斜孔及剖面上地层眞厚度計算公式的探討

周　瑞

正确计算地层及矿体的眞厚度，是编制地层柱状图及计算矿产储量等工作中一项很重要的工作。目前在不垂直地层走向的斜孔及剖面上所用的计算眞厚度的公式，互不相关，而且形式繁多。笔者觉得斜孔中和剖面上计算地层眞厚度的公式可以统一，并可采用较简单的新公式。为便于讨论，本文中符号意义统一如下（所有引文中符号意义，亦均统一如下，原文符号意义不变）：

斜孔方位或剖面垂直岩层走向时：

M——眞厚度。

l——露头宽度或鉆孔中见矿（或岩层）长度。

α——地层眞倾角。

β——地面坡度或鉆孔倾角[1]。

δ——鉆孔天顶角。（$\delta + \beta = 90°$）

斜孔方位或剖面不垂直岩层走向时：

M_1——假厚度。（在剖面上垂直岩层的视倾向线）

l_1——露头宽度或鉆孔中见矿（或岩层）长度。

α_1——地层视倾角。

β_1——地面坡度或鉆孔倾角。

δ_1——鉆孔天顶角。（$\delta_1 + \beta_1 = 90°$）

其他符号：

φ——地层倾向和鉆孔方位或剖面方向间之夹角。

θ——地层走向和鉆孔方位或剖面方向间之夹角。（$\varphi + \theta = 90°$）

一、斜孔方位不垂直地层走向时計算眞厚度的公式

(一)

$$M = l_1\cos(\alpha - \delta_1)\cos\varphi \qquad (1)$$

这一公式目前已普遍被采用。在一些教科书上，被証明是正确的，其証明如下：

图 1 是斜孔方位垂直地层走向时的剖面图。从图上得出：

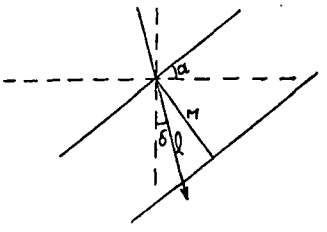


图 1　剖面

$$M = l\cos(\alpha - \delta) \qquad (2)$$

图 2 是斜孔方位不垂直地层走向时的平面投影图。从图上得出：

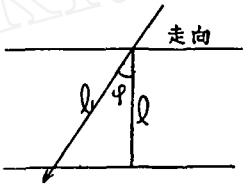


图 2　平面投影

$$l = l_1\cos\varphi \qquad (3)$$

将(3)式代入(2)式，便得(1)式[2]。

笔者觉得斜孔在剖面上的位置，当然是以图 1 的形式为最普遍，但也可能会有图3、图 4 的形式出现。此时，其相应的公式，如按上述証明，应分别为：

图 3：

$$M = l_1\cos(\alpha + \delta_1)\cos\varphi \qquad (4)$$

图 4：

$$M = l_1\cos(\delta_1 - \alpha)\cos\varphi \qquad (5)$$

总结式为：

$$M = l_1\cos(\overset{\curvearrowright}{\alpha \pm \delta_1})\cos\varphi \qquad (6)$$

但问题并不在于该不该写成总结式 (6) 的形

1) 鉆孔倾角是指鉆孔与水平线之间的夹角。它和天顶角互为余角。由于本文中必须用此角，因此命名。

2) 原证明中未区分出 δ 和 δ_1，故 (1) 式中的鉆孔天顶角是指 δ_1（实测数据），并非指 δ，此时的 δ 尚为未知数。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

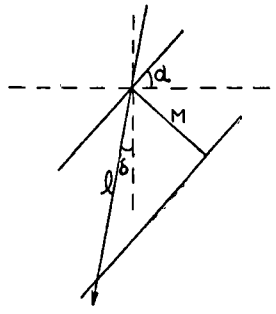


图 3　剖面

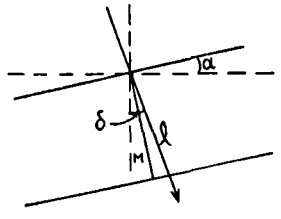


图 4　剖面

式，而是在于(6)式(包括 1 式)在证题原理上有错誤，在计算结果上有一定的系统誤差。兹讨论如下：

1.証題原理上的錯誤

(1) l 和 l_1 的关系，不应该用平面投影图来求。图 5 显示出斜面角 $\angle BAC$ 永远小于其平面投影角 φ。二者之差可从几度至几十度；与 β_1 及 φ 角之大小均成正比。只是当 $\beta_1 = 0°$ 时，二者才相等。因此，$l \approx l_1\cos\varphi$。其正确关系为：

