$

S' 、 p' 、 m' 分别为弱透水层的释水系数、渗透系数和厚度。

井函数 $W(u, \tau)$ 值已由汉图什 (1964) 给出, 并绘成如图 2-2-3 所示的标准曲线簇。

当抽水时间 $t > 2m'S'/p'$, 且抽水的影响已达弱透水层的顶部时, 则抽水公式 (汉图什, 1964) 为

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W\left(u, \frac{r}{\bar{B}}\right) \tag{2-2-6}$$

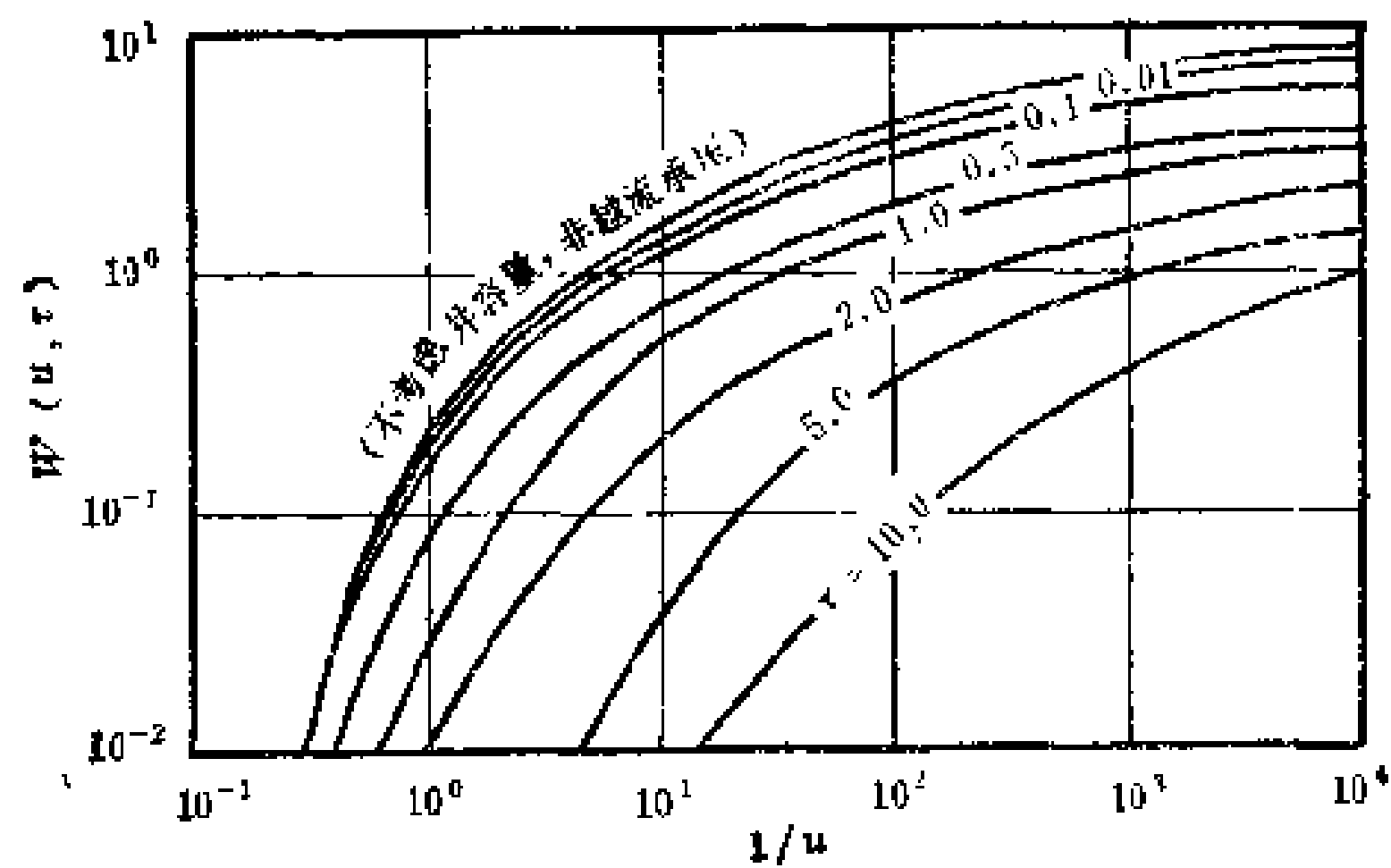


图 2-2-3 考虑弱透水层释放水补给的井函数 $W(u, \tau)$ 标准曲线簇

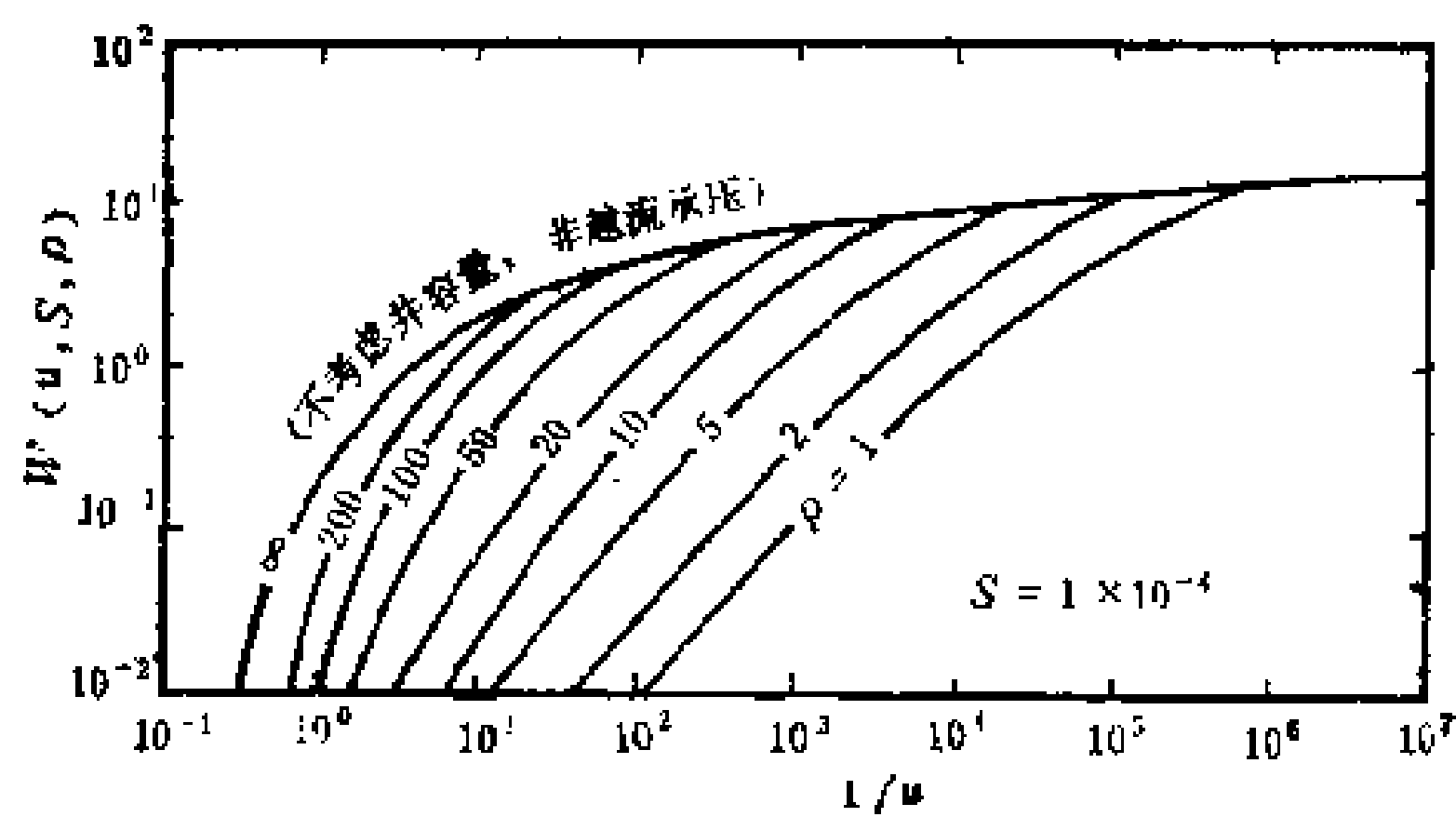


图 2-2-4 考虑抽水井容量的承压完整井井函数 $W(u, S, \rho)$ 标准曲线簇

式中

$$u_1 = \frac{r^2 S}{4Tt \left(1 + \frac{S'}{3S}\right)}$$

井函数 $W(u_1, r/B)$ 值及其标准曲线簇见图 2-2-2。

如考虑抽水井的容量（即井内存水），则承压完整井的抽水公式（帕帕多布洛斯，1967）可写成

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u, S, \rho) \quad (2-2-7)$$

式中

$W(u, S, \rho)$ ——考虑抽水井容量的承压完整井井函数（图2-2-4）；

$$\rho = \frac{r}{r_w} (r_w \text{ 为抽水井半径})。$$

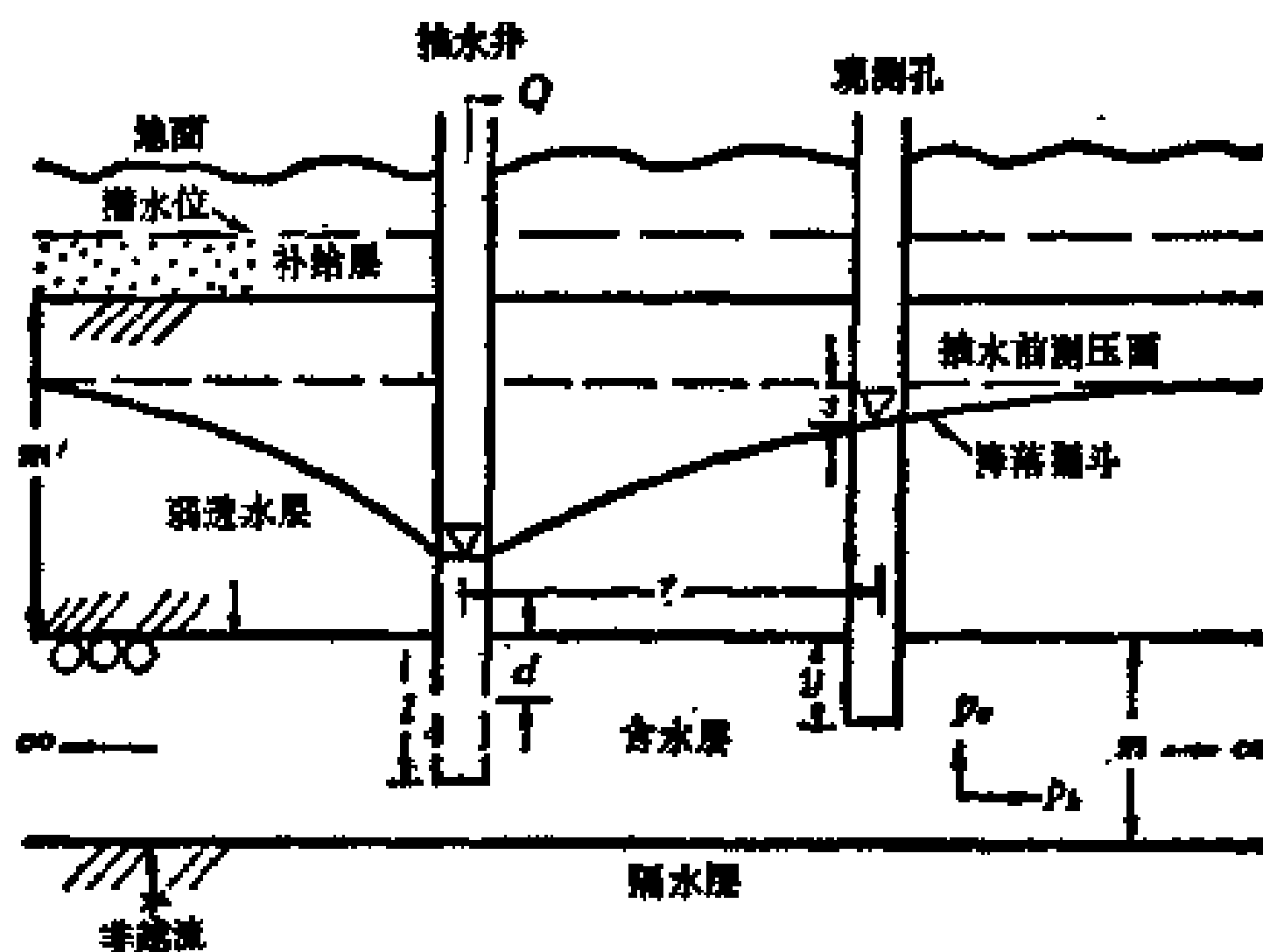


图 2-2-5 有越流补给的承压非完整井抽水试验示意图

(二) 非完整井

有越流补给的承压非完整井抽水如图 2-2-5 所示。降深公式 (汉图什, 1964) 可写成

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[W\left(u, \frac{r}{B}\right) + W\left(\frac{r\sqrt{p_v/p_h}}{m}, l', d', y'\right) \right] \quad (2-2-8)$$

或

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[W(u, r) + W\left(\frac{r\sqrt{p_v/p_h}}{m}, l', d', y'\right) \right] \quad (2-2-9)$$

式中

$$W\left(\frac{r\sqrt{p_v/p_h}}{m}, l', d', y'\right) \text{——越流补给的承压非完}$$

整井的修正函数, 已由韦克斯给出;

$$l' = \frac{l}{m} \quad (l \text{ 为井贯入长度});$$

$$d' = \frac{d}{m} \quad (d \text{ 为非过滤器长度});$$

$$y' = \frac{y}{m} \quad (y \text{ 为观测孔贯入含水层的长度})。$$

二、潜水

潜水井流是与潜水含水层的各向异性、渗流的垂向分速、井的容量、井的完整程度和潜水层的饱和厚度的变化等因素有关。而用来描述潜水层非稳定流抽水的主要是博尔顿和纽曼、威瑟斯庞等人的延滞释水理论和重力弹性效应理论。

(一) 完整井

1. 博尔顿第二公式

从实际抽水试验得知, 潜水的水位下降呈现出三个阶段。第一阶段, 抽水的初期, 潜水位下降好像承压水的一样, 水位下降很快, 时间与降深的关系曲线符合具有弹性释水系数的泰斯公式; 第二阶段, 抽水的中期, 水位下降变缓, 降落漏斗扩展的速度减慢, 水位逐渐趋于暂时的平衡。这与越流含水层接受越流补给趋于稳定的情况相似; 但是, 这种稳定维持了不久, 水位又开始下降, 出现了时间与降深关系曲线的第三阶段即抽水的后期。这一阶段又与具有潜水层给水度的泰斯公式的曲线相符合。可是, 博尔顿第一公式(2-2-11)却不能反映曲线的第一、二阶段的非稳定和假稳定过程。所以, 博尔顿又提出了延迟释水的第二公式。

博尔顿认为, 当时间从 τ 至 $\tau + \delta\tau$ 的瞬刻间, 水位下降了 δs 值时, 单位面积的总释水量系包括了瞬时释水量 $S\delta S$ 和延迟释水量 $\alpha S' e^{-\alpha(t-\tau)}\delta S$ 两部分。其中, α 是经验系数, 其倒数 $1/\alpha$ 即延迟指标; S' 为总延迟释水量, 其值按下式确定

$$S' = \alpha S \int_{\tau}^{\infty} e^{-\alpha(t-\tau)} dt$$

可见, 潜水含水层的单位面积的有效释水系当为上述二者之和, 即

$$S + S' = \eta S$$

其中, $\eta = 1 + \frac{S'}{S}$ 。因 $\frac{S'}{S}$ 的值极大, 故 η 实际上代表了延迟释水量 S' 和瞬时释水量 S 之比。在这假定的基础上, 列出了抽水的微分方程为

$$T \left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} \right) = S \frac{\partial s}{\partial t} + \alpha S' \int_0^t \frac{\partial s}{\partial t} \Big|_{t=\tau} e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau$$

解得降深公式（博尔顿，1963）为

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \int_0^\infty 2J_0\left(\frac{r}{B}x\right) \left\{ 1 - \frac{1}{x^2 + 1} \exp\left(-\frac{\alpha t x^2}{x^2 + 1}\right) - e \right\} \frac{dx}{x} \quad (2-2-10)$$

式（2-2-10）也常用井函数的形式表达，即

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W\left(u_A, u_y, \frac{r}{D}\right) \quad (2-2-10')$$

式中

$$e = \frac{x^2}{x^2 + 1} \exp\{-\alpha \eta t(x^2 + 1)\};$$

$$\eta = 1 + \frac{S'}{S};$$

$$\alpha = \frac{(r/D)^2 / u_y}{4t}, \text{ 其倒数 } 1/\alpha \text{ 即延迟指标};$$

J_0 ——第一类零阶贝塞尔函数；

S ——瞬时释水系数；

S' ——延迟释水系数；

$W(u_A, u_y, \frac{r}{D})$ ——博尔顿第二公式的井函数；

$u_A = \frac{r^2 S}{4Tt}$ （抽水初期）， A 标准曲线纵坐标值的倒数；

$u_y = \frac{r^2 S'}{4Tt}$ （抽水后期）， y 标准曲线纵坐标值的倒数；

$\frac{r}{D} = \frac{r}{\sqrt{T/\alpha S'}}$ ， D 称为疏干因素。

博尔顿第二公式 (2-2-10) 表明, 当 $t > 0$ 时, 函数 ϵ 消失; 当 $t \rightarrow 0$ 时, ϵ 为定值。在抽水初期, 降深是由瞬时释水系数 S 决定的。但随着时间延长便转而为延迟释水系数 S' 及延迟指标 $1/\alpha$ 所控制。从而克服了第一公式的缺点, 基本上能反映出时间与降深关系曲线的三个阶段。

但是, 对博尔顿第二公式 (2-2-10) 中的 α 的物理含义却有不同的解释。例如, 杨和斯迈尔 (Younz and Smiles, 1963)、伐舒 (Vachaud, 1963)、伐舒和宋 (Thong, 1969)、道桑笃 (Dos Santos, 1969)、訖磊 (Gooley, 1971) 等人认为, 潜水的延迟释水主要是自由面以上的非饱和带的水流起重要作用; 而纽曼和威瑟斯庞则认为, 产生延迟释水的原因是含水层的弹性效应。我们认为, 纽曼的理论与方法是目前比较完善、实用的。所以着重介绍纽曼的潜水理论与方法。

2. 纽曼的理论与方法

纽曼提出的潜水井抽水的数学模型如图 2-2-6 所示。他假定潜水含水层是无界的、均质的、水平的 (底板和初始自由面), 井是完整的、常流量的, 渗透性能的主轴平行座标

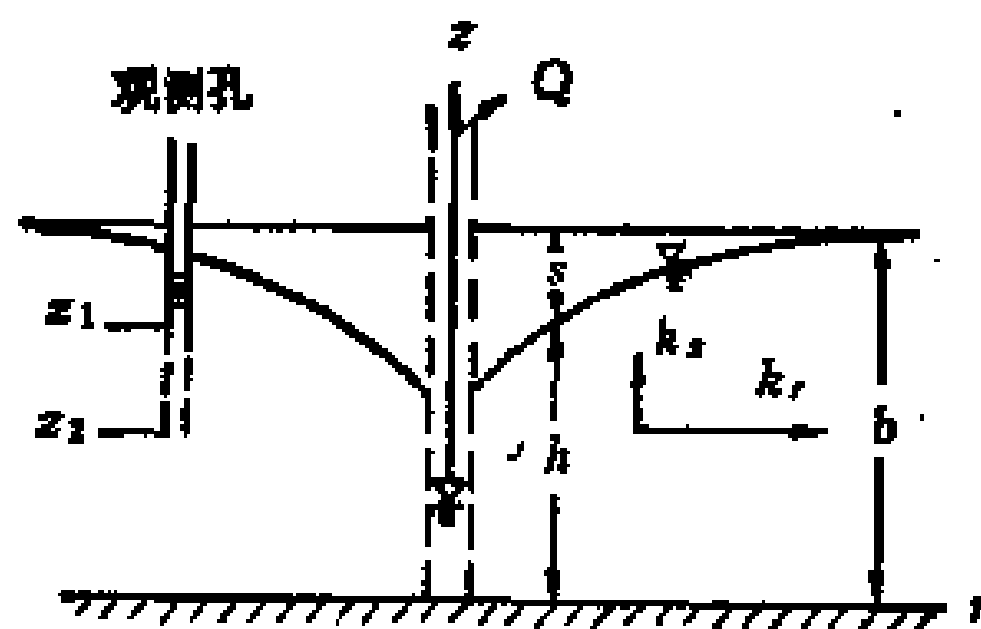


图 2-2-6 潜水含水层抽水的模型

轴。抽水量系来源于：含水层的压缩、水体积的膨胀、自由面重力水的释出。据此建立微分方程及定解条件为

$$k_r \frac{\partial s}{\partial r^2} + \frac{k_r}{r} \frac{\partial s}{\partial r} + k_z \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = S_s \frac{\partial s}{\partial t}; \quad 0 < z < \xi \quad (2-2-11)$$

$$s(r, z, 0) = 0 \quad (2-2-12)$$

$$\xi(r, 0) = b \quad (2-2-13)$$

$$s(\infty, z, t) = 0 \quad (2-2-14)$$

$$\frac{\partial s(r, 0, t)}{\partial z} = 0 \quad (2-2-15)$$

在 (r, ξ, t) 时

$$k_r \frac{\partial s}{\partial r} n_r + k_z \frac{\partial s}{\partial z} n_z = \left(S_s \frac{\partial \xi}{\partial t} - I \right) n_z \quad (2-2-16)$$

$$\xi(r, t) = b - s(r, \xi, t) \quad (2-2-17)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \int_0^t r \frac{\partial s}{\partial r} dz = \frac{-Q}{2\pi k_r} \quad (2-2-18)$$

式中

b —— 潜水层厚度；

ξ —— 自由面高度；

I —— 自由水面上单位面积接受的补给量。

在假定潜水含水层的厚度比潜水面的下降大得很多（即 s/ξ 值很小）的前提下，用一阶线性近似法将动水面移到 $z = b$ ，从式 (2-2-11) 至式 (2-2-15) 消去 ξ ，得

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} + k_0 \frac{\partial s}{\partial z^2} = \frac{1}{a_s} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (2-2-19)$$

$$s(r, z, 0) = 0 \quad (2-2-20)$$

$$s(\infty, z, t) = 0 \quad (2-2-21)$$

$$\frac{\partial s}{\partial z(r, b, t)} = -\frac{1}{a_v} \frac{\partial s}{\partial t}(r, b, t) \quad (2-2-22)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \int_0^b r \frac{\partial s}{\partial r} dz = -\frac{Q}{2\pi k_r} \quad (2-2-23)$$

对式 (2-2-19) 至 (2-2-23) 应用拉普拉斯变换及汉格尔变换后, 获得六个用无量纲参数 $\sigma = s/S_y$ 、 $z_D = z/b$ 、 $b_D = b/r$ 、 $k_D = k_z/k_r$ 、 $t_s = Tt/sr^2$ 、 $t_y = Tt/S_y r^2$ 表达的解为

$$s(r, z, t) = \frac{Q}{4\pi T} \int_0^\infty 4x J_0[x(k_D)^{1/2}] \left[\omega_0(x) + \sum_{n=1}^\infty \omega_n(x) \right] dx \quad (2-2-24)$$

式中

$$\begin{aligned} \omega_0(x) &= \frac{\{1 - \exp[-t_s k_D(x^2 - \beta_0^2)]\} \cosh(\beta_0 z_D b_D)}{\{x^2 + (1 - \sigma)\beta_0^2 - [(x^2 - \beta_0^2)^2 b_D^2 / \sigma]\} \cosh(\beta_0 b_D)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_n(x) &= \frac{\{1 - \exp[-t_s k_D(x^2 + \beta_n^2)]\} \cos(\beta_n z_D b_D)}{\{x^2 - (1 - \sigma)\beta_n^2 - [(x^2 + \beta_n^2)^2 b_D^2 / \sigma]\} \cos(\beta_n b_D)} \end{aligned}$$

β_0 、 β_n 是下列方程的根, 即

$$\frac{\sigma}{b_D} \beta_0 \sinh(\beta_0 b_D) - (x^2 - \beta_0^2) \cosh(\beta_0 b_D) = 0;$$

$$\beta_0^2 < x^2$$

$$\frac{\sigma}{b_D} \beta_n \sin(\beta_n b_D) + (x^2 + \beta_n^2) \cos(\beta_n b_D) = 0;$$

$$\frac{(2n-1)\pi}{2} < \beta_n b_D < n\pi; \quad n \geq 1$$

由于式 (2-2-24) 是线性问题的解, 所以用了迭加原理, 可将此解用于任何多个井的群抽试验。

的膨胀获得的；第二阶段(抽水中期)，重力释水变得特别重要，因而其反映相似于越流含水层获得的越流补给。此时，如 σ 值越小，则重力释水的效果就越好，故越流效应就越显著，这反映在曲线上就是第二阶段所经历的时间较长；第三阶段(抽水后期)，由于抽水时间继续增长，所以该点的弹性释水效应就完全消失，因而时间与降深关系曲线再次趋于泰斯曲线。唯该泰斯曲线的释水系统不再是弹性的，而是重力释水系数 S_g 的无量纲时间 t_D 。

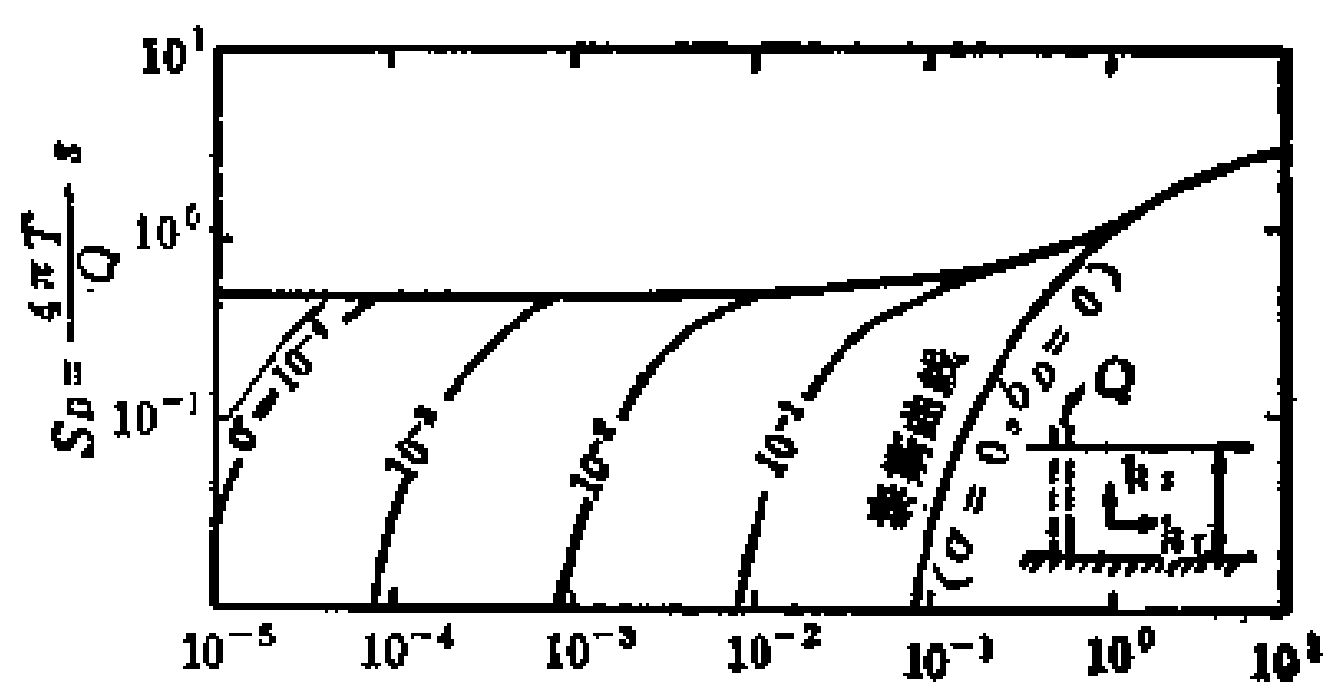


图 2-2-8 当 $z_D=0$ 、 $b_D=1$ 、 $k_D=1$ 时的无量纲降深与无量纲时间 t_D 的关系曲线

关于这一现象，还可反过来用图 2-2-8 加以说明。图2-2-8的纵座标与图2-2-7相同，而横座标则采用包含重力释水系数 S_g 的无量纲时间 t_D ，与图2-2-7相同的五个参数变量 σ 。图 2-2-8 的五条曲线表明，当 σ 值变小，则降深与时间关系曲线的第一阶段所占的周期也随之变小；当 $\sigma \rightarrow 0$ ，第一阶段完全消失。故当抽水一开始，自由面以下各点的水头便瞬时降落。这就说明为什么博尔顿第一公式不能重现降深与时间关系曲线的第一阶段，并且被看成是纽曼公式 (2-2-24) 的特例。

示。它表明，无量纲自由面与一般的时间与降深关系曲线不同，它没有拐点，故其斜率是随 r 单调地变化着。

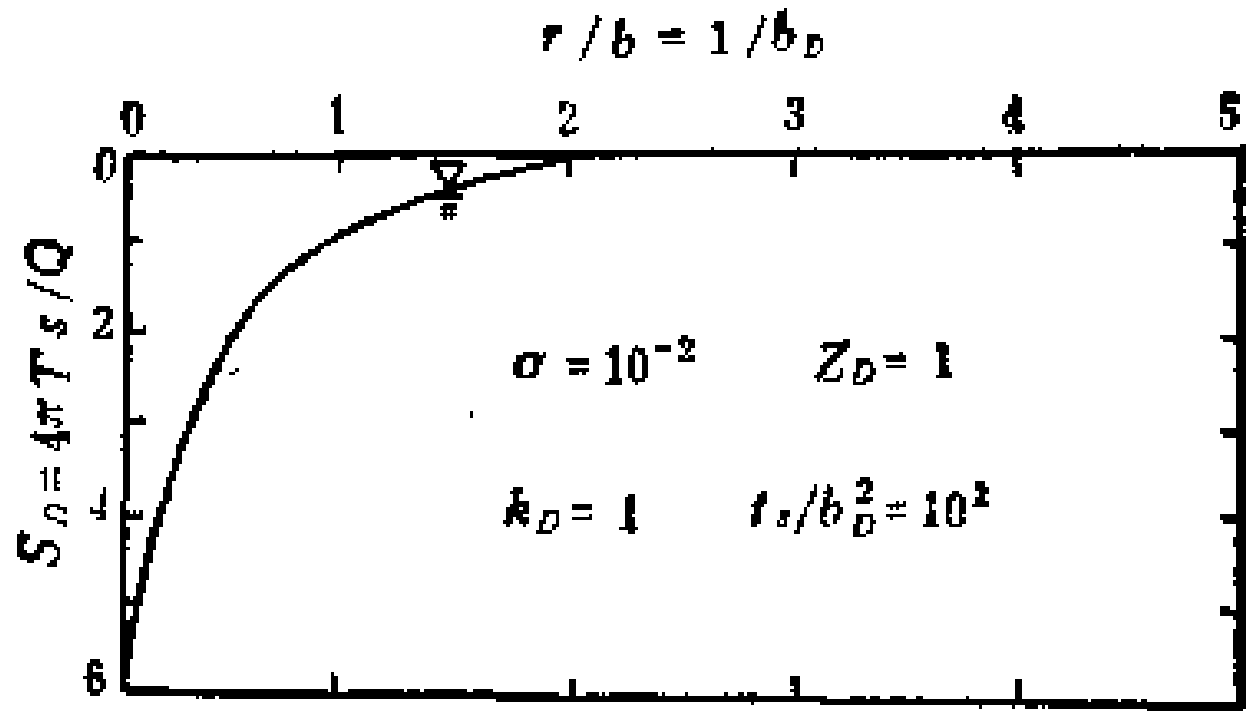


图 2-2-11 对于 $t_0/b_D^2 = 10^3$ 的无量纲自由面的形状

各向异性对降深的影响，用 $z_D = 1$ 、 $b_D = 1$ 的特例说明于图2-2-11。在裂隙基岩中，垂直方向的渗透系数可能大于水平方向的，即 $k_D > 1$ 。但在松散层中，一般 $k_D < 1$ 。图2-2-11说明， k_D 越小，水平分速越大，因而弹性效应及随之而来的延迟作用越显著。

纽曼的解析解对潜水井抽水的非稳定过程的这样一些特点，从理论上作了令人满意的说明。关于此解的应用有三种方法：

(1) 标准曲线法（双对数法）

纽曼的潜水方程式（2-2-24）中有三个独立的参数，即

$$\sigma = \frac{S}{S_v}, \text{ 弹性释水系数与重力释水之比;}$$

$$\beta = \frac{k_z}{k_r} \frac{r^2}{b^2}, \text{ 表征各向异性的无量纲参数;}$$

$t_e = \frac{Tt}{Sr^2}$, 联系于弹性释水系数的无量纲时间。

还有

$t_g = \frac{Tt}{S_g r^2}$, 联系于重力释水系数的无量纲时间。

而 t_e 、 t_g 可用 σ 相联系, 即 $t_g = \sigma t_e$,

无量纲参数有三个之多, 这将使标准曲线多到难以应用的程度。为此, 须将 σ 固定为零值, 以使参数减少到两个。这样即可编制两组标准曲线(图2-2-12), 即A型及B型标准曲线簇。两簇曲线均趋于一组水平渐近线。当 $\sigma \rightarrow 0$, 这组水平线的长度将趋于无穷。这样, 就无法将两组曲线绘在同一张

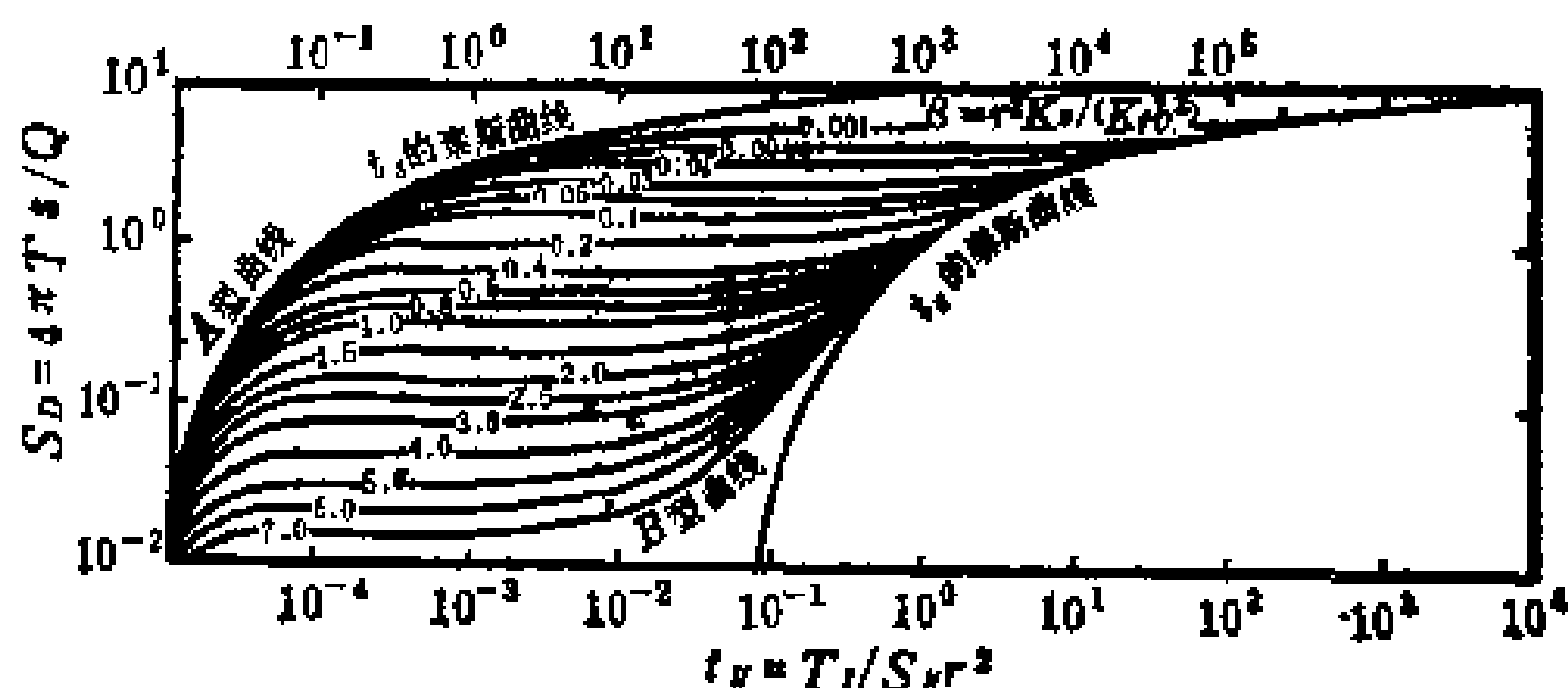


图 2-2-12 潜水完整井标准曲线

图上。为克服这一困难, 可用不同的座标来表示 t_e 和 t_g , 例如图2-2-12的 t_g 就比 t_e 大 10^4 倍。

利用图2-2-12标准曲线来计算含水层的参数, 具体的做法是利用观测孔的降深、时间数据, 在双对数纸上绘制实测曲线, 超覆于B型标准曲线, 保持二者座标轴的相互平行, 移动实测曲线, 使曲线的后期段尽可能与B型曲线中的某一

