关于地层眞厚度計算公式的商榷

朱 显 芝

矿层眞厚度是计算矿产储量的主要参数，计算矿层眞厚度公式的正确与否，直接影响储量计算。本文就目前几种计算地层眞厚度的公式作一些简单的分析和比较，并提出一个新公式，希同志们批评指正。

一、关于斜鑽孔中計算矿层眞厚度的問題

由于斜鉆孔中取得的資料，除鉆孔傾斜角、鉆孔方位角及孔深外，只有岩心。在岩心上不能測地层眞傾角及傾向，只能測岩心傾角，用鉆孔定向測量时，也只能測岩心上岩层面的傾斜方向，不能測地层傾向。岩心傾角不同于地层眞傾角及剖面探槽中的測傾角，它是随地层眞傾角、鉆孔傾斜角、鉆孔方位角三者的变化而变的，三者之中有一因素变，則岩心傾角就发生变化；同样，岩心上岩层面傾斜方向也是随上三因素而变化的。除直孔及垂直于走向的鉆孔外，岩心傾角及岩心上岩层面傾斜的方向都不能准确地換算成地层眞傾角及傾向。又由于地表地层产状与深部的产状不一定相等，因此一切剖面上计算地层眞厚度的公式，都不能用于斜鉆孔編录中；同样，以前的一切用地层眞傾角及傾向推出的种种计算斜鉆孔中矿层眞厚度的公式，不论其理论上是正确的或錯誤的，同样不适用于斜鉆孔編录中，前者如 П. А. 雷若夫在"矿体几何学"一书中所用的公式，后者如 А. А. 雅克仁在"固体矿产取样及储量计算"一书中所用的公式。周瑞同志在"斜孔及剖面上地层眞厚度计算公式的探讨"一文中提出用剖面上不垂直地层走向的公式代替斜鉆孔的公式以及举斜鉆孔中的例子来对比几个鉆孔及剖面上的公式，都欠妥当。該例中设斜鉆孔中地层产状为 85°<45°，事实上，斜鉆孔中根本測不出地层眞傾角及傾向，这个地层产状在斜鉆孔中是不存在的。由于斜鉆孔中，计算矿层眞厚度的公式已作过較详細的讨论，这里只作簡单的补充。

二、各公式的比較与討論

在剖面上或其它勘探工程中（斜鉆孔除外），计算地层眞厚度的公式很多，为了对比方便，本文将各公式的代表符号統一，原符号意义不变。

工程线方向与地层走向垂直时的代表符号：

α——地层傾角(眞傾角)，

θ——工程线与水平面的夹角(簡称工程线的傾角)，

γ——工程线与鉛垂线的夹角，

θ——工程线与傾向的夹角。

工程线方向不与地层走向垂直时的代表符号：

α_1——剖面上的傾角(假傾角)，

β_1——工程线与水平面的夹角（簡称工程线的傾角或坡度角），

γ_1——工程线与鉛垂线的夹角，

l——工程线穿过地层处的假厚度，

M——地层眞厚度。

今例举几个公式以作比較：

列昂托夫斯基公式：

$$M = l(\sin\alpha\cos\beta_1\cos\theta \pm \cos\alpha\sin\beta_1) \qquad (1)$$

И. Н. 乌沙阔夫在矿体几何学一书中用的公式：

$$M = l\cos[\beta_1 \pm (90^\circ - \alpha_1)]\sec\alpha_1\cos\alpha \qquad (2)$$

王土提出的公式：

$$M = l\sin(\alpha \pm \beta)\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta}\text{(簡化)} \qquad (3)$$

周启荣提出的公式：

$$M = l(\cos\beta \pm \sin\beta_1\cos\alpha_1)\ \sin\theta\sin\alpha \qquad (4)$$

周瑞提出的公式：

$$M = l\sin\overbrace{(\alpha_1 \pm \beta_1)}\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_1} \qquad (5)$$

公式(5)与(2)式相同，推导及结果都一样，稍不同处是此公式将(2)式中的 $\cos[\beta_1 \pm (90^\circ - \alpha_1)]$ 簡化为 $\sin(\alpha_1 + \beta_1)$，$\sec\alpha_1$ 簡化为 $\frac{1}{\cos\alpha_1}$。

计算公式要求理论正确，计算方便。現先从

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

计算方面作比较。在实际工作中测剖面计算地层真厚度时，一般都用计算尺，其精度被认为基本合乎要求，如果用计算尺计算，除假厚度不计算外，(1)式需要拉计算尺（乘法）三次，另加（或减）一次；用(2)式时，因剖面上测量不出视倾角，故先要用 $\mathrm{tg}\alpha_1 = \mathrm{tg}\,\alpha\cos\theta$ 求出 α_1，再按公式计算，共乘两次，除一次，加(或减)两次；用(3)式时，由 β_1 换算 β，要用 $\mathrm{tg}\,\beta_1 = \mathrm{tg}\,\beta\cos\theta$，因此，先拉一次除法，再除一次，加一次，乘一次，共计除两次，乘一次，加一次；(4)式需要乘四次，加一次；(5)式同(2)式一样，但只加(或减)一次。