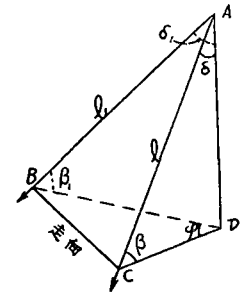


图 5　立体模型

$$l = \frac{AD}{\sin\beta} = l_1 \frac{\sin\beta_1}{\sin\beta} \qquad (7)$$

此处，β 可名为“理想鉆孔倾角”。β 和 β_1 的关系是：

$$\mathrm{tg}\beta = \mathrm{tg}\beta_1/\cos\varphi \qquad (8)$$

(2) 鉆孔天顶角问題：当斜孔方位不垂直地层走向时，应该求出未知数 δ 和测得的 δ_1 的关系后，再代入(6)式。现在(6)式并未这样做，显然是不对的。δ 和 δ_1 的关系为：

$$\mathrm{tg}\delta = \mathrm{tg}\delta_1\cos\varphi \qquad (9)$$

因此，(6)式应写成：

$$M = l_1\cos(\overset{\curvearrowleft}{\alpha \pm \delta})\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta} \qquad (10)$$

2.誤差情況　从(10)式和(6)的各项数值对比表 1、2、3、4 中，可以得出结论：

(1) 由于(6)式不恰当地用 φ 角代替了应该

表 1　(6)式与(10)式誤差对比表(图 1 形式)

φ	α	β_1	β	δ_1	δ	$\cos(\alpha-\delta)$	$\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta}$	校正值*	$\cos(\alpha-\delta_1)$	$\cos\varphi$	校正值	誤差(%)
5°	45°	85°	85°01′	5°	4°59′	0.76586	0.99997	0.76584	0.76604	0.99619	0.76312	−0.272
5°	45°	80°	80°02′	10°	9°58′	0.81882	0.99990	0.81874	0.81915	0.99619	0.81603	−0.271
5°	45°	75°	75°03′	15°	14°57′	0.86559	0.99976	0.86538	0.86603	0.99619	0.86273	−0.265
5°	45°	70°	70°04′	20°	19°56′	0.90581	0.99957	0.90542	0.90631	0.99619	0.90286	−0.256

表 2　(6)式与(10)式誤差对比表(图 3 形式)

φ	α	β_1	β	δ_1	δ	$\cos(\alpha+\delta)$	$\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta}$	校正值	$\cos(\alpha+\delta_1)$	$\cos\varphi$	校正值	誤差(%)
5°	45°	85°	85°01′	5°	4°59′	0.64301	0.99997	0.64299	0.64279	0.99619	0.64034	−0.265
5°	45°	85°	80°02′	10°	9°58′	0.57405	0.99990	0.57399	0.57358	0.99619	0.75140	−0.260
5°	45°	85°	75°03′	15°	14°57′	0.50075	0.99976	0.50063	0.50000	0.99619	0.49810	−0.254
5°	45°	85°	70°04′	20°	19°56′	0.42367	0.99957	0.42349	0.42262	0.99619	0.42101	−0.248

* 校正值是指 $\cos(\overset{\curvearrowleft}{\alpha\pm\delta})\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta}$ 或 $\cos(\overset{\curvearrowleft}{\alpha\pm\delta_1})\cos\varphi$ 等而言。意义是：$M = l_1\times$ 校正值。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表3 (6)式与(10)式誤差对比表*(图4形式)

φ	α	β_1	β	δ_1	δ	$\cos(\delta-\alpha)$	$\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta}$	校正值	$\cos(\delta_1-\alpha)$	$\cos\varphi$	校正值	誤差(%)
5°	5°	80°	80°02′	10°	9°58′	0.99624	0.99990	0.99614	0.99619	0.99619	0.99240	−0.375
5°	5°	75°	75°03′	15°	14°57′	0.98496	0.99976	0.98472	0.98481	0.99619	0.98106	−0.367
5°	5°	70°	70°04′	20°	19°56′	0.96623	0.99957	0.96582	0.96592	0.99619	0.96224	−0.358
5°	5°	60°	60°06′	30°	29°54′	0.90704	0.99900	0.90613	0.90631	0.99619	0.90286	−0.328