条取得最佳的重合，记下该条标准曲线的 β 值，并在这两张坐标纸的重迭部分的任何地方选取一配合点，取其实测曲线的坐标值 s^* 、 t^* ；又在标准曲线坐标纸上取其坐标 s_D^* 、 t_D^* 。于是潜水层的导水系数 T 即可按下式算得：

$$T = c_1 \frac{Q s_D^*}{s^*} \quad (2-2-26)$$

而重力释水系数按下式求得

$$S_y = c_2 \frac{T t^*}{r^2 t_D^*} \quad (2-2-27)$$

式中之 c_1 、 c_2 为取决于量纲单位的常数。如用公制，则

$$c_1 = 0.0796; \quad c_2 = 1.0$$

如用英制，则

$$c_1 = 114.6; \quad c_2 = 0.1337$$

然后，用同样的方法步骤，再将实测曲线超覆于 A 型标准曲线，保持两者坐标轴互相平行，使实测曲线的初期数据尽可能最佳地符合于任一条 A 型曲线，而这条曲线的 β 值又必须与上一步骤中已确定的值相同。在重迭部分征取一配合点，记下其坐标值， s^* 、 t^* 及 s_D^* 、 t_D^* 。导水系数 T 仍由式 (2-2-26) 算得；而弹性释水系数则改用下式求算，即

$$S = c_2 \frac{T t^*}{r^2 t_D^*} \quad (2-2-28)$$

c_2 的取值仍与式 (2-2-27) 同。

已知含水层的 T 值，便可按下式计算水平方向的渗透系数 k_r ，即

$$k_r = \frac{T}{b} \quad (2-2-29)$$

各向异性程度 k_D ，可从 β 值算得，即

数，其具体步骤是：先将观测孔的实测降深、时间值，点在以降深为自然数的半对数纸上，之后把抽水后期的倾斜直线延长，使之与水平轴（ $S=0$ ）相交。取其交点的时间（记为 t_L ），再在这直线上取横跨一个时间对数周期的降深差（记为 ΔS_L ）。于是，按下式求导水系数：

$$T = c_3 \frac{Q}{\Delta S_L} \quad (2-2-37)$$

而释水系数按下式计算：

$$S_y = c_4 \frac{T t_L}{r^2} \quad (2-2-38)$$

此处， c_3 、 c_4 是由量纲单位决定的常数。如用公制，则

$$c_3 = 0.1833; \quad c_4 = 2.246$$

如用英制，则

$$c_3 = 263.9; \quad c_4 = 0.3003$$

其次，将实测曲线的水平线段延长交于其后期的直线段，取其交点的时间（记为 t_p ）。将已求得的 T 、 S_y 值代入下式算出无量纲时间参数 $t_y \beta$ ，即

$$t_y \beta = c_2 \frac{T t_p}{S_y r^2} \quad (2-2-39)$$

这里，系数与式（2-2-27）的相同。

已知 $t_y \beta$ 即可直接从图2-2-14曲线上求得 β 值。

如降深与时间关系曲线的初期部分也是一条与后期倾斜直线相平行的直线，则可将该直线延长交于 $s=0$ 的水平轴，取交点的时间（记为 t_E ），再在此直线上取横跨一个时间对数周期的降深差 Δt_E 。这样，即可按下式计算导水系数

$$T = c_3 \frac{Q}{\Delta S_E} \quad (2-2-40)$$

c_2 值与式 (2-2-37) 同; 而弹性释水系数则按

$$S = c_1 \frac{T t_E}{r^2} \quad (2-2-41)$$

计算 c_1 值与式 (2-2-38) 同。但是, 如果初期的曲线不呈直线, 则此步骤不能应用。

其它各参数的求法与标准曲线法相同, 但 σ 应按下式求得:

$$\sigma = \frac{t_E}{t_i} \quad (2-2-42)$$

(3) 水位恢复法

式 (2-2-24) 的模型是从假设延迟释水效应无须考虑非饱和流, 而仅仅是将潜水含水层当作可压缩的, 并将自由面当作一可移动的物质边界进行模拟的。这意味着压力水头和非饱和带的含水量之间的滞后现象在此模型中不起作用, 从而保证延迟效应是完全可逆的, 亦即式 (2-2-24) 不仅可用于抽水, 而且可用于水位恢复。因而, 也可利用恢复水位数据测定潜水含水层的导水系数。

即令 t 为自抽水开始算起的时间, t_i 为从停抽和水位开始恢复时起算的时间。将剩余降深对 t/t_i 值点在半对数纸上 (前者应置于自然数轴上)。由此可以看出, 当 t_i 为大值时 (即 t/t_i 为小值时), 这些数据倾向于落在一直线上。如 ΔS_L 是一个对数周期的剩余降深之差, 则 T 值可直接由式 (2-2-40) 算得。

为什么水位恢复初期的数据不落在直线上呢? 纽曼是这样解释的: 当抽水一停止, 自由水面不是立刻有反应。因此, 直到由停抽产生的弹性效应消失之前, 井内的水位恢复数据就不落在一直线上。

(二) 非完整井

如果是非完整井（图2-2-15）抽水试验，则其降深公式（斯特列特索瓦，1971）为

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u_A, u_B, \beta, l', y') \quad (2-2-43)$$

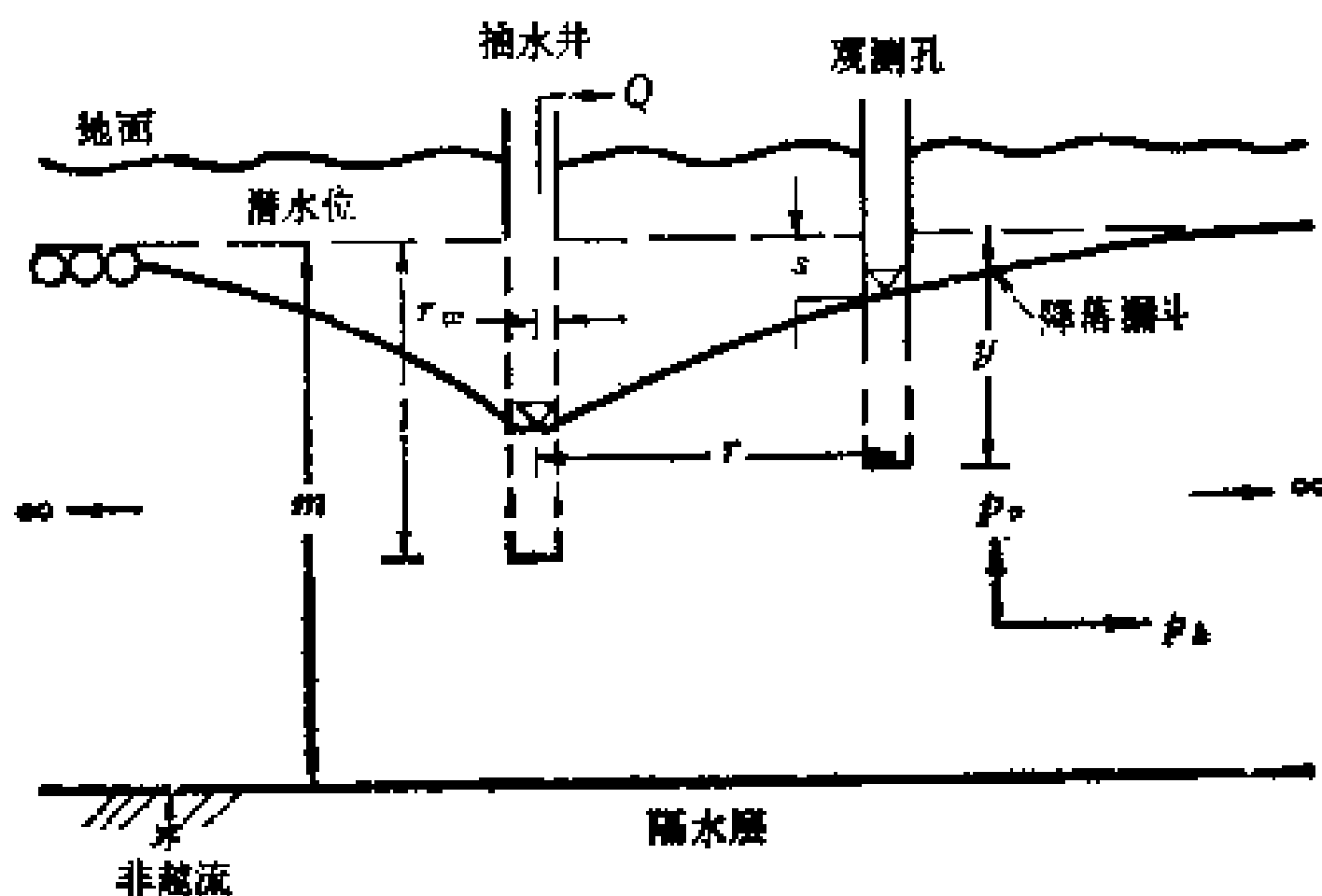


图 2-2-15 潜水非完整井抽水试验示意图

式中

$W(u_A, u_B, \beta, l', y')$ ——潜水非完整井井函数；

$$l' = \frac{l}{m};$$

$$y' = \frac{y}{m};$$

l ——静止水位至井底的距离；

y ——静止水位至观测孔孔底的距离；

$$\beta = \frac{r^2 p_o}{m^2 p_k};$$

p_v ——潜水含水层的垂直方向的渗透系数；

p_h ——潜水含水层的水平方向的渗透系数。

$W(u_A, u_B, \beta, l', y')$ 值可绘制成如图2-2-16所示的标准曲线。

当井径无限小和不考虑抽水井内存水时，式（2-2-43）才是正确的；但是，如果考虑抽水井容量，则潜水非完整井的抽水公式（博尔顿和斯特列特索瓦，1976）为：

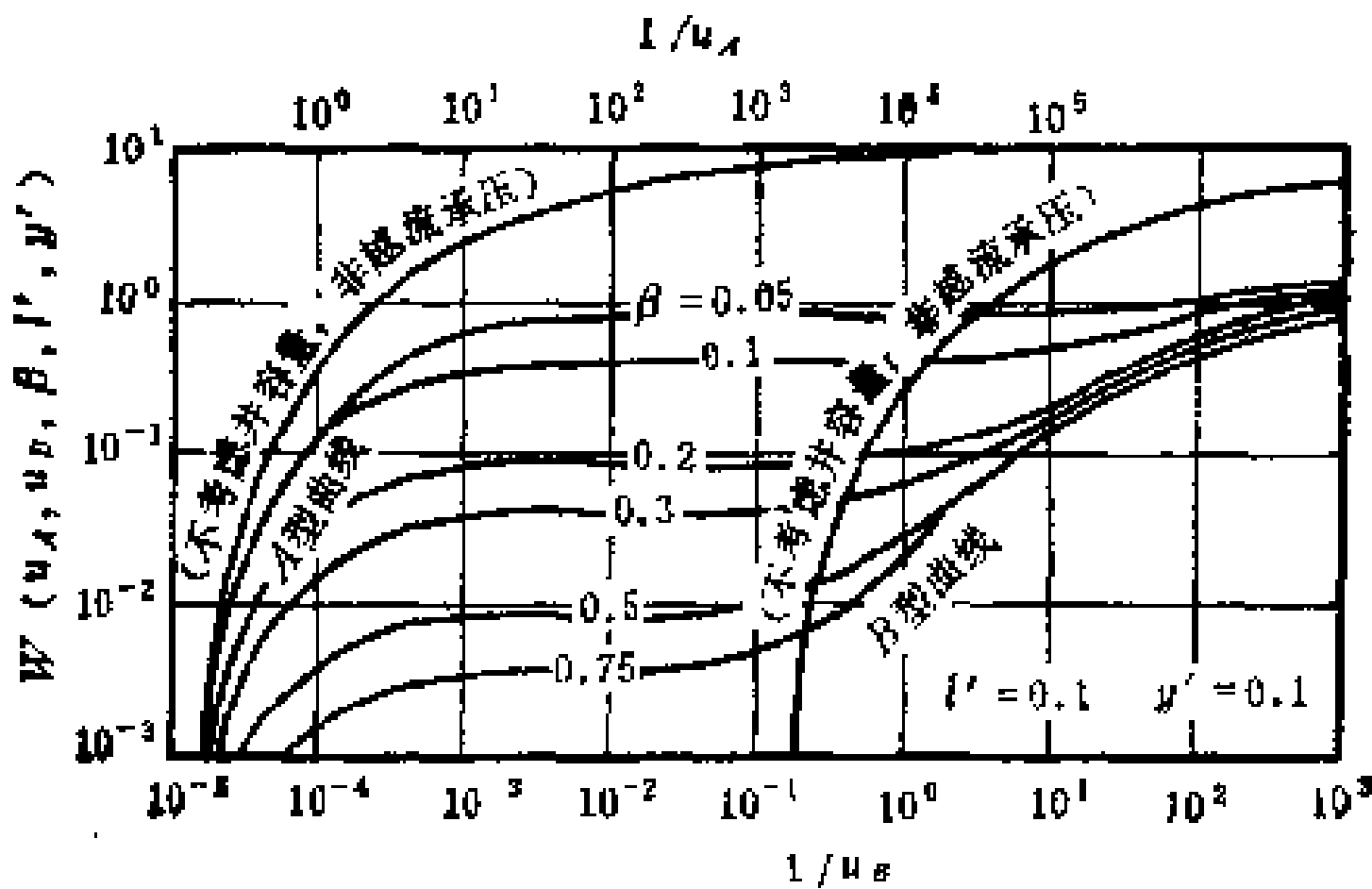


图 2-2-16 潜水非完整井标准曲线

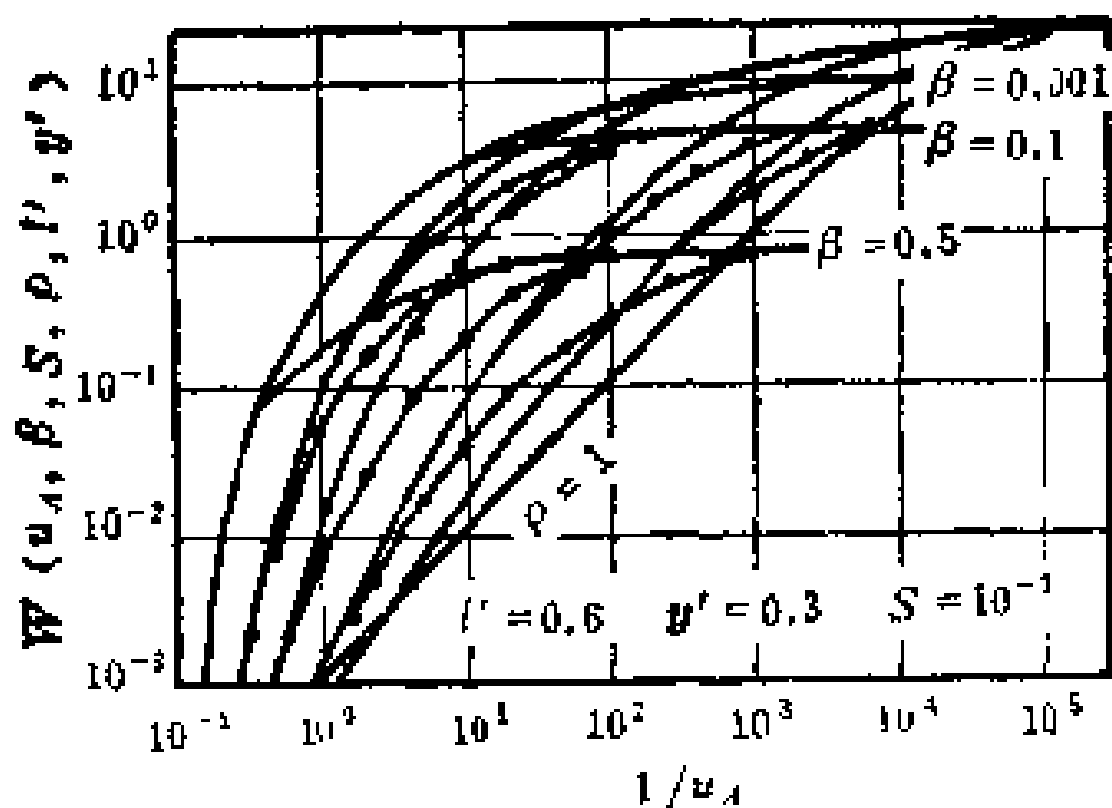


图 2-2-17 考虑抽水井容量的潜水非完整井井函数标准曲线

$$s = -\frac{Q}{4\pi F} W(u_1, S, \rho, \beta, l', y') \quad (2-2-44)$$

考虑抽水井容量的井函数已绘成如图2-2-17所示的标准曲线。

第三节 有补给的有界含水层非稳定流抽水

一、有补给的潜水含水层

如在不补给的有界潜水含水层（图2-3-1）中进行非稳定流抽水试验时，其抽水公式为

$$\begin{aligned} s = & \frac{1}{\mu LB} \left(f_e LB - \sum_{i=1}^N Q_i \right) \bar{t} \\ & - \frac{2}{\pi^2 k h} \sum_{i=1}^N Q_i \left\{ \frac{B}{L} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \cos \frac{m\pi y_1}{B} \cos \frac{m\pi y}{B} \right. \\ & + \frac{L}{B} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos \frac{n\pi x_1}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} + \frac{2}{LB} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \\ & \times \left. \left(\frac{n}{L} \right)^2 + \left(\frac{m}{B} \right)^2 \cos \frac{n\pi x_1}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{m\pi y_1}{B} \cos \frac{m\pi y}{B} \right\} \end{aligned} \quad (2-3-1)$$

式中

μ ——潜水含水层的给水度；

L ——潜水含水层的长度；

B ——潜水含水层的宽度；

k ——渗透系数；

f_e ——下渗率；

Q_i —— i 号井的抽水量。

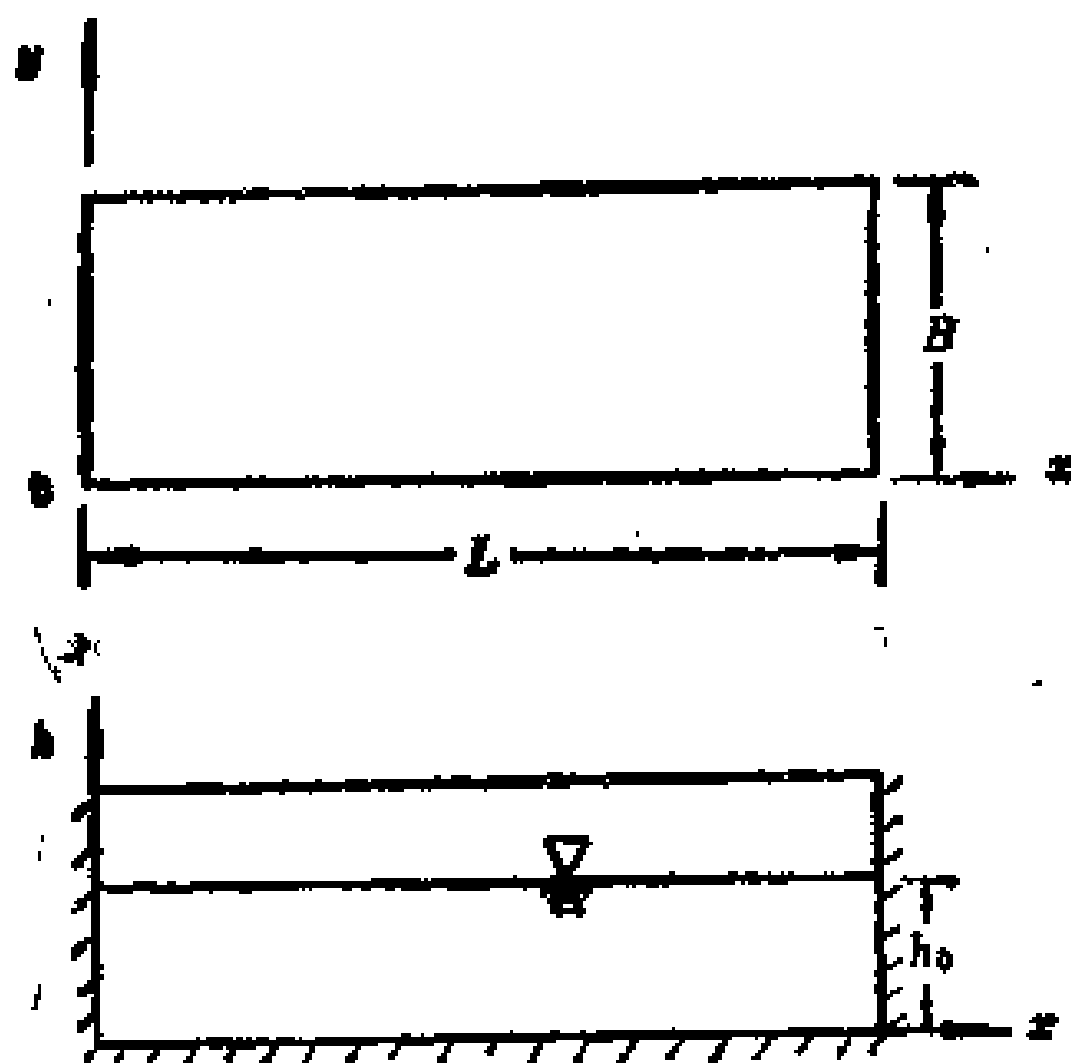


图 2-3-1 有补给的有界潜水含水层抽水示意图

由于上式右侧第三项代表 N 口井抽水时降落漏斗的曲面；第二项代表该曲面升降的速度，而其括号中的 $f_0 LB$ 系代表单位时间内的补给量；而 $\sum_{i=1}^N Q_i$ 代表 N 口井的总抽水量。所以上式说明：

(1) 当 $f_0 LB = \sum_{i=1}^N Q_i$ ，即抽水量等于补给量时，因第二项等于零，故抽水降落漏斗是稳定的。

(2) 当 $f_0 LB > \sum_{i=1}^N Q_i$ ，即抽水量小于补给量时，降落漏斗上升，且大得越多，上升得越快。当上升到极限蒸发深度以上，多余的补给量即转化为蒸发量而排泄；或上升到含水层的某一溢出高度时，多余的补给量即转化为溢出量

(泉)。

(3) 当 $f_0 L B < \sum_{i=1}^N Q_i$, 即抽水量大于补给量时, 降

落漏斗下降, 其下降速度只与超过量成正比。

有了式 (2-3-1) 即可求得无补给的潜水含水层的参数。

二、抽水量大于补给量的承压含水层

如在图2-3-2所示的承压含水层中进行非稳定流抽水试验, 当抽水量 $\sum_{i=1}^N Q_i$ 大于补给量 $\sum_{i=1}^N Q_i = k B \frac{h_0}{L}$ 时, 其抽水公式为:

$$s(x, y, t) = \frac{\sum_{i=1}^N Q_i}{L B M S} t + s_1(Q_i, N, x, y) + s_2(Q_i, N, x, y) \quad (2-3-2)$$

式中

Q_i —— i 号井的抽水量;

Q_N —— N 号井的抽水量;

S —— 含水厚的弹性给水度;

M —— 含水层的厚度;

B —— 含水层的宽度;

L —— 含水层的长度;

N —— 井数;

t —— 抽水时间。

$$s_1(Q_i, N, x, y) = \frac{4}{\pi^2 k M B} \sum_{i=1}^N Q_i \left\{ L \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \times \cos \frac{(2n-1)\pi(L-x_i)}{2} \cdot \cos \frac{(2n-1)\pi(L-x)}{2L} \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\left(\frac{2n-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{m}{B}\right)^2} \cos \frac{(2n-1)\pi(L-x_1)}{2L} \right. \\
& \times \left. \cos \frac{n\pi y_1}{B} \cos \frac{(2n-1)\pi(L-x)}{2L} \cos \frac{m\pi y}{B} \right\}
\end{aligned}
\tag{2-3-3}$$

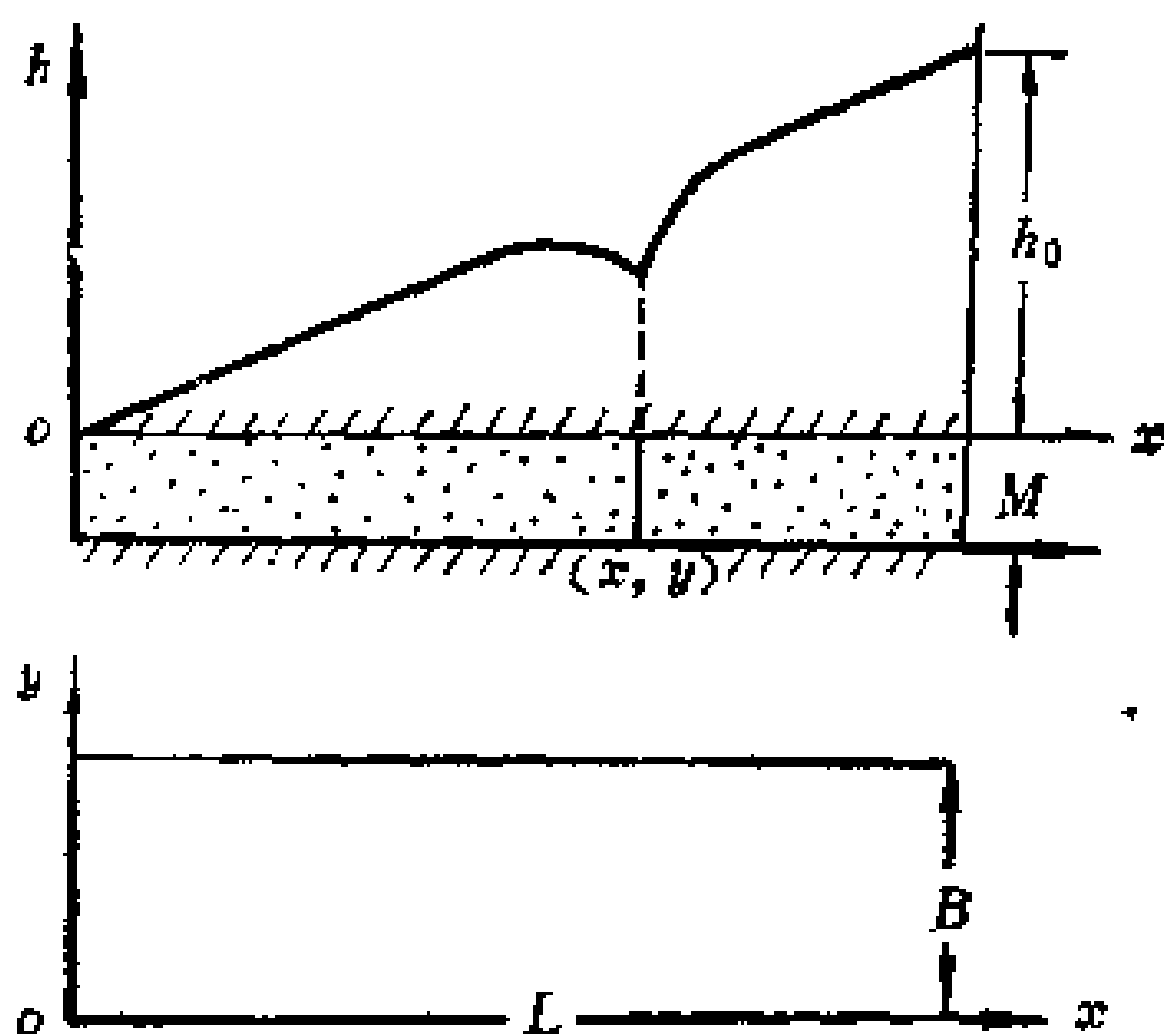


图 2-3-2 抽水量大于补给量的承压含水层示意图

$$\begin{aligned}
s_2(Q_1, N, x, y) = & \frac{2}{\pi^2 k M} \sum_{j=1}^N Q_j \left\{ \frac{1}{B} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos \frac{n\pi x_j}{L} \right. \\
& \times \cos \frac{n\pi x}{L} + \frac{B}{L} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \cos \frac{m\pi y_j}{B} \cos \frac{m\pi y}{B} \\
& + \frac{2}{LB} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{n}{L}\right)^2 + \left(\frac{m}{B}\right)^2} \cos \frac{n\pi x_j}{L} \cos \frac{m\pi y_j}{B} \\
& \times \left. \cos \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{m\pi y}{B} \right\}
\end{aligned}
\tag{2-3-4}$$

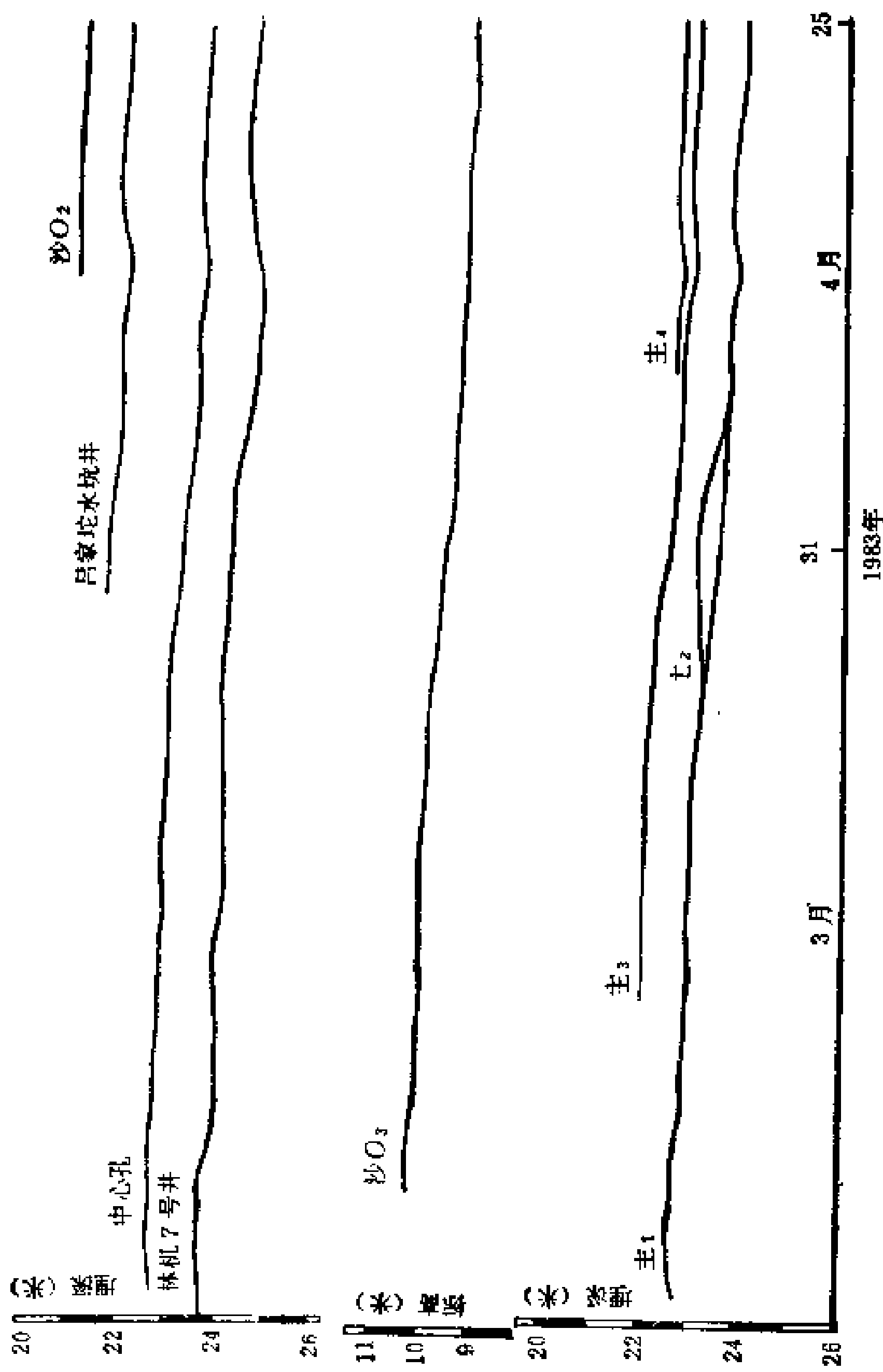


图 2-3-3 唐山东沙坨水源灰岩 (O₂) 抽水历时曲线

式 (2-3-1) 表明, 当 $\sum_{j=1}^N Q_j > \sum_{i=1}^N Q_i$, 即抽水量大于补给量时降落漏斗就是在 $s_1(Q_i, N, x, y) + s_2(Q_j, N, x, y)$ 降深曲面的基础上, 各点均呈等速直线下降 (图2-3-3)。如果点 (x, y) 固定, 则 $s \sim t$ 曲线是呈以 $s_1 + s_2$ 为截距, 以 $\sum_{j=1}^N Q_j / LBMS$ 为斜率的一条直线。如 $LBMS$ 为常数, 则下降速度与超补给量 $\sum_{j=1}^N Q_j$ 成正比。

第四节 恢复水位公式

根据迭加原理, 可将停抽后的恢复水位的过程当作在抽水井内注入同等流量的结果, 并视抽出量为 $+Q$, 注入量为 $-Q$ 。二者迭加即得零流量, 这就符合抽水井停抽后的实际情况。迭加 (停抽) 后的恢复水位公式为

$$s = \frac{Q}{4\pi k M} \int_{(1.12/R_y)^2 a(t-t')}^{\infty} e^{-\alpha - x^2/4\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha} - \int_{(1.12/R_y)^2 a}^{\infty} e^{-\alpha - x^2/4\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha} \quad (2-4-1)$$

式中

t —— 抽水时间;

t' —— 停抽时间。

若抽水时间很长, 漏斗已达稳定后才停抽恢复水位, 则因式 (2-4-1) 中的定积分

$$\int_{(1.12/R_y)^2 a(t-t')}^{\infty} e^{-\alpha - x^2/4\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha} \approx 0$$

而使式 (2-4-1) 变为

$$s = \frac{Q}{4\pi k M} \int_{(1.12/R_g)^2 u(t-t')}^{\infty} e^{-\alpha - r^2/4\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha} \tag{2-4-2}$$

这表明水位开始恢复。

如果抽水时间不长，漏斗未达稳定就停抽，那么，由于式 (2-4-1) 右端的第二项定积分的作用，在 r 相当远的地方，其水位还在下降；而在 r 相当近的地方，其水位却已经开始恢复（上升）。这样，恢复曲线与降落曲线就不相符合。但随着水位恢复的时间 t' 的增长而很快地吻合。

恢复水位也还可以表达为

$$H = s_{max} - s(t) \tag{2-4-3}$$

式中

H ——从稳定降深 s_{max} 起算的恢复水位；

$s(t)$ ——从抽水开始至恢复水位时的降深。

将式 (1-5-3)、(2-4-2) 代入式 (2-4-3) 便得恢复水位公式

$$H = \frac{Q}{4\pi k M} \left\{ 2K_0 \left(\frac{1.12r}{R_g} \right) - \int_{(1.12/R_g)^2 u(t-t')}^{\infty} e^{-\alpha - r^2/4\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha} \right\} \tag{2-4-4}$$

由于恢复水位法不受人工、机械、动力等因素所造成的水位波动的影响，所以水位观测误差大大减小。无疑，用恢复水位法要比水位降落法测定含水层的参数更准确、可靠和优越。

第五节 井内竖向水流的水头损失、井 的非完整性、三维流、紊流对非稳定流 抽水试验的影响

正如第一章所述的，现有的单井非稳定流抽水公式同样均未考虑水头损失而引起的三维流、紊流的影响。然而，这些影响又是十分显著的。所以，就有必要了解这些因素对非稳定流抽水试验的影响。

一、井内竖向水流的水头损失与三维流的影响

(一) 井内竖向水流的水头损失与三维流降深

当井抽水时，在地下水流入滤水管的过程中，如管内的流速过大，则不可避免地会由于管内竖向流速的变化而引起水头损失。而且，还使地下水向井孔流集时，会在井周含水层中产生三维流，即降深是 x 、 y 、 z 的函数。用来描绘这一现象的微分方程是

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (2-5-1)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{kM}{S} \quad (\text{承压水}); \\ a &= \frac{k\bar{h}}{\mu} \quad (\text{潜水}); \end{aligned} \right\} \quad (2-5-2)$$

S ——承压含水层的弹性释水系数；

μ ——潜水含水层的给水度；

\bar{h} ——潜水含水层的平均厚度；

M ——承压含水层的厚度；

k —— 渗透系数。

式 (2-5-1) 等号右侧第二项系表示水位下降速度即降速。在没有补给的情况下, 该项是为了平衡抽水量而疏干地下水的储存量而引起的。

在无界含水层中, 式 (2-5-1) 的定解条件是

$$t=0; \quad s=0 \quad (2-5-3)$$

$$r \rightarrow \infty; \quad s=0 \quad (2-5-4)$$

$$r=r_w; \quad \int_0^M \frac{\partial s}{\partial r} \partial z = -\frac{Q}{2\pi k r_w} \quad (2-5-5)$$

$$r=r_w; \quad \frac{\partial s}{\partial z} = \frac{Q^2}{g\pi^2 r_w^4 M} \left[\frac{Mf}{4r_w} \left(\frac{z}{M} \right)^2 + \frac{2z}{M} \right] \quad (2-5-6)$$

据此解得式 (2-5-1) 的非稳定降深公式为

$$\begin{aligned} s(z) = & \frac{Q}{4\pi k M} \int_{r_w^2/4\alpha t}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{4Q^2}{g\pi^4 r_w^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \\ & \times \cos \frac{n\pi z}{M} + \frac{fMQ^2}{2g\pi^4 r_w^5} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos \frac{n\pi z}{M} \\ & - \frac{fMQ}{g\pi^6 r_w^5} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n - 1}{n^4} \cos \frac{n\pi z}{M} \quad (2-5-7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_w = & \frac{Q}{4\pi k M} \int_{r_w^2/4\alpha t}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{Q^2}{g\pi^2 r_w^4} \left[\frac{fM}{12r_w} \left(\frac{z}{M} \right)^3 \right. \\ & \left. + \left(\frac{z}{M} \right)^2 - \frac{fM}{48r_w} - \frac{1}{3} \right] \quad (2-5-8) \end{aligned}$$

式中

g —— 重力加速度;

$f = \frac{64}{R}$ (层流), 滤管摩阻系数;

$f = 2GJR$ (紊流), 滤管摩阻系数;

J —— 与管壁糙度有关的系数;

R —— 雷诺数。

由式 (2-5-7)、(2-5-8) 可以看出, 当滤水管内竖向流速大到不可忽视的程度时, 无补给的无界含水层单井抽水的非稳定降深也是由二维的和三维的两部分组成的。其中, 二维降深在抽水的整个过程中都与时间无关; 而另一部分的三维降深是否与时间有关, 是随含水层中的位置而定的。从式 (2-5-7) 看出, 它与时间无关。在抽水一开始, 该部分降深就已形成, 直到抽水終了, 始终保持常数。也就是说, 在滤水管壁或管内, 非稳定降深与三维流有关; 而由式 (2-5-8) 也可看出, 在含水层中的任一点, 它也是时间的函数。

(二) 三维流对参数的影响

这样, 如果用非稳定流抽水试验的 $s_w \sim \lg t$ 曲线的斜率来求渗透系数 k 值, 那就无须考虑三维流的影响, 这就可以大大简化计算。但是, 如果用 $s_w \sim \lg t$ 曲线的斜率去求潜水含水层的给水度 μ 或承压含水层的释水系数 S , 那就必须考虑三维流的影响, 并加以消除, 否则其计算结果必然偏小而失真。

在实际工作中, 用来计算渗透系数的常用方法是非稳定流降速法, 即用常流量非稳定流抽水试验所得的一系列 (s_w 、 t) 数据, 据此在半对数纸上绘制 $s_w \sim \lg t$ 曲线。之后, 在该曲线上取其直线段的斜率 $\partial s_w / \partial \lg t$ 。这个斜率即反映了抽水井水面的降速。

