合肥工业大学学报（自然科学版） 1988. 12.
JOURNAL OF HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY Vol.11.No.4

任意歪斜钻孔中岩(矿)层真厚度计算解析

邰子武 潘元伯

提 要

依据空间矢量代数理论，作者导出了任意歪斜钻孔中岩（矿）层真厚度的非常简便的计算式，这就可消除人们对这一公式的精确性和普遍性的怀疑。本文还证明了已有七种较烦琐的公式实质上完全一样，均可化为本文导出的简便公式。

关键词： 空间矢量代数；任意歪斜钻孔；真厚度；岩层产状；芯层倾角；轴层夹角。

1 研究现状及问题

近一个世纪以来，关于在任意歪斜钻孔中或在任意方向丈量地质剖面时，如何计算岩（矿）层真厚度的问题，曾被不少中外地质学者所研究，公式众多[1]烦简兼有。截至目前所见其代表性的计算式有八种。其中七种计算式（见本文三）在运用于丈量地质剖面时，涉及的实测值都是岩（矿）层的产状（走向、倾向、真倾角）、丈量线方向、地形坡度角和岩(矿)层伪厚度。这些计算式的不同点仅在于采用不同的三角函数，即仅是形式上的不同。在运用于任意歪斜钻孔中计算时，则必须在已知岩（矿）层产状的条件下才能进行计算。但实际上在钻孔中一般很难测得岩（矿）层产状。因此，在事先不知产状时，公式就无法使用。如若以推断的产状作计算，则算出的真厚度只能是近似值。这七种公式的通病是没有发现岩芯上可以直接丈量的芯层倾角（θ）或轴层夹角（δ）的使用价值，而θ或δ是随岩（矿）层产状、钻孔中心轴线的倾斜度的变化而变化的角度。朱显芝于1964年[5]、1965年[4]发表文章，他是用几何投影方法导出以芯层倾角（该文称岩心倾角）或轴层夹角（该文称工程线与岩层面的夹角）计算真厚度 m 的简便公式。这个公式是正确的。但该文的一个关键论点，即“钻孔中心线垂直投影于岩层面的投影线的方向是岩心上椭圆面长轴的方向”並没有严格的证明，只是说“已很明显，无需论证”。故长期以来引起不少人对这一简便公式精确性的怀疑，有人认为它是近似值公式，还有人另立它式[7]，弃简从烦。这样就更使不少地质人员在涉及计算岩（矿）层真厚度时产生无所适从之感。1979年王伸三发表《再论钻孔中计算岩层真厚度的简便公式》[8]一文，其目的是为消除人们的“无所适从之感”，肯定这一简便公式是精确计算式，並作了证明。但该文是以钻孔歪斜方向垂直岩层走向这一较为直观易证的特殊例子，用三角知识证明的。若钻孔的任意方向歪斜，这一公式是否正确，该文

收稿日期：1985-11-20

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

并没有具体论证，只是说“据与上述同样原理”，“从上述证明可知……”来说明该公式同样适用于任意歪斜钻孔中岩（矿）层真厚度的计算，这显然缺乏说服力。此外，该文关于钻孔倾向与岩层倾向之夹角概念（正、异向）混淆，导致举例中真倾角计算有误，而迴避雅可仁公式的原式，采用岩芯倾角的水平投影角（θ′），凑其计算值一致，这也是不妥的。

根据以上对现有公式的回顾，笔者认为有必要在普遍的情况下，即当钻孔任意歪斜时，以严密的数学解析方法来导出岩（矿）层真厚度的计算公式。这样得来的公式才能使人信服它的正确性和普遍性。笔者继而还推演现有七种较烦琐的公式本质上完全一样，均可化为本文所导出的简便公式（与朱显芝式同），並举实例证明：八种公式计算结果完全一样。