由上面的对比中，可见各公式用计算尺计算时，(1)式最简单，而(3)式与(5)式拉和加(或减)的次数虽与(1)式相等，但计算时有乘有除，而且要把正切度数改为正弦或余弦度数，因而计算时速度大减。

如果用其他工具计算时，同上述，也是(1)式最简单。用(1)式时，查函数表五次，乘三次，加一次；用(5)式时，首先要用 $\mathrm{tg}\,\alpha_1 = \mathrm{tg}\,\alpha\cos\theta$ 计算出 $\mathrm{tg}\,\alpha_1$，再用反函数法查出 α_1，此后又除一次，乘一次，加一次，共计查表六次，除一次，乘两次，加一次，由于多查一次反函数以及用一次除法，所以计算时要比(1)式复杂得多。其它各式也同(5)式情况一样。

如果将公式制成表，按查表来计算，用(1)式制表，比其它各式都要简便些。

从理论上谈，根据本人推算，以前的计算公式，除有问题的以外，在理论上都是相同的，可以说它们都是与(1)式相同的公式，只是在推导中没有化简而已，如果把各公式展开化简，其最终结果都是 $M = l(\sin\alpha\cos\beta_1\cos\theta \pm \cos\alpha\sin\beta_1)$

例如：

(3)式 $M = l\sin(\alpha \pm \beta)\dfrac{\sin\beta_1}{\sin\beta}$

如果展开化简则得：

$$M = l(\sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta)\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta} =$$

$$= l\left(\sin\alpha\cos\beta\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta} \pm \cos\alpha\sin\beta_1\right)$$。因 $\mathrm{tg}\,\beta_1 =$

$= \mathrm{tg}\,\beta\cos\theta$，即 $\dfrac{\sin\beta_1}{\cos\beta_1} = \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}\cos\theta$，即

$$\frac{\sin\beta_1}{\cos\beta_1\cos\theta} = \frac{\sin\beta}{\cos\beta},\ \text{或}\frac{\cos\beta}{\sin\beta} = \frac{\cos\beta_1\cos\theta}{\sin\beta_1}$$

将此式代入上式即得：

$$M = l\left(\sin\alpha\frac{\cos\beta_1\cos\theta}{\sin\beta_1}\times\sin\beta_1 \pm \cos\alpha\sin\beta_1\right) =$$

$= l(\sin\alpha\cos\beta_1\cos\theta \pm \cos\alpha\sin\beta_1)$。

笔者认为以上各种公式，实际上是一个公式。用以上各种公式计算出的结果，理论上都应该完全相等，如果在计算中有誤差时，只不过是由于公式未化简而在换算倾角或工程线的倾角时，因小数点后位数的取舍而形成的。如果把一个公式在未化简时看成另一公式，则(1)式在未简化时还有另外的许多公式，如 $M = l\sin(\alpha_1 \pm \beta_1)\dfrac{\sin\alpha}{\sin\alpha_1}\cos\theta$，$M = l\cos(\alpha_1 \pm \gamma_1)\dfrac{\sin\alpha}{\sin\alpha_1}\cdot\cos\theta$，$M = l\cos(\alpha \pm \gamma)\dfrac{\cos\beta_1}{\cos\beta}\cos\theta$ 等等。

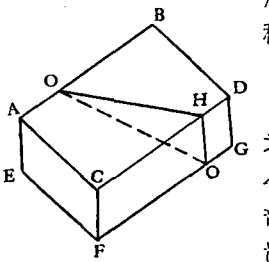
现再谈谈公式中的加减号问题：在野外测剖面时，如果剖面线的方向（由高到低）与岩层面倾斜的方向相反时，公式中用加号；如相同时用减号。在剖面测量中，有时计算出来的地层真厚度是负数，这个负号表示这段地层在剖面上是出现过的，在绘剖面图时，可取其绝对值，但计算地层总厚时，要把这段地层厚度略去不用；但如剖面上所测的厚度以负数为主只有少许正数时，则绘剖面图仍取其绝对值，计算地层总厚度时，只用负数的那些厚度相加，取其绝对值。如果只简单地按推导规定角度为大减小，则计算出的结果都是正数，看不出以上关系，这显然不够正确。公式中的加减号，只简单地记着何时用加何时用减就够了，不用考虑计算的结果怎样。从 $\cos(\alpha-\beta) = \cos[-(\beta-\alpha)] = \cos(\beta-\alpha)$ 以及 $\sin(\alpha-\beta) = \sin[-(\beta-\alpha)] = -\sin(\beta-\alpha)$ 的关系中便可看出以上关系。

三、新公式介紹

计算真厚度公式，除理论上要求完全正确外，还要求形式简单，便于记忆和计算，下面介绍一个新公式：

$$M = l\sin\delta$$

式中 M 为地层真厚度，l 为工程线通过该地层处的假厚度，δ 为工程线与岩层面的夹角。



证明如下：

如图，设 $ABCDEFG$ 为某岩层的一部分，$ABCD$ 为岩层层面的一部分，岩层在空间的位置是倾斜的，当工程线自 O 点进入岩层而由 O' 点离开岩层时，则 OO' 为