由前已述及的泰斯公式得知, 该斜率与渗透系数 k 值存

有着如下的关系，即

$$k = \frac{2.3Q}{4\pi M(\partial s_w / \partial \lg t)} \quad (2-5-9)$$

由此可见，用非稳定流降速法求 k 值的关键是斜率 $\partial s_w / \partial \lg t$ 。

如果将三维流非稳定降深公式对 $\lg t$ 取偏微商，并以 $r = r_w$ 代入，又令抽水时间 t 延长到使

$$\frac{r_w}{4at} < 0.01$$

则得

$$\frac{\partial s_w}{\partial \lg t} = \frac{2.3Q}{4\pi k M} \quad (2-5-10)$$

若比较一下式 (2-5-10)、(2-5-9) 就可看出，两式完全相同。因而说明，不管由于滤水管内的竖向流速的变化而造成的三维流降深有多大，斜率 $\partial s_w / \partial \lg t$ 的值都是一样的。从而证明，三维流降深的存在与否，这对于用非稳定流降速法计算 k 值来说，毫无影响。

然而，在实际工作中，为何用非稳定流泰斯公式（降速法）算得的 k 值常常比用稳定流的裘布衣公式算得的 k 值偏大好多，这是因为后者是由抽水井水面降深的绝对值所决定的，其中包括了三维流非稳定流降深值在内。如果三维流降深值的比重愈大，则所得的 k 值偏小愈多。若从中消除（减去）三维流降深值，再代入裘布衣公式算出 k 值，其结果必然与非稳定流降速法所得的 k 值相近（见第五章第三节实例）。

一般相对比较而言，用非稳定流降速法求得的 k 值“偏大”是正确的，而用未经修正过的降深值按稳定流的裘布衣

时，便成为与抽水延续时间无关的常数。

从式 (2-5-14) 可以看出，在承压含水层中，一般在抽水开始的头数十秒钟内，非完整性的三维流降深即达稳定；而在潜水含水层中，却要到数十分钟后才达稳定。这一点对于非完整井的非稳定流抽水试验是很重要的。

(二) 井的非完整性对参数的影响

关于井的非完整性对参数计算的影响，最突出的是对斜率 $\frac{\partial s_w}{\partial \lg t}$ 的影响。如果将非完整井非稳定降深公式对 $\lg t$ 取偏微分商，就可以得到

$$\frac{\partial s_w}{\partial \lg t} = \frac{2.3Q}{4\pi k M} e^{-(r_w^2/4at)} + \frac{2.3Q}{\pi^2 k l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\sin \frac{n\pi b_2}{M} - \sin \frac{n\pi b_1}{M} \right) \cos \frac{n\pi z}{M} e^{-(r_w^2/4at) - (n\pi/M)^2 at} \quad (2-5-15)$$

如抽水时间延长到式 (2-5-15) 及 $r_w^2/4at < 0.01$ 时，则式 (2-5-15) 与式 (2-5-9) 所表达的完整井的斜率 $\frac{\partial s_w}{\partial \lg t}$ 完全一致。从而证明，当用非稳定流降速法求 k 值时，可不考虑井的完整性的影响，也都能得到同样的 k 值。

但是，如果用稳定的降深值代入裘布衣公式计算 k 值，则因降深值中包含非完整井损失而得偏小值。井的非完整程度越大，则偏小得越多。因此，只有从降深值中减去由非完整性引起的部分，这两种方法算得的 k 值才有可能相等。

三、紊流的影响

(一) 紊流的非稳定降深

井周产生紊流而引起的非稳定降深是非常复杂的。这里只考虑没有存在三维流的完整井。当井抽水时，如产生了紊

流，则其降深公式为

$$s_w(t) = \frac{Q}{4\pi k M} \int_{r_w^2/4at}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{b}{2(2at)^{1/2}} \left(\frac{Q}{2\pi M} \right)^2 \times \int_{r_w^2/4at}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha^{3/2}} \quad (2-5-16)$$

式中 b 为紊流系数。

从式 (2-5-16) 可以看出，当井周产生紊流时，二维的非稳定降深是由泰斯公式所代表的层流非稳定降深（即右端第一项）和紊流的非稳定降深（右端第二项）两部分组成的。这一部分降深与稳定流的一样，也是与紊流系数 b 及抽水量 Q^2 的增大而增加的。而且，它始终是随着层流的非稳定降深的发展而发展的。

(二) 紊流对参数的影响

紊流对斜率 $\partial s_w / \partial \lg t$ 的影响是显著的。如将紊流的非稳定降深对 $\lg t$ 取偏微商，则得

$$\frac{\partial s_w}{\partial \lg t} = \frac{2.3Q}{4\pi k M} e^{-(r_w^2/4at)} + \frac{2.3b}{2r_w} \left(\frac{Q}{2\pi M} \right)^2 \left[e^{-(r_w^2/4at)} - \frac{1}{2(2at)^{1/2}} \int_{r_w^2/4at}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha^{3/2}} \right] \quad (2-5-17)$$

当抽水时间 t 足够长，而且又能满足

$$\frac{r_w^2}{4at} < 0.01 \quad (2-5-18)$$

及使

$$e^{-(r_w^2/4at)} - \frac{1}{2(2at)^{1/2}} \int_{r_w^2/4at}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha^{3/2}} \approx 1$$

时, 则式 (2-5-17) 与 t 无关, 即

$$\frac{\partial s_w}{\partial \lg t} = \frac{2.3Q}{4\pi k M} + \frac{2.3b}{2r_w} \left(\frac{Q}{2\pi M} \right)^2 \quad (2-5-19)$$

因而, $s_w \sim \lg t$ 曲线便呈一直线。

但是, 由于在该直线的斜率中, 除了含有渗透系数 k 之外, 还包含着紊流系数 b 。这就说明, 由紊流而引起的非稳定降深在整个非稳定过程中都在发展, 所以使紊流降速和层流降速混在一起。在这种情况下, 须加以分析判别。

若 b 值很小, 因式 (2-5-19) 中的右端第二项的值比第一项小到可以忽略不计时, 则可按层流计算 k 值; 如 b 值大到不可忽略时, 而且又仍按层流计算 k 值, 则其结果必然偏小。这就是说, 须先把紊流引起的非稳定降深值修正后才能按层流计算, 这样所得 k 值才是正确的、可靠的。

四、补给的影响

实际的抽水经验告诉我们, 只要地下水对单井的补给能满足抽水量, 则抽水的非稳定将达稳定。当有补给时, 表现在 $s_w \sim \lg t$ 曲线斜率

$$\frac{\partial s_w}{\partial \lg t} = \left(\frac{2.3Q}{4\pi k M} e^{-\left(r_w^2/4at\right)} \right) e^{-(at/0.89R_y)^2} \quad (2-5-20)$$

始终是时间 t 的函数。在抽水的开始时, 斜率较小, 随后增大。达最大值后, 复又减小, 最后趋于零。而斜率的最大值必存于 $s_w \sim \lg t$ 曲线的拐点上。将 s_w 对 $\lg t$ 取偏微商后, 令其等于零, 即

$$\frac{\partial s_w}{\partial \lg t} = \frac{2.3Q}{4\pi k M} e^{-\left(r_w^2/4at\right) - (at/0.89R_y)^2} \left\{ -\frac{r_w^2}{4at^2} - \frac{at}{(0.89R_y)^2} \right\} = 0 \quad (2-5-21)$$

可解得拐点的时间

$$t_i = \frac{0.89 R_y r_w}{2a} \quad (2-5-22)$$

并代入式 (2-5-14), 得其斜率的最大值为

$$\left(\frac{\partial s}{\partial \lg t}\right)_{\max} = \frac{2.3 Q}{4\pi k M} e^{-(r_w/0.89 R_y)} \quad (2-5-23)$$

由于引用补给半径 R_y 值一般均在数百米以上, 所以

$$e^{-(r_w/0.89 R_y)} \approx 1$$

因而, 式 (2-5-23) 就变成

$$\left(\frac{\partial s}{\partial \lg t}\right)_{\max} = \frac{2.3 Q}{4\pi k M} \quad (2-5-24)$$

由此可见, 在有补给的情况下, 唯有取 $s \sim \lg t$ 曲线的拐点的斜率最大值, 才能和泰斯公式的斜率式 (2-5-9) 的斜率相同。否则, 如取过拐点后的任意斜率, 用式 (2-5-9) 计算 k 值, 则其值必然偏大。斜率愈偏小, k 值愈偏大。这是用泰斯公式求参数时应注意的问题。

含水层的降深（依次为 s_1 、 s_2 、 s_3 ）公式分别为

$$s_1 = \frac{Q_2 e^{U r \cos \theta / 2a}}{12\pi k M} \left\{ \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w - [(U/2a)^2 r^2 / 4w]} \frac{dw}{w} - \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w - [(U/2a)^2 + 3\gamma] r^2 / 4w} \frac{dw}{w} \right\} \quad (3-1-1)$$

$$s_2 = \frac{Q_2 e^{U r \cos \theta / 2a}}{12\pi k M} \left\{ \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w - (U/2a)^2 r^2 / 4w} \frac{dw}{w} + 2 \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w - [(U/2a)^2 + 3\gamma] r^2 / 4w} \frac{dw}{w} \right\} \quad (3-1-2)$$

$$s_3 = \frac{Q_2 e^{U r \cos \theta / 2a}}{12\pi k M} \left\{ \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w - (U/2a)^2 r^2 / 4w} \frac{dw}{w} - \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w - [(U/2a)^2 + 3\gamma] r^2 / 4w} \frac{dw}{w} \right\} \quad (3-1-3)$$

式中 Q ——抽水量；

k ——含水层的渗透系数；

M ——含水层的厚度；

a ——含水层的导压系数；

U ——地下水渗速；

r ——径向距离；

$\theta = 90^\circ$ （故有 $e^{U r \cos \theta / 2a} = 1$ ）；

$$\gamma = \frac{k'}{k M m} ;$$

k' ——隔水层的渗透系数；

m ——隔水层的厚度；

$$w = \frac{r^2 S}{4 T t} ;$$

t ——抽水时间。

为了充分说明抽水时因隔水层的存在而对各含水层水位的影响，和便于比较，一律采用如下的数据：

$$k=50 \text{ (米/日)};$$

$$M=20 \text{ (米)};$$

$$k' = 5 \times 10^{-1} \text{ (米/日)};$$

$$m=10 \text{ (米)};$$

$$\alpha = 2 \times 10^6 \text{ (米}^2\text{/日)};$$

$$U=0.4 \text{ (米/日)};$$

$$Q=6280 \text{ (米}^3\text{/日)};$$

$$\theta = 90^\circ \text{ (故有 } e^{U r \cos \theta / 2\alpha} = 1 \text{)};$$

$$r=0.5 \text{ (米)}。$$

代入式 (3-1-1) 至 (3-1-3) 算得0.5米处的第①、③层和第②层不同时间的降深 (表3-1-1)，并据此绘制降深历时曲线 (图3-1-2)。由于地下径流补给的微弱，所以抽水的非稳

表 3-1-1 $r=0.5$ 米处①、②、③层的降深值

t (分)	1	3	6	10	30	100	300	1000	$10^{10} \sim 10^{11}$
$s_1 = s_3$ (米)	0.032	0.088	0.157	0.225	0.400	0.601	0.784	0.984	3.905
s_2 (米)	4.652	5.091	5.298	5.418	5.616	5.818	6.001	6.201	9.114

定过程的延续时间是很长的。图3-1-2只表示非稳定过程的初期阶段。如当

$$t \gg \frac{16\alpha}{U^2} \quad (3-1-4)$$

时，降深就达稳定。于是式 (3-1-1) 及 (3-1-3) 变为

差，才构成上、下层对中层 的补给；而外围降深 曲线的重合，又说明所有抽取的水量，都是均匀地由三层的地下径流量平均提供的。

表 3-1-2 不同 r 处的稳定降深值

r (米)	0.3	0.5	0.6	1.0	3.0	10	30	100	300	1000
$s_1 = s_3$ (米)	3.965	3.965	3.905	3.905	3.905	3.885	3.877	3.773	3.504	3.108
s_2 (米)	9.625	9.114	8.931	8.421	7.322	6.160	5.075	4.081	3.520	3.108

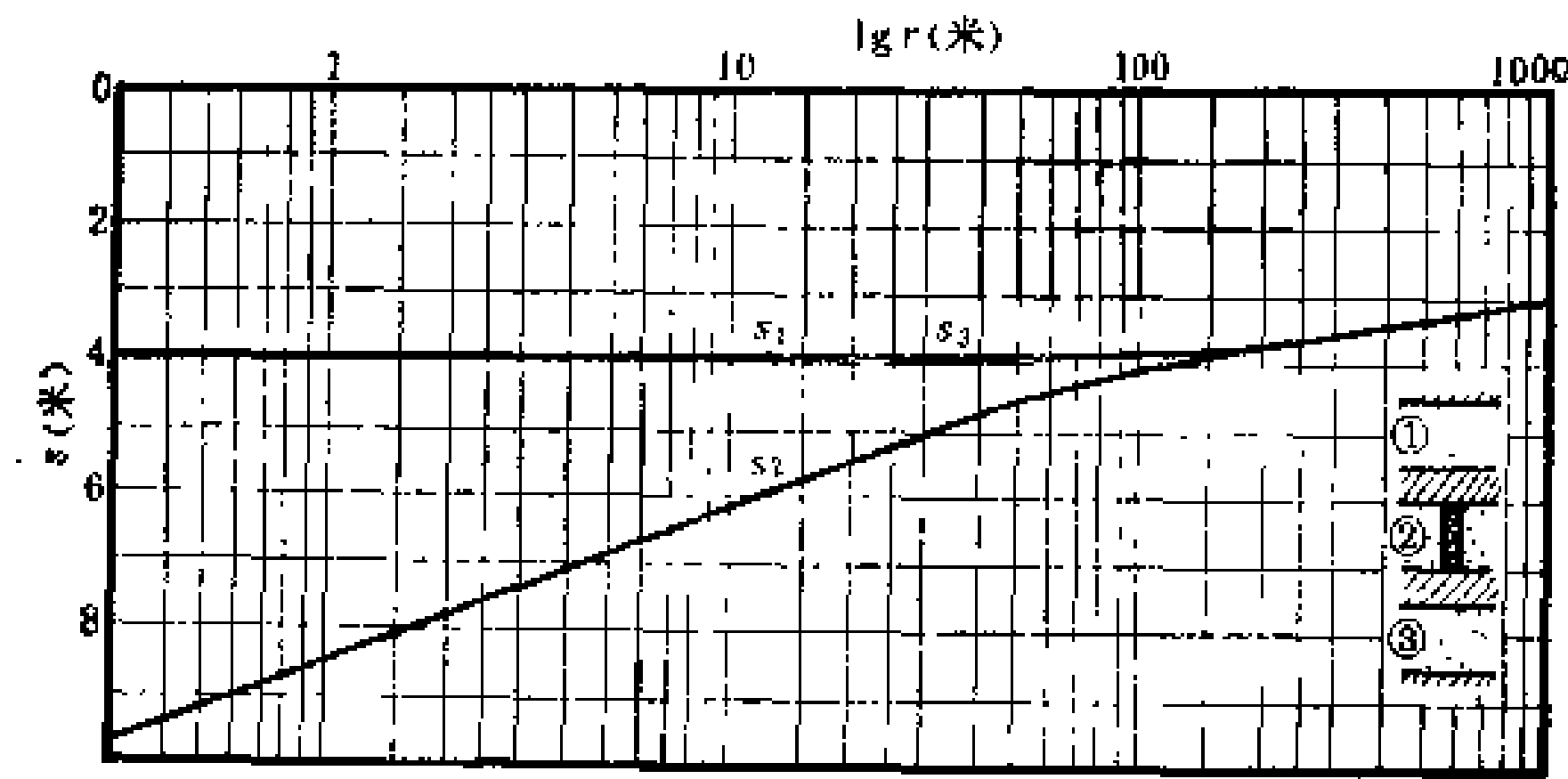


图 3-1-3 中含水层抽水的 $s \sim \lg r$ 曲线

第二节 上层含水层抽水

如果只在第①含水层以 Q_1 出水量进行抽水。这时， $Q_1 = 6280$ (米³/日)、 $Q_2 = Q_3 = 0$ ；而②、③层的降深和①层的降深分别为

$$s_1 = \frac{Q_1 e^{l/r \cos \theta/2a}}{24\pi k M} \left\{ 2 \int_{rL/4at}^{\infty} e^{-w - (U/10)2r^2/4w} \frac{dw}{w} \right.$$

$$\begin{aligned}
& + 3 \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w - (\sqrt{(U/2a)^2 + \gamma})^2 r^2/4w} \frac{dw}{w} \\
& + \left\{ \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w - (\sqrt{(U/2a)^2 + 3\gamma})^2 r^2/4w} \frac{dw}{w} \right\} \quad (3-2-1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_2 = & \frac{Q_1 e^{U r \cos \theta / 2a}}{12\pi k M} \left\{ \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w - (U/2a)^2 r^2/4w} \frac{dw}{w} \right. \\
& \left. - \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w - (\sqrt{(U/2a)^2 + \gamma})^2 r^2/4w} \frac{dw}{w} \right\} \quad (3-2-2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_3 = & \frac{Q_1 e^{U r \cos \theta / 2a}}{24\pi k M} \left\{ 2 \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w - (U/2a)^2 r^2/4w} \frac{dw}{w} \right. \\
& - 3 \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w - (\sqrt{(U/2a)^2 + \gamma})^2 r^2/4w} \frac{dw}{w} \\
& \left. + \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w - (\sqrt{(U/2a)^2 + 3\gamma})^2 r^2/4w} \frac{dw}{w} \right\} \quad (3-2-3)
\end{aligned}$$

当 t 满足式 (3-1-4) 时, 可得各层的稳定降深为

$$\begin{aligned}
s_1 = & \frac{Q_1}{12\pi k M} e^{U r \cos \theta / 2a} \left\{ 2K_0 \left(\frac{U}{2a} r \right) \right. \\
& \left. + 3K_0(\sqrt{(U/2a)^2 + \gamma} r) + K_0(\sqrt{(U/2a)^2 + 3\gamma} r) \right\} \quad (3-2-4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_2 = & \frac{Q_1}{6\pi k M} e^{U r \cos \theta / 2a} \left\{ K_0 \left(\frac{U}{2a} r \right) \right. \\
& \left. - K_0(\sqrt{(U/2a)^2 + 3\gamma} r) \right\} \quad (3-2-5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_3 = & \frac{Q_1}{12\pi k M} e^{U r \cos \theta / 2a} \left\{ 2K_0 \left(\frac{U}{2a} r \right) \right. \\
& \left. - 3K_0(\sqrt{(U/2a)^2 + \gamma} r) + K_0(\sqrt{(U/2a)^2 + 3\gamma} r) \right\} \quad (3-2-6)
\end{aligned}$$

同样地，利用前述的数据代入式 (3-2-1) 至 (3-2-3) 算得 $r=0.5$ 米处第①、②、③各层不同时间的降深值 (表3-2-1)，并绘制 $s \sim \lg t$ 曲线 (图3-2-1)；代入式 (3-2-4) 至 (3-2-6) 算得稳定降深 (表3-2-2)，并绘制 $s \sim \lg r$ 曲线 (图3-2-2)。

表 3-2-1

$r=0.5$ 米处各层不同时间的降深值

t (分)	1	3	6	10	30	100	300	1000
s_1 (米)	4.684	5.182	5.441	5.610	5.882	6.100	6.283	6.483
s_2 (米)	0.032	0.088	0.157	0.225	0.400	0.601	0.784	0.984
s_3 (米)	0.000	0.000	0.015	0.034	0.134	0.318	0.501	0.701

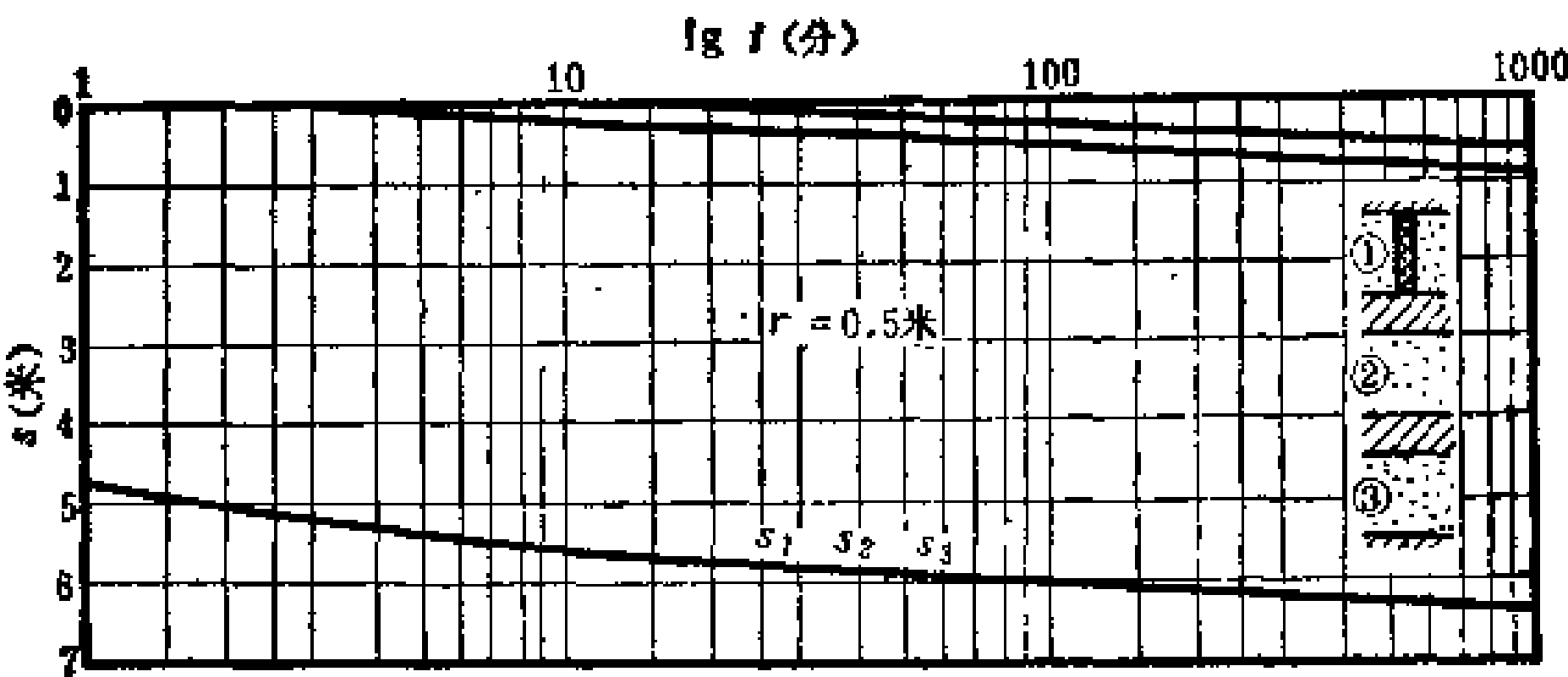


图 3-2-1 上含水层抽水的 $s \sim \lg t$ 曲线

表 3-2-2

不同 r 处的稳定降深

r (米)	0.3	0.5	0.6	1.0	3.0	10	30	100	300	1000
s_1 (米)	9.900	9.389	9.208	8.196	7.598	6.403	5.331	4.253	3.562	3.108
s_2 (米)	3.905	3.905	3.905	3.905	3.905	3.885	3.884	3.772	3.504	3.108
s_3 (米)	3.631	3.631	3.631	3.631	3.631	3.641	3.624	3.599	3.463	3.108

表 3-3-1		$r = 0.5$ 米处不同时间的降深						
t (分)	1	3	6	10	30	100	300	1000
s_1 (米)	0.000	0.000	0.015	0.034	0.134	0.318	0.501	0.701
s_2 (米)	0.032	0.088	0.157	0.225	0.460	0.601	0.784	0.984
s_3 (米)	4.684	5.182	5.441	5.610	5.882	6.100	6.283	6.483

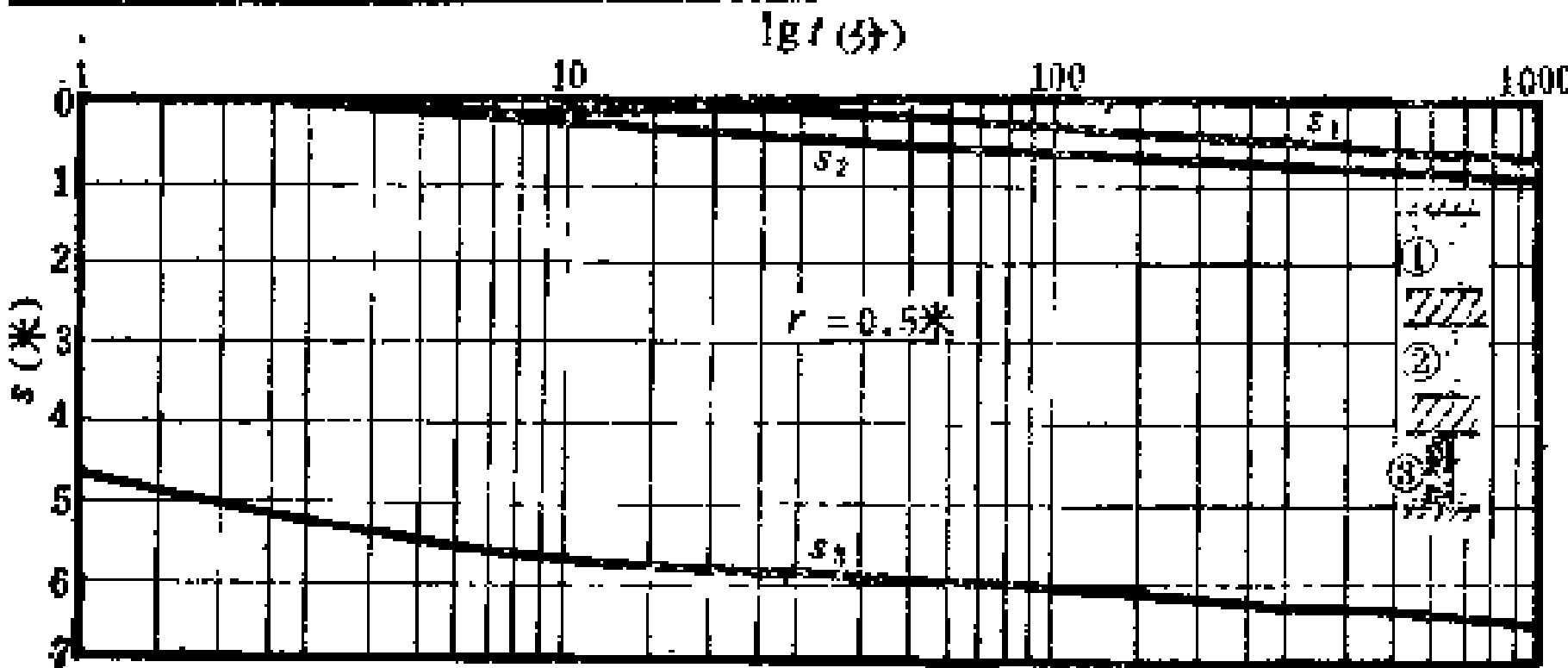


图 3-3-1 下含水层抽水的 $s \sim \lg t$ 曲线

表 3-3-2		不同距离的各层稳定降深								
r (米)	0.3	0.5	0.6	1.0	3.0	10	30	100	300	1000
s_1 (米)	3.630	3.631	3.631	3.631	3.631	3.641	3.624	3.599	3.463	3.108
s_2 (米)	3.905	3.906	3.906	3.905	3.906	3.884	3.884	3.772	3.504	3.108
s_3 (米)	9.900	9.389	9.208	8.690	7.598	6.408	5.331	4.253	3.562	3.108

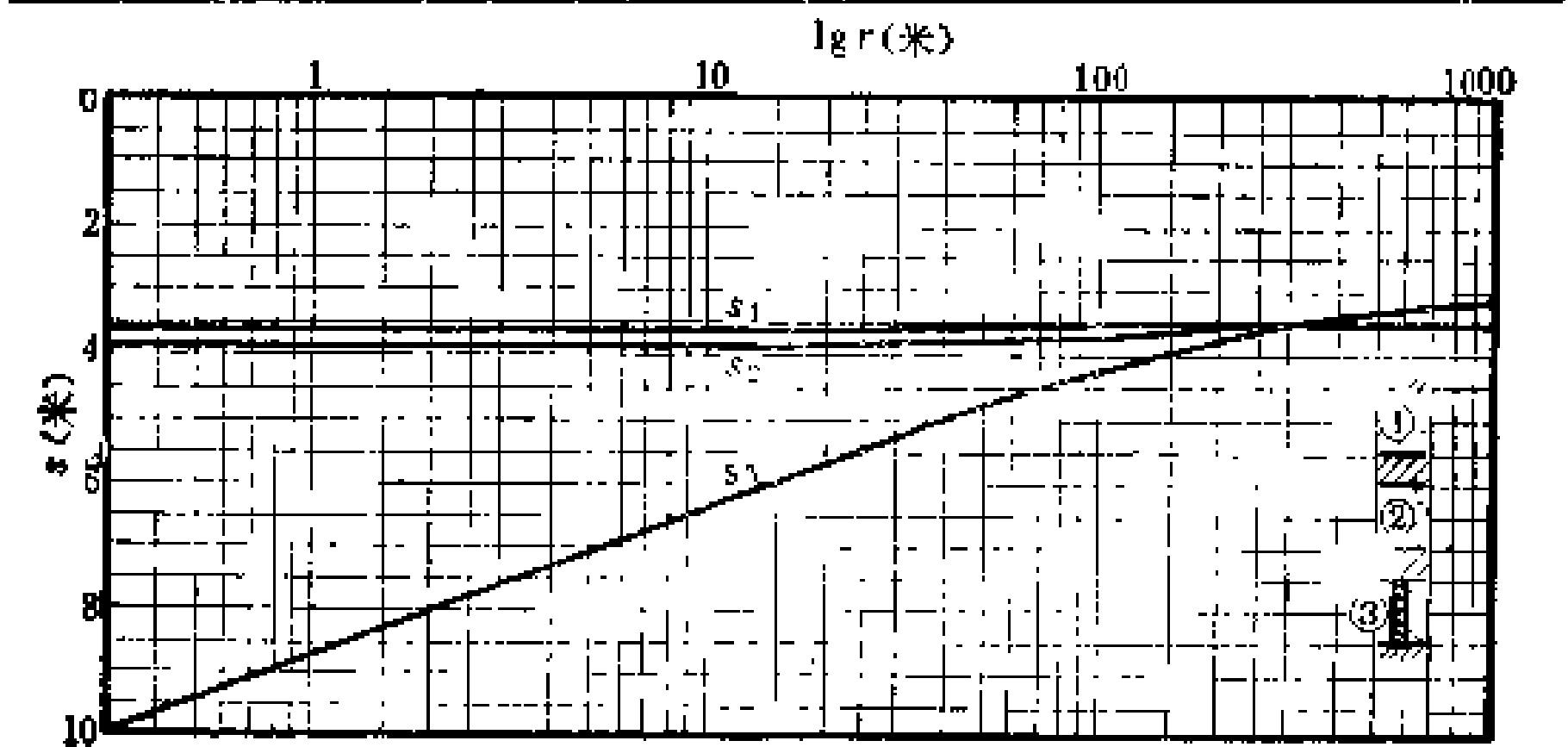


图 3-3-2 下含水层抽水的 $s \sim \lg r$ 曲线

由此可见，下层抽水与上层抽水完全一样，只不过是层序颠倒了而已。

第四节 上、中、下三个含水层同时抽水

如果上、中、下三个含水层各以 $Q/3$ 的流量一起同时进行抽水，那么各层的非稳定降深公式为

$$s_1 = s_2 = s_3 = \frac{Q}{12\pi k M} e^{Urs\theta/2a} \int_{r^2/4at}^{\infty} e^{-w-(U/2a)^2 r^2/4w} \frac{dw}{w} \tag{3-4-1}$$

和稳定降深公式为

$$s_1 = s_2 = s_3 = \frac{Q}{6\pi k M} e^{Urs\theta/2a} K_0\left(-\frac{U}{2a}r\right) \tag{3-4-2}$$

同样，仍利用第一节的数据代入式(3-4-1)算得 $r=0.5$ 米处不同时间的非稳定降深(表3-4-1)，并绘制 $s \sim \lg t$ 曲线(图3-4-1)；和代入式(3-4-2)算得不同距离的稳定降深(表3-4-2)，并绘制 $s \sim \lg r$ 曲线(图3-4-2)。

从图3-4-2可以看出，这与用完整井在单层抽水无异。这一点由式(3-4-2)也可以得到证明。

若设有一厚度为3倍 M 的承压含水层，其地下水流速为 U 、导压系数为 a 、渗透系数为 k ，并有一完整井以流量 Q

表 3-4-1 $r=0.5$ 米处不同时间的非稳定降深

t (分)	1	3	6	10	30	100	300	1000
$s_1 = s_2 = s_3$ (米)	1.572	1.756	1.871	1.956	2.139	2.340	2.523	2.723

表 3-4-2 不同距离的稳定降深

r (米)	0.3	0.5	0.6	1.0	3.0	10	30	100	300	1000
$s = s_2 = s_3$ (米)	1.812	1.642	1.581	1.410	1.044	0.643	0.277	0.075	0.009	0.000

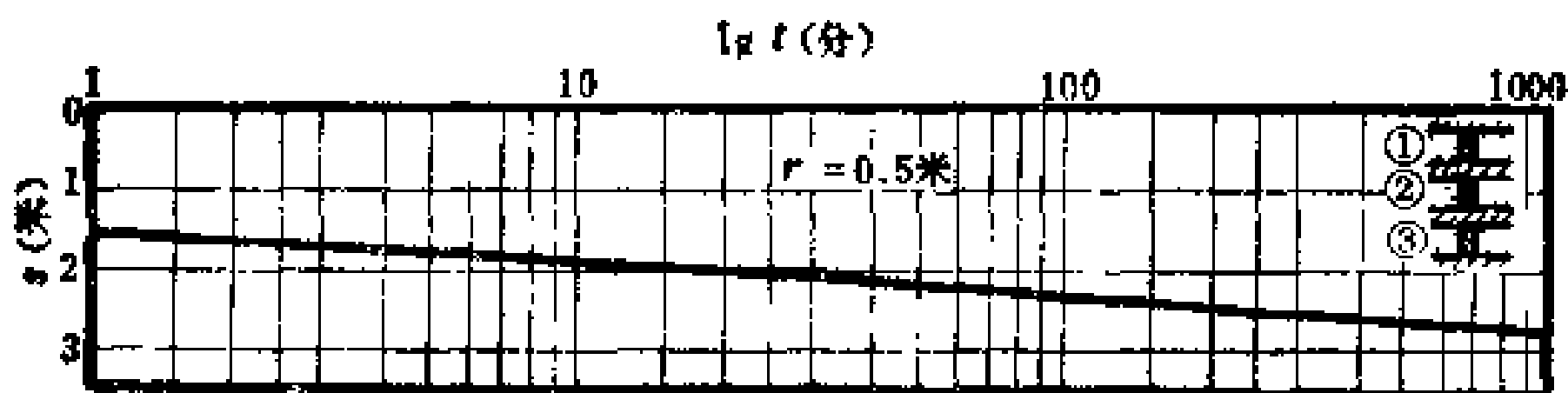


图 3-4-1 上、中、下三个含水层同时抽水的 $s \sim \lg t$ 曲线

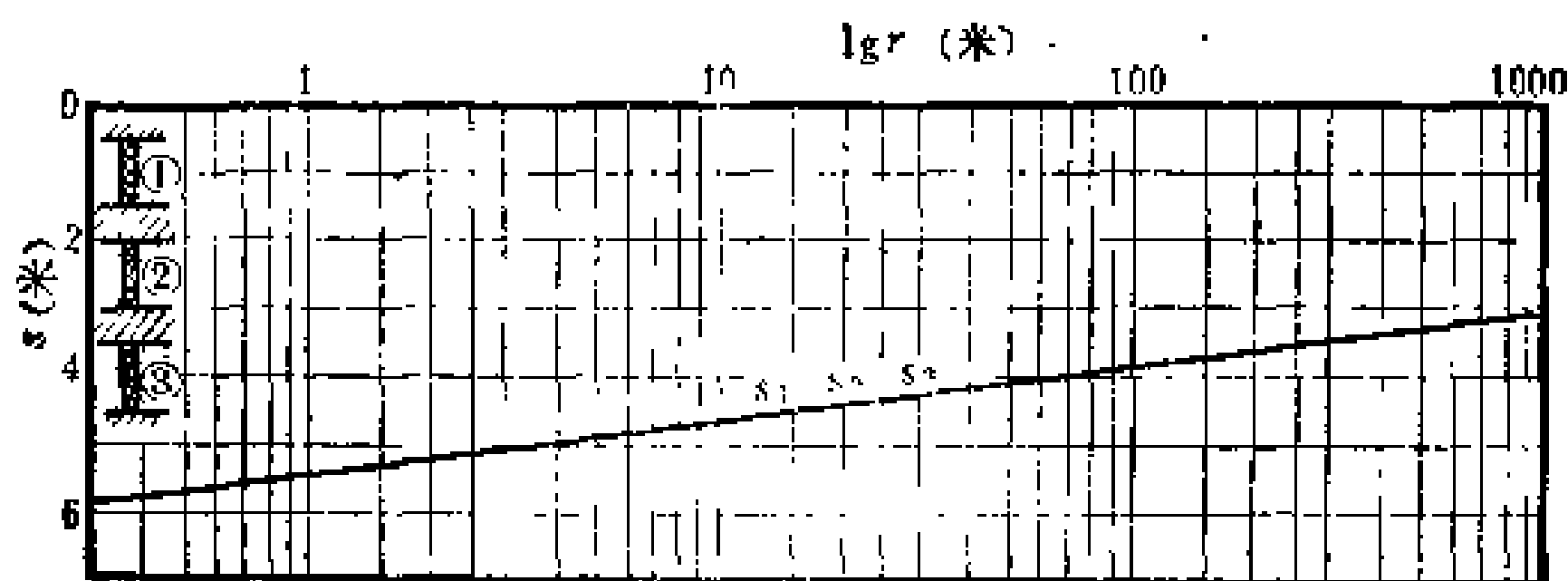


图 3-4-2 曲线上、中、下三个含水层同时抽水的 $s \sim \lg r$

进行抽水，则很容易证明其稳定降深公式为

$$s = \frac{Q}{2\pi k(3M)} e^{Ur \cos \theta / 2a} K_0 \left(\frac{U}{2a} r \right) \quad (3-4-3)$$