2　用空间矢量代数导出任意歪斜钻孔中岩（矿）层真厚度计算公式

上面已提及，在钻孔岩芯上难以直接测定岩（矿）层产状，但可以直接测得芯层倾角（θ）或轴层夹角（δ），θ或δ是推导真厚度计算公式的基础。现先定义（参照图1）如下：

所谓芯层倾角，是指钻孔中岩（矿）芯上的层理面倾角，亦即岩（矿）芯轴线的垂直切面与岩芯上的层理面的夹角，（旧称岩芯倾角[4][5]，含糊不妥）。

所谓轴层夹角，是指钻孔中岩（矿）芯中心轴线与岩（矿）芯上的层理面夹角。它与芯层倾角互为余角。

下面具体推求真厚度计算公式。



θ岩芯倾角；　　δ轴层夹角

图　1

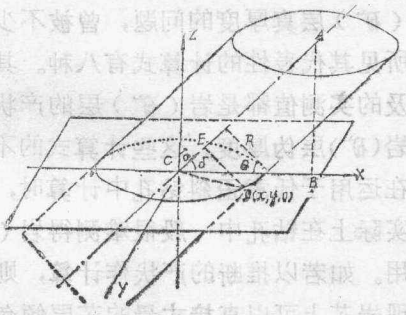


图　2

如图2所示，有一任意方向歪斜的钻孔穿过倾斜岩层。钻孔圆柱中心线与顶层面相交于*A*点，与底层面相交于*C*点。作一个包含圆柱中心线*AC*且垂直岩层面的平面*XCZ*，将*CX*方向定为*X*轴的正向，*CZ*方向定为*Z*轴的正向，再过*C*在岩层面上作*CY*为*Y*轴的正向，*AC*与*CX*轴的正向夹角为δ。这里应强调指出：不论钻孔方位如何，也不论岩层倾斜方向和倾角大小如何，总可以如上这样来选定*X*、*Y*、*Z*轴。

在圆柱中心轴线上取单位矢量$\vec{a}$，则

$$\vec{a}=\{\cos\delta,0,\sin\delta\}$$

或

$$\vec{a}=\cos\delta\vec{i}+\sin\delta\vec{k} \qquad (1)$$

设此圆柱面与*XCY*平面（即岩层面）的交线为*Γ*

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

在曲线 Γ 上任取一点 $D(x,y,0)$，设 D 点在圆柱中心线 AC 上的投影为 E，则

$$\vec{a}\cdot\overrightarrow{CD}=1\cdot CE=CE \tag{2}$$

因为

$$\overrightarrow{CD}=x\vec{i}+y\vec{j} \tag{3}$$

根据（1）式和（3）式），就有：

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\overrightarrow{CD}&=(\cos\delta\vec{i}+\sin\delta\vec{k})\cdot(x\vec{i}+y\vec{j})\\&=x\cdot\cos\delta\vec{i}\cdot\vec{i}+y\cos\delta\vec{i}\cdot\vec{j}+x\sin\delta\vec{k}\cdot\vec{i}+y\sin\delta\vec{k}\cdot\vec{j}\\&=x\cos\delta\quad(\because\ \vec{i}\cdot\vec{i}=1,\ \vec{i}\cdot\vec{j}=0,\ \vec{k}\cdot\vec{i}=0,\vec{k}\cdot\vec{j}=0)\end{aligned} \tag{4}$$

$$\therefore\quad CE=x\cos\delta \tag{5}$$

且 DE 之长应为圆柱半径 R，这是因为 D 点在圆柱表面上，圆柱表面上任一点到圆柱中心线的垂距必等于 R。

$$\therefore\quad |CD|^2-|CE|^2=R^2 \tag{6}$$

$$\text{又}\quad |CD|^2=x^2+y^2 \tag{7}$$

将（5）式与（7）式代入（6）式，得曲线 Γ 的方程为：

$$x^2+y^2-x^2\cos^2\delta=R^2\quad\text{或}\quad x^2+y^2-x^2(1-\sin^2\delta)=R^2$$

$$x^2\sin^2\delta+y^2=R^2$$

即 Γ 的方程为：

$$\frac{x^2}{\left(\frac{R}{\sin\delta}\right)^2}+\frac{y^2}{R^2}=1 \tag{8}$$

（8）式是椭圆方程，这就证明了任意歪斜钻孔圆柱与任意产状的岩层面的交线 Γ 为一椭圆，再比较（8）式左端两项的分母，显然 $\frac{R}{\sin\delta}\geqslant R$，这就证明椭圆长轴在 CX 轴上。

根据推导开始时坐标系的建立过程，可知岩层面是作为 XCY 平面，XCZ 平面是垂直岩层面的，圆柱中心线 AC 是在 XCZ 平面上，所以中心线 AC 上的点在 XCY 平面上的投影必落在 CX 轴上，即 A 点在 XCY 平面上的投影必落在 CX 轴上一点 B。

通过以上证明，就可得出结论：钻孔中心轴线在岩层面上的垂直投影线必在钻孔圆柱与岩层面交线所形成的椭圆的长轴延长线上，即如图 2 所示，AB 必与 CX 正交，$\angle ABC$ 为直角。