表4 (6)式与(10)式校正值对比表(图1形式)

φ	α	β_1	β	δ_1	δ	校正值		誤差(%)
						$\cos(\alpha-\delta)\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta}$	$\cos(\alpha-\delta_1)\cos\varphi$	
10°	45°	85°	85°05′	5°	4°55′	0.765011	0.754404	−1.0607
10°	45°	80°	80°09′	10°	9°51′	0.817274	0.806707	−1.0567
10°	45°	75°	75°13′	15°	14°47′	0.863275	0.852875	−1.0382
10°	45°	70°	70°17′	20°	19°43′	0.902601	0.892543	−1.0058
15°	45°	85°	85°10′	5°	4°50′	0.763979	0.739933	−2.4046
15°	45°	80°	80°20′	10°	9°40′	0.814984	0.791233	−2.3751
15°	45°	75°	75°29′	15°	14°31′	0.859867	0.836516	−2.3351
15°	45°	70°	70°38′	20°	19°22′	0.898028	0.875423	−2.2605
20°	45°	85°	85°18′	5°	4°42′	0.763327	0.719840	−4.3487
20°	45°	80°	80°36′	10°	9°24′	0.811653	0.769747	−4.1906
20°	45°	75°	75°52′	15°	14°08′	0.854987	0.813800	−4.1187
20°	45°	70°	71°07′	20°	18°53′	0.891740	0.851650	−4.0090
30°	45°	85°	85°40′	5°	4°20′	0.757789	0.663414	−9.4375
30°	45°	80°	81°19′	10°	8°41′	0.802722	0.709408	−9.3314
30°	45°	75°	76°56′	15°	13°04′	0.841523	0.750008	−9.1515
30°	45°	70°	72°30′	20°	17°30′	0.873962	0.784892	−8.9070

* 表3中未采用 $\beta_1=85°$，是因为这时从垂直地层走向的剖面看来，已属图一形式。这就是说，如果使用这类公式，应该是以垂直地层走向的剖面上的理想钻孔构成的图形来判断。

用的 $\angle BAC$，因 $\angle\varphi>\angle BAC$，所以 $\cos\varphi$ 的函数值与 $\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta}$ 对比时，便系统偏低。

(2) 由于 δ_1 角恆大于 δ 角，在(6)式的三种形式中，便产生了两种不同的系统誤差。

1) 表1中 $(\alpha-\delta_1)$ 的角度值偏低，因而其余弦值便系统偏高，和 $\cos\varphi$ 的誤差恰为一正一负。虽可互相抵消一部分，但因 $\cos\varphi$ 的誤差，远远大于 δ_1 角的誤差，所以二者相乘后的错誤校正值，仍是系统的负誤差。

2) 表2、3中 $(\alpha+\delta_1)$ 和 $(\delta_1-\alpha)$ 角度值均偏高，其余弦值便均系统偏低。因是小数相乘，所以校正值的誤差，在(6)式的三种形式中是基本相同的。

3) (6)式的总校正值一律偏低，其誤差大小主要是和 φ 角的大小成正比；其次是和 β_1 成正比，和 α 成反比，但影响不大。

4) 当 φ 角小于 10° 时，(6)式的誤差小于或近于1%，似可作为相当准确的简化公式而使用。否则不宜采用，或必须加上其誤差值。

(二)

在"矿物原料储量计算"一书中曾介绍了一个较繁复的公式。原文如下：

"此时，l_1 值（沿鉆孔测量的厚度）必须用 l 的值(在垂直矿体走向的平面上的投影)来代替。

$$l=l_1\cos(a-a_n) \qquad (11)$$

式中：a——在切穿矿体点上的鉆孔方位角。

a_n——矿体走向的垂线的方位角。

此外，角 δ_1 必须用其在垂直走向的平面上的

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

投影代替。

$$\delta = \operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{tg}\delta_1}{\cos(a - a_n)}\right] \tag{12}$$

于是可以按下面的公式计算眞厚度：

$$M = l_1\cos(a - a_n)\cos\left\{\alpha - \operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{tg}\delta_1}{\cos(a - a_n)}\right]\right\} \tag{13}$$

此公式很准确，但很复杂。”