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

工程线穿过该岩层的假厚度(l)，设 $O'H$ 为 OO' 在 $ABCD$ 岩层面上的垂直投影线，联 $O'H$，则 $O'H$ 为由 O' 点至岩层顶面($ABCD$ 平面)的垂线，即为岩层的真厚度(M)。

由图 1 中知 $\angle O'OH$ 为工程线与岩层面的夹角(δ)，又因 $\angle OHO' = 90°$，所以 $O'H = OO' \times \sin \angle O'OH$，即 $M = l \sin \delta$。

讨论与比较：新公式在理论上是正确的，在计算上非常简便，比任何计算公式都简单，用此公式计算地层真厚度时，只查表一次，乘一次，如果制成表或用计算尺计算时，只查表一次或拉计算尺一次。

应用本公式时，应知道 δ 与什么因素有关，怎样测量才迅速准确？

从列昂布托斯基公式 $M = l(\sin\alpha\cos\beta_1\cos\theta \pm \cos\alpha\sin\beta_1)$ 以及本公式 $M = l\sin\delta$ 中可见 $M = l\sin\delta = l(\sin\alpha\cos\beta_1\cos\theta \pm \cos\alpha\sin\beta_1)$，即 $\sin\delta = \sin\alpha\cos\beta_1\cos\theta \pm \cos\alpha\sin\beta_1$。所以 δ 与地层真倾角(α)、工程线与水平面的夹角(β_1)以及工程线与倾向的夹角(θ)有以上关系，是随三者的变化而变化；如果三者不变，δ 也不变，有一因素变，则 δ 发生变化。

δ 的测量方法：在剖面测量中测量 δ 时，最好制成仪器来测量，现谈一种简便的测量方法：用一块平的正方形或长方形的木板（其它类似的亦可），板上固定一根(或一块)只能上下活动的轴(或薄板)，轴可用金属或木制，下面最好是平的便于读数。这样就成为简便仪器。为了便于量此轴与板面的夹角(δ)，可在轴在板面上的投影线旁，刻一小槽以安放量角器，但如果轴是位于平板的边缘就不用刻槽了。这里还要指出，测量 δ 的简便仪器，还可制成各式各样的，只要便于应用，精度合乎要求都可。

应用简便仪器测 δ 的方法建议按下列步骤：(1)把简便仪器放在岩层面上，用罗盘按已知的工程线方向量出方向，按此方向转动仪器并大致估计仪器上轴的坡度角，使轴线与工程线方向一致；(2) 用罗盘上量好的工程线的坡度角来量仪器上的轴线的坡度角并上下轴使其与罗盘上的一致；(3)再校正方向看是否有改变(剖面方向与倾向的夹角愈大时，方向改变愈显著)，如有改变还要重复量；(4)量好简便仪器上的轴向与工程线方向及坡度角一致时，则仪器上轴与板面的夹角即为 δ，可用量角器量出。

新公式应用范围：在任何勘探工程中计算岩(矿)层真厚度时，新公式都适用，而且计算简便，结果正确。

(1) 新公式最适用于一切岩心钻孔中（包括直孔或斜孔）：由于工程线与岩层面的夹角（δ），在直孔或斜孔中，即为岩心上轴心与岩层面的夹角，此角可用量角器直接在岩心上量出。因此在斜钻孔中用本公式计算岩(矿)层真厚度时，最简便，而且计算出的真厚度在理论上是完全正确的，没有一点误差，不象过去的种种计算斜钻孔中矿层真厚度的公式，不但计算麻烦，而且计算的结果是近似值，与实际真厚度都有一定的误差。

本公式用与斜钻孔时与笔者在“关于斜钻孔矿层或岩层真厚度计算方法的商榷”一文中提出的公式可以互相转化，只推导时采用的角度不一样。应用此二公式，同样简便。

(2) 在探槽、坑道中编录时，应用本公式也很方便，由于在探槽、坑道中编录时，皮尺常固定在工程壁上，因此，工程线方向与工程线倾角都好估计与测量，这样测量 δ 时非常迅速。

(3) 在剖面测量中应用本公式时，如上所述：在计算时，非常简便；在测量 δ 时，似觉麻烦，但如果应用熟练，在测量时还是很快的。

参 考 文 献

[1] 朱显芝 1964 关于斜钻孔矿层或岩层真厚度计算方法的商榷。中国地质，第 4 期。
[2] 周瑞 1965 斜孔及剖面上地层真厚度计算公式的探讨。地质论评，第 23 卷 2 期。
[3] 乌沙阔夫 И. Н. 1957 矿体几何学。煤炭工业出版社。
[4] 雅克仁 А. А. 1958 固体矿产取样与储量计算。地质出版社。
[5] 雷若夫 П. А. 1957 矿体几何学。地质出版社。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net