不难看出，在图 2 中，θ 为芯层倾角，δ 为轴层夹角，AB 为岩（矿）层的法线长度＝岩（矿）层真厚度 m，AC 为岩（矿）层的伪厚度 L，故

$$m=L\cos\theta$$

我们定此式为芯层倾角式。

或

$$m=L\sin\delta$$

我们定此式为轴层夹角式。

这两个公式与朱显芝文中得出的公式是一样的，但本文是在普遍性的情况下，以严谨的

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

解析法导出它们的，从前提条件和推导过程可以确信：得出的简便公式可适用于任意方向歪斜钻孔中岩（矿）层真厚度的计算，即：不论钻孔歪斜方向是与岩（矿）层倾向是同向还是异向，皆可适用。

关于同向与异向，其含义如下：

同向：钻孔歪斜方向（或地质剖面丈量线）与岩（矿）层倾向在相同侧面。

异向：钻孔歪斜方向（或地质剖面丈量线）与岩（矿）层倾向在相反侧面。

我们在岩层顶面任意选取一点 A，如果分别向四个方向布钻（参见图3），$\overline{AC_a}$ 和 $\overline{AC_b}$ 与岩(矿)层倾向异向，AC_c 和 AC_d 与岩(矿)层倾向同向。这四个钻孔圆柱与同一岩（矿）层底面相交切割出四个椭圆，四个椭圆的长轴延长线必然都正交于通过 A 点的岩（矿）层法线 AB 且共 B，如图3所示，C_aB、C_bB、C_cB、C_dB 四线共 B 点。

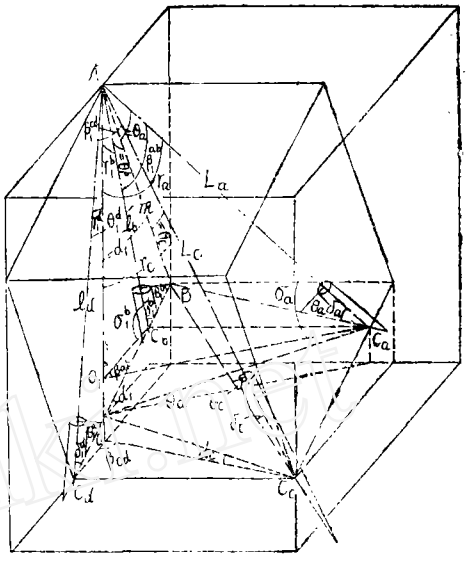


图　3

3　各种计算式互等的演算

前已提及有七种较烦琐的公式，其实它们并无本质区别，只是利用不同三角函数在形式上的表达不同，下面我们将推演此七种公式是互等的，且均可化为以芯层倾角或轴层夹角表达的简便公式。

3.1　图3符号说明

归纳（图中）符号	说　　明
$L(L_a$ 或 L_c	任意歪斜钻孔（简称斜孔—以下同）[或地质剖面丈量线（简称丈量线—以下同）长度]中岩（矿）层伪厚度（L_a 为异向，L_c 为同向）
$l(l_b$ 或 $l_d)$	$L(L_a$ 或 $L_c)$ 的水平投影，或为沿倾向斜孔(丈量线)的伪厚度（l_b 为异向，l_d 为同向）
$\theta(\theta_a$ 或 $\theta_c)$	任意斜孔中岩（矿）芯的芯层倾角
$\theta_1(\theta_1^b$ 或 $\theta_1^d)$	$\theta(\theta_a$ 或 θ_c 的水平投影角（或为沿倾向斜孔的芯层倾角）
$\delta(\delta_a$ 或 $\delta_c)$	任意斜孔中轴层夹角相遇角、岩芯顶角、轴芯角（与 θ 互余）
$\delta_1(\delta_1^b$ 或 $\delta_1^d)$	δ 的水平投影角（或为沿倾向斜孔的轴层夹角）与 θ_1 互余
$\sigma(\sigma_a$ 或 $\sigma_c)$	任意斜孔中心轴线倾角（或丈量线坡度角）

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

续表

归纳（图中）符号	说　　明
$\sigma_1(\sigma_1^b$ 或 $\sigma_1^d)$	$\sigma(\sigma_a$ 或 $\sigma_c)$ 的水平投影角（或为沿倾向斜孔中心轴线（丈量线）倾角（坡度角）
$\gamma(\gamma_a$ 或 $\gamma_c)$	任意斜孔的天顶角（与 σ 互余）
$\gamma_1(\gamma_1^b$ 或 $\gamma_1^d)$	γ 的水平投影角（或为沿倾向斜孔的天顶角）与 σ_1 互余
$\alpha(\alpha_a$ 或 $\alpha_c)$	任意斜孔（或丈量线）方向上的岩（矿）层伪倾角
α_1	岩（矿）层真倾角
$\beta(\beta_{ab}$ 或 $\beta_{cd})$	任意斜孔（或丈量线）方向与岩（矿）层倾向间夹角
$\beta_1(\beta_1^{a^b}$ 或 $\beta_1^{c^d})$	$L(L_a$ 或 $L_c)$ 与 $l(l_a$ 或 $l_d)$ 线段间夹角
m	岩（矿）层真厚度