显然，与式 (3-4-2) 完全一样。

通过上述四个算例，对由地下径流补给的、均质、等厚、多隔层的含水层的抽水试验原理进行阐明，可以看出：

(1) 如抽水只在一层中进行，而其它两层不抽，则从

这一层中抽出的水量仍是由三层的地下径流量均匀补给的。这种补给是在抽水井外围进行的。在上述的算例中，表现在距井 $r=300$ 米外的三层降落漏斗完全一致。在300米内，抽水层的降落漏斗变陡，而另外两个非抽水层（亦称补给层）的降落漏斗却显得平缓，略呈碟形，从而各层间造成一个水头差。依靠这个水头差，将其它两层提供的补给量通过“隔水层”向抽水层补给，这就是通常所说的越流补给。

（2）越流补给并非在含水层各点上都起作用。在算例中，于 $r>300$ 米的范围内，因各层的水头相等，故说明彼此之间并不存在补给关系；于 $r<300$ 米范围内，补给层的“降落漏斗”既然呈水平的，那么在 r 方向上的径流量实际上等于零。因而，这部分水基本上处于静止状态，同时也因抽水层的降落漏斗在 $r<40$ 米的范围内的 $s\sim\lg r$ 曲线呈一直线，亦即 Q 不随 r 的缩小而增大。故可说明，这一范围内基本上不存在越流补给。因此，通过隔层的越流补给只是在一定的范围（ $40<r<300$ 米）内进行，故称此范围为越流圈。

（3）当抽水在中层进行时，由于上、下层的对称性，这两层的降落漏斗是重合的，并在 $r<300$ 米的范围内均高出于抽水层，所以，这两层一起向中层补给；当抽水在上层进行时，下层的水头比中层的高，遂使下层有可能通过中层而向上层越流补给；当抽水在下层进行时，情况也复类似。但在上层或下层抽水时，其降深比中层抽水时的降深稍大，因而说明前者的补给条件不如后者好。

（4）在上、中、下三层同时抽水时，其降落漏斗与厚度为3倍 M 的单层含水层的抽水完全相同。但与单抽其中一层的情况相比，在 $r>300$ 米以外的降落漏斗也完全一样；但在 $r<300$ 米以内，降深要比单抽一层时小得多。以 $r=0.3$ 米

处为例，其降深为5.812米；只在中层抽水时，该处的降深为9.625米，二者相差3.813米。因而说明，只抽其中一层时，在 $r < 300$ 米内，多消耗了约 $3.813\text{米}/5.812\text{米} = 66\%$ 的水头。

第四章 抽水试验设计

根据前述的抽水试验原理，我们可以清楚地认识到，尽管水文地质条件有别（诸如，补给条件——降水下渗补给、地下径流补给、越流补给和河流补给；边界条件——有界、无界，透水、隔水；地下水的成因类型——承压、非承压；含水层的特征——均质、非均质，单层、多层等），方法有异（如稳定流的和非稳定流的），但是，抽水试验的井流却是相同的。所谓井流，这里指的是井抽水时的地下水流态，包括二维流、层流和由于井内竖向流速的变化而引起的水头损失所引起的三维流、紊流，及其降深场在时间、空间上的变化规律。而用来描述这一变化规律的是式（1-5-2）。该式能比较全面地反映了抽水试验场的水文地质条件和地下水的运动规律。因此，如果欲使所求的参数准确，就可以用式（1-5-2）来合理地进行抽水试验设计，即抽水井半径要适宜——最大限度地避免三维流的产生；观测孔布置要合理——符合计算公式的适用条件，以取得二维流、层流降深，而不是三维流、紊流的降深，因而可大大简化计算工作；抽水试验的延续时间要适当——既能满足试验的需要，又能缩短抽水时间，等等。只有这样，才能保证取得准确而又可靠的试验资料。

第一节 抽水井适宜半径的确定

根据单井水力学原理^{〔14〕}可以知道，三维流的产生系源于井内竖向流速的变化而造成水头损失，从而引起三维流的发生。其决定的因素是抽水井的半径，这就是说，抽水井的

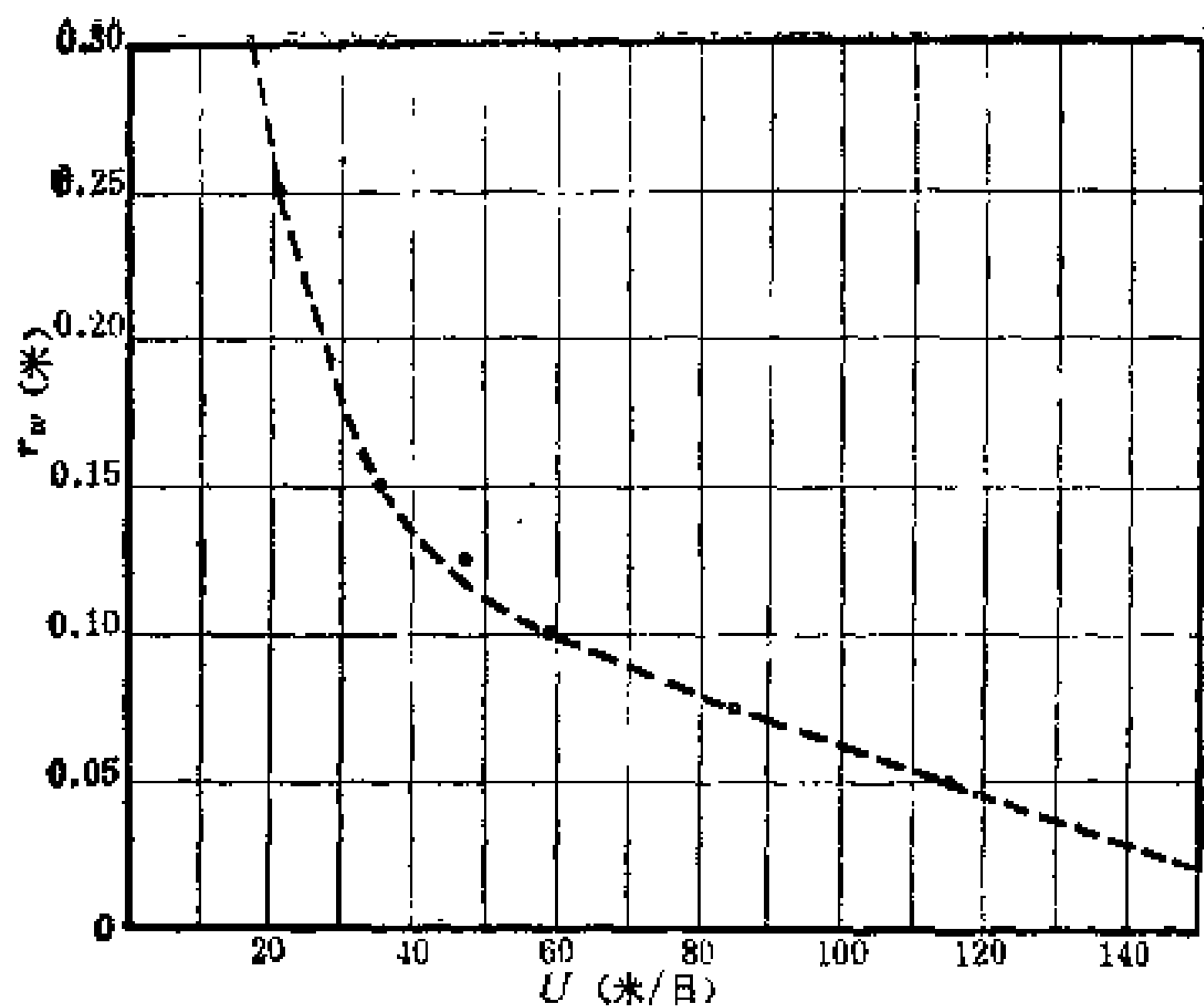


图 4-1-1 流速与半径的关系曲线

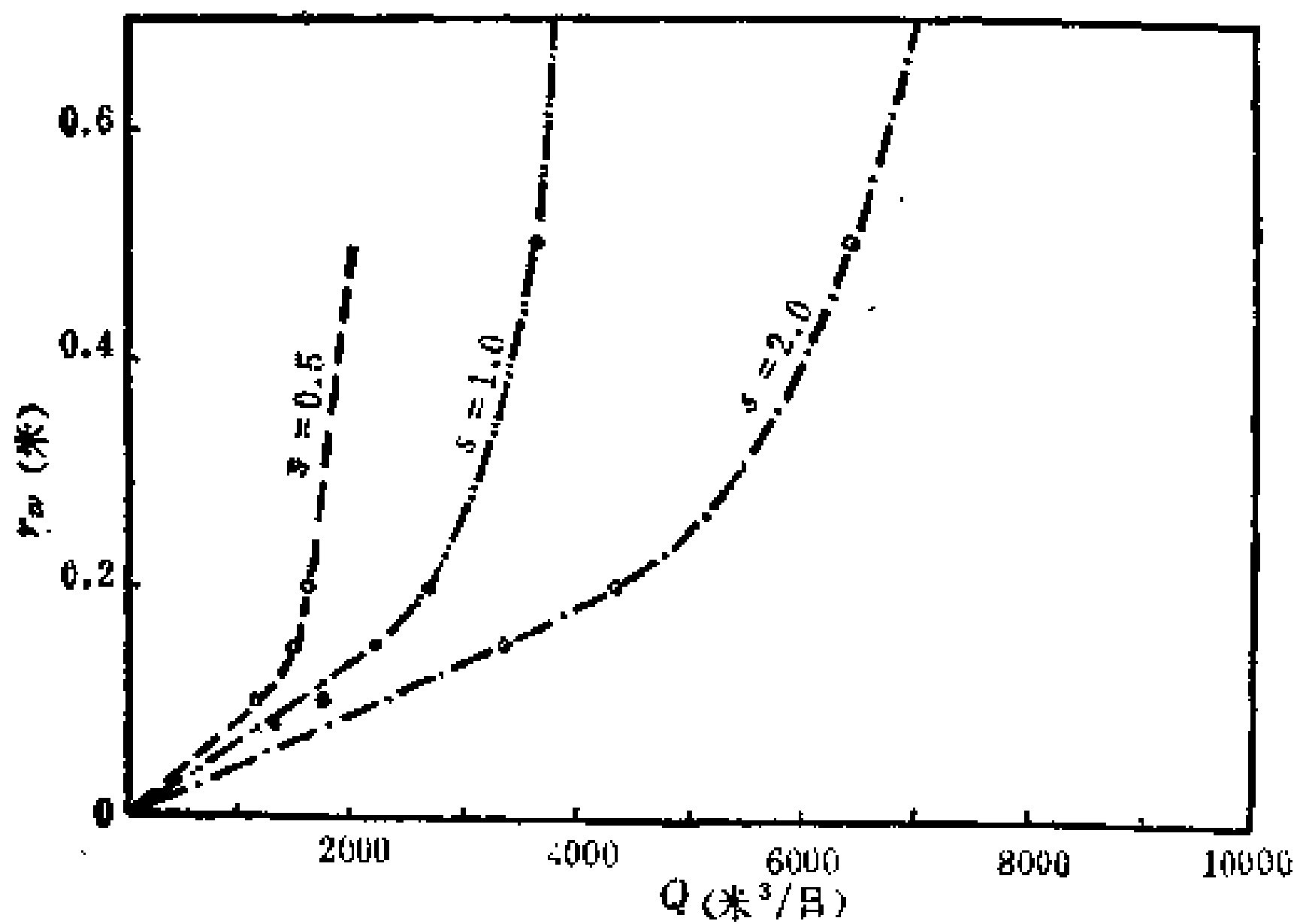


图 4-1-2 流量与半径的关系曲线

设计不合理，如井径过小、流量或降深过大等是。已有的抽水试验资料（图4-1-1、图4-1-2及表4-1-1）表明，三维流的发生及分布直接与抽水井的半径 r_w 、流速 U 、流量 Q 等有关。而 U 、 Q 均受制于 r_w （即过水断面）的大小。因此，最大限度地避免三维流的发生，其简便而又有效的办法之一乃是确定出抽水井过滤器的适宜半径。

表 4-1-1 抽水井流速与半径的关系		
试 验 场	半 径	流 速
	r_w (米)	U (米/日)
黑冶11号井	0.050	114.91
黑冶12号井	0.075	84.67
福利 2 号井	0.100	58.75
团河 2 号井	0.125	48.92
团河11号井	0.150	34.82
福利 1 号井	0.250	20.56

当滤水管的半径 r_w 与其长度 l 之比值很小，而井内的竖向流速和井周地下水渗速很大时，则地下水处于三维流或紊流状态。然而，实际上 l 又受制于含水层的厚度 M ，故也可近似地以 M 代替 l ，这在勘察时更为实用、方便。于是，亦可据此原理改用半径厚度比 ξ 来确定抽水井适宜半径，即

$$r_w \geq \xi M \tag{4-1-1}$$

式中之 ξ 系数即半径厚度比，它取决于流速、流量和三维流在水平方向上的实际分布界限 r_{p1} 。

因半径厚度比 ξ 均与 U 、 Q 、 r_{p1} 的大小直接有关（表 4-1-2、表4-1-3及图4-1-3），故可根据 ξ 与 U 、 Q 、 r_{p1} 三者的关系直接确定式（4-1-1）中的系数 ξ 值（图4-1-3）。

由图4-1-3的三条曲线的拐点临界值分别为

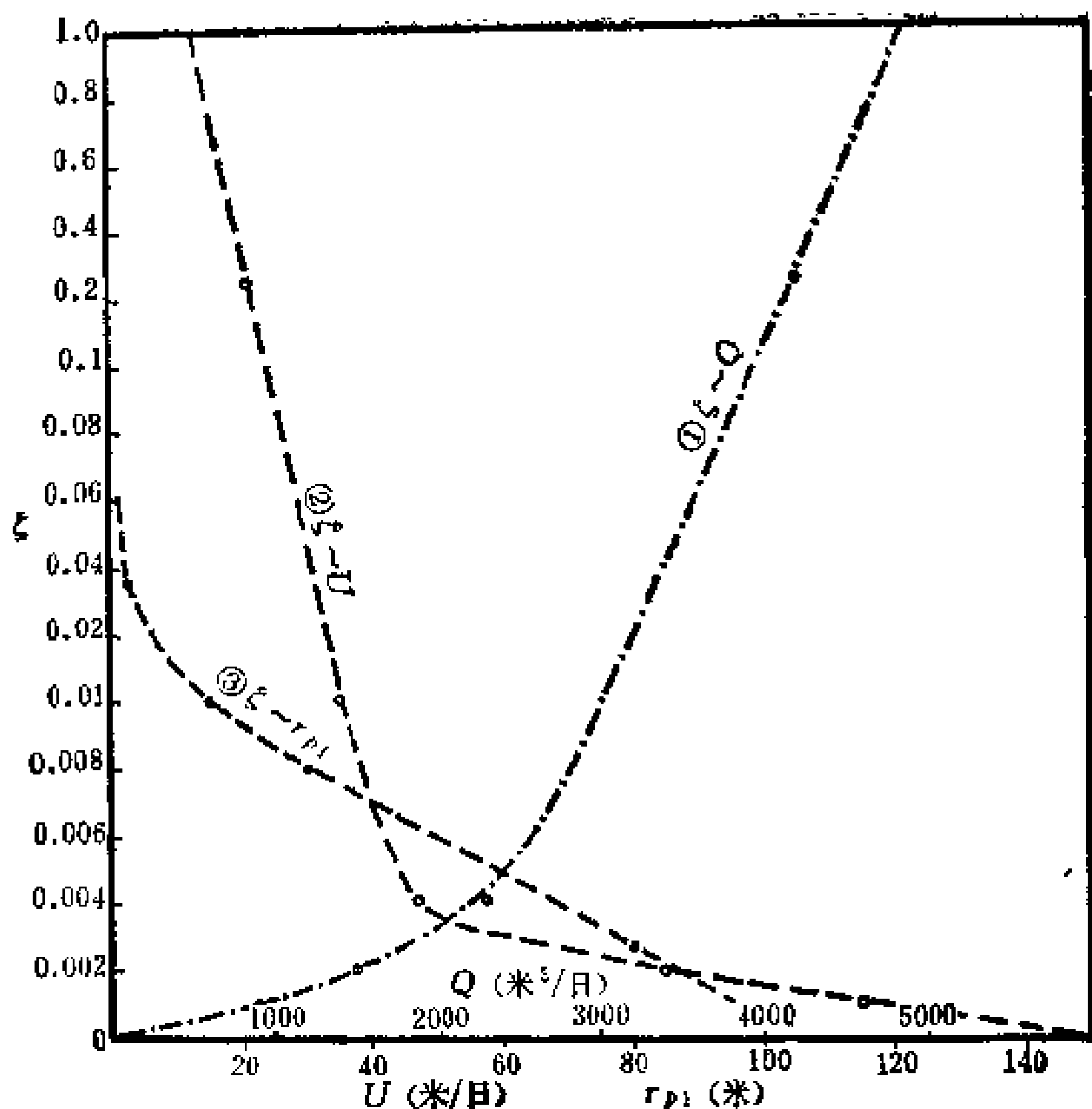


图 4-1-3 半径厚度比与流速、流量、三维流分布界限的关系曲线

$$r_w \geq 0.01M \quad (4-1-2)$$

或由图4-1-4确定。例如已知 $M \approx 25$ 米，由图4-1-4查得

$$r_w = 0.25 \text{ 米。}$$

总之，不论抽水流量 Q 、含水层的厚度 M 与渗透系数 k 如何变化，欲使计算简化，则均以较大的半径、较小的降深进行抽水试验为好，以避免三维流的发生。在通常的情况

下，吸水龙头应置于含水层顶板以上为宜。

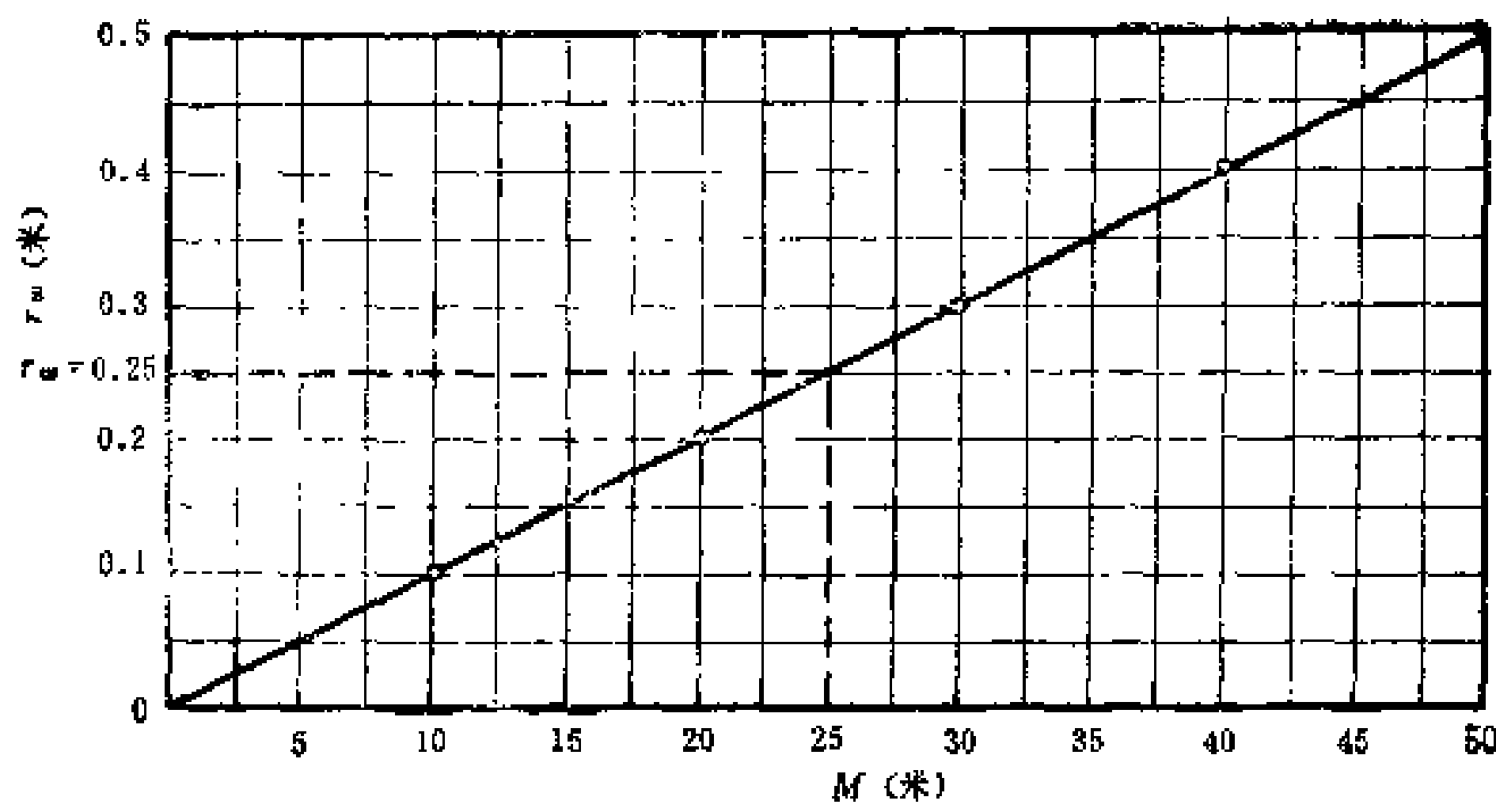


图 1-4 抽水井适宜半径的确定

第二节 观测孔的布置方法

由式 (1-5-2) 可知，抽水井水面降深 s_w 或降深场内任一点的降深 s 均与流速 U 、观测孔的位置 r （即与抽水的距离）、观测孔排的方向 θ 和含水层的厚度 M 、导压系数 a 有关。所以，观测孔的合理布置应符合式 (1-5-2) 的要求。

可是，在实际工作中却习惯于用对数函数式（裘布衣-蒂姆公式）计算参数。而该对数函数式仅适用于式 (1-7-1) 的范围内。所以，只有掌握用对数函数式所表达的那部分漏斗，才能使多孔抽水试验取得准确的数据。

因此，观测孔合理布置的原则应是 既符合公式的适用条件，亦能满足试验要求，并遵循 $s = f(\lg r)$ 曲线之直线段内观测孔的均匀分布。

一、观测孔排方向的选择

由于参数（如渗透系数 k ）的测定与观测孔排的方向（ θ ）有关，所以如若 θ 选择不当，则直接关系到参数的准确测定。

由式（1-5-2）得知，在整个降深场内，等水位降落曲线取决于偏心因子 $e^{Urcos\theta/2a}$ 。其中，完全是由流速 U 引起的。当 $U=0$ 时，偏心因子随即消失。若设 r 不变，仅改变 θ 值，即

$$\theta = -\frac{\pi}{2} \quad \text{或} \quad \theta = \frac{3\pi}{2} \quad (4-2-1)$$

则上述因子的指数为零，其值等于 1。故在垂直于地下水天然流向上，水位降与抽水前的水位相同。

当 $\theta=0$ 时，则

$$e^{Urcos\theta/2a} = e^{Ur/2a} > 1$$

且达最大值。

当 $\theta=\pi$ 时，则

$$e^{Urcos\theta/2a} = e^{-Ur/2a} < 1$$

且达最小值。于是便形成了不对称的等水位降曲线，即上游缩短而下游伸长的不等圆曲线（图1-3-2）。

如设 $U=1$ （米/日）、 $a=5 \times 10^5$ （米²/日）、 $\theta=0$ ，则偏心因子为 $e^{\pm r/10^6}$ 。据此，可求得不同距离 r 处偏心因子的最大值和最小值（表4-2-1）。

当 $r \geq 1000$ 米时，偏心因子才开始起微小的影响，即

$$e^{Urcos\theta/2a} = 1。$$

诚然，流速 U 对降深 s 是有影响的，但是，在承压水的条件下，由于导压系数 a 值大，这种影响极微，可忽略不计。因此，在常用布置观测孔的范围内（ $r < 1000$ 米），可视等水位降曲线为同心圆，这就符合裘布衣公式的假定条

件。

所以，对于承压水来说，为简化计算工作，则观测孔排的布置方向应按式（4-2-1）确定，即以垂直于地下水天然流向为佳。

表 4-2-1 偏心因子与距离的关系

r (米)	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5
$er/10^6$	1.0000	1.0001	1.0010	1.0100	1.1000
$e^{-(r/10^6)}$	1.0000	0.9999	0.9999	0.9900	0.9050

二、观测孔位置的确定方法

(一) 观测孔位置的确定方法

由上述的用对数函数替代贝塞尔函数所表述的稳定漏斗得知，当 $r \leq 0.2R_v$ 时，其互换误差是允许的，故观测孔可布置在式（1-5-20）的范围内，并称式（1-5-20）为观测孔的可布段；据式（4-1-2），当抽水井半径 $r_w < 0.01$ 时，降深场中井周三维流的发生尚不可避免，故观测孔应布置在式（1-7-1）的范围内，并称式（1-7-1）为观测孔的宣布段。在宣布段内布置观测孔的合理位置的方法有三种：

1. 对数均匀布置法

在宣布段内，观测孔呈对数均匀布置。如前所述，宣布段的内界即为三维流的分布外界 r_{p1} 。根据某些抽水试验场的实际资料表明，三维流的分布外界 r_{p1} 与引用补给半径 R_v 有一定的关系（图4-2-1至图4-2-4及表4-2-2）。于是，式（1-7-1）可统一用 R_v 表达，即

$$0.07R_v \leq r \leq 0.2R_v \tag{4-2-2}$$

若对比一下宣布段之内、外界的实际与计算值（表4-2-2）可以看出，内界的实际值均小于或等于计算值，即 $r_{p1} \leq 0.07R_v$ ；而外界的实际值则均大于或等于计算值，即

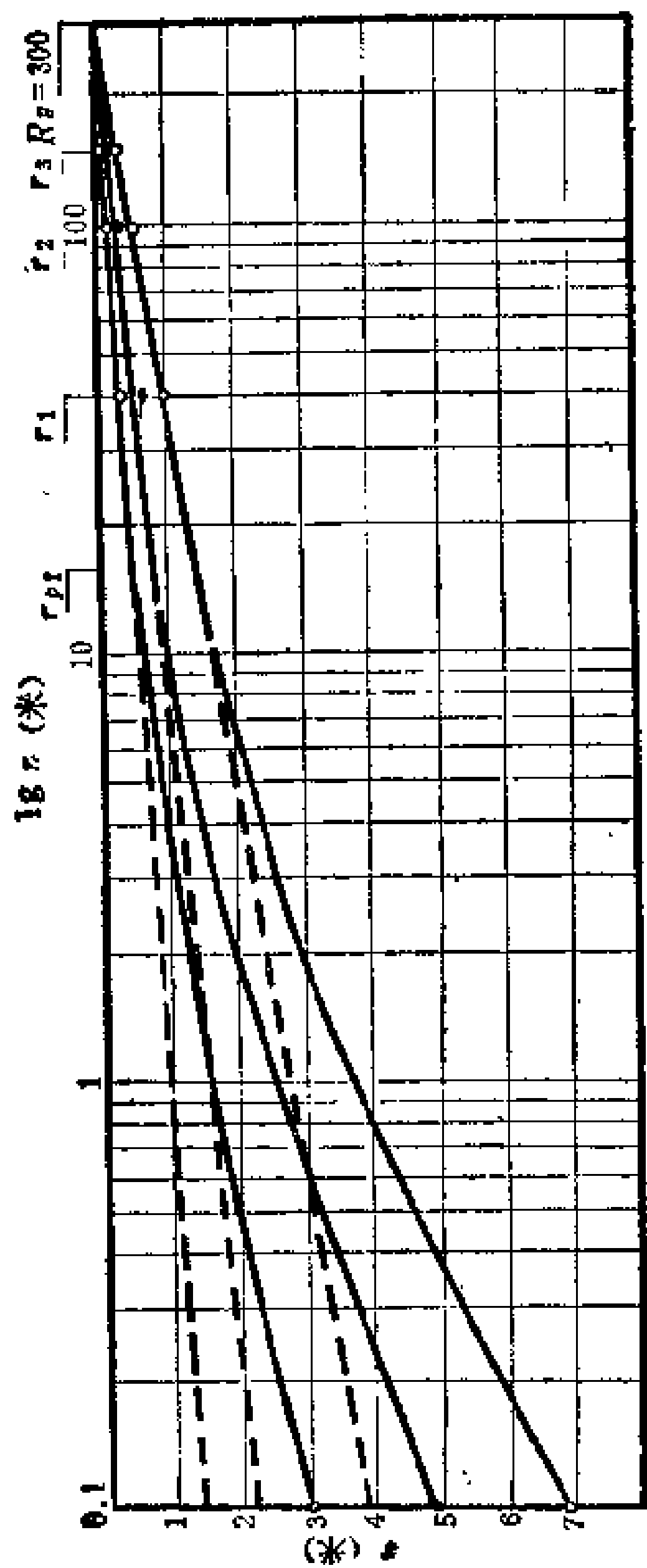


图 4-2-2 张宽1号 $s = f(\lg r)$ 曲线

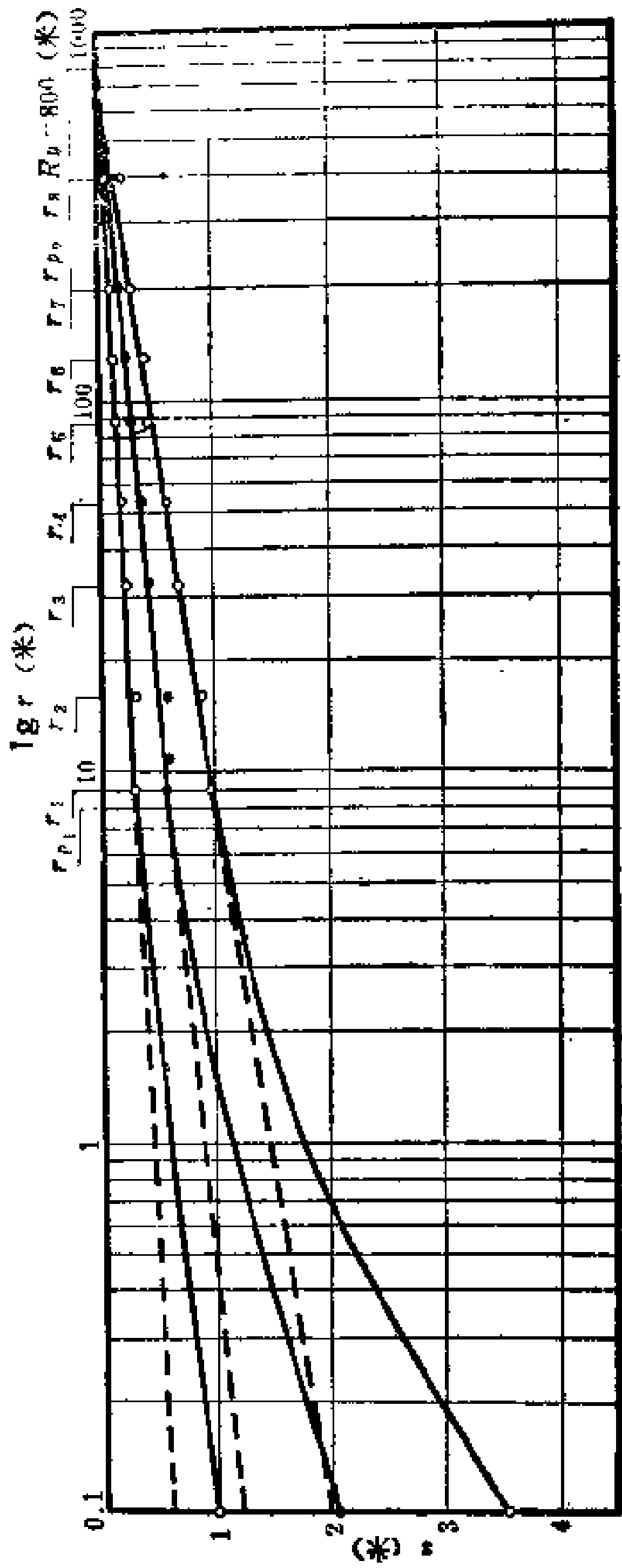


图 4-2-3 福利1号井 $s = f(\lg r)$ 曲线

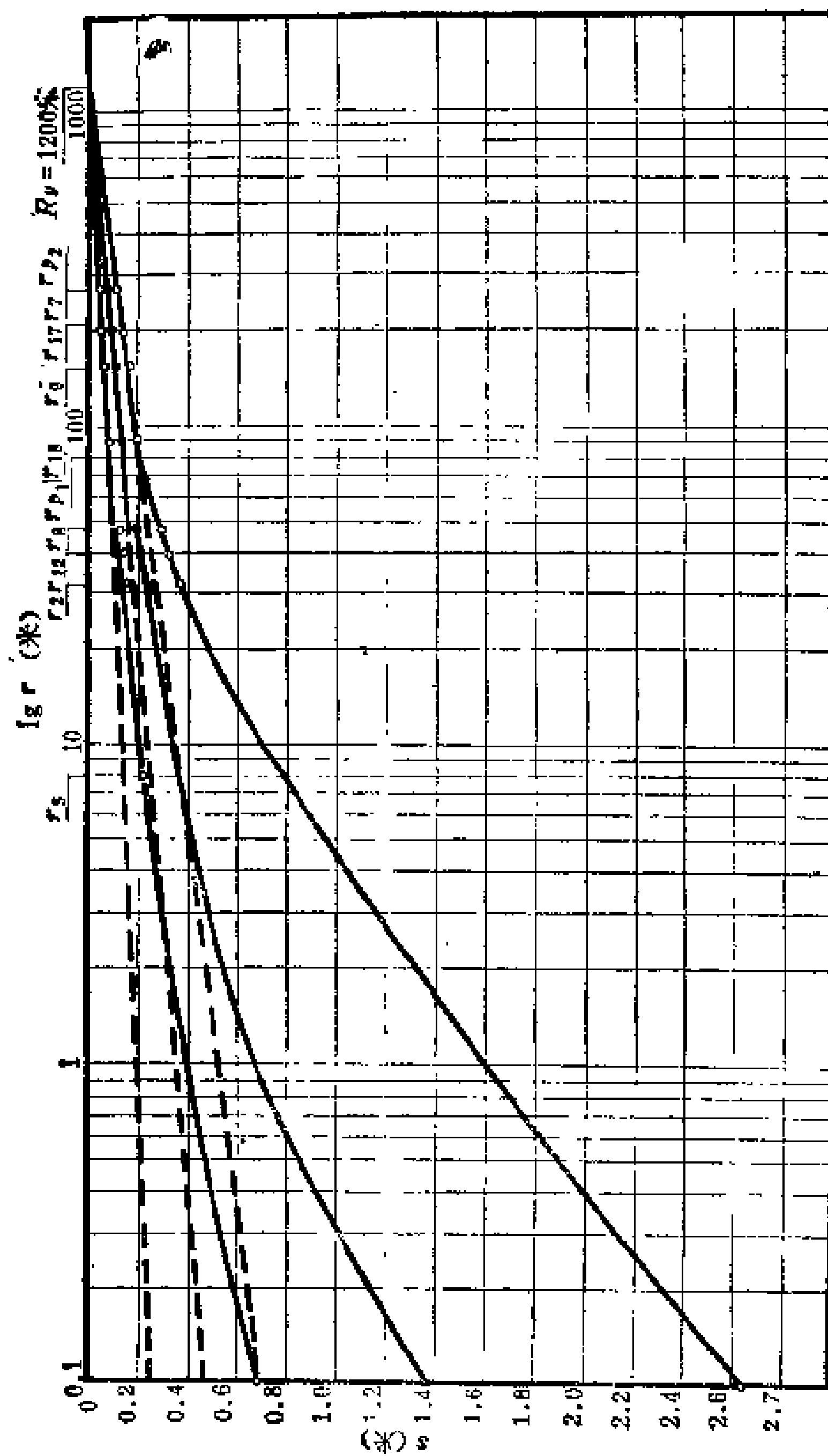


图 4-2-4 黑冶10号井 $s = f(\lg r)$ 曲线

表 4-2-2 观测孔位置与三维流分布界限的关系

试 验 场	地 下 水 成 因 类 型	含水层		引用 补给 半径	宣布段 内、外界位置		宣布段内、外界与 含水层厚度比值	
		岩性	厚度		内界	外界	α	β
			M (米)	R_v (米)			$0.2R_v/M$	$0.07R_v/M$
凉水河1号井	承压水	卵石	6.8	50	3.5	10	0.5	1.9
张宽1号井	承压水	砂卵石	17.6	300	21.0	60	1.2	3.0
福利1号井	承压水	卵石	30.0	800	56.0	160	1.8	5.3
黑冶10号井	承压水	卵石	33.0	200	84.0	240	2.2	6.3

$$r_{p2} \geq 0.2R_v。$$

因此，在一般的情况下，按式（4-2-2）布置观测孔应该说是可以的。

但是，在实际工作中，直接运用式（4-2-2）布置确定观测孔的位置（近、远界限）深感不便。不过，可借助于引用补给半径 R_v 与含水层的厚度 M 之间的关系（图4-2-5），并将式（4-2-2）改写成

$$\beta M \leq r \leq \alpha M \tag{4-2-3}$$

式中

$$\alpha = \frac{0.2R_v}{M}$$

$$\beta = \frac{0.07R_v}{M}$$

来研究观测孔的位置。半经验系数 α 、 β 可由图4-2-5中的①、②曲线确定。

若已知含水层厚度 M 值，则可由图4-2-5查得 α 、 β 值，代入式（4-2-3）就可确定出宣布段内界 r_{p1} 、外界 r_{p2} 的位

或直接按图4-2-6确定。

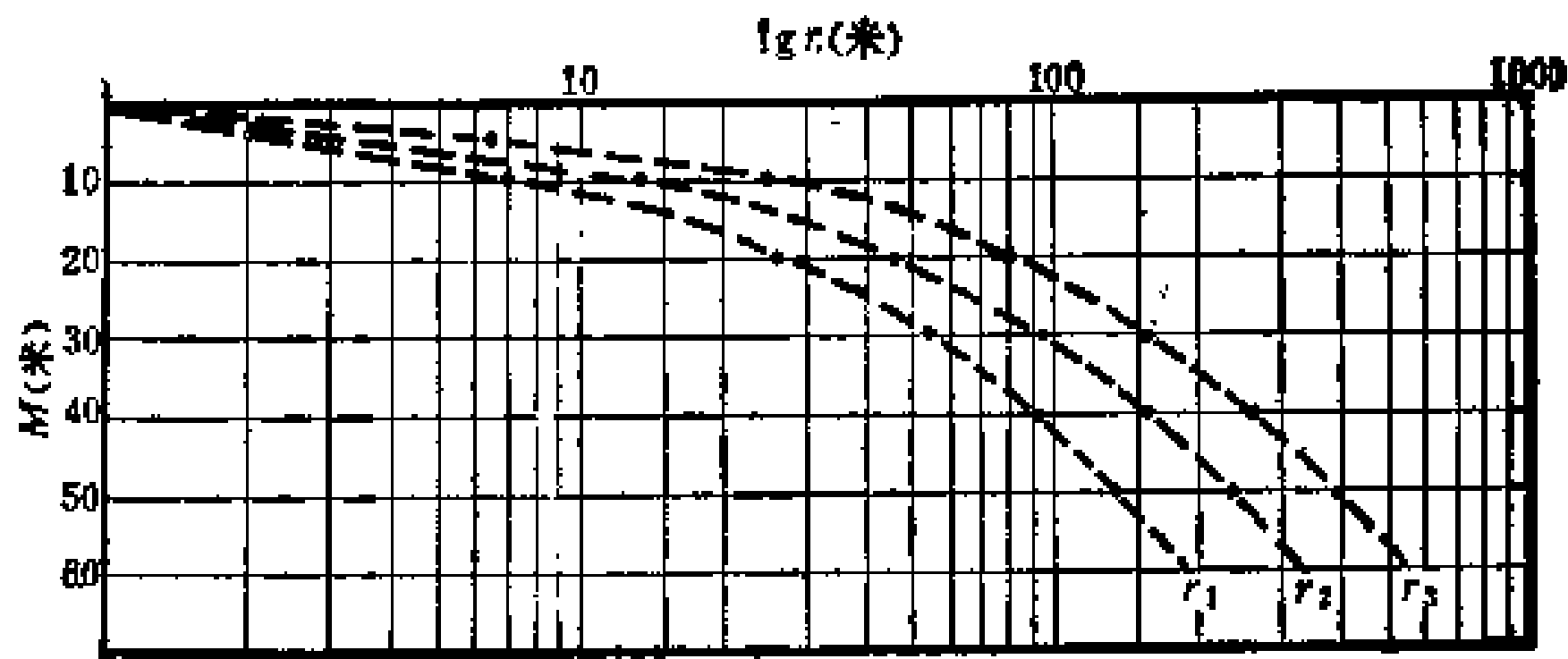


图 4-2-6 宜布段内3个观测孔对数均匀布置图

2. 等比级数法

在可布段式 (1-5-8) 的范围内，观测孔的间距成等比级数均匀分布。如布置 n 个观测孔，可令

$$\frac{r_n}{r_{n-1}} = \frac{r_{n-1}}{r_{n-2}} = 2.72$$

当 $n=3$ 时，则

最远观测孔 $r_3 = 0.2R_v = \alpha M$

中间观测孔 $r_2 = \frac{\alpha M}{2.72}$

最近观测孔 $r_1 = \frac{\alpha M}{(2.72)^2}$

从而使 $2.3\lg(r_3/r_2) = 2.3\lg(r_2/r_1) = 1$ 。于是蒂姆公式 (1-5-14) 便成为

$$k = \frac{Q}{2\pi M(s_1 - s_2)}$$

如此，计算 k 值更为简便。

3. 任意布置法

在可布段式 (1-5-8) 内任意布置 n 个观测孔, 孔距不定。此法虽简便。但如若观测孔落在三维流区, 则其参数计算较复杂。

4. (二) 观测孔布置的限制

1. 非完整井最近观测孔布置的限制

若为承压非完整井, 因受井的非完整性的影响, 其三维流在水平方向上的分布界限, 一般为完整井的1.1~1.3倍, 故用式 (4-2-6) 确定最近的观测孔孔位时, 尚须乘以非完整性影响系数, 一般情况下可取1.2。