笔者认为，此式也有下列两点错誤：

(1) 在(11)式中，$a-a_n$实卽 φ 角。$l \fallingdotseq l_1\cos\varphi$，在前面已有详细讨论。

(2) 角 δ 和 δ_1 的关系，用(12)式是错誤的，无法証明出来，应该是(9)式的关系。因此(13)式应修改为：

$$M = l_1\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta}\cos(\overset{\curvearrowleft}{\alpha\pm}\operatorname{arctg}\operatorname{tg}\delta_1\cos\varphi) \tag{14}$$

(14)式和(10)式实际上是同一公式。

(10)式虽然正确，但计算很麻烦，且加减号的用法，必须按图 1、3、4 的形式判断，所以在实际工作中不很方便。

如果把斜孔中的见矿长度及钻孔倾角，当成是地面上露头宽度及坡度看待，就可以把这两种厚度计算问题，合而为一。实际上，二者本是同一性质的问题，应该得到统一。这样，就可以把剖面不垂直岩层走向时的诸公式，使用于斜孔中。

二、在不垂直地层走向的剖面上，計算地层眞厚度的公式

1.列昂托夫斯基公式早经証明是正确的，但王土在“地质知识”1957 年第 2 期上的文章中，只取该式的加号，认为列式只适用于倾向和坡向相反的情况下，似欠慎重和公平。

2.在该文中，周启柒的公式如果采用加号，也可适用于坡向和倾向相反的情况下。

3.王土公式在証题上走了大弯路，显得非常复杂。他的 ω 值相当于本文內 $\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta}$。$\beta$ 值的求法，应该用(8)式。因而王土公式可以简写成：

$$M = l_1\sin(\overset{\curvearrowleft}{\alpha\pm}\beta)\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta} \tag{15}$$

4. Secrist 公式和列式是雷同的，但加减号的用法，不但毫无理由，而且在解题时互相矛盾，其来源颇可怀疑。

据个人运算，上述诸式可以互相演变，用减号时，肯定都是“大—小”。所以，减号的两种情况，毋需记忆。

三、新公式介紹

计算眞厚度的公式，除必须正确外，还要求形式简单，易于运算和记忆；最好还能制造厚度换算表。下面再介绍一个新公式：

$$M = l_1\sin(\overset{\curvearrowleft}{\alpha_1\pm}\beta_1)\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_1} \tag{16}$$

兹証明如下：

当剖面方向垂直岩层走向时，剖面上出现 M。

$$M = l\sin(\overset{\curvearrowleft}{\alpha\pm}\beta) \tag{17}$$

当剖面方向不垂直岩层走向时，剖面上便出现 M_1。按(17)式証题原理，可得：

$$M_1 = l_1\sin(\overset{\curvearrowleft}{\alpha_1\pm}\beta_1) \tag{18}$$

图 6 中，直角三角形 ACB 及 EGF 代表上下层面。剖面 ADC 垂直走向；剖面 ADB 不垂直走向。L 为铅垂厚度。

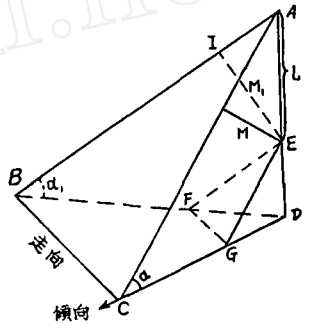


图 6　立体模型

$$M = L\cos\alpha = M_1\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_1} \tag{19}$$

将(18)式代入(19)式，便是新公式。

式中加减号用法和上述诸式相同。通过下面的演算，可以变化为列式：

$$M = l_1\sin(\overset{\curvearrowleft}{\alpha_1\pm}\beta_1)\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_1}$$

$$= l_1\left(\sin\alpha_1\cos\beta_1\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_1}\overset{\curvearrowleft}{\pm}\cos\alpha_1\sin\beta_1\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_1}\right)$$

$$= l_1(\cos\beta_1\cos\alpha\operatorname{tg}\overset{\curvearrowleft}{\alpha_1\pm}\cos\alpha\sin\beta_1)$$

在构造地质学中，$\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{tg}\alpha\sin\theta$ 代入：

$$M = l_1(\sin\alpha\cos\beta_1\sin\overset{\curvearrowleft}{\theta\pm}\cos\alpha\sin\beta_1)。$$

(19)式表明眞假厚度的关系。$\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_1}$ 可命名为假厚度校正系数。其值恆小于1，便于记忆。当