3.2　诸角度、线段的三角函数关系

以下诸关系的推导从略，符号采用归纳符号：

$$\theta_1=\alpha_1\pm\gamma_1 \quad（同向“+”，异向“-”） \tag{a}$$

$$\cos\theta=\cos\beta_1\cos\theta_1 \quad(\theta\doteq\alpha\pm\gamma) \tag{b}$$

$$\mathrm{tg}\alpha=\cos\beta\,\mathrm{tg}\alpha_1，\text{或}\ \mathrm{ctg}\alpha_1=\cos\beta\cdot\mathrm{ctg}\alpha \tag{c}$$

$$\sin\alpha_1=\frac{\sin\alpha\ \cos\alpha_1}{\cos\alpha\ \cos\beta_1} \tag{c_1}$$

$$\cos\beta_1=\sqrt{1-(\sin\gamma\ \sin\beta)^2} \tag{d}$$

$$\cos\beta_1=\frac{\sin\gamma\ \cos\beta}{\sin\gamma_1} \tag{d_1}$$

$$\sin\beta_1=\sin\gamma_1\sin\beta \tag{d_2}$$

$$\mathrm{tg}\gamma_1=\mathrm{tg}\gamma\ \cos\beta \tag{e}$$

$$\cos\gamma=\cos\gamma_1\ \cos\beta_1 \tag{e_1}$$

$$l=L\sqrt{1-(\sin\gamma\ \sin\beta)^2} \tag{f}$$

$$l=L\cos\beta_1 \tag{f_1}$$

$$m=L\cos\theta=L\sin\delta=l\cos\theta_1=l\sin\delta_1$$
$$=L\cos\theta_1\cos\beta_1=L\cos\theta_1\sqrt{1-(\sin\gamma\ \sin\beta)^2} \tag{g}$$

$$\sin\delta=\cos\beta_1\sin\delta_1 \tag{g_1}$$

3.3　各种计算公式

现将刘德正同志所见到的一部份公式[1]抄录、修订並注释如下：

（1）列昂托夫斯基式，（1905年）[简称列式]

$$m=L|\cos\alpha_1\sin\sigma\pm\sin\alpha_1\cos\sigma\cos\beta|$$

（异向取“+”，同向取“-”）

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

(2) 波查里茨基等（雅可仁·斯米尔诺夫）[17] [19] 注1式(1940年([简称波(雅)式]

$$m = L|\cos[\alpha_1 \pm \text{arc tg}(\text{tgr}\cdot\cos\beta)]\cos\beta_1|$$
$$= L|\cos(\alpha_1 \pm \gamma_1)\cos\beta_1|$$
$$= L|\cos\theta_1\sqrt{1-(\sin\gamma\sin\beta)^2}|$$ [编录式][7]

（同向取“+”，异向取“−”）

(3) 雷若夫式（1941年）[12] [注]2[简称雷式]

$$m = L|\cos\alpha_1\cos\sigma(\text{tg}\sigma \pm \text{tg}\alpha_1\cos\beta)|$$

（异向取“+”、同向取“−”）

(4) 乌沙阔夫式（1951年）[18] 注3[简称乌式]

$$m = L|\cos[(90^\circ \pm \alpha) \pm \sigma]\cos\alpha_1\sec\alpha|$$

（异向时前后取相同符号，同向则前后取不同符号）

(5) 周启荣式（1957年）

$$m = L|\sin\alpha_1\cos\beta(\text{ctg}\alpha\sin\sigma \pm \cos\sigma)|$$

（异向取“+”，同向取“−”）

(6) 王土式（1957年）[10]

$$m = L|\sqrt{\sin^2\sigma + \cos^2\sigma\cos^2\beta}\cdot\sin\left(\alpha_1 \pm \text{arc}\sin\frac{\sin\sigma}{\sqrt{\sin^2\sigma + \cos^2\sigma\cos^2\beta}}\right)|$$

（异向取“+”，同向取“−”）

(7) 朱显芝式（1964年[4] [5]

$$m = L\sin\delta \quad [4] = L\cos\theta \quad [5]$$

(8) 周瑞式（1965年）[16]

$$m = L\left|\sin(\alpha \pm \sigma)\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha}\right|$$