2. 深层承压含水层观测孔布置的限制

若因补给条件随承压含水层顶板埋深 z 的加大而变坏, 即引用补给半径 R_y 愈大 (表4-2-3及图4-2-7), 则用式 (4-2-4) 及式 (4-2-6) 确定最远和最近观测孔孔位时, 均应乘以深度影响系数 n' , 即

$$\text{最远观测孔} \quad r_{p_2} = n' a M \quad (4-2-7)$$

表 4-2-3 承压含水层埋深与引用补给半径的关系

试验场	岩 性	承压含水层		引用补给半径			深度影 响系数
		厚 度	顶板深度				
		M (米)	z (米)	R_y (米)	$0.2R_y$ (米)	$0.67R_y$ (米)	n'
华 家 寨	砂	20	20	400	80	28	1
园棉厂	砂	20	60	4000	800	280	10
荷 花	砂	25~40	400	30000	6000	2100	75

$$\text{最近观测孔} \quad r_{n_1} = n' \beta M \quad (4-2-8)$$

式中之 n' 值由图4-2-8查得。

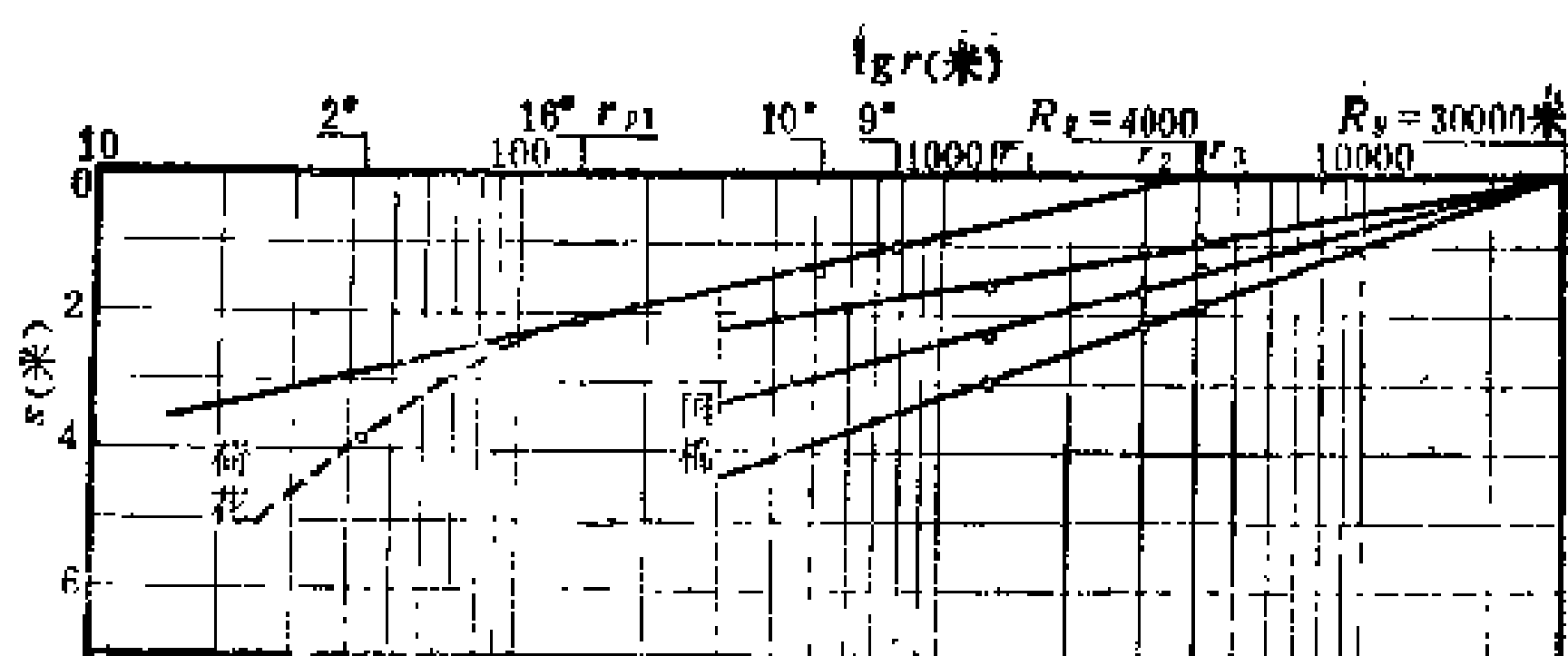


图 4-2-7 深层承压含水层 $s=f(lgr)$ 曲线

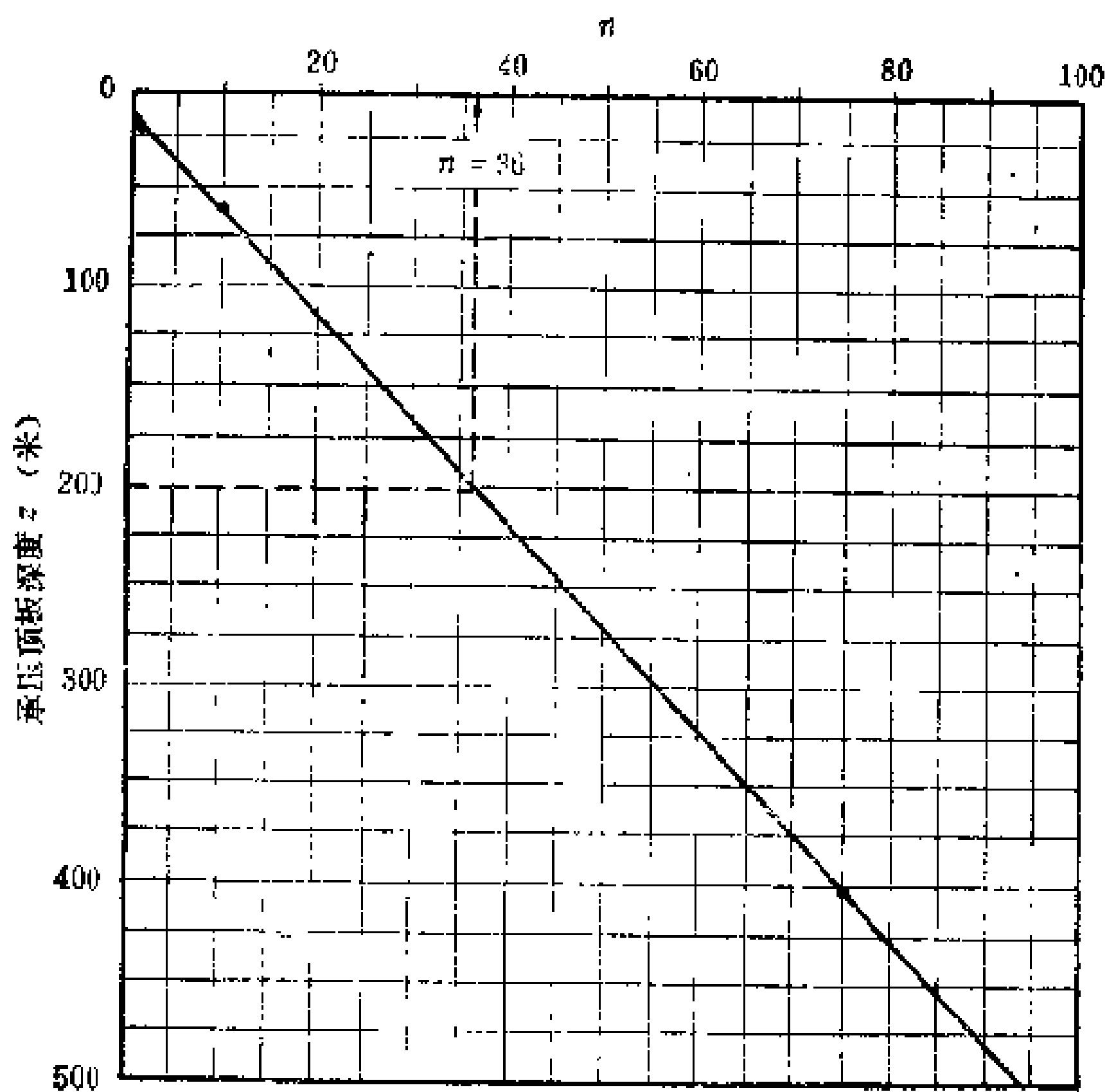


图 4-2-8 深度影响系数曲线

3. 非稳定流抽水最远观测孔布置的限制

对于非稳定流抽水试验来说，其最远观测孔的布置必须限制在式（2-1-11）范围内，即

$$\text{最远观测孔 } r \leq 0.05 R_v$$

三、观测孔深及测压深度

凡布置在宣布段的式（1-7-1）内的观测孔，其孔深及测压深度均可置于承压含水层顶板以下适当深度即可；如观测孔布置在 $r < 0.07 R_v$ ，即 $r < \beta M$ 之内，则其孔深及测压深度均须置于“中立线”上，即深度 $z = 0.5M$ 处（见第一章第六节之三），以确保测得的是二维流降深。

当然，上述情况只适用于抽水井吸水龙头均置于承压含水层顶板以上。

第三节 抽水试验延续时间的确定方法

由式（1-5-19'）可知，水位下降值系由稳定降深值 s 和因时间未抽够的单位（ $Q/4\pi kM = 1$ ）剩余降深值 Δs 构成。其比值的百分比即为抽水时水位稳定的计算误差，亦即相应为参数计算的误差（如渗透系数 k ），即

$$e = \frac{\Delta s}{s} = \frac{\Delta k}{k} \quad (\%) \quad (4-3-1)$$

如设 $R_v = 1120$ 米， $a = 10^2$ 米²/日， r 、 s 、 Δs 、 t 、 e 值如表4-3-1所列和图4-3-1所示。目前，如参数计算的精度定为95%^①，即允许误差 $e = 5\%$ ，均能满足一般的要求。因此，当抽水进行到只剩下5%的剩余降深值时，就可以认为抽水已达相对稳定。

这样，就可以从图4-3-1的三条曲线查得同一允许误差 $e = 5\%$ 所需要的达到稳定的时间分别为 $t_1 = 0.5$ 日、 $t_{200} =$

1.2日、 $t_{s00}=1.7$ 日，并将这些数据绘成如图4-3-2所示的曲线。

若已知任意观测孔离抽水井的距离 r ，便可直接由图4-3-2确定出相应的抽水达相对稳定所需的时间 t 值。

如为非稳定流抽水试验，则其延续时间一般应按

$$s=f(\lg t)$$

表 4-3-1 水位稳定的计算误差

r	s (米)	t (日)	0.01	0.05	0.1	0.3	0.5	0.7	1.0	2.0
4	11.28	Δs	4.037	2.468	1.823	—	0.560	—	0.219	0.048
		$\Delta s/s$	0.385	0.219	0.162	—	0.050	—	0.020	0.004
		$\varepsilon \%$	35.800	21.900	16.000	—	5.000	—	2.000	0.400
200	3.50	Δs	—	—	1.753	0.890	0.553	0.370	0.218	0.048
		$\Delta s/s$	—	—	0.500	0.254	0.185	0.105	0.062	0.140
		$\varepsilon \%$	—	—	50.000	25.400	15.800	10.500	6.200	1.400
500	1.85	Δs	—	—	1.442	—	0.521	0.353	0.214	0.048
		$\Delta s/s$	—	—	0.780	—	0.282	0.191	0.117	0.026
		$\varepsilon \%$	—	—	78.000	—	28.200	19.100	11.400	2.600

曲线判定。当无观测孔时，如果 $s=f(\lg t)$ 曲线有拐点，则延续时间应延续至拐点后的线段趋于水平为止。如无拐，则延续时间宜根据试验目的而定：当有观测孔时，其延续时间则应按最远观测孔的 $s=f(\lg t)$ 曲线同法判定。

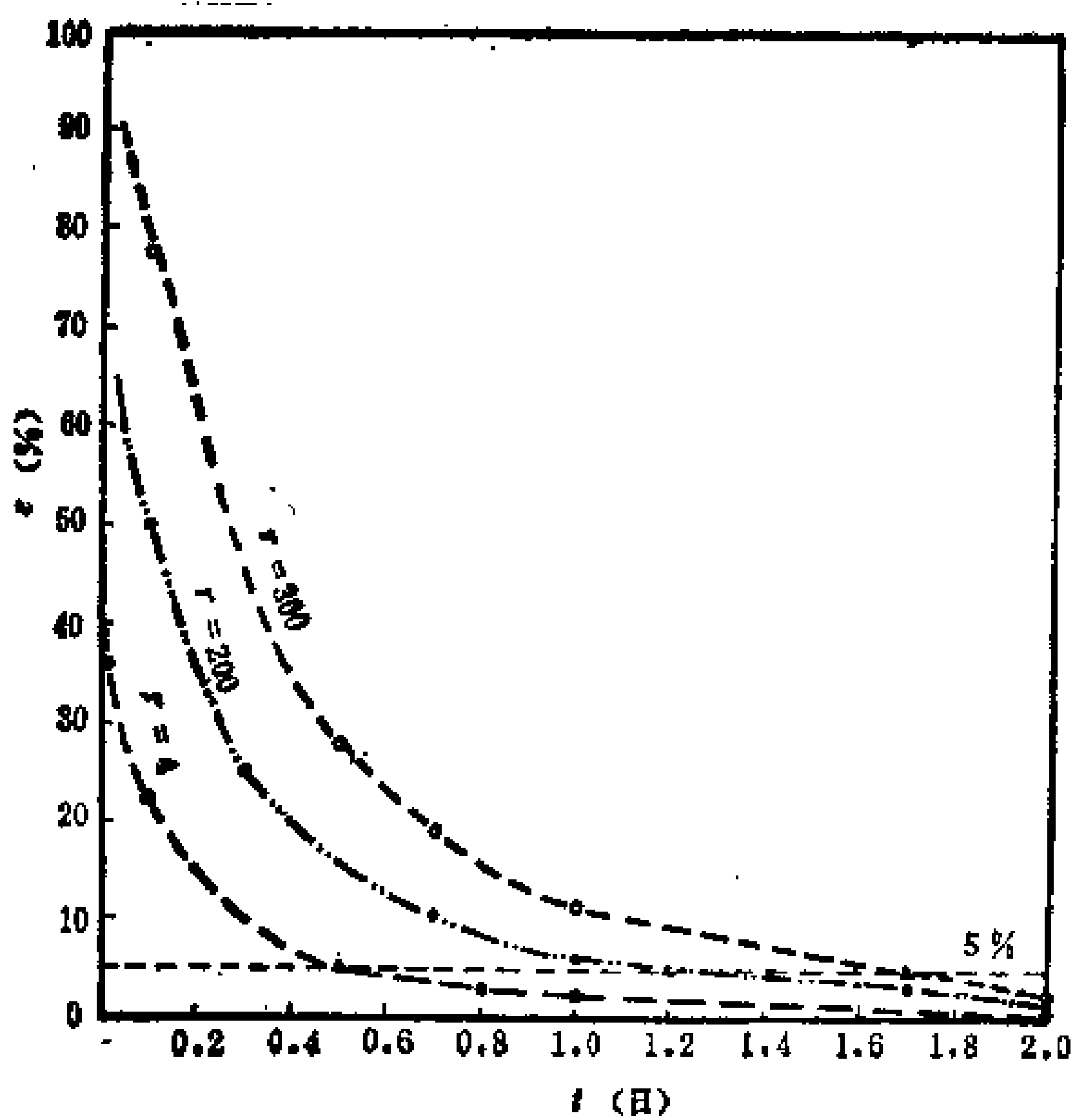


图 4-3-1 水位稳定时间与计算误差关系曲线

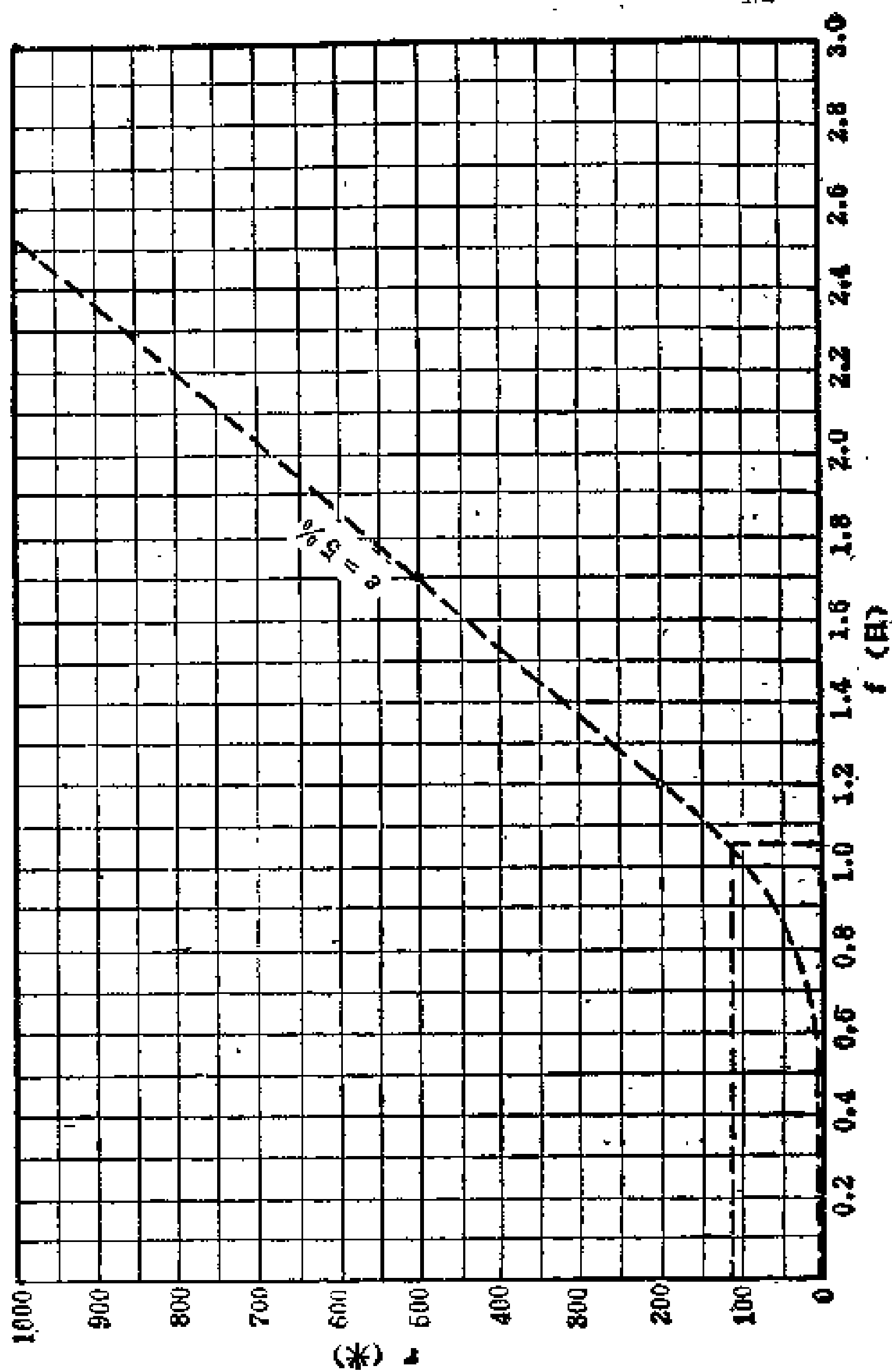


图 4-3-2 抽水延续时间的确定

第四节 抽水试验测试

抽水试验的一个很重要的环节是对水位、流量和水温的现场准确测定。这里，应着重考虑：测试目的，测试条件（水位埋深、孔深、孔径、参数变幅、设备类型），工作要求（量测精度、测定周期）、仪器结构和经济合理；在仪器的选用方面，应考虑其结构简单，使用方便，精确可靠和经济有效。

表 4-4-1 水位测定方法及其优缺点

测定方法	测定方式	量测误差 (%)	优 点	缺 点
机 械	浮 标 式	0.5~1.0	结构简单，费用低	有游移部份，摩擦对读数的精度有影响
电 动	浮标指示式	1.0~1.5	测定范围广，应力值小	结构复杂，传感器不互换
	浮标接触式	0.5~1.0	结构简单，灵敏度高	
电 子	电 容 式	0.5~2.0	精度高，无游移部份，传感器尺寸小	受传感器与孔壁相对位置的影响
	无线电波式	0.5~2.0	结构简单，传感器尺寸小	
	接 触 电 式	1.0~1.5	测定范围广，无游移部份	有游移部份，量测绝对值时误差大
水 力	水 压 式	1.0~2.0	无游移部份，传感器尺寸小	灵敏度低，结构复杂
	气 压 式	2.0~2.5		灵敏度低，介质的温度、浓度对精度有影响
声 响	响 声 式	2.5~5.0	可靠性高	结构复杂，精度低

表 4-4-2

流量测定方法及其优缺点

测定方法	适用范围	优点	缺点	仪器类型
容积法	用于小流量的井口测定	精度高 (0.2~1.0%)，灵敏度高，测定的介质的粘滞度对测量结果影响小，刻度倍数大		器皿
变压法	用于各类流量的井口测定	精度高 (2.5%)，可实现多次仪表化		缩径管孔板流量计
固定压力差法	适用于小流量测定，工作温度为-25~+25℃，测定下限为0.1厘米 ³ /秒	结构与制造简单，可用于其侵蚀性的水流，级差均匀。测量范围大，压力损失小。误差为 2.5%，受所测液体的密度与粘滞度的影响大，安装困难		转子流量计
流速法	用于钻孔中测定地下水的流速。国外广泛采用	能按工作需要测定不同位置的地下水流速，是当前求参数的实用方法，但对传感器的要求过高，制作工艺较难，成本较贵		各类流速仪
电磁法	适用于流动畅通的和不含铁质的水流	精度高，无水头损失，无惯性。测流范围宽 (100~40000 米 ³ /时)。水流的物理化学指标与流体的参数无关。误差为 ±0.5~1.0%		电磁流量计

一、水位测试

用于抽水试验的水位测定，按其测定方法，一般可分为机械法、电动法、电子法、压力法和声响法；按其测定方式，一般分为浮标式、指示式、接触式、电容式、电波式、水压式、气压式和响声式等。这些水位测定的方法的优缺点如表4-4-1所列。

近些年来，我国也已研制出一些技术性能较好的水位测定器。按其传感器的类型可分为电极接触式、浮标式、压力式和声响式等。这些新型水位计的特点是：自动测记，反映灵敏、综合测定和精度较高。

二、流量测试

用于抽水试验的流量测定方法有两种，一种是在井口测定的；另一种是在井内测定的。前者是直接测定的，而后者是通过钻孔流速仪测定井内流速再换算为流量，是间接的。按流量的测定方法可分为容积法、压差法（交变或固定）、流速法和电磁法等。它们的优缺点列于表4-4-2。

三、水温测试

水温的测定有直接的和间接的两种。所使用的仪表有固定式水温计、携带式水温计和综合测试仪三种；或膨胀水温计、金属水温计、气压水温计和阻抗水温计；或水银水温计、酒精水温计等。

第五章 参 数 计 算

第一节 计 算 方 法

一、稳定流计算方法

由第一章所述的抽水试验原理可知，用稳定流方法计算参数的基础是 $s=f(\lg r)$ 曲线，而 $s=f(\lg r)$ 曲线的直线法则是稳定流计算方法的核心。因为该直线段于 $\lg r=0$ 的交点即表征含水层的补给条件和范围的引用补给半径 R_b ；该直线段的斜率（坡度）即为表征含水层透水性的渗透系数 k ；而该直线段出现的位置与时间即为表征含水层导水性的导压系数 a 。

可见，用稳定流 $s=f(\lg r)$ 直线法计算参数的要领是掌握该直线段于 $\lg r=0$ 的交点、斜率、时间的规律。这样就可以准确地计算出含水层的参数 R_b 、 k 、 a 。所依据的抽水试验资料有单孔的和多孔的两种。

用多孔抽水试验资料计算参数的主要问题是如何确定出符合稳定流计算公式的适用段、三维流是否存在的判别和修正、计算数据的正确选用等。

1. 适用段的确定方法

适用段的确定方法有两种。一种是计算法，即按式（1-7-1）计算确定；另一种是 $s=f(\lg r)$ 图解法（图4-2-1至图4-2-4）。此法的关键在于三次抽降的三条直线于 $\lg r=0$ 处是否同交于一点。若同交于一点，则说明试验数据准确无误；反之，如不同交于一点，则表明可能因抽水时间不够长，而使降深 s 实际上未达其应有的深度，或因量测、记录有误。

在这种情况下，就必须根据实际情况进行具体的修正。

如由于抽水时间不够长， s 实际上未达到其应有的深度，则可借助于 $s = f(\lg t)$ 曲线拐点的对称原理，利用反映法把曲线的前半部反映到曲线的后半部上，把缺少的尾部补齐。其具体的做法是：

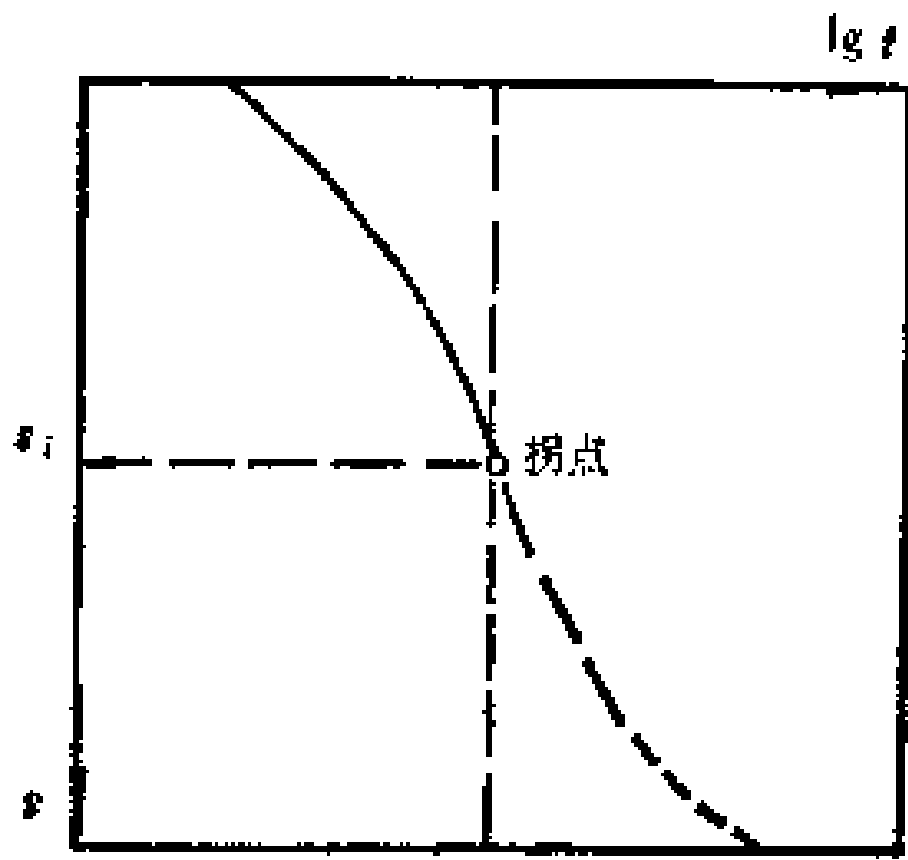


图 5-1-1 $s = f(\lg t)$ 曲线拐点反映法

先用透明纸描下已有的曲线（图5-1-1的实线），随后将透明纸按图中所示的虚十字线褶皱，使曲线的前后半枝能很好地重迭起来。这需要反复凑试多次才能完成。试成后的虚十字线与曲线的交点即为曲线的拐点。据此，即可描出它的尾部（图5-1-1的虚线）。这样，过拐点于 s 轴上的垂直交点 s_i ，即为修正后的 s 值。于是，即可将它修正到三点一直线上，适用段自然也就图解出来。

2. 三维流的判别方法

三维流存在与否的判别方法有三种：

(1) $s = f(\lg r)$ 曲线判别法

此法系根据 $s = f(\lg r)$ 曲线来判别的。如为直线，即表明不存在三维流；若为曲线，则表明存在三维流。三维流的

分布界限就是直线段向井端与曲线的分歧点，即 r_{p1} 点(图4-2-1至图4-2-4)。

(2) $Q \sim s$ 曲线类型判别法

抽水试验是否发生三维流或紊流，可用雅可比或凯列尔公式来判别，即

$$s_w = \alpha_1 Q + \alpha_2 Q^2 \tag{5-1-1}$$

其中， $\alpha_1 Q$ 项为二维层流； $\alpha_2 Q^2$ 是由三维流或紊流引起的，也可能是二者同时存在而引起的水头损失。因此，可用 $\alpha_2 Q^2$ 项的 $Q \sim s_w$ 曲线类型（图5-1-2）来判别三维流的存在与否。

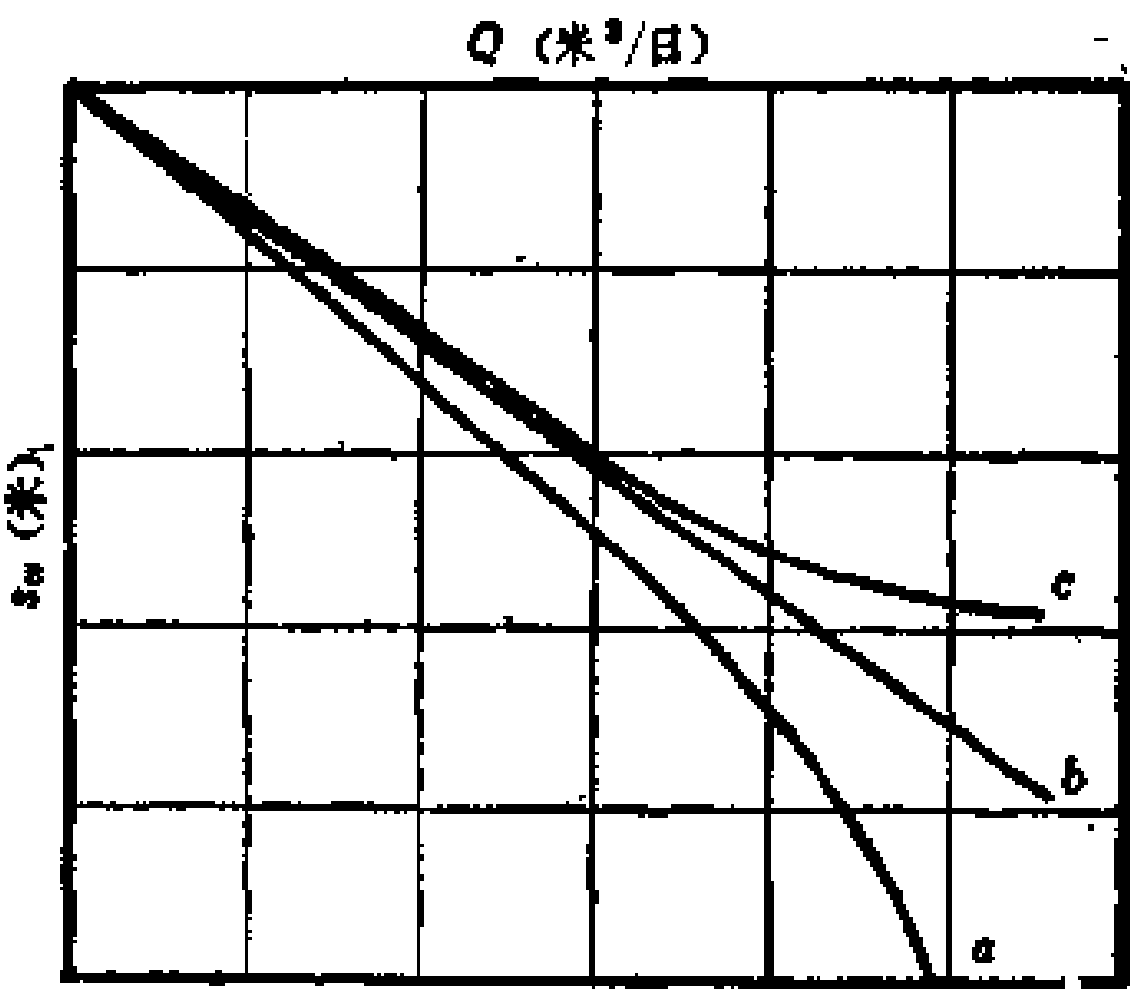


图 5-1-2 $Q \sim s_w$ 曲线类型图

若 α_2 为正值，即 $\alpha_2 Q^2 > 0$ ，则为a曲线，表明存在三维流。

若 α_2 为负值, 即 $\alpha_2(Q) < 0$, 则为 c 曲线, 也表明存在三维流。

若 α_2 趋近于零值, 即 $\alpha_2(Q) \approx 0$, 则为 b 曲线, 表明不存在三维流。

(3) $\xi = f(Q)$ 曲线判别法

$\xi = f(Q)$ 曲线法亦即单位流量降深比值法, 其判别式为

$$\xi = \frac{s}{Q} = \alpha_1(r) + \alpha_2(r, z)Q \quad (5-1-2)$$

式中 ξ ——单位流量降深比值 (米²/日);

Q ——流量 (米³/日);

s ——降深 (米);

α_1 ——二维流降深系数, 即图 5-1-3 直线于 ξ 轴的截距;

$$\alpha_2 = \frac{\xi - \alpha_1}{Q} \quad (5-1-3)$$

依据式 (5-1-2), 以 ξ 值为纵轴, 以 Q 为横轴, 即可绘制如图5-1-3所示的 $\xi = f(Q)$ 曲线类型, 依此判别是否存在三维流。

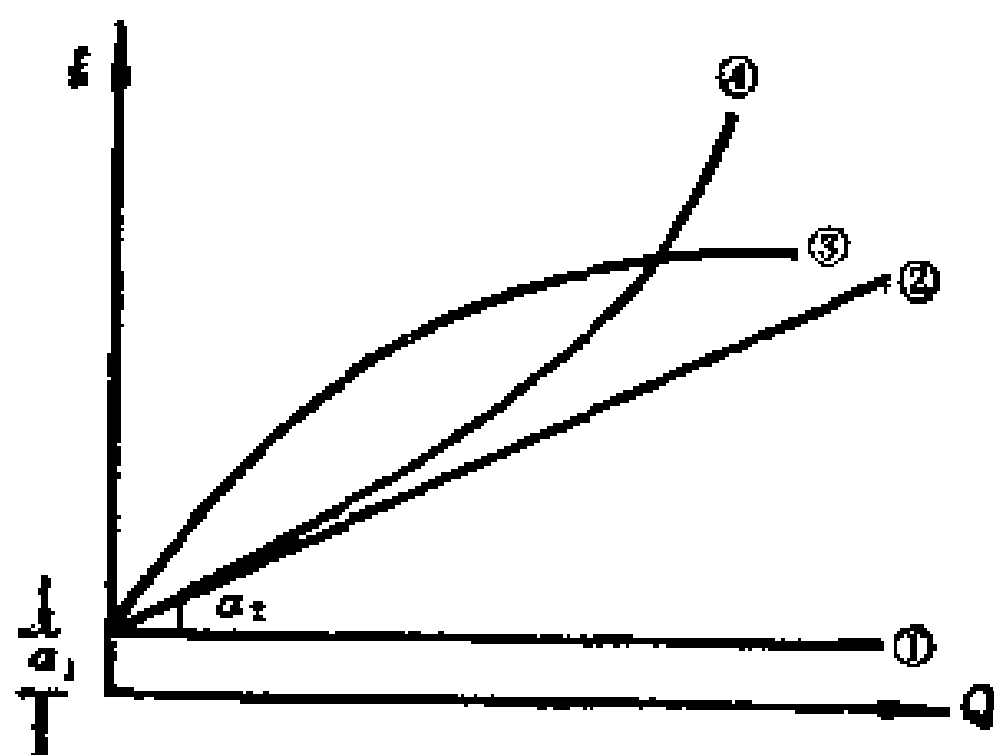


图 5-1-3 $\xi = f(Q)$ 曲线类型

在图5-1-3中, 若为①曲线——水平直线, 即 $\alpha_2=0$, 表明不存在三维流。符合公式要求, 不必修正。

若为②曲线——倾斜直线, 即 $\alpha_2 \neq 0$, 表明存在三维流。因不符合公式要求, 故须修正。修正的办法是先由图5-1-3的②曲线求出 α_2 值, 然后由 $s_1(r, z) \sim Q$ 算出三维流的附加降深值, 最后从每次的降深值中减去该三维流的附加降深值。这样, 便可校正到一条直线上去。