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

我们在山地工程壁上直接量厚度时，往往由于地层倾向和壁的方向斜交，只能量到假厚度。这时便该用(19)式算出真厚。(当然,最简单的方法是量铅垂厚度)所以(19)式很重要。有关地质工作中的厚度计算问题，由假厚度校正系数表可能获得解决,并可减轻计算工作量。(因篇幅关系，该表从略)

四、各公式运算实例及精度

例题：某钻孔见矿时天顶角为 20°，(即钻孔倾角 70°)方位角 295°（或 115°），见矿长度为 l_1，矿层产状 85°∠45°。试求矿层真厚。

解题：按题意,各公式中符号数值为:

$\delta_1 = 20°$。$\beta_1 = 70°$。$\delta = 17°30'$。

$\beta = 72°30'$。$\varphi = 30°$。$\theta = 60°$。

$\alpha_1 = 40°54'$。

1.用 (6) 式：先作图判断钻孔在垂直岩层走向的剖面上的情况。图 7 应该用减号，图 8 应该用加号。

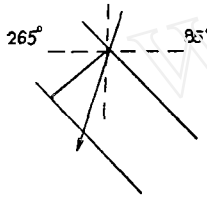


图 7 钻孔方位 295°

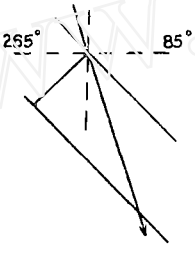


图 8 钻孔方位 115°

$$M = l_1 \cos(45° \mp 20°) \cos 30°$$

$$= \begin{cases} l_1 \times 0.78849 \\ l_1 \times 0.36600 \end{cases}$$

2.用(10)式：(加减号用法同上)

$$M = l_1 \cos(45° \mp 17°30') \frac{\cos 45°}{\cos 40°54'}$$

$$= \begin{cases} l_1 \times 0.87396 \\ l_1 \times 0.45496 \end{cases}$$

3.用列昂托夫斯基公式：(图 7 用加号，图 8 用减号，下同。)

$$M = l_1(\sin 45° \cos 70° \sin 60° \overset{\curvearrowleft}{\pm} \cos 45° \sin 70°)$$

$$= \begin{cases} l_1 \times 0.87389 \\ l_1 \times 0.45504 \end{cases}$$

4.用周启荣公式:

$$M = l_1(\cos 70° \overset{\curvearrowleft}{\pm} \sin 70° \cos 40°54') \sin 60° \sin 45°$$

$$= \begin{cases} l_1 \times 0.87374 \\ l_1 \times 0.45485 \end{cases}$$

5.用(15)式:

$$M = l_1 \sin(45° \overset{\curvearrowleft}{\pm} 72°30') \frac{\sin 70°}{\sin 72°30'}$$

$$= \begin{cases} l_1 \times 0.87396 \\ l_1 \times 0.45496 \end{cases}$$

6.用(16)式:

$$M = l_1 \sin(40°54' \overset{\curvearrowleft}{\pm} 70°) \frac{\cos 45°}{\cos 40°54'}$$

$$= \begin{cases} l_1 \times 0.87396 \\ l_1 \times 0.45497 \end{cases}$$

从运算结果的校正值看，用五位函数计算,除(6)式偏低太多,应认为不正确外，其余各式间相差极小，证明各公式均正确可靠，微小差误是来自函数值。在实际工作中，即使是求矿体厚度，用四位函数，精度已足够。

参 考 文 献

[1] 王土 1957 在剖面不垂直走向的情况下正确计算岩层真厚度的方法。地质知识,第 2 期。

[2] 布雅洛夫 H. И. 1958 构造地质制图指南。50 页,石油工业出版社。

[3] 毕令斯 M. P. 1959 构造地质学。475 页,地质出版社。

[4] 成都地质学院 1961 构造地质学及地质制图学。45 页,中国工业出版社。

[5] 江苏地质学校、宜化地质学校合编 1961 找矿勘探地质学。145 页,中国工业出版社。

[6] 李伯皋 1957 野外地质编录与室内综合整理工作的初步总结。杭州、贵阳普查会议文件汇编，133 页。地质出版社。

[7] 斯米尔诺夫 B. И. 1957 矿物原料储量计算。20 页,地质出版社。

[8] 雅克仁 A. A. 1958 固体矿产取样与储量计算。180 页,地质出版社。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net