（异向取“+”，同向取“−”）

注1：原波（雅）式[11]已作修改

注2：《矿体几何学》[12]译者注有误，现为原书计算式

注3：“乌式”在同向时，其计算式为：

$$m = L\left|\cos[(90+\alpha)-\sigma]\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha}\right| \quad \text{或}$$

$$m = L\left|\cos[(90^\circ-\alpha)+\sigma]\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha}\right|$$

在异向时，其计算式为：

$$m = L\left|\cos[(90^\circ+\alpha)+\sigma]\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha}\right| \quad \text{或}$$

$$m = L\left|\cos[(90^\circ-\alpha)-\sigma\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha}\right|$$

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$= L\left|\cos(\alpha \pm \gamma)\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha}\right|$$

（同向取“+”，异向取“−”）

（9）本文式（同朱显芝）式

$$m = L\cos\theta = L\sin\delta$$

3.4 各种计算式互等的演算

列昂托夫斯基式

$$m = L\left|\cos\alpha_1\sin\sigma \pm \sin\alpha_1\cos\sigma\cos\beta\right|$$

$$= L\left|\sin\alpha_1\cos\beta\left(\frac{\cos\alpha_1\sin\sigma}{\sin\alpha_1\cos\beta} \pm \frac{\sin\alpha_1\cos\sigma\cos\beta}{\sin\alpha_1\cos\beta}\right)\right|$$

$$= L\left|\sin\alpha_1\cos\beta\left(\frac{\mathrm{ctg}\,\alpha_1}{\cos\beta}\cdot\sin\sigma \pm \cos\sigma\right)\right|$$

$$= L\left|\sin\alpha_1\cos\beta(\mathrm{ctg}\alpha\sin\sigma \pm \cos\sigma)\right| \cdots\cdots \text{周启荣式}$$

[∵ $\mathrm{ctg}\alpha_1 = \cos\beta\cdot\mathrm{ctg}\alpha$，见(c)式]

又列式

$$m = L\left|\cos\alpha_1\cos\sigma\left(\frac{\sin\sigma}{\cos\sigma} \pm \frac{\sin\alpha_1\cos\sigma\cos\beta}{\cos\alpha_1\cos\beta}\right)\right|$$

$$= L\left|\cos\alpha_1\cos\sigma(\mathrm{tg}\sigma \pm \mathrm{tg}\alpha_1\cos\beta)\right| \cdots\cdots \text{雷若夫式}$$

$$= L\left|\cos\alpha_1\sin\gamma(\mathrm{ctg}\gamma \pm \mathrm{tg}\alpha)\right|$$

[∵ $\cos\sigma = \sin\gamma$，$\mathrm{tg}\sigma = \mathrm{ctg}\gamma$，$\mathrm{tg}\alpha_1\cos\beta = \mathrm{tg}\alpha$

$$= L\left|\cos\beta_1\cos\alpha_1\frac{\cos\beta\sin\gamma}{\cos\beta_1}\left(\frac{\mathrm{ctg}\gamma \pm \mathrm{tg}\alpha}{\cos\beta}\right)\right|$$

[∵ 把 $\frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_1}\cdot\frac{\cos\beta}{\cos\beta}$ 乘入]

$$= L\left|\cos\beta_1\cos\alpha_1\sin\gamma_1(\mathrm{ctg}\gamma_1 \pm \mathrm{tg}\alpha_1)\right|$$

$$\left[\because\ \mathrm{ctg}\gamma_1 = \frac{\mathrm{ctg}\gamma}{\cos\beta},\ \mathrm{tg}\alpha_1 = \frac{\mathrm{tg}\alpha}{\cot\beta}\right]$$

$$= L\left|\cos\beta_1\cos\alpha_1\sin\gamma_1\left(\frac{\cos\gamma_1}{\sin\gamma_1} \pm \frac{\sin\alpha_1}{\cos\alpha_1}\right)\right|$$

$$= L\left|\cos\beta_1(\cos\alpha_1\cos\gamma_1 \pm \sin\alpha_1\sin\gamma_1)\right|$$

$$= L\left|\cos(\alpha_1 \mp \gamma_1)\cos\beta_1\right| \quad \cdots\cdots \text{波查里茨基式}$$

$$= L\left|\cos\alpha_1\cos\gamma_1\cos\beta_1 \pm \frac{\sin\alpha_1\sin\gamma_1\cos\alpha_1\cos\beta_1}{\cos\alpha_1}\right|$$

$$= L\left|\cos\alpha_1\cos\gamma_1\cos\beta_1 \pm \mathrm{tg}\alpha_1\cos\beta_1\sin\gamma_1\cos\alpha_1\right|$$

$$= L\left|\cos\alpha_1\cos\gamma \pm \mathrm{tg}\alpha_1\sin\gamma\cos\beta\cos\alpha_1\right|$$