若为③、④曲线——抛物线, 它表明存在着比三维流更为复杂的附加降深。这就需要用最小二乘法进行修正。

3. 计算数据的选取方法

计算数据必须选自稳定流公式的适用段 $0.2R_w$ 内, 否则其计算结果将是错误的。而且, 所采用的数据必须符合下述要求:

(1) 每次的流量 Q 与坡度(斜率) m 之比必相等(图5-1-4), 即

$$\frac{Q_1}{m_1} = \frac{Q_2}{m_2} = \frac{Q_3}{m_3} \quad (5-1-4)$$

(2) 每次降深比值必为常数, 即

$$\frac{s_{r_1,1}}{s_{r_2,1}} = \frac{K_0 \left(\frac{1.12r_1}{R_w} \right)}{K_0 \left(\frac{1.12r_2}{R_w} \right)} = \text{常数} \quad (5-1-5)$$

(3) 每次降深流量比也为常数, 即

$$\frac{s_1}{Q_1} = \frac{s_2}{Q_2} = \frac{s_3}{Q_3} \quad (5-1-6)$$

如果所选取的数据能满足式(5-1-4), 或式(5-1-5), 或式(5-1-6), 那么采用H表即是正确的; 反之即不正确, 故须重新检查、分析、修正后方可用于计算参数。

至于用单孔抽水试验资料计算参数的方法与多孔的一样，但 R_0 值则需用单孔非稳定流降速法(见后)先求得 k 值，后再反求 R_0 值，再求 k 值。

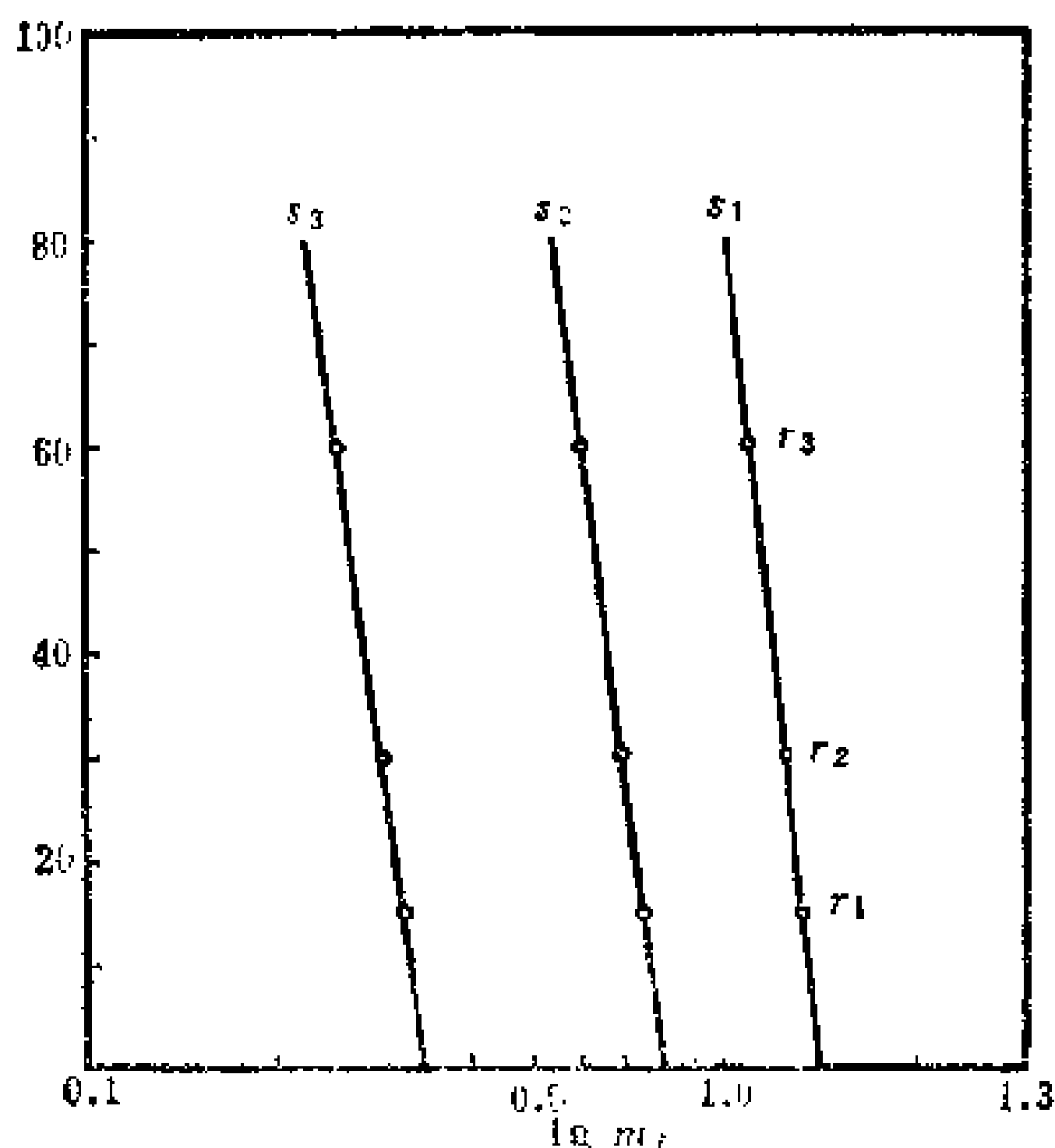


图 5-1-4 $r = f(\lg t)$ 曲线

二、非稳定流计算方法

由第二章所述的非稳定流抽水试验原理同样也可知，非稳定流计算参数的基础是 $s = f(\lg t)$ 曲线，而其拐点的斜率则是非稳定流计算方法的核心。所以，非稳定流计算方法就是 $s = f(\lg t)$ 曲线过拐点和切线法，即拐点法。其计算要领是掌握 $s = f(\lg t)$ 曲线的拐点斜率。

拐点斜率 m_t 选用的是否正确，其判别式为

$$r = \frac{2.3}{1.12} \left(\lg \frac{2.3Q}{4\pi k M} - \lg m_i \right) \quad (5-1-7)$$

若以距离 r 为算术纵座标，以 m_i 为对数横座标，便可绘制成如图5-1-4所示的 $r = f(\lg m_i)$ 曲线。如各次抽降（或恢复）的点子均落在一直线上，且各直线相互平行，则说明拐点斜率 m_i 取值正确；若各直线不平行，或有些点子不落在一直线上，则说明 m_i 的取值有误，即须弃其不合理的点子，而后连接各合理的点子，并作平行线，然后把偏离直线的点子校正到一直线上。

对于近观测孔来说，鉴于水位降在头数分钟就已经完成了70~80%，所以，如果 $s = f(\lg t)$ 曲线只呈现出后半部，其拐点的座标不易确定时，也可以用上述的反映法（图5-1-1）确定 m_i 值。如果拐点出现在头1分钟座标轴的左方，则应尽量取靠近头数分钟内的最大 m_i 值。

而对于远观测孔来说，情况正相反。由于其开始水位降的时间滞后，所以 $s = f(\lg t)$ 曲线可能只呈现出前半部。在这种情况下，同样也可以用反映法确定 m_i 值。

此外，还可以根据三次抽降的 $s = f(\lg t)$ 曲线的拐点出现于同一时间的原理来检查拐点斜率 m_i 取值是否有误。

第二节 参 数 计 算

一、引用补给半径 R_i

（一）非稳定流方法

1. 拐点率比法

此法系利用非稳定流多孔抽水试验的 $s = f(\lg t)$ 曲线拐点的降深 s_i 与斜率 m_i 的比值确定 R_i 值，即

把 n 个观测孔，如设 $n=4$ ，其编号分别为1、2、3、4；离抽水井的距离分别为 r_1 、 r_2 、 r_3 、 r_4 。利用任意两个观测孔，记为 i 、 j ，其相应的 s 、 r 值代入式 (1-5-14) 求出 k_{i-j} ，然后以 k_{i-j} 为纵轴， r_n 为横轴，绘制 $k=f(r)$ 曲线 (图5-2-1)，亦即把所有的 k_{i-j} 值分别点在 $r=r_i$ 、 $r=r_j$ 线上，并分别记为 $k_{i-j}=k_{i-i_0}$ ，而 $k_{i-j}=k_{j-i_0}$ 。于是连 k_{1-2} 、 k_{1-3} 、 k_{1-4} ，成一直线，与 $r=r_1$ 线相交得 k_{1-1} 点。依此类推，分别得 k_{2-2} 、 k_{3-3} 、 k_{4-4} 点。然后，再连 k_{4-4} 、 k_{3-3} 、 k_{2-2} 、 k_{1-1} 点成一直线，并延长至 $r=r_w$ 交于 k_{i-j} 轴 ($r=0$ 、 $i-j=0$)，即得 k_{00} 值。最后，将 k_{00} 值代入式 (5-2-3) 得

$$\lg R_v = \frac{2\pi k_{00} M s}{2.3Q} + \lg r_w \quad (5-2-4)$$

3. $x=f(K_0(x))$ 标准曲线法

此法亦称稳定流配线法，系利用式 (1-5-9)、(1-5-7) 的关系，以变数 x 为横轴，以二类零阶修正贝塞尔函数 $K_0(x)$ 为纵轴，在双对数纸上绘制 $x=f(K_0(x))$ 标准曲线 (图5-2-2)。

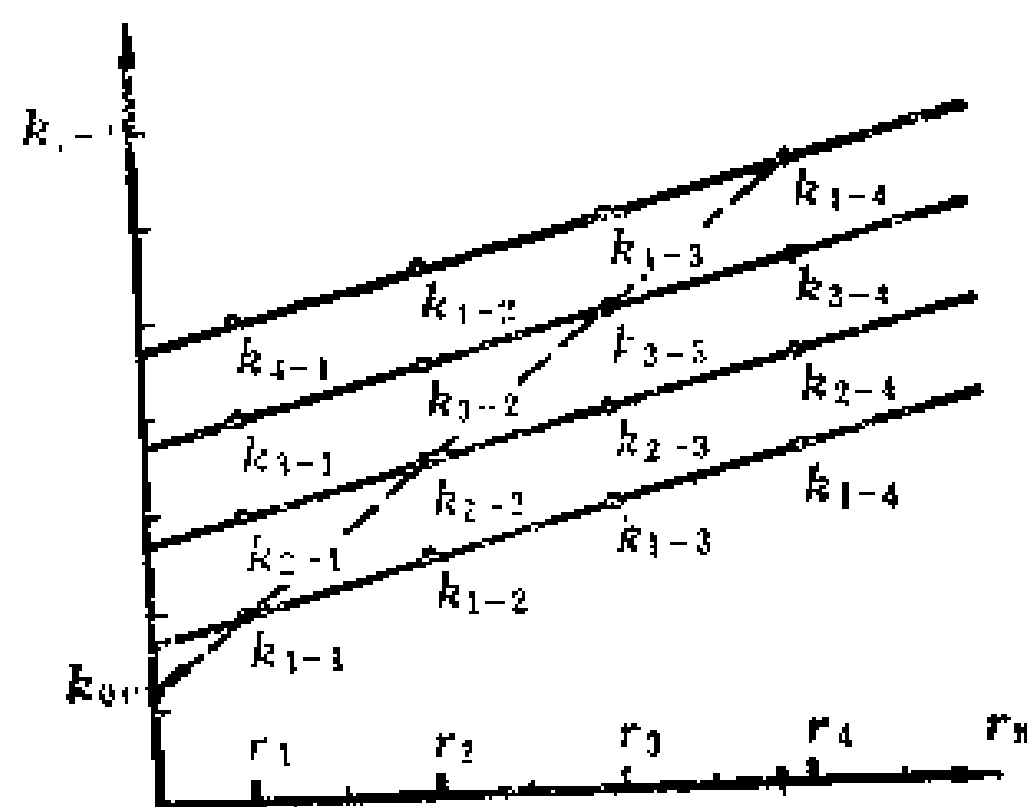


图 5-2-1 $k=f(r)$ 曲线

表 5-2-1 引用补给半径 R_y 的计算公式

非 稳 定 流			稳 定 流		
方法	降 速 法		坡 度 法		配 线 法
	降 速 法	率 比 法	k_{00} 法	图 解 法	
公式	$\lg R_y = \frac{2\pi k M s_w}{2.3Q} + \lg r_w$ (5-2-3)	$R_y = \frac{1.12r}{x}$ (1-5-8)	$\lg R_y = \frac{2\pi k_0 M s}{2.3Q} + \lg r_w$ (5-2-4)	$\lg R_y = \frac{2\pi k M s}{Q} + \lg r$	$R_y = \frac{1.12r}{x}$ (1-5-7)
步骤	由单孔的 $s = f(\lg t)$ 曲线求其降速 $m_i = (s_2 - s_1) / (\lg t_2 - \lg t_1)$ 后由式 (5-2-3)求得 R_y	由多孔的 $s = f(\lg t)$ 曲线拐点之降深斜率比 2.3 $s_i / m_i = e^x k_0(x)$ (依此由附表查得)后代入式(1-5-7)解得 R_y	用蒂姆公式求 k 值, 绘制 $k = f(r)$ 曲线得 k_{00} 值后, 代入式(5-2-3')解得 R_y	用多孔的 s 、 r 值绘制 $s = f(\lg x)$ 曲线, 使三个观测孔、三次抽降、三条直线均交于 $\lg r = 0$ 一点, 即 R_y	用多孔的 r 、 s 值绘制 $\lg s = f(\lg r)$ 曲线并与标准曲线图配合, 得该配合点座标值 r 、 x 代入式(1-5-7)
资料	单孔二次抽降	多孔三次抽降	多 孔	三 次 抽 降	
曲线	$s = f(\lg t)$		$s = f(\lg r)$		
条件	$r \leq 0.05 R_y$		$r \leq 0.2 R_y$		

得 R_y 值。

为便于使用，现将无界承压含水层 R_y 的计算公式、方法、步骤、曲线和条件列于表5-2-1。

对于越流补给的含水层，可用式 (1-5-10) 求得 R_y ；对于有界含水层，视边界条件而定，可用式 (1-5-16)、(1-5-17)、(1-5-18) 求得 R_y ；对于双层介质含水层，可用式 (1-8-6)、(1-8-9)、(1-8-12)、(1-8-15) 求得 R_y 。

二、渗透系数 k

(一) 无界承压含水层

1. 非稳定流的方法

(1) 降速法

$$k = \frac{2.3Q}{4\pi M} \frac{1}{m_i}, \text{ 即式 (5-2-2)。}$$

此法仅适用于抽水井或在 $r \leq 0.05 R_y$ 范围内的观测孔。

(2) 率比法

$$k = \frac{2.3Q}{4\pi M} \frac{1}{m_i e^x K_0(x)} \quad (5-2-5)$$

式中

$$m_i = 2.3 \frac{s_i}{m_i}, \text{ 即拐点的降深 } s_i \text{ 与斜率 } m_i \text{ 之比值。 } s_i、$$

m_i 值由 $s = f(\lg t)$ 曲线确定。

$e^x K_0(x)$ ——指数二类零阶修正贝塞尔函数，由附录表查得。

2. 稳定流的方法

(1) 坡度法

$$k = \frac{2.3Q}{2\pi M} \frac{1}{i} \quad (5-2-6)$$

式中

$$i = \frac{s_1 - s_2}{\lg r_2 - \lg r_1}, \text{ 即直线斜率 (坡度); 由 } s = f(\lg r) \text{ 直}$$

线确定, 并须符合式 (1-7-1) 裘布衣-蒂姆公式的限制要求。

(2) 贝塞尔函数法

$$k = \frac{Q}{2\pi s M} K_0\left(\frac{1.12r}{R_v}\right), \text{ 即式 (1-5-9); 恒 } r \leq 0.2R_v.$$

(3) 曲线法

即 $x = f(K_0(x))$ 标准曲线法, 或称双对数法, 由下式确定

$$k = \frac{0.159Q}{Ms} K_0(x) \quad (5-2-7)$$

式中

s ——配合点的降深值, 由 $\lg s = f(\lg r)$ 实测曲线与 $x = f(K_0(x))$ 标准曲线配合确定;

$K_0(x)$ ——取配合点的座标值 r , 算出 x 值后再由附录表查得。

(4) 截距法

用抽水井的单位流量降深比值, 即 $\xi = s/Q$, 绘制 $\xi = f(Q)$ 直线, 交于纵轴 ξ 之截距 α 值, 代入下式求得:

$$k = \frac{2.3Q}{2\pi s M} \frac{\lg(R_v/r_w)}{\alpha}, \quad (5-2-8)$$

(5) 裘布衣公式

$$k = \frac{2.3Q}{2\pi s M} \lg \frac{R_v}{r_w}, \text{ 即式 (1-5-13).}$$

为便于使用, 现将 k 值的计算公式列于表 5-2-2。

表 5-2-2 无界承压含水层渗透系数*k*计算公式

方法	非 稳 定 流		稳 定 流	
	降 速 法	率 比 法	极 度 法	配 线 法
公式	$k = \frac{2.3Q}{4\pi M m_1}$ (5-2-2)	$k = \frac{2.3Q}{\frac{4\pi M m_2}{e^x k_0(x)}}$ (5-2-5)	$k = \frac{2.3Q}{2\pi M_1}$ (5-2-6)	$k = \frac{Q}{2\pi s M} K_0\left(\frac{1.12r}{Ry}\right)$ (1-5-9)
				$k = \frac{2.3Q}{2\pi M a_1} \times \lg \frac{Ry}{rw}$ (5-2-8)
步骤	先求降速 $m_1 = \frac{s_1 - s_2}{\lg t_2 - \lg t_1}$	先求拐点 $m_2 = \frac{s_1}{m_1}$	先求坡度 $l = \frac{s_1 - s_2}{\lg t_2 - \lg t_1}$	先 绘 制 $\lg s = f(\lg r)$ 曲线, 取配合点座标值, 后由附录表查 $K_0(x)$
			先求 Ry 值, 再由附表查得 $K_0\left(\frac{1.12r}{Ry}\right) = K_0(x)$	先求 Ry 值, 再求 a_1 值
资料	单孔或多孔三次抽降		多 孔 三 次 抽 降	单孔三次抽降
曲线	$s = f(\lg t)$		$s = f(\lg r)$	$s = f(\lg r)$
条件	$r \leq 0.05 Ry$		$r \leq 0.2 Ry$	$r = rw$

即 $t = t_0$ ，则有如下的三种方法求 a 值：

(1) 横截距法

其表达式为

$$a = \frac{r^2}{2.25 t_0} 1440 \tag{5-2-9}$$

(2) 纵截距法

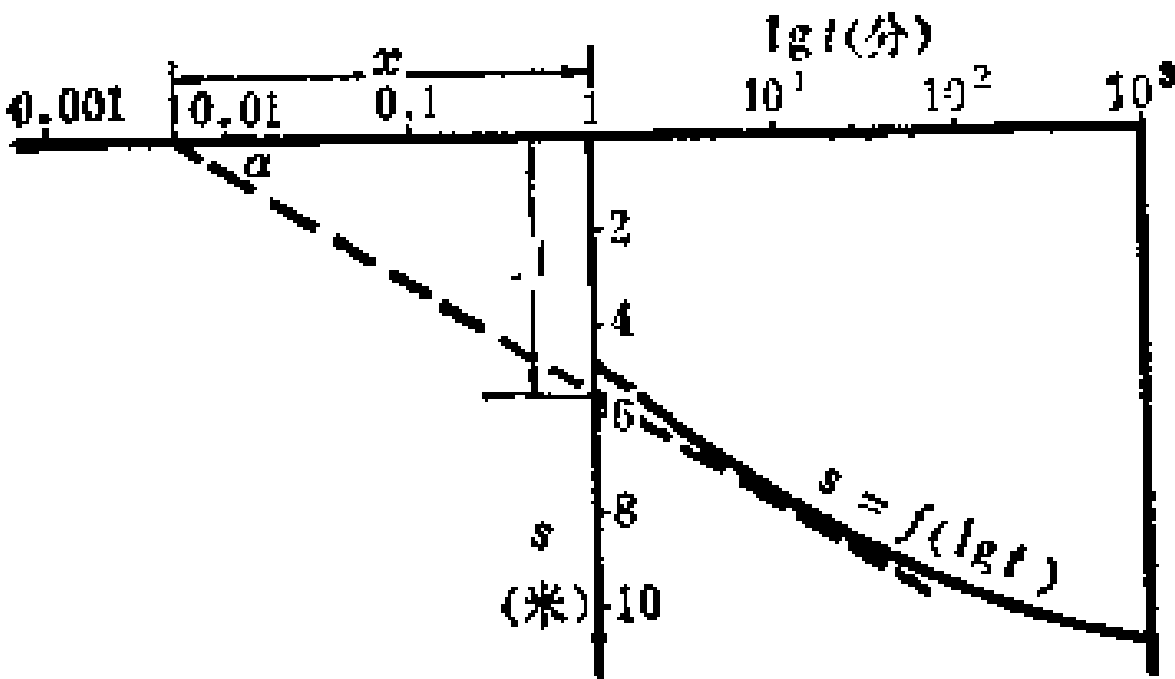


图 5-2-3 $s = f(lgt)$ 曲线

若取 $s = f(lgt)$ 曲线拐点切线于 $lgt = 1$ 交点的时间 t_1 ，即 $t = t_1$ ，则

$$a = \frac{r^2}{2.25} e^{2.3 A/m_i} 1440 \tag{5-2-10}$$

式中

$$x = 2.3 A/m_i ;$$

m_i ——拐点斜率；

A ——拐点切线于 s 轴交点 $lgt = 1$ 的纵截距（米/分）
（图5-2-3）。

(3) 双截距法

若取 $s = f(lgt)$ 曲线拐点切线于 $lgt > 1$ 时的任意时刻 t_p ，

即 $t = t_i$, 则

$$a = \frac{r^2}{2.25} e^{2.3(A/r_i - 1.8t/t_i)} 1440 \quad (5-2-11)$$

2. 有补给的

在有补给的情况下, 可用下式计算 a 值, 即

$$a = \frac{r}{2t_i E} 1440 \quad (5-2-12)$$

据式 (1-2-21), 上式中的 E 为 $E = \frac{1.12}{R_s}$, 故式 (5-2-12) 改写为

$$a = \frac{r}{2.21' E R_s} 1440 \quad (5-2-12')$$

式中之 t_i 先由已知的稳定降深 s_{max} 与拐点降深 s_i 的关系式

$$s_i = \frac{1}{2} s_{max} \quad (5-2-13)$$

得 s_i 值。由所得 s_i 值于 $s = f(t)$ 曲线上确定拐点的位 置, 而后过该拐点正交于 t 轴即得 t_i 值。

现将无界承压含水层 a 值计算公式列于表 5-2-3。

(二) 有界承压含水层

对于有界含水层来说, 在抽水达稳定的情况下, 式 (5-2-12') 仍可用于有界含水层, 例如:

1. 单补给边界

因 R_s 即式 (1-5-16) 中之 $2b$, 故由式 (1-5-26) 就有

$$a = \frac{3.25'}{t} 1440 \quad (5-2-14)$$

2. 条形双补给边界

$$a = \frac{[0.63 L \sin(\pi l/L)]^2}{1.25 t_i} 1440 \quad (5-2-15)$$

表 5-2-3 无界承压含水层导压系数 a 计算公式

方 法	无 补 给				有 补 给	
	非 稳 定 流				稳 定 流	
	拐 点 切 线 法				拐 点 法	
	横 距 法	纵 截 距 法	双 截 距 法	正 交 法		
注	$t < 1 \quad (t_0)$	$t = 1 \quad (t_0)$	$t > 1 \quad (t_p)$	$t = t_i \quad (t_i)$		
公 式	$a = \frac{r^2}{2.25t_0} \cdot 1440$ (5-2-9)	$a = \frac{r^2}{2.25} e^{2.3A/m} \cdot 1440$ (5-2-10)	$a = \frac{r^2}{2.25} e^{2.3(A/m_1 - \lg(p)) \times 1440}$ (5-2-11)	$a = \frac{r}{2.24t_i} \cdot \frac{1440}{Ry}$ (5-2-12')		
步 骤	过拐点切线于 $\lg t = 0$ 的交点得 t_0	过拐点切线于 $\lg t = 1$ 的交点得 t_1	过拐点切线于 $\lg t > 1$ 的交点得 t_p	先求 $s_i = s_{max}/2$, 过 s_i 正交于 $\lg t$ 轴得 t_i		
资 料	单 孔 或 多 孔				多 孔	
曲 线	$s = f(\lg t)$				$s = f(\lg t), \quad s = f(\lg r)$	
条 件	$r \leq 0.05R_y$				$r \leq 0.2R_y$	

据上述 ξ 值绘制如图5-3-2所示的 $\xi = f(Q)$ 曲线。从该图可以看出，抽水井及观测孔 r_w 、 r_1 、 r_2 成倾斜直线，表明 r_w 、 r_1 、 r_2 均存在三维流；而 r_3 为水平直线，已不存在三维流。

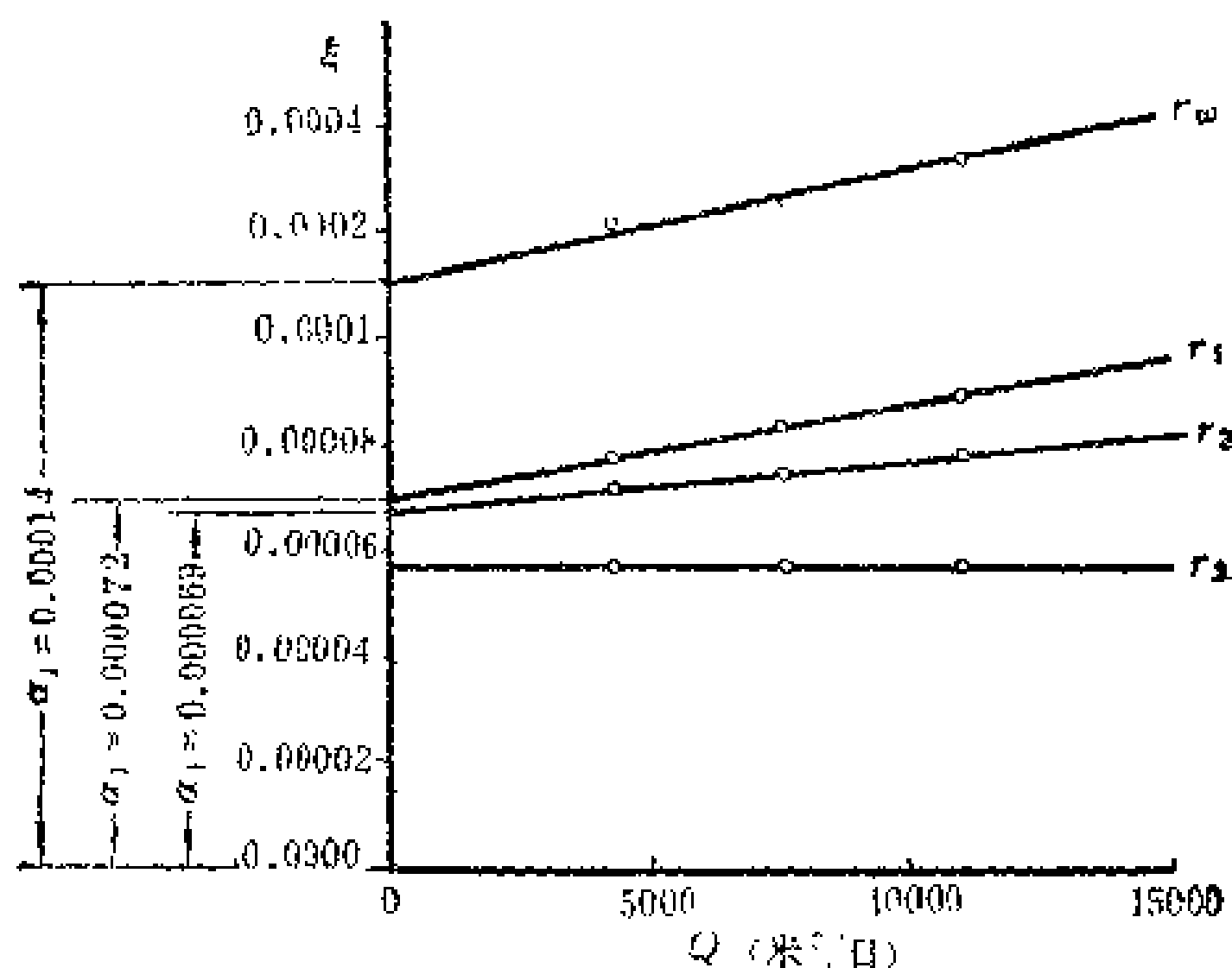


图 5-3-2 福利 $\xi = f(Q)$ 曲线

由图5-3-2得知， r_w 、 r_1 、 r_2 三条倾斜直线交于 ξ 轴的截距 α_1 分别为

抽水井 r_w : $\alpha_1 = 0.00014$ 。

观测孔 r_1 : $\alpha_1 = 0.000072$ 。

观测孔 r_2 : $\alpha_1 = 0.000069$ 。

而相应的斜率 α_2 按式 (5-1-3) 分别算得

$$\begin{aligned}
 & \alpha_2 = \frac{0.000325 - 0.00014}{11145.60} = 0.000000018 \\
 r_w \left\{ \begin{aligned} & \alpha_2 = \frac{0.000276 - 0.00014}{7464.96} = 0.000000018 \\ & \alpha_2 = \frac{0.000237 - 0.00014}{4173.12} = 0.000000023 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

$$r_1 \begin{cases} \alpha_1 = \frac{0.000897 - 0.00072}{11145.60} = 0.000000001 \\ \alpha_2 = \frac{0.000814 - 0.00072}{7461.96} = 0.000000001 \\ \alpha_3 = \frac{0.000791 - 0.00072}{4173.12} = 0.000000001 \end{cases}$$

$$r_2 \begin{cases} \alpha_1 = \frac{0.000789 - 0.00069}{11145.60} = 0.00000000092 \\ \alpha_2 = \frac{0.000737 - 0.00069}{7461.96} = 0.00000000092 \\ \alpha_3 = \frac{0.000743 - 0.00069}{4173.12} = 0.00000000092 \end{cases}$$

由式 (5-1-1) 得知, 其右侧第二项 $\alpha_i Q^2$ 是由三维流引起的, 所以三维流附加降深 $s' = \alpha_i Q^2$, 于是分别算得

$$r_w \begin{cases} s'_1 = 0.000000016(11145.60)^2 = 1.99 \text{ 米} \\ s'_2 = 0.000000018(7461.96)^2 = 1.00 \text{ 米} \\ s'_3 = 0.000000023(4173.12)^2 = 0.40 \text{ 米} \end{cases}$$

$$r_1 \begin{cases} s'_1 = 0.00000001(11145.60)^2 = 0.12 \text{ 米} \\ s'_2 = 0.00000001(7461.96)^2 = 0.06 \text{ 米} \\ s'_3 = 0.000000001(4173.12)^2 = 0.02 \text{ 米} \end{cases}$$

$$r_2 \begin{cases} s'_1 = 0.00000000092(11145.60)^2 = 0.11 \text{ 米} \\ s'_2 = 0.00000000092(7461.96)^2 = 0.05 \text{ 米} \\ s'_3 = 0.00000000092(4173.12)^2 = 0.01 \text{ 米} \end{cases}$$

求得三维流附加降深 s' 值之后, 便可从实测的降深值 s 减去 s' 值, 即得修正后的降深 $s_0 = s - s'$ 分别为

$$r_w \begin{cases} s_{0,1} = 3.62 - 1.99 = 1.63 \text{ 米} \\ s_{0,2} = 2.06 - 1.00 = 1.06 \text{ 米} \\ s_{0,3} = 0.99 - 0.40 = 0.59 \text{ 米} \end{cases}$$

$$r_1 \begin{cases} s_{0.1} = 1.00 - 0.12 = 0.88 \text{ 米} \\ s_{0.2} = 0.63 - 0.06 = 0.57 \text{ 米} \\ s_{0.3} = 0.33 - 0.02 = 0.31 \text{ 米} \end{cases}$$

$$r_2 \begin{cases} s_{0.1} = 0.88 - 0.11 = 0.77 \text{ 米} \\ s_{0.2} = 0.56 - 0.05 = 0.51 \text{ 米} \\ s_{0.3} = 0.31 - 0.01 = 0.30 \text{ 米} \end{cases}$$

(三) 引用补给半径 R 计算

1. 用 $s = f(\lg r)$ 曲线图解法求解

即据表5-3-1的数据绘制如图4-2-3所示的 $s = f(\lg r)$ 曲

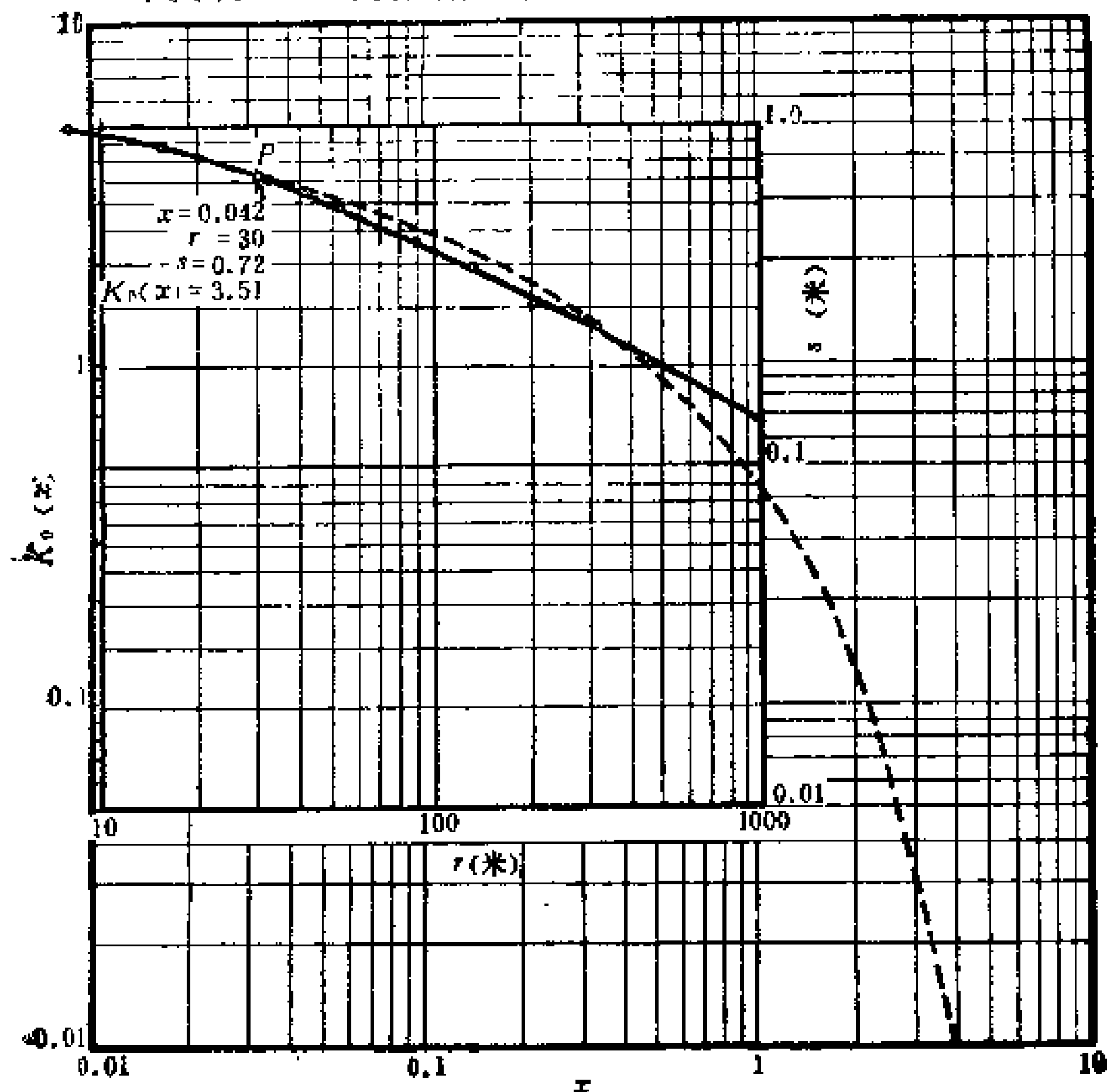


图 5-3-3 福利实测曲线与标准曲线配线图

线，取其三次抽降的三条直线同交于 $\lg r = 0$ 一点，即得 $R_v = 800$ 米。

2. 用 $x = f(K_0(x))$ 标准曲线配线法求解

根据表5-3-1 第 s_1 降程之 $r_1 \sim r_5$ 的 r 、 s 值绘制 $\lg s = f(\lg r)$ 实测曲线，并与 $x = f(K_0(x))$ 标准曲线配合（图5-3-3），取其配合点 P 于标准曲线上的座标值 $x = 0.042$ ，于实测曲线上的座标值 $r = 30$ 米、 $s = 0.72$ 米，然后代入式（1-5-8）得

$$R_v = \frac{1.12r}{x} = \frac{1.12 \times 30}{0.042} = 800 \text{ 米。}$$

可见，用两种不同的方法求得的 R_v 值相同。

（四）渗透系数 k 值计算

1. 坡度法

先利用适用段内观测孔 r_2 经修正过的降深值与观测孔 r_5 的降深值计算坡度

$$i_{r_2 \sim r_5} = \begin{cases} \frac{0.77 - 0.46}{\lg 86.91 - \lg 15.08} = 0.41 \\ \frac{0.51 - 0.29}{\lg 86.91 - \lg 15.08} = 0.29 \\ \frac{0.30 - 0.16}{\lg 86.91 - \lg 15.08} = 0.18 \end{cases}$$