[∵ $\cos\gamma_1\cos\beta_1 = \cos\gamma$，$\cos\beta_1\sin\gamma_1 = \sin\gamma\cos\beta$]

$$= L\left|\cos\alpha_1\cos\gamma \pm \mathrm{tg}\alpha\sin\gamma\cos\alpha_1\right|$$

[∵ $\mathrm{tg}\alpha_1\cos\beta = \mathrm{tg}\alpha$]

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$= L\left|\cos\alpha\cos\gamma \pm \sin\alpha\sin\gamma\right| \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha}$$

$$= L\left|\cos(\alpha \mp \gamma)\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha}\right|$$

$$= L\left|\sin(\alpha \pm \gamma)\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha}\right| \quad \cdots\cdots \text{周瑞式}$$

$$= L\left|\cos[(90° \mp \alpha) \mp \sigma]\cos\alpha_1\sec\alpha\right| \quad \cdots\cdots \text{乌沙阔夫式}$$

$$= L\left|\cos(\alpha_1 \mp \gamma_1)\cos\beta_1\right|$$

$$= L\cos\theta_1\cos\beta_1 \quad [\because \cos\theta_1 = \cos(\alpha_1 \mp \gamma_1)]$$

$$= L\cos\theta \quad [\because \cos\theta_1\cos\beta_1 = \cos\theta] \cdots\cdots \text{本文式(朱显芝式)}[3]$$

$$= L\sin\delta \quad [\because \theta \text{与} \delta \text{互余}] \cdots\cdots \text{本文式（朱显芝式）}[4]$$

$$= l\cos\theta_1 \quad [\text{参见}(g)\text{式}] \cdots\cdots \text{本文式（朱显芝式）}$$

$$= l\sin\delta_1 \quad [\text{参见}(g)\text{式}] \cdots\cdots \text{本文式（朱显芝式）}$$

$$= L\left|\cos(\alpha_1 \pm \gamma_1)\cos\beta_1\right|$$

$$= L\left|\cos\theta_1\sqrt{1-(\sin\gamma\sin\beta)^2}\right| \quad \cdots\cdots \text{《编录》式}[7]$$

$$= L\left|\sqrt{1-(\sin\gamma\sin\beta)^2}\cdot\sin[\alpha_1 \pm (90° - \gamma_1)]\right|$$

$$[\because \cos\beta_1 = \sqrt{1-(\sin\gamma\sin\beta)^2}\ ,\ ]$$

$$= L\left|\sqrt{\cos^2\gamma + \sin^2\gamma(1-\sin^2\beta)}\cdot\sin[\alpha_1 \pm \arcsin\cos\gamma_1]\right|$$

$$[\because \sin^2\gamma + \cos^2\gamma = 1,\ \sin(90° - \gamma_1) = \cos\gamma_1]$$

$$= L\left|\sqrt{\sin^2\sigma + \cos^2\sigma\cos^2\beta}\cdot\sin\left(\alpha_1 \pm \arcsin\frac{\cos\gamma}{\cos\beta_1}\right)\right|$$

$$\left[\because \gamma \text{与} \sigma \text{互余},\ \cos\gamma_1 = \frac{\cos\gamma}{\cos\beta_1}\right]$$

$$= L\left|\sqrt{\sin^2\sigma + \cos^2\sigma\cos^2\beta}\cdot\sin\left(\alpha_1 \pm \arcsin\frac{\sin\sigma}{\sqrt{\sin^2\sigma + \cos^2\sigma\cos^2\beta}}\right)\right|$$

$$\cdots\cdots \text{王士式}$$

3.5 举例

1．异向

为便于讨论，现利用王仲三同志例子[8]

设： $L = 10\ \text{m}$，$\gamma = 30°$，$\theta = 26°33'$[注]，$\beta = 60°$（钻孔方位30°，地层倾向150°）

依据3.2诸角度、线段的三角函数关系

用（d_2）式求出 $\beta_1 = 25°39'32''$

用（e）式求出 $\gamma_1 = 16°6'7.71''$

用（b）式求出 $\theta_1 = 7°3'52.7''$，$\delta_1 = 82°56'7.3''$

用（a）式求出 $\alpha_1 = \theta_1 + \gamma_1 = 23°10'0.41''$　异向

注4：这种例举，是根据先假设β值推导而出的，实际不可能这样精确。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

用（c）求式出 $\alpha = 12°4'36.3''$

∵ $\gamma = 30°$，∴ $\sigma = 60°$，　∵ $\theta = 26°33'$，　∴ $\delta = 63°27'$。

（1）列式

$$m = L|\cos\alpha_1\cos\sigma + \sin\alpha_1\cos\sigma\cos\beta|$$
$$= 10|\cos23°10'0.41''\cos60° + \sin23°10'0.41''\cos60°\cos60°|$$
$$= 8.9454 \text{ m}$$

（2）波（雅）式

$$m = L|\cos[\alpha_1 - \text{arctg}(\text{tgr}\cdot\cos\beta)]\cos\beta_1|$$
$$= 10|\cos[23°10'0.41'' - \text{arctg}(\text{tg}30°\cos60°]\cos25°39'32''|$$
$$= 8.9454 \text{ m}$$
$$m = L|\cos(\alpha_1 - \gamma_1)\cos\beta_1$$
$$= 10|\cos(23°10'0.41'' - 16°6'7.71'')\cos25°39'32''|$$
$$= 8.9454 \text{ m}$$

（3）雷式

$$m = L|\cos\alpha_1\cos\sigma(\text{tg}\sigma + \text{tg}\alpha_1\cos\beta)|$$
$$= 10|\cos23°10'0.41''\cos60°(\text{tg}60° + \text{tg}23°10'0.41''\cos60°)|$$
$$= 8.9454 \text{ m}$$

（4）乌式

$$m = L|\cos[(90° + \alpha) + \sigma]\cos\alpha_1\sec\alpha|$$
$$= 10\left|\cos[(90° + 12°4'36.3'') + 60°]\frac{\cos23°10'0.41''}{\cos12°4'36.3''}\right|$$
$$= 8.9454 \text{ m}$$
$$m = L|\cos[(90° - \alpha) - \sigma]\cos\alpha_1\sec\alpha|$$
$$= 10\left|\cos[(90° - 12°4'36.3'') - 60°]\frac{\cos23°10'0.41''}{\cos12°4'36.3''}\right|$$
$$= 8.9454 \text{ m}$$

（5）周启荣式

$$m = L|\sin\alpha_1\cos\beta(\text{ctg}\alpha\sin\sigma + \cos\sigma)|$$
$$= 10|\sin23°10'0.41''\cos60°(\text{ctg}12°4'36.3''\sin60° + \cos60°)|$$
$$= 8.9454 \text{ m}$$

（6）王土式

$$m = L\left|\sqrt{\sin^2\sigma + \cos^2\sigma\cos^2\beta}\cdot\sin\left(\alpha_1 + \arcsin\frac{\sin\sigma}{\sqrt{\sin^2\sigma + \cos^2\sigma\cos\beta}}\right)\right|$$
$$= 10\left|\sqrt{\sin^260° + \cos^260°\cos^260°}\cdot\sin\left(23°10'0.41'' + \arcsin\frac{\sin60°}{\sqrt{\sin^260° + \cos^260°\cos^260°}}\right)\right|$$
$$= 8.9454 \text{ m}$$

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

(7) 朱显芝式

$$m = L\sin\delta = 10\sin 63°27' = 8.9454 \text{ m}$$

(8) 周瑞式

$$m = L\left|\sin(\alpha+\sigma)\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha}\right|$$

$$= 10\left|\sin(12°4'36.3''+60°)\frac{\cos 23°10'0.41''}{\cos 12°4'36.3''}\right|$$

$$= 8.9454 \text{ m}$$

$$m = L\left|\cos(\alpha-\gamma)\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha}\right|$$

$$= 10\left|\cos(12°4'36.3''-30°)\frac{\cos 23°10'0.41''}{\cos 12°4'36.3''}\right|$$

$$= 8.9454 \text{ m}$$

(9) 本文式（朱显芝式）[6]

$m = L\cos\theta = l\cos\theta_1$. 由（$f_1$）式求出 $l = 9.01388$

$= 10\cos 26°33' = 9.01388\cos 7°3'52.7''$

$= 8.9454$ m

2. 同向

设：$L = 20$ m，$\gamma = 30°$，$\theta = 70°$，$\beta = 150° - 140° = 10°$

依据关系式可求出：

$\beta_1 = 4°58'51.3''$　　$\alpha_1 = \theta_1 - \gamma_1 = 40°17'58''$

$\gamma_1 = 29°37'17''$　　$\alpha = 39°52'2.3''$

$\theta_1 = 69°55'15''$　　$\sigma = 60°$

(1) 列式

$$m = L|\cos\alpha_1\sin\sigma - \sin\alpha_1\cos\sigma\cos\beta|$$

$$= 20|\cos 40°17'58''\sin 60° - \sin 40°17'58''\cos 60°\cos 10°|$$

$$= 6.8403 \text{ m}$$

(2) 波(雅)式

$$m = L|\cos[\alpha_1 - \operatorname{arctg}(\operatorname{tgr}\cdot\cos\beta]\cos\beta_1|$$