所得坡度值是否合适，尚须用式（5-1-4）检验，即

$$\begin{cases} \frac{11145.60}{0.41} = 27184.39 \approx 27000 \\ \frac{7464.96}{0.29} = 25741.24 \approx 26000 \\ \frac{4173.12}{0.18} = 23184.00 \approx 23000 \end{cases}$$

显然，三次抽降的流量坡度比不为常数，故须修正。若取其常数平均值25000，则其坡度应为

$$i_{r_2 \sim r_5} = \begin{cases} \frac{11145.60}{25000} = 0.45 \\ \frac{7164.96}{25000} = 0.30 \\ \frac{4173.12}{25000} = 0.17 \end{cases}$$

代入式 (5-2-6) 得

$$\begin{aligned} k_{r_1} &= \frac{2.3 \times 11145.60}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.45} = 302.37 \text{米/日} \\ k_{r_2 \sim r_5} &= \frac{2.3 \times 7164.96}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.30} = 303.78 \text{米/日} \\ &\quad \frac{2.3 \times 4173.12}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.17} = 299.66 \text{米/日} \\ \text{平均 } \bar{k}_{r_1 \sim r_5} &= 301.94 \text{米/日} \end{aligned}$$

2. 贝塞尔函数法

仍用上述通用段内 r_2 的降深值（经修正过的）至 r_5 的降深值按式(1-5-9) 计算

$$\begin{aligned} k_{r_2} &= \begin{cases} \frac{11145.60}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.77} K_{0.77} \left(\frac{1.12 \times 15.08}{800} \right) \\ = 305.78 \text{米/日} \\ \frac{7164.96}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.51} K_{0.51} \left(\frac{1.12 \times 15.08}{800} \right) \\ = 309.25 \text{米/日} \\ \frac{4173.12}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.30} K_{0.30} \left(\frac{1.12 \times 15.08}{800} \right) \\ = 293.81 \text{米/日} \end{cases} \\ \text{平均 } \bar{k}_{r_2} &= 302.96 \text{米/日} \end{aligned}$$

$$k_{r3} = \begin{cases} \frac{11145.60}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.64} K_0 \left(\frac{1.12 \times 31.68}{800} \right) \\ = 299.17 \text{ 米/日} \\ \frac{7464.96}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.51} K_0 \left(\frac{1.12 \times 31.68}{800} \right) \\ = 298.57 \text{ 米/日} \\ \frac{4173.12}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.30} K_0 \left(\frac{1.12 \times 31.68}{800} \right) \\ = 298.99 \text{ 米/日} \end{cases}$$

$$\overline{k}_3 = 299.01 \text{ 米/日}$$

$$k_{r4} = \begin{cases} \frac{11145.60}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.58} K_0 \left(\frac{1.12 \times 52.11}{800} \right) \\ = 290.70 \text{ 米/日} \\ \frac{7464.96}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.36} K_0 \left(\frac{1.12 \times 52.11}{800} \right) \\ = 313.70 \text{ 米/日} \\ \frac{4173.12}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.20} K_0 \left(\frac{1.12 \times 52.11}{800} \right) \\ = 315.64 \text{ 米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均 } \overline{k}_4 = 306.68 \text{ 米/日}$$

$$k_{r5} = \begin{cases} \frac{11145.60}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.46} K_0 \left(\frac{1.12 \times 86.91}{800} \right) \\ = 289.37 \text{ 米/日} \\ \frac{7464.96}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.29} K_0 \left(\frac{1.12 \times 86.91}{800} \right) \\ = 307.40 \text{ 米/日} \\ \frac{4173.12}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.16} K_0 \left(\frac{1.12 \times 86.91}{800} \right) \\ = 311.54 \text{ 米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均 } \overline{k}_{r5} = 302.77 \text{ 米/日}$$

用贝塞尔函数法算得 $r_2 \sim r_5$ 的渗透系数的算术平均值为

$$\begin{aligned} \overline{k_{r_2 \sim r_5}} &= \frac{302.96 + 299.01 + 306.68 + 302.77}{4} \\ &= 302.86 \text{ 米/日} \end{aligned}$$

3. 裘布衣公式

利用抽水井经修正过的降深值代入式 (1-5-13) 得

$$k_{rw} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 11145.60}{2 \times 3.14 \times 30 \times 1.63} \lg \frac{800}{0.25} = 293.01 \text{ 米/日} \\ \frac{2.3 \times 7164.96}{2 \times 3.14 \times 30 \times 1.00} \lg \frac{800}{0.25} = 319.87 \text{ 米/日} \\ \frac{2.3 \times 4173.12}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.59} \lg \frac{800}{0.25} = 303.09 \text{ 米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均 } \overline{k_{rw}} = 305.32 \text{ 米/日}$$

再利用抽水井未经修正过的降深值代入式 (1-5-13) 得

$$k_{rw} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 11145.60}{2 \times 3.14 \times 30 \times 3.62} \lg \frac{800}{0.25} = 131.94 \text{ 米/日} \\ \frac{2.3 \times 7164.96}{2 \times 3.14 \times 30 \times 2.06} \lg \frac{800}{0.25} = 155.28 \text{ 米/日} \\ \frac{2.3 \times 4173.12}{2 \times 3.14 \times 30 \times 0.99} \lg \frac{800}{0.25} = 180.62 \text{ 米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均 } \overline{k_{rw}} = 155.95 \text{ 米/日}$$

比较一下用修正过与未修正过的降深值计算 k 值的结果可以看出, 显然, 后者比前者偏小

$$\frac{305.32 - 155.95}{305.32} = 0.49$$

即偏小49%。当然, 用未修正的降深值算得的 k 值是错误的。

现将上述用稳定流方法算得的 k 值对比于表 5-3-2。从

表5-2-2k		值计算结果比较	
项 目	多 孔		单 孔
	坡 度 法	贝塞尔函数法	裘布衣公式
k	301.94	302.86	305.32 (155.95) ^②
Δk	0	+0.92	+3.38 (-153.77)
偏 差 ^①	0 %	+0.3%	+1 % (-50%)

①与坡度法相比，②括号内的数据未修正。

该表可以看出，只要在稳定流计算公式的适用段 $r \leq 0.2R_v \leq 0.2 \times 800 = 160$ 米的范围内，合理地选用计算数据，并消除三维流的附加降深，则无论是多孔的还是单孔的，尽管方法不同，其计算结果甚接近。

(五) 导压系数 a 值计算

先将各观测孔的 s 、 t 数据绘制如图 5-3-4 所示的 $s = f(\lg t)$ 曲线。于曲线上按式(5-2-13) 确定出拐点降深 $s_i = s_{\max}/2$ 及其出现的时间 t_i 值，后将已知的 t_i 、 r 、 R_v 值代入式 (5-3-12') 用稳定流拐点正交法计算观测孔 r_4 、 r_5 、 r_6 的 a 值分别为

$$a_{r_4} = \frac{52.11}{2.24 \frac{0.48}{800}} 1440 = 5.77 \times 10^7 \text{ 米}^2/\text{日}$$

$$a_{r_5} = \frac{86.91}{2.24 \frac{0.90}{800}} 1440 = 5.01 \times 10^7 \text{ 米}^2/\text{日}$$

$$a_{.6} = \frac{130.21}{2.24 \frac{1.36}{800}} 1440 = 5.21 \times 10^7 \text{ 米}^2/\text{日}$$

$$\text{平均 } \bar{a} = 5.33 \times 10^7 \text{ 米}^2/\text{日}$$

可见，在公式适用范围 $r \leq 0.2R_v \leq 0.2 \times 800 = 160$ 米内（在适用段二维流区内）选用计算数据，即可获得相对稳定的 a 值。

【例 2】无界越流承压含水层（三个含水层）

（一）水文地质概况及抽水试验

华家寨抽水试验场位于渭河北岸，其水文地质结构如图 5-3-5 所示。有三个含水层，岩性为中细砂。因第①、②含水层之间的弱透水层甚薄（2 米），故可视为同一含水层。抽水试验是在厚度为 20 米的第②含水层中进行的。试验时还引起了第③含水层时第②含水层的越流补给。地下水的天然流向为东南，其坡降为 0.0006。该试验场的稳定流抽水试验资料列于表 5-3-3。

（二）引用补给半径 R_v 值的确定

将 5 号井的多孔抽水试验资料（表 5-3-3）绘制 A 孔组（ A_2 、 A_3 、井）及 B 孔组（ B_1 、 B_4 、 B_5 ）的 $s = f(\lg r)$ 曲线示于图 5-3-6。于是得

$$A \text{ 孔组} \quad R_v = 660 \text{ 米}$$

$$B \text{ 孔组} \quad R_v = 510 \text{ 米}$$

$$\text{平均 } \bar{R}_v = 585 \text{ 米}$$

（三）渗透系数 k 值计算

现已知 $\bar{R}_v = 585$ 米，故稳定流计算数据须取自 $r \leq 0.2R_v \leq 0.2 \times 585 = 117$ 米以内，即 5 号抽水井及观测孔 B_1 、 A_2 、 A_3 、 B_4 的观测数据。

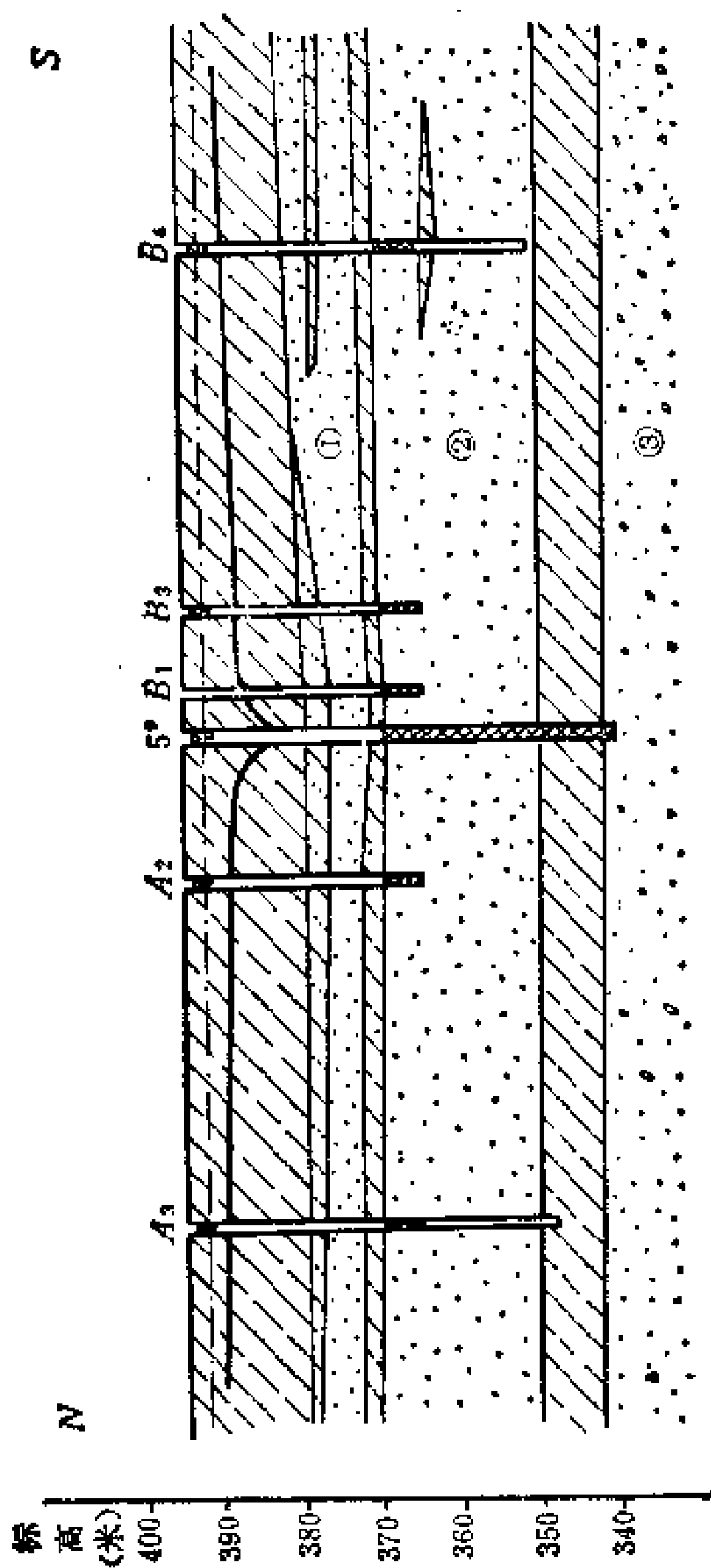


图 5-3-5 华家寨抽水试验场水文地质剖面图

表 5-3-3

华家寨抽水试验资料

抽	抽水井		观测孔											
	r_w		B_1		A_2		A_3		B_4		井,			
	0.20		5.30		17.34		60.00		60.00		785.00			
降	米 ³ /日	抽降	恢复	抽降		恢复	抽降	恢复	抽降	恢复	恢复			
				恢复		抽降								
Q	s	H	s	H	s	H	s	H	s	H				
											抽降		恢复	
1	5530	10.25	10.25	4.74	4.72	3.76	2.51	2.51	2.22	2.22	0.64	0.45	0.46	
2	1088	7.14	7.40	3.52	3.47	2.85	2.80	1.88	1.82	1.69	1.61	0.37	0.34	
3	1402	2.40	2.35	1.17	1.15	—	0.90	0.65	0.65	0.57	0.52	0.16	0.28	0.13

$$k_{B_1 \sim B_3} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 5530}{2 \times 3.14 \times 20 \times 2.38} = 43.84 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 4088}{2 \times 3.14 \times 20 \times 1.77} = 41.36 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 1402}{2 \times 3.14 \times 20 \times 0.60} = 40.75 \text{米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均} \bar{k}_{B_1 \sim B_3} = 41.98 \text{米/日}$$

A孔组

$$i_{A_2 \sim A_3} = \begin{cases} \frac{3.76 - 2.51}{\lg 60 - \lg 17.34} = 2.31 \\ \frac{2.80 - 1.82}{\lg 60 - \lg 17.34} = 1.81 \\ \frac{0.99 - 0.65}{\lg 60 - \lg 17.34} = 0.63 \end{cases}$$

按式 (5-1-1) 检验, 第一、三次抽降的坡度应由原来的 2.31、0.63 分别修正为 2.40、2.61。于是

$$k_{A_2 \sim A_3} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 5530}{2 \times 3.14 \times 20 \times 2.40} = 42.19 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 4088}{2 \times 3.14 \times 20 \times 1.81} = 41.36 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 1402}{2 \times 3.14 \times 20 \times 0.61} = 42.09 \text{米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均} \bar{k}_{A_2 \sim A_3} = 41.08 \text{米/日}$$

用坡度法算得 k 值列于表5-3-4。

2. 裘布衣公式

从图5-3-6可以看出, 主孔显然存在着三维流, 故须对实测降深值进行修正, 才能代入裘布衣公式计算 k 值。于是按式 (5-1-2) 计算主孔降深流量比 ξ 值如下

表 5-3-4 坡度法计算k值结果

项 目		i	k	\bar{k}		
抽	$B_1 \sim B_4$	2.40	42.19	42.43	42.16	42.05
		1.74	43.02			
		0.61	42.09			
降	$A_2 \sim A_3$	2.40	42.19	41.89		
		1.80	41.59			
恢	$B_1 \sim B_4$	2.28	43.84	41.93		
		1.77	41.36			
		0.60	40.73			
复	$A_2 \sim A_3$	2.40	42.29	41.88		
		1.81	41.45			
		0.61	42.09			

$$\xi = \begin{cases} \frac{10.25}{5530} = 0.00185 \\ \frac{7.40}{4088} = 0.00181 \\ \frac{2.35}{1402} = 0.00168 \end{cases}$$

再绘制 $\xi = f(Q)$ 曲线示于图5-3-7。得纵截距

$$\alpha_1 = 0.00155$$

按式 (5-1-3) 算得其斜率 α_2

$$\alpha_2 = \begin{cases} \frac{0.00185 - 0.00155}{5530} = 0.000000054 \\ \frac{0.00181 - 0.00155}{4088} = 0.000000063 \\ \frac{0.00168 - 0.00155}{1402} = 0.000000092 \end{cases}$$

将 Q 、 α_s 值代入式 (5-1-1) 计算三眼井附加降深 s' 值

$$s' = \begin{cases} 0.00039 \cdot 54(5530)^2 = 1.65 \text{ 米} \\ 0.00039 \cdot 163(4083)^2 = 1.05 \text{ 米} \\ 0.00000092(1402)^2 = 0.18 \text{ 米} \end{cases}$$

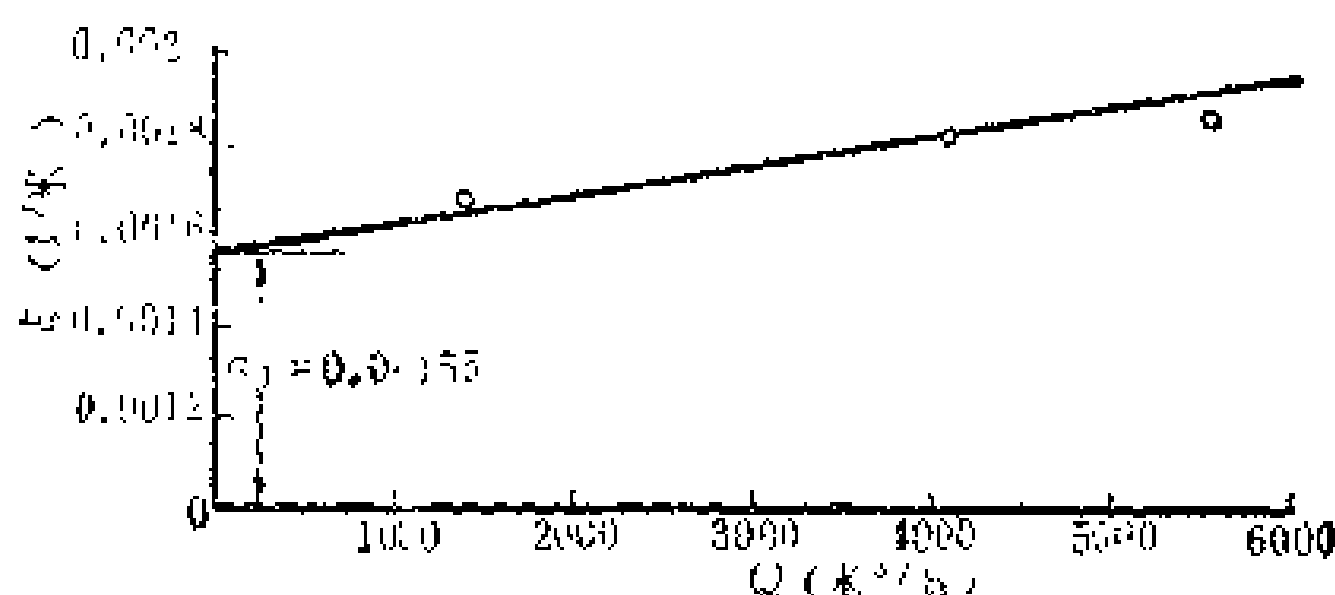


图 5-3-7 华家寨抽水井的 $\alpha_s = f(Q)$ 曲线

之后，从实测降深 s 值减去 s' 值即得修正后的降深 $s_0 = s - s'$ 分别为

$$s_0 = \begin{cases} 10.25 - 1.65 = 8.60 \text{ 米} \\ 7.40 - 1.05 = 6.35 \text{ 米} \\ 2.35 - 0.18 = 2.17 \text{ 米} \end{cases}$$

这样，就可将降深 s_0 、 R_s 、 r_w 值代入裘布衣公式 (1-5-13) 得

$$k_{rw} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 5530}{2 \times 3.14 \times 20 \times 8.60} \lg \frac{585}{0.2} = 40.88 \text{ 米/日} \\ \frac{2.3 \times 4083}{2 \times 3.14 \times 20 \times 6.35} \lg \frac{585}{0.2} = 40.91 \text{ 米/日} \\ \frac{2.3 \times 1402}{2 \times 3.14 \times 20 \times 2.17} \lg \frac{585}{0.2} = 41.05 \text{ 米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均 } \bar{k}_{rw} = 40.95 \text{ 米/日}$$

3. 线距法

由图5-3-7得 $\alpha_1 = 0.00155$ ，代入式 (5-2-8) 得

$$k_{r,1} = \frac{2.31 \times (585 - 0.2)}{2 \times 3.14 \times 20 \times 0.00155} = 42.00 \text{ 米/日}$$

4. 降速法

先据非稳定流多孔抽水试验的 $s = f(\lg t)$ 曲线 (图5-3-8) 及 $H = f(\lg t)$ 曲线 (图5-3-9)，按式 (5-2-13) 确定拐点降深 s_i 、斜率 m_i 。

(1) 用抽降数据按降速法计算 k 值

例如于图5-3-8中 $s = f(\lg t)$ 曲线之 A_2 确定其拐点降深

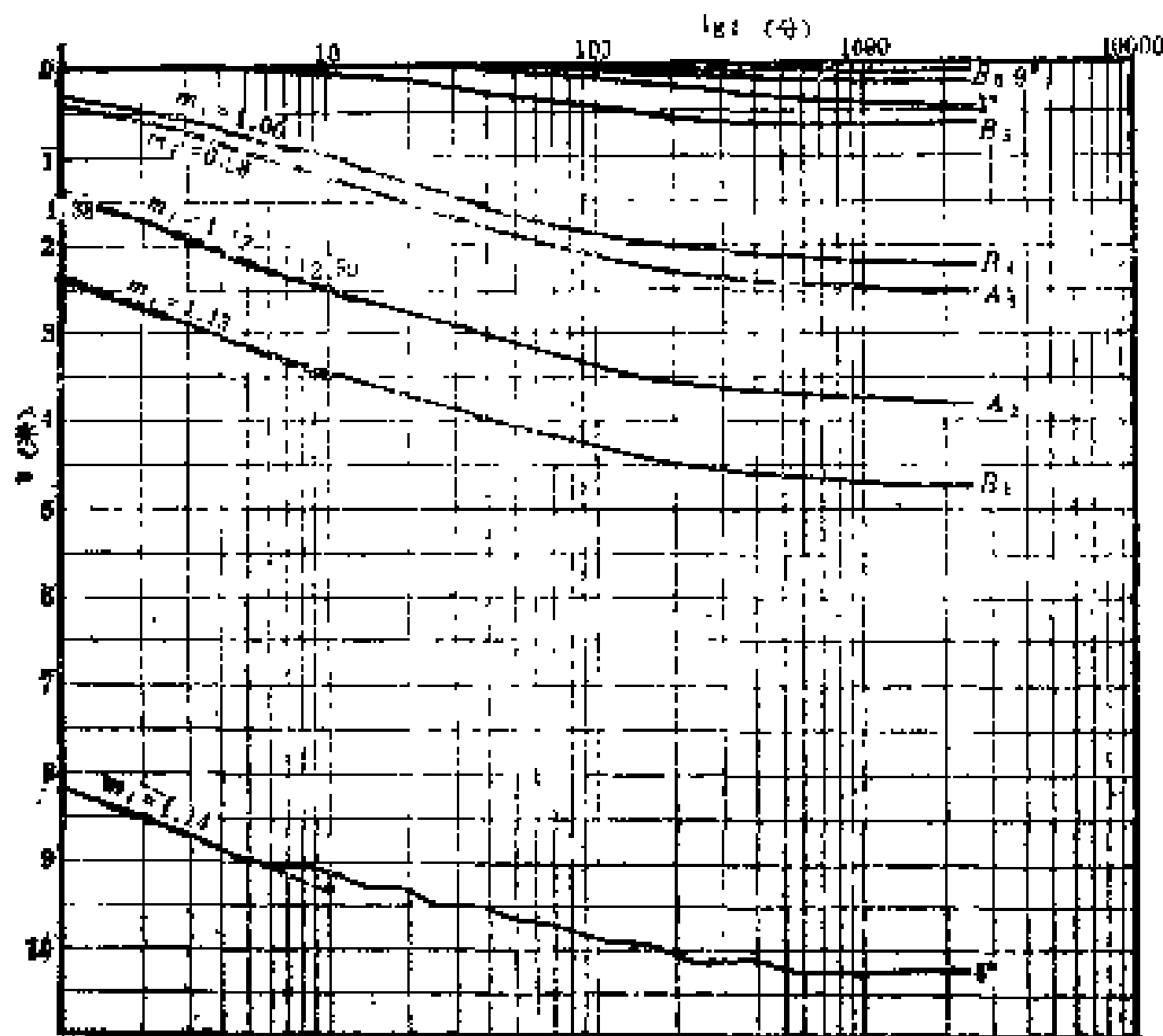


图 5-3-8 华家寨 $s = f(\lg t)$ 曲线

$s_i = \frac{1}{2} 3.76 = 1.88 \text{ 米}$ ，于 s 轴 1.88 米处，作一水平直线与 A_2 相交，得拐点坐标值为 (1.88, 2.75)。过该拐点切线取满一个对数周期，交于 1 分钟的纵轴得 $s_1 = 1.38 \text{ 米}$ ；交于 10

分钟得 $s_2=2.50$ 米。于是得拐点斜率

$$m_i = \frac{2.50-1.38}{\lg 10 - \lg 1} = 1.12$$

将各孔斜率绘制 $r = f(\lg m_i)$ 曲线示于图5-3-10。接取最大

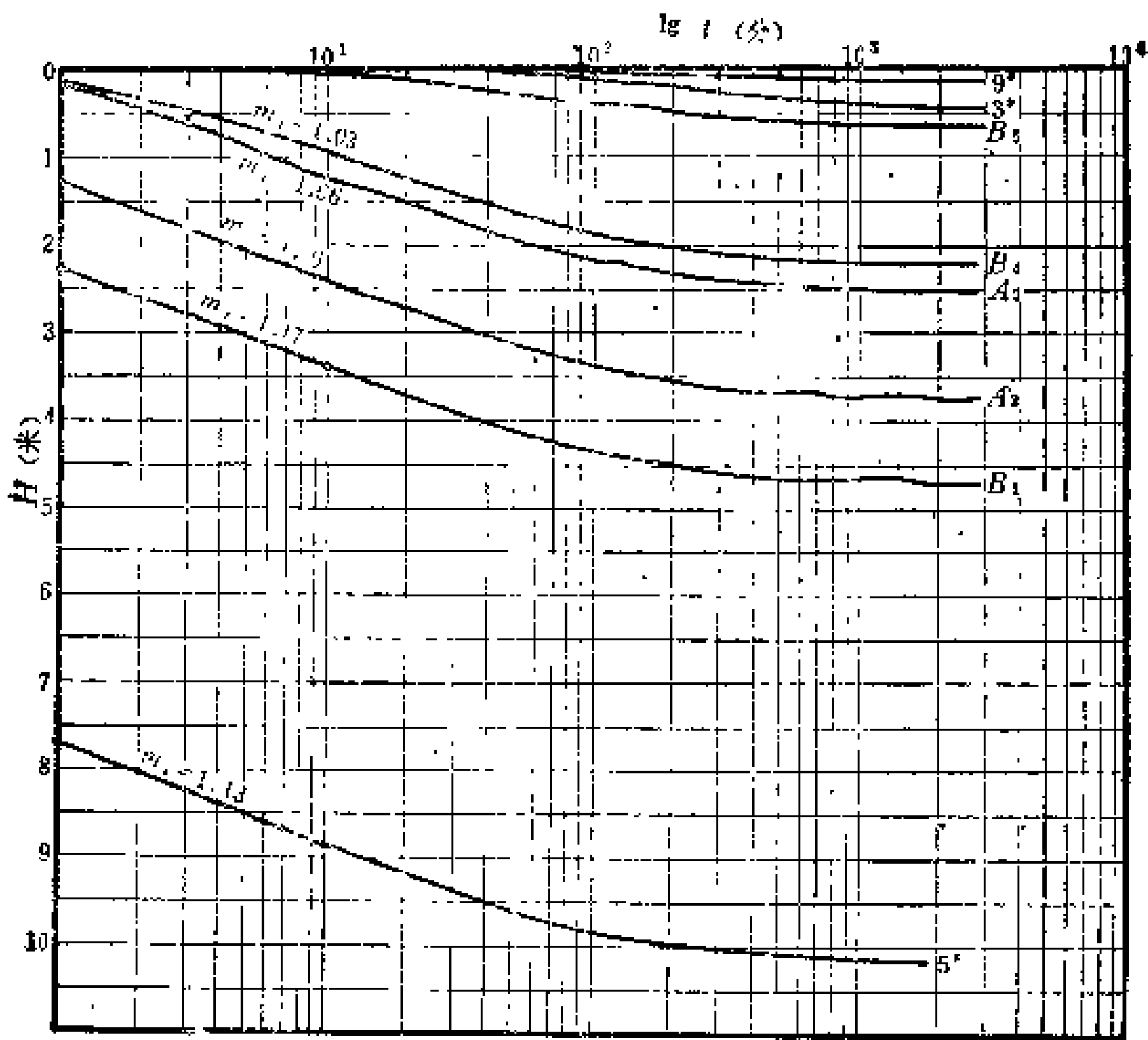


图 5-3-9 华家寨 $H = f(\lg t)$ 曲线

斜率及三次抽降（或恢复）斜率直线必须相互平行的原则进行斜率修正。修正结果即图5-3-10括弧中所示的数据，而后代入式（5-2-2）计算 k 值如下：

$$k_{B_1} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 5530}{4 \times 3.14 \times 20 \times 1.13} = 44.81 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 4088}{4 \times 3.14 \times 20 \times 0.83} = 45.10 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 1402}{4 \times 3.14 \times 20 \times 0.28} = 45.84 \text{米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均} \bar{k}_{B_1} = 45.25 \text{米/日}$$

(2) 用恢复数据按降速法计算 k 值

$$k_{A_2} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 5530}{4 \times 3.14 \times 20 \times 1.20} = 42.19 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 4088}{4 \times 3.14 \times 20 \times 0.82} = 45.65 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 1402}{4 \times 3.14 \times 20 \times 0.28} = 45.84 \text{米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均} \bar{k}_{A_2} = 44.56 \text{米/日}$$

$$k_{B_1} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 5530}{4 \times 3.14 \times 20 \times 1.24} = 42.19 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 4088}{4 \times 3.14 \times 20 \times 0.83} = 45.65 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 1402}{4 \times 3.14 \times 20 \times 0.29} = 44.26 \text{米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均} \bar{k}_{B_1} = 44.03 \text{米/日}$$

现将用降速法算得 k 值列于表5-3-5。

5. 率比法

与降速法相似，只是在求得 $2.3s_i/m_i$ 后，于附表先查得 $2.3s_i/m_i = e^x K_0(x)$ 值，再查与其对应的 e^x 值，然后代入式(5-2-5)计算 k 值如下：

(1) 用抽降数据计算

$$k_{A_2} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 5530}{4 \times 3.14 \times 20 \times 1.30 \times 1.12} = 43.89 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 4088}{4 \times 3.14 \times 20 \times 1.02 \times 0.82} = 44.75 \text{米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均}\bar{k}_A = 44.32 \text{米/日}$$

$$k_{B_1} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 5530}{4 \times 3.14 \times 20 \times 1.01 \times 1.13} = 44.36 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 4088}{1 \times 3.14 \times 20 \times 1.00 \times 0.83} = 45.10 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 1402}{4 \times 3.14 \times 20 \times 1.00 \times 0.28} = 45.84 \text{米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均}\bar{k}_B = 45.10 \text{米/日}$$

表 5-3-5 用降速法计算k值结果

项 目		m_t		k	\bar{k}	
		未修正	已修正			
抽 降	B_1	1.13	1.13	44.31	45.25	45.70
		0.76	0.83	45.10		
		0.26	0.28	46.34		
	A_2	1.12	1.12	45.21	46.14	
		0.71	0.82	45.65		
		0.24	0.27	47.55		
恢 复	B_1	1.17	1.21	42.19	44.03	44.30
		0.83	0.83	45.65		
		0.28	0.29	44.26		
	A_2	1.16	1.20	42.19	44.56	
		0.80	0.82	45.65		
		0.26	0.28	45.84		

(2) 用恢复数据计算

$$k_{\text{抽}} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 5530}{4 \times 3.14 \times 20 \times 1.2 \times 1.02} = 41.37 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 1088}{4 \times 3.14 \times 20 \times 0.82 \times 1.02} = 44.75 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 1102}{4 \times 3.14 \times 20 \times 0.28 \times 1.02} = 41.95 \text{米/日} \end{cases}$$

平均 $\bar{k}_{\text{抽}} = 43.69 \text{米/日}$

$$k_{\text{降}} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 5530}{4 \times 3.14 \times 20 \times 1.21 \times 1.02} = 41.03 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 1088}{4 \times 3.14 \times 20 \times 0.83 \times 1.01} = 44.65 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 1102}{4 \times 3.14 \times 20 \times 0.29 \times 1.01} = 43.82 \text{米/日} \end{cases}$$

平均 $\bar{k}_{\text{降}} = 43.17 \text{米/日}$

表 5-3-6 用拐点率比法计算k值结果

项 目		s_i	m_i	s_i, m_i	$\frac{2.3s_i}{m_i} = x$	e^x	k	\bar{k}	
抽	B ₁	2.37	1.13	2.10	4.830	1.01	44.56	45.10	44.71
		1.76	0.83	2.12	4.876	1.00	45.10		
		0.53	0.28	2.11	4.853	1.00	45.84		
降	A ₁	1.83	1.12	1.68	3.864	1.02	43.89	44.32	44.07
		1.43	0.82	1.74	4.002	1.02	44.75		
恢	B	2.36	1.24	1.90	4.37	1.02	41.03	43.17	43.13
		1.73	0.83	2.08	4.78	1	44.65		
		0.67	0.27	1.97	4.71	1	43.82		
复	A ₁	1.83	1.20	1.57	3.00	1.01	41.75	43.89	43.89
		1.41	0.80	1.71	3.00	1.02	41.75		
		0.53	0.27	1.79	4.00	1.02	41.03		

表 5-3-7		k值计算结果比较			
项 目	稳 定 流			非 稳 定 流	
	坡 度 法	裘布衣公式	裘 布 法	降 速 法	率 比 法
k	42.05	40.95	42.00	45.00	44.07
Δk	0	-1.10	-0.05	+2.95	+2.02
偏 差 ^①	0 %	-3 %	-0.1 %	+7 %	+5 %

① 与裘布衣法比较。

用拐点率比法计算 k 值结果列于表5-3-3。

现将上述用稳定流与非稳定流方法算得的 k 值对比列于表5-3-7。由该表可以看出，只要符合公式的适用范围，数据并经修正，那么，不论是用稳定流的或非稳定流的；多孔的或单孔的，其计算结果极其相近。

(四) 导压系数 α 值计算

(1) 用非稳定流纵截距法与横截距法计算 α 值结果列于表5-3-8。可以看出，两种方法所得结果几乎一致。

(2) 用稳定流的正交法计算 α 值结果列于表5-3-9。

【例 3】 河流补给的无界承压含水层

(一) 抽水试验及计算数据的选用

假峰水源地位于洛河南岸，为河流补给的无界承压含水层，厚62米。布置两个抽水孔 r_1 （傍 1）及 r_3 （傍 3），相距129.20米。其间布一观测孔 r_2 （傍2）。 r_2 至 r_1 相距56.80米，而 r_2 至 r_3 为72.40米。其中 r_3 抽水试验资料如表5-3-10、图5-3-11所示。

先检验抽水孔 r_3 是否存在三维流。据式（5-1-2）得

表 5-3-8 非稳定流计算 α 值结果

项 目	纵 截 距 法 (5-2-10)					横 截 距 法 式 (5-2-9)		
	r^*	A	m_i	$\frac{A}{m_i}$	$2.3\frac{A}{m_i}$	$e^{2.3\frac{A}{m_i}}$	α	$\overline{\alpha}$
B_1	(5.3)	2.37	1.13	2.00	4.83	125.00	2.25×10^4	2.25×10^4
		1.68	0.83	2.02	4.65	105.00	1.89×10^4	1.93×10^4
		0.55	0.28	1.96	4.52	92.00	1.66×10^4	2.76×10^4
A_2	(17.34)	1.38	1.12	1.23	2.89	18.00	3.47×10^4	2.78×10^4
		1.02	0.82	1.24	2.85	18.60	3.58×10^4	3.26×10^4
		0.35	0.27	1.30	2.99	19.90	3.83×10^4	3.37×10^4

表 5-3-9 稳 定 流 计 算 α 值 结 果

项 目	正 交 法 式 (5-2-12')					α		
	r	\overline{R}_y	t_i	α	$\overline{\alpha}$			
B_1	5.30	585	0.95	1.77×10^5	1.62×10^5			
			1.15	1.47×10^5				
A_2	17.34	585	2.75	2.52×10^5	2.35×10^5			
			3.00	2.27×10^5				
			3.00	2.27×10^5				

$$\xi_{r_1} = \begin{cases} \begin{cases} 0.82 \\ 115 \end{cases} & 0.00077 \\ \begin{cases} 1.37 \\ 1864 \end{cases} & 0.00074 \\ \begin{cases} 2.07 \\ 2238 \end{cases} & 0.00093 \end{cases}$$

据此绘制 $\xi = f(Q)$ 曲线示于图5-3-12。从图中可以看出，该曲线为一倾斜直线，得其截距 $\alpha_1 = 0.00047$ ，表明傍3抽水井存在三维流，故其实测降深须加修正。先是按式（5-1-3）求得

表 5-3-10 偃师水源地傍3抽水资料

抽 降	抽 水 孔		观 测 孔	
	$r_q = r_r = 0.125$		$r_2 = 72.40$	$r_3 = 129.20$
	Q (立方米/日)		s (米)	
1	1150	1.88	0.06	0.04
2	1864	1.37	0.14	0.08
3	2238	2.07	0.19	0.12

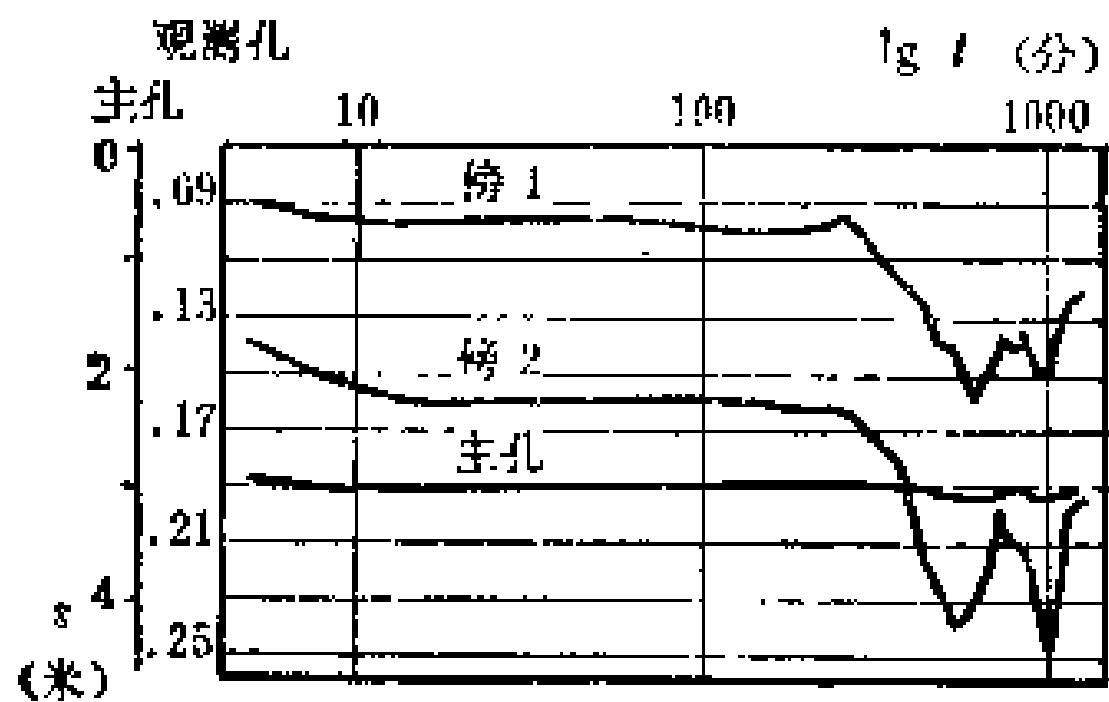


图 5-3-11 偃师傍3抽水井 $s = f(\lg t)$ 曲线

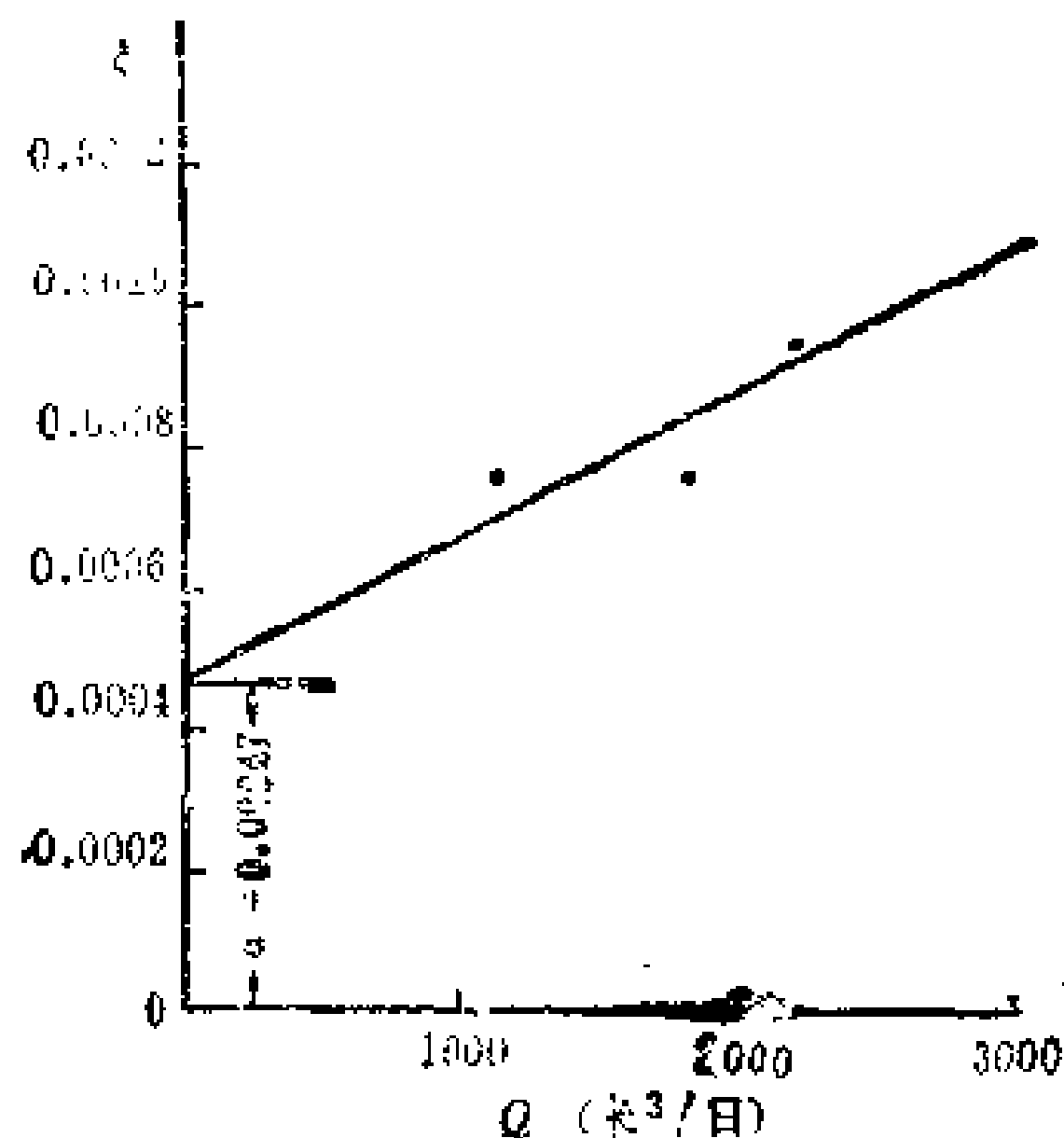


图 5-3-12 在 3 点处为 $s = f(Q)$ 曲线

$$\alpha_2 = \begin{cases} \frac{0.00077 - 0.00047}{1150} = 0.00000026 \\ \frac{0.00074 - 0.00047}{1864} = 0.00000014 \\ \frac{0.00093 - 0.00047}{2238} = 0.00000021 \end{cases}$$

而后算得附加降深 s' ，即

$$s' = \begin{cases} 0.00000026(1150)^2 = 0.34 \text{ 米} \\ 0.00000014(1864)^2 = 0.49 \text{ 米} \\ 0.00000021(2238)^2 = 1.05 \text{ 米} \end{cases}$$

这样经修正后的抽水井降深为

表 5-3-11

重新选用的观测孔降深值

r_2		r_1	
未修正	已修正	未修正	已修正
0.06	0.10	0.04	0.06
0.14	0.16	0.08	0.10
0.19	0.19	0.12	0.12

$$s_0 = \begin{cases} 0.88 - 0.34 = 0.54 \text{米} \\ 1.37 - 0.49 = 0.88 \text{米} \\ 2.07 - 1.05 = 1.02 \text{米} \end{cases}$$

由图5-3-11可以看出，其非稳定过程很短，抽水10分钟后就趋于稳定，及至300分钟，观测孔水位复又下降（可能是受其它井抽水的影响），而表5-3-10中观测孔降深值即选自该时段的，显然并非真正的稳定降深值。因此，须重新检验。据式（5-1-5）、（5-1-6）分别得

$$\frac{s_{r2}}{s_{r1}} = \begin{cases} \frac{0.06}{0.04} = 1.50 \\ \frac{0.14}{0.08} = 1.75 \\ \frac{0.19}{0.12} = 1.58 \end{cases}$$

$$\frac{s_{r2}}{Q} = \begin{cases} \frac{0.06}{1150} = 0.000052 \\ \frac{0.14}{1864} = 0.000075 \\ \frac{0.19}{2238} = 0.000085 \end{cases}$$

$$\frac{K_0\left(\frac{1.12 \times 72.40}{100}\right)}{K_0\left(\frac{1.12 \times 129.20}{100}\right)} = 2.55$$

$$\frac{K_0\left(\frac{1.12 \times 72.40}{200}\right)}{K_0\left(\frac{1.12 \times 129.20}{200}\right)} = 1.70$$

$$\frac{K_0\left(\frac{1.12 \times 72.40}{300}\right)}{K_0\left(\frac{1.12 \times 129.20}{300}\right)} = 1.53$$

$$\frac{K_0\left(\frac{1.12 \times 72.40}{400}\right)}{K_0\left(\frac{1.12 \times 129.20}{400}\right)} = 1.45$$

$$\frac{K_0\left(\frac{1.12 \times 72.40}{500}\right)}{K_0\left(\frac{1.12 \times 129.20}{500}\right)} = 1.41$$

$$\frac{K_0\left(\frac{1.12 \times 72.40}{600}\right)}{K_0\left(\frac{1.12 \times 129.20}{600}\right)} = 1.33$$

依此，以 $\frac{K_0(x_1)}{K_0(x_2)}$ 为纵轴，以 R' 为横轴，绘制 $\frac{K_0(x_1)}{K_0(x_2)} \sim R'$

曲线示于图5-3-13。前已求得 $\frac{s_{r_2}}{s_{r_1}} = \frac{K_0(x_2)}{K_0(x_1)} = 1.58 = \text{常数}$ 。

据此常数1.58于图5-3-13作一水平线交于傍3曲线交点，引该交点的垂线交于 R_s 轴得

$$\text{平均}\bar{k}_{r_1}=40.94\text{米/日}$$

2. 坡度法

用抽水孔 r_1 与观测孔 r_2 经修正过的降深值求抽水孔 r_1 至观测孔 r_2 之间坡度（斜率）为

$$i_{r_1\sim r_2}=\begin{cases} \frac{0.54-0.10}{\lg 72.49-\lg 0.125}=0.16 \\ \frac{0.88-0.16}{\lg 72.49-\lg 0.125}=0.26 \\ \frac{1.02-0.20}{\lg 72.49-\lg 0.125}=0.30 \end{cases}$$

所得坡度是否准确，尚须代入式（5-1-4）检验，即

$$\begin{cases} \frac{1150}{0.16}=7187.50\approx 7200 \\ \frac{1864}{0.26}=7169.23\approx 7200 \\ \frac{2238}{0.30}=7460.00>7200 \end{cases}$$

显然，第三次抽降的斜率值不合适，故须对该坡度进行修正。为使第三次抽降的流量坡度比等于常数7200，故须修正，即

$$2238/7200=0.31\text{米}$$

这样，便可代入式（5-2-5）得

$$k_{r_3\sim r_2}=\begin{cases} \frac{2.3\times 1150}{2\times 3.14\times 62\times 0.16}=42.46\text{米/日} \\ \frac{2.3\times 1864}{2\times 3.14\times 63\times 0.26}=42.86\text{米/日} \\ \frac{2.3\times 2238}{2\times 3.14\times 62\times 0.31}=42.65\text{米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均}\bar{k}_{r_3\sim r_2}=42.49\text{米/日}$$

3. 裘布衣公式

用抽水井 r_0 经修正过的降深值代入式 (1-5-13) 得

$$k_{r_0} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 1150}{2 \times 3.14 \times 62 \times 0.54} \lg \frac{270}{0.125} = 41.80 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 1864}{2 \times 3.14 \times 62 \times 0.88} \lg \frac{270}{0.125} = 41.66 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 2238}{2 \times 3.14 \times 62 \times 1.02} \lg \frac{270}{0.125} = 43.16 \text{米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均 } \bar{k}_{r_0} = 42.21 \text{米/日}$$

如用未经修正过的实测降深值, 则为

$$k_{r_0} = \begin{cases} \frac{2.3 \times 1150}{2 \times 3.14 \times 62 \times 0.88} \lg \frac{270}{0.125} = 25.71 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 1864}{2 \times 3.14 \times 62 \times 1.37} \lg \frac{270}{0.125} = 26.77 \text{米/日} \\ \frac{2.3 \times 2238}{2 \times 3.14 \times 62 \times 2.07} \lg \frac{270}{0.125} = 21.28 \text{米/日} \end{cases}$$

$$\text{平均 } \bar{k}_{r_0} = 24.59 \text{米/日}$$

显然, 未经修正过 (未消除三维流附加降深) 算得的 k 值偏小了42%。

4. 截距法

现已知 $\alpha_1 = 0.00047$, 代入式 (5-2-8) 得

$$k_{r_0} = \frac{2.3 \times \lg(270/0.125)}{2 \times 3.14 \times 62 \times 0.00047} = 42.56 \text{米/日}$$

现将上述四种方法算得的 k 值列于表5-3-12。

可见, 不论是多孔的还是单孔的, 其计算结果是非常接近的。但这里须指出的是, 观测孔 r_2 虽已略超出公式的适用段 $72.40 > 0.2 \times 270 = 54$ 米, 但与主孔所得的 k 值 (已修正过)

甚接近。所以，用观测孔 r_2 的资料算得的 k 值仍具有很大的参考价值。

【例 4】双层介质（非均质）承压含水层

现引用冶金部武汉勘察公司某临江水源地的多孔抽水试验资料作为双层介质承压含水层计算参数的例子。含水层上部为厚 $M_1=22$ 米的粉细砂，下部为厚 $M_2=8$ 米的砂卵石。抽水试验布置如图5-3-14 A所示。抽水井半径 $r_w=0.203$ 米。滤水管长度 $l=10.97$ 米。抽水试验结果列于表5-3-13。

按三次抽降，用抽水井右侧的观测孔数据绘制 $s=f(\lg r)$ 曲线示于图5-3-14 B，得 $R_s=7500$ 米。因三次抽降的 $s=f(\lg r)$ 直线段的斜率均为 $2.3Q/2\pi T$ ，故由式(5-2-5)用 $r=10、100$ 米的降深算得

$$i = \begin{cases} \frac{0.56-0.36}{\lg 100-\lg 10}=0.20 \\ \frac{1.34-0.87}{\lg 100-\lg 10}=0.47 \\ \frac{2.47-1.60}{\lg 100-\lg 10}=0.87 \end{cases}$$

表 5-3-12 k值计算结果对比

项 目	稳 定 流			
	坡 度 法	贝塞尔函数法	裘布衣公式	截 距 法
k	42.49	40.94	42.21	42.56
Δk	0	-1.55	-0.28	+0.07
%①	0	-4%	-1%	+0.02

① 与坡度相比较。

表 5-1-13

某临江水源井多孔抽水试验资料

井 号	井 式	井 距													
		$r_{12} = 0.203$ $r_{13} = 6.75$ $r_{14} = 10$ $r_{15} = 25$						$r_{24} = 30$ $r_{25} = 25$ $r_{26} = 10$							
		井 距 (米)						井 距 (米)							
1	780	1.78	0.93	0.82	0.53	0.59	0.43	1.19	0.41	0.43	0.28	0.31	0.19	0.25	
2	1667	3.86	2.07	2.07	1.3	1.53	1.15	1.17	1.01	1.02	0.71	0.74	0.51	0.55	
3	3070	7.16	3.79	3.82	2.47	2.55	2.11	2.15	1.87	1.88	1.36	1.36	1.06	1.03	

按式 (5-1-4) 检验, 第一次抽降的坡度应由原来的 0.20 修正为 0.22, 则

$$T = \begin{cases} \frac{2.3 \times 780}{2 \times 3.14 \times 0.22} = 1300.00 \text{ 米}^2/\text{日} = 1300 \text{ 米}^2/\text{日} \\ \frac{2.3 \times 1667}{2 \times 3.14 \times 0.47} = 1299.69 \text{ 米}^2/\text{日} \approx 1300 \text{ 米}^2/\text{日} \\ \frac{2.3 \times 3070}{2 \times 3.14 \times 0.87} = 1293.22 \text{ 米}^2/\text{日} \approx 1300 \text{ 米}^2/\text{日} \end{cases}$$

因式 (1-8-27) 也可写成

$$k_1 = \frac{T}{\frac{M_1 + M_2}{c}} \quad (5-3-1)$$

而

$$c = \frac{k_1}{k_2}$$

故

$$k_2 = \frac{k_1}{c} \quad (5-3-2)$$

现已知 T 、 M_1 、 M_2 值, 如给出不同的 c 值, 则可由式

(5-3-1) 求得相应的 k_1 值和按式(1-8-25)反算出降深值(表5-3-14)。据表5-3-14数据可绘制 $s \sim k_1$ 曲线(图5-3-14D)、 $c \sim k_1$ 曲线(图5-3-14E)。这样便可由已知的实测降深 $s = 2.07$ 米,于图5-3-14D得出真实的 $k_1 = 117$ 米/日,

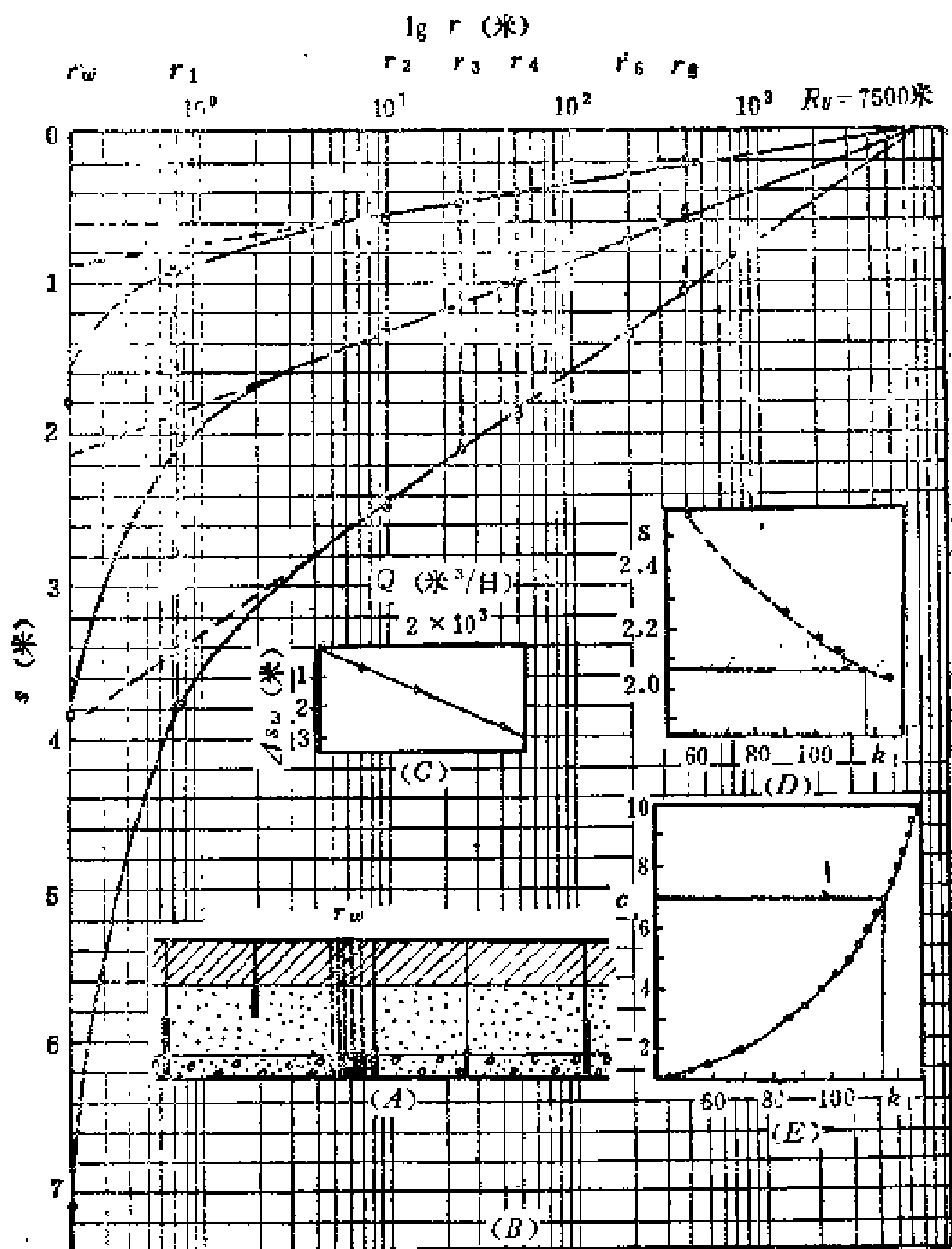


图 5-3-14 某临江水源地抽水试验成果图

表 5-3-14 观测孔*r* 在第二次抽降*Q*₂ = 1667米³/日时的*c*、*k*、*s*值

<i>c</i>	1.50	2.50	3.50	4.50	5.50	6.50	9.00
<i>k</i> ₁	57.40	77.53	90.33	101.21	108.76	114.67	125.07
<i>s</i>	2.58	2.35	2.26	2.17	2.12	2.09	2.04

并代入式 (5-3-2)，求得*k*₂ = $\frac{117}{7}$ = 16.71米/日。

将求得的*k*₁、*k*₂值代入式 (1-8-25) 检验 *s* 值，其结果见表5-3-14。对照一下实测值与计算值可以看出，二者基本相符，表明求得双层介质的渗透系数*k*₁、*k*₂值基本上是符合实际的。

若把抽水孔降深的实测值与计算值之差记为Δ*s*_w，则可绘成如图 5-3-14*c* 的 Δ*s*_w ~ *Q* 曲线。因它为直线，即线性关系，故可推知其偏大的可能是由于成井时因某种原因而堵塞所致。

附表 $e^x, K_0(x), e^x K_0(x), -E_1(-x)$ 和
 $-E_1(-x)e^x$ 的函数值

x	e^x	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$	$-E_1(-x)$	$-E_1(-x)e^x$
0.010	1.0101	4.7212	4.7687	4.0379	4.0587
0.011	1.0111	4.6260	4.6771	3.9436	3.9874
0.012	1.0121	4.5390	4.5938	3.8576	3.9044
0.013	1.0131	4.4590	4.5173	3.7785	3.8282
0.014	1.0141	4.3849	4.4467	3.7054	3.7578
0.015	1.0151	4.3159	4.3812	3.6374	3.6925
0.016	1.0161	4.2514	4.3200	3.5739	3.6315
0.017	1.0171	4.1908	4.2627	3.5143	3.5746
0.018	1.0182	4.1337	4.2088	3.4581	3.5209
0.019	1.0192	4.0797	4.1580	3.4050	3.4705
0.020	1.0202	4.0285	4.1098	3.3547	3.4225
0.021	1.0212	3.9797	4.0642	3.3069	3.3771
0.022	1.0222	3.9332	4.0207	3.2614	3.3340
0.023	1.0233	3.8888	3.9793	3.2179	3.2927
0.024	1.0243	3.8463	3.9398	3.1763	3.2535
0.025	1.0253	3.8056	3.9019	3.1365	3.2169
0.026	1.0263	3.7664	3.8656	3.0983	3.1799
0.027	1.0274	3.7287	3.8307	3.0615	3.1452
0.028	1.0284	3.6924	3.7972	3.0261	3.1119
0.029	1.0294	3.6574	3.7650	2.9920	3.0800
0.030	1.0305	3.6235	3.7339	2.9591	3.0494
0.031	1.0315	3.5908	3.7039	2.9273	3.0196
0.032	1.0325	3.5591	3.6749	2.8965	2.9908
0.033	1.0336	3.5284	3.6468	2.8668	2.9631
0.034	1.0346	3.4986	3.6196	2.8379	2.9362
0.035	1.0356	3.4697	3.5933	2.8099	2.9101
0.036	1.0367	3.4416	3.5678	2.7827	2.8848
0.037	1.0377	3.4143	3.5430	2.7563	2.8603

续表

x	e^x	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$	$-E_1$ ($-x$)	$-E_1(-x)$ e^x
0.038	1.0387	3.3877	3.5139	2.7306	2.8364
0.039	1.0398	3.3618	3.4955	2.7056	2.8133
0.040	1.0408	3.3365	3.4727	2.6813	2.7907
0.041	1.0419	3.3119	3.4505	2.6576	2.7688
0.042	1.0429	3.2379	3.4289	2.6344	2.7474
0.043	1.0439	3.2545	3.4079	2.6119	2.7267
0.044	1.0450	3.2415	3.3574	2.5899	2.7064
0.045	1.0460	3.2192	3.3673	2.5684	2.6866
0.046	1.0471	3.1973	3.3478	2.5474	2.6672
0.047	1.0481	3.1758	3.3287	2.5268	2.6483
0.048	1.0492	3.1549	3.3100	2.5068	2.6300
0.049	1.0502	3.1343	3.2918	2.4871	2.6120
0.050	1.0513	3.1142	3.2733	2.4679	2.5945
0.051	1.0523	3.0945	3.2554	2.4491	2.5773
0.052	1.0534	3.0752	3.2393	2.4306	2.5604
0.053	1.0544	3.0562	3.2226	2.4126	2.5440
0.054	1.0555	3.0376	3.2062	2.3948	2.5278
0.055	1.0565	3.0194	3.1901	2.3775	2.5120
0.056	1.0576	3.0015	3.1744	2.3604	2.4964
0.057	1.0587	2.9839	3.1589	2.3437	2.4811
0.058	1.0597	2.9666	3.1437	2.3273	2.4663
0.059	1.0608	2.9496	3.1288	2.3111	2.4516
0.060	1.0618	2.9329	3.1142	2.2953	2.4371
0.061	1.0629	2.9165	3.0999	2.2797	2.4230
0.062	1.0640	2.9003	3.0858	2.2645	2.4092
0.063	1.0650	2.8844	3.0719	2.2494	2.3956
0.064	1.0661	2.8688	3.0584	2.2346	2.3822
0.065	1.0672	2.8534	3.0450	2.2201	2.3691
0.066	1.0682	2.8382	3.0319	2.2058	2.3562
0.067	1.0693	2.8233	3.0189	2.1917	2.3434
0.068	1.0704	2.8086	3.0052	2.1779	2.3310

续表

x	e^x	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$	$-E_1$ ($-x$)	$-E_2(-x)$ e^x
0.069	1.0714	2.7641	2.9937	2.1643	2.3188
0.070	1.0725	2.7798	2.9814	2.1508	2.3067
0.071	1.0736	2.7657	2.9693	2.1376	2.2949
0.072	1.0747	2.7519	2.9573	2.1246	2.2832
0.073	1.0757	2.7382	2.9455	2.1118	2.2717
0.074	1.0768	2.7247	2.9340	2.0991	2.2603
0.075	1.0799	2.7114	2.9226	2.0867	2.2492
0.076	1.0790	2.6983	2.9113	2.0744	2.2381
0.077	1.0800	2.6853	2.9002	2.0623	2.2273
0.078	1.0811	2.6726	2.8894	2.0503	2.2165
0.079	1.0822	2.6599	2.8786	2.0386	2.2062
0.080	1.0833	2.6475	2.8680	2.0269	2.1957
0.081	1.0844	2.6352	2.8575	2.0155	2.1856
0.082	1.0855	2.6231	2.8472	2.0042	2.1754
0.083	1.0865	2.6111	2.8370	1.9930	2.1655
0.084	1.0876	2.5992	2.8270	1.9820	2.1557
0.085	1.0887	2.5875	2.8171	1.9711	2.1460
0.086	1.0898	2.5759	2.8073	1.9604	2.1364
0.087	1.0909	2.5645	2.7976	1.9498	2.1270
0.088	1.0920	2.5532	2.7881	1.9393	2.1176
0.089	1.0931	2.5421	2.7787	1.9290	2.1086
0.090	1.0942	2.5310	2.7694	1.9187	2.0994
0.091	1.0953	2.5201	2.7602	1.9087	2.0906
0.092	1.0964	2.5093	2.7511	1.8987	2.0819
0.093	1.0975	2.4986	2.7421	1.8888	2.0729
0.094	1.0986	2.4881	2.7333	1.8791	2.0643
0.095	1.0997	2.4776	2.7246	1.8695	2.0558
0.096	1.1008	2.4673	2.7159	1.8599	2.0473
0.097	1.1019	2.4571	2.7074	1.8505	2.0390
0.098	1.1030	2.4470	2.6989	1.8412	2.0307
0.099	1.1041	2.4370	2.6906	1.8320	2.0227

续表

x	e^x	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$	$-E_1$ ($-x$)	$-E_1$ (x) (x)
0.100	1.1052	2.4271	2.6823	1.8229	2.0137
0.11	1.1163	2.3333	2.6046	1.7371	1.9391
0.12	1.1275	2.2479	2.5315	1.6595	1.8711
0.13	1.1388	2.1695	2.4707	1.5889	1.8094
0.14	1.1503	2.0972	2.4123	1.5241	1.7532
0.15	1.1618	2.0300	2.3585	1.4645	1.7015
0.16	1.1735	1.9674	2.3088	1.4092	1.6537
0.17	1.1853	1.9088	2.2625	1.3578	1.6094
0.18	1.1972	1.8537	2.2193	1.3098	1.5681
0.19	1.2093	1.8018	2.1788	1.2649	1.5295
0.20	1.2214	1.7527	2.1408	1.2227	1.4934
0.21	1.2337	1.7062	2.1049	1.1829	1.4593
0.22	1.2461	1.6620	2.0710	1.1454	1.4273
0.23	1.2586	1.6199	2.0389	1.1099	1.3969
0.24	1.2713	1.5798	2.0084	1.0752	1.3681
0.25	1.2840	1.5415	1.9793	1.0413	1.3409
0.26	1.2969	1.5048	1.9517	1.0139	1.3149
0.27	1.3100	1.4697	1.9253	0.9849	1.2902
0.28	1.3231	1.4360	1.9000	0.9573	1.2666
0.29	1.3364	1.4036	1.8758	0.9309	1.2441
0.30	1.3499	1.3720	1.8526	0.9057	1.2226
0.31	1.3634	1.3425	1.8304	0.8815	1.2018
0.32	1.3771	1.3136	1.8089	0.8583	1.1820
0.33	1.3910	1.2857	1.7883	0.8361	1.1630
0.34	1.4050	1.2587	1.7685	0.8147	1.1446
0.35	1.4191	1.2327	1.7493	0.7942	1.1270
0.36	1.4333	1.2075	1.7308	0.7745	1.1101
0.37	1.4477	1.1832	1.7129	0.7554	1.0936
0.38	1.4623	1.1596	1.6956	0.7371	1.0779
0.39	1.4770	1.1367	1.6789	0.7194	1.0626
0.40	1.4918	1.1145	1.6627	0.7024	1.0478

续表

x	e^x	$K_0(x)$	$e^x K_1(x)$	$-E_1$ $(-x)$	$-E_1(-x)$ e^x
0.41	1.5068	1.0930	1.6470	0.6859	1.0335
0.42	1.5220	1.0721	1.6317	0.6700	1.0197
0.43	1.5373	1.0518	1.6169	0.6546	1.0063
0.44	1.5527	1.0321	1.6025	0.6397	0.9933
0.45	1.5683	1.0129	1.5886	0.6253	0.9807
0.46	1.5841	0.9943	1.5750	0.6114	0.9685
0.47	1.6000	0.9761	1.5617	0.5979	0.9566
0.48	1.6161	0.9584	1.5489	0.5848	0.9451
0.49	1.6323	0.9412	1.5363	0.5721	0.9338
0.50	1.6437	0.9244	1.5241	0.5598	0.9229
0.51	1.6653	0.9081	1.5122	0.5478	0.9123
0.52	1.6820	0.8921	1.5006	0.5362	0.9019
0.53	1.6989	0.8766	1.4892	0.5250	0.8919
0.54	1.7160	0.8614	1.4781	0.5140	0.8820
0.55	1.7330	0.8466	1.4673	0.5034	0.8725
0.56	1.7507	0.8321	1.4567	0.4930	0.8631
0.57	1.7683	0.8180	1.4464	0.4830	0.8541
0.58	1.7860	0.8042	1.4363	0.4732	0.8451
0.59	1.8040	0.7907	1.4262	0.4637	0.8365
0.60	1.8221	0.7775	1.4167	0.4544	0.8280
0.61	1.8404	0.7646	1.4073	0.4454	0.8197
0.62	1.8589	0.7520	1.3980	0.4365	0.8116
0.63	1.8776	0.7397	1.3889	0.4280	0.8036
0.64	1.8965	0.7277	1.3800	0.4197	0.7960
0.65	1.9155	0.7159	1.3713	0.4115	0.7882
0.66	1.9348	0.7043	1.3627	0.4036	0.7809
0.67	1.9542	0.6930	1.3543	0.3959	0.7737
0.68	1.9739	0.6820	1.3461	0.3883	0.7665
0.69	1.9937	0.6711	1.3380	0.3810	0.7596
0.70	2.0138	0.6605	1.3301	0.3738	0.7528
0.71	2.0340	0.6501	1.3223	0.3668	0.7461

续表

x	e^x	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$	$-E_1$ ($-x$)	$-E_1(-x)$ e^x
0.71	2.0414	0.6399	1.3117	0.3589	0.7394
0.72	2.0531	0.6309	1.3072	0.3582	0.7529
0.73	2.0649	0.6222	1.2998	0.3577	0.7666
0.74	2.0769	0.6136	1.2923	0.3573	0.7804
0.75	2.0893	0.6052	1.2855	0.3571	0.7944
0.76	2.1019	0.5970	1.2785	0.3569	0.8084
0.77	2.1145	0.5889	1.2716	0.3567	0.8227
0.78	2.1274	0.5810	1.2649	0.3566	0.8369
0.79	2.1404	0.5733	1.2584	0.3565	0.8512
0.80	2.1535	0.5657	1.2517	0.3565	0.8656
0.81	2.1666	0.5584	1.2452	0.3565	0.8802
0.82	2.1798	0.5512	1.2389	0.3565	0.8949
0.83	2.1931	0.5442	1.2327	0.3565	0.9097
0.84	2.2064	0.5373	1.2267	0.3565	0.9244
0.85	2.2198	0.5306	1.2207	0.3565	0.9393
0.86	2.2333	0.5240	1.2149	0.3565	0.9543
0.87	2.2468	0.5175	1.2092	0.3565	0.9693
0.88	2.2604	0.5112	1.2036	0.3565	0.9845
0.89	2.2741	0.5050	1.1981	0.3565	0.9997
0.90	2.2879	0.4989	1.1927	0.3565	1.0150
0.91	2.3018	0.4930	1.1874	0.3565	1.0304
0.92	2.3158	0.4872	1.1822	0.3565	1.0459
0.93	2.3299	0.4815	1.1771	0.3565	1.0615
0.94	2.3441	0.4759	1.1721	0.3565	1.0772
0.95	2.3584	0.4704	1.1672	0.3565	1.0930
0.96	2.3728	0.4650	1.1624	0.3565	1.1089
0.97	2.3873	0.4597	1.1577	0.3565	1.1249
0.98	2.4019	0.4545	1.1531	0.3565	1.1410
0.99	2.4166	0.4494	1.1486	0.3565	1.1572
1.00	2.4314	0.4444	1.1442	0.3565	1.1735
1.01	2.4463	0.4395	1.1399	0.3565	1.1899
1.02	2.4613	0.4347	1.1357	0.3565	1.2064
1.03	2.4764	0.4299	1.1316	0.3565	1.2230
1.04	2.4916	0.4252	1.1276	0.3565	1.2397
1.05	2.5069	0.4206	1.1237	0.3565	1.2565
1.06	2.5223	0.4161	1.1198	0.3565	1.2734
1.07	2.5378	0.4117	1.1160	0.3565	1.2904
1.08	2.5534	0.4074	1.1123	0.3565	1.3075
1.09	2.5691	0.4032	1.1087	0.3565	1.3247
1.10	2.5849	0.3991	1.1052	0.3565	1.3420
1.11	2.6008	0.3951	1.1018	0.3565	1.3594
1.12	2.6168	0.3912	1.0985	0.3565	1.3769

续表

x	c	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$	$-E_0(-x)$	$-E_0(-x)e^x$
4.4	81.4509	0.0071	0.5823	0.0022	0.1903
4.5	91.0171	0.0064	0.5761	0.0021	0.1866
4.6	91.4843	0.0057	0.5701	0.0018	0.1832
4.7	109.9172	0.0051	0.5643	0.0016	0.1798
4.8	121.5194	0.0046	0.5586	0.0014	0.1766
4.9	134.2898	0.0041	0.5531	0.0013	0.1734
5.0	148.4432	0.0037	0.5478	0.0011	0.1704

参 考 文 献

[1] Walton, W. C., Groundwater resource evaluation, McGraw-Hill, New York, 1970.

[2] 张宏仁等编译, 地下水非稳定流理论的发展与应用, 地质出版社, 1975年。

[3] Broadhead, R., The development of methods for determining aquifer characteristics, Ground Water, vol. 19, no.2, 1981.

[4] Neuman, S. P. and P. A. Witherspoon, Analysis of non-steady flow with a free surface using the finite element method, Water Resour. Res., vol. 7, 1971.

[5] Nawrocki, M. I., Comparison of methods for evaluating aquifer characteristics, Ground Water, vol. 9, no. 2, 1971.

[6] Neuman, S. P., Theory of flow in unconfined aquifers considering delayed response of water table, Water Resour. Res., vol.8, no. 4, 1972.

[7] Neuman, S. P. and P. A. Witherspoon, Field determination of the hydraulic properties of leaky multiple aquifer system, Water Resour. Res., vol.8, no. 5, 1972.

[8] Lai, R. Y. S. and Chen-WuSu, Nonsteady flow to a large well in a leaky aquifer, Journal of Hydrology, 22,

1974.

[9] Streltsova, T. D., Drawdown in compressible unconfined aquifer, Jour. of the Hydraulics Division, Proc. of ASCE., vol.100, no. Hy 11, 1974.

[10] Neuman, S. P., Analysis of Pumping test data from anisotropic unconfined aquifers considering delayed gravity response, Water Resour. Res., vol.11, no. 2, 1975.

[11] Boulton, N. S. and T. D. Streltsova. The drawdown near an abstraction well of large diameter under non-steady conditions in an unconfined aquifer, Journal of Hydrology, vol.30, 1976.

[12] 常士骥, 抽水试验工作中几个问题的研究, 水文地质工程地质, 第5期, 1957年。

[13] 张有龄, 河床地下水运动的供水理论分析, 科学出版社, 1958年。

[14] 陈雨孙, 单井水力学, 建筑工业出版社, 1977年。

[15] Walton, W. C., Comprehensive analysis of water-table aquifer test data, Ground Water, vol.16, no. 5, 1978.

[16] Walton, W. C., Review of leaky artesian aquifer test evaluation methods, Ground Water, vol.17, no. 3, 1979.

[17] 陈崇希, 地下水不稳定井流计算方法, 地质出版社, 1983年。