$$= 20|\cos[40°17'58'' + \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}30°\cos 10°)]\cos 4°58'51.3''|$$

$$= 6.8403 \text{ m}$$

$$m = L|\cos(\alpha_1+\gamma_1)\cos\beta_1|$$

$$= 20|\cos(40°17'58''+29°37'17'')\cos 4°58'51.3''|$$

$$= 6.8404 \text{ m}$$

(3) 雷式

$$m = L|\cos\alpha_1\cos\sigma(\operatorname{tg}\sigma - \operatorname{tg}\alpha_1\cos\beta)|$$

$$= 20|\cos 40°17'58''\cos 60°(\operatorname{tg}60 - \operatorname{tg}40°17'58''\cos 10°)|$$

$$= 6.8403 \text{ m}$$

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

（4）乌式

$$m = L|\cos[(90° + \alpha) - \sigma]\cos\alpha_1 \sec\alpha|$$
$$= 20|\cos[(90° + 39°52'2.3'') - 60°]\cos 40°17'58''\sec 39°52'2.3''|$$
$$= 6.8404 \text{ m}$$
$$m = L|\cos[90° - \alpha) + \sigma]\cos\alpha_1 \sec\alpha|$$
$$= 20|\cos[(90° - 39°52'2.3'') + 60°]\cos 40°17'58''\sec 39°52'2.3''|$$
$$= 6.8404 \text{ m}$$

（5）周启荣式

$$m = L|\sin\alpha_1 \cos\beta(\operatorname{ctg}\alpha\sin\sigma - \cos\sigma)|$$
$$= 20|\sin 40°17'58''\cos 10°(\operatorname{ctg}39°52'2.3''\sin 60° - \cos 60°)|$$
$$= 6.8404 \text{ m}$$

（6）王土式

$$m = L\left|\sqrt{\sin^2\sigma + \cos^2\sigma\cos^2\beta}\cdot\sin\left(\alpha_1 - \arcsin\frac{\sin\sigma}{\sqrt{\sin^2\sigma + \cos^2\sigma\cos\beta}}\right)\right|$$
$$= 20\left|\sqrt{\sin^2 60° + \cos^2 60°\cos^2 10°}\cdot\sin(40°17'58'' - \arcsin\frac{\sin\sigma 60°}{\sqrt{\sin^2 60° + \cos^2 60\cos^2 10°}}\right)|$$
$$= 6.8403 \text{ m}$$

（7）朱显芝式

$$m = L\sin\delta = 20\sin 20° = 6.8404 \text{ m}$$

（8）周瑞式

$$m = L\left|\sin(\alpha - \sigma)\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha}\right|$$
$$= 20\left|\sin(39°52'2.3'' - 60°)\frac{\cos 40°17'58''}{\cos 39°52'2.3''}\right| = 6.8404 \text{ m}$$

（9）本文式（朱显芝）式[5]

$$m = L\cos\theta = 20\cos 70° = 6.8404 \text{ m}$$

从以上举例计算，可知分别用九种公式计算的结果值是完全相同的。

4　结　　论

4.1　根据空间矢量代数理论，证明了在任意歪斜钻孔中，钻孔圆柱与岩（矿）层的层理面相交为一椭圆切面，过圆柱中心轴所作层理面的法线必与椭圆切面之长轴延长线正交。钻孔轴线与岩（矿）层的层理面相交的角度称谓轴层夹角（δ），岩芯轴的垂直切面与岩（矿）层层理面相交的角度称谓芯层倾角 θ（旧称岩芯倾角，欠妥，应废用）。这两个角度可从岩芯上直接测定，它们与岩（矿）层的真厚度有以下关系式：

$$\text{（真厚）}m = L\text{（伪厚）}\cos\theta = L\sin\delta$$

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

用此式计算 m 值精确可靠，简单方便，勿庸置疑。凡用假设倾向或平均岩（矿）层倾向（並非钻孔中所见岩（矿）层倾向）计算所得的真厚度，皆属近似值（在构造变化或微构造发育的地区更不精确）。

4.2 由各种计算式互等的演算中可知，（1）—（6）、（8）计算式，属地质剖面丈量岩（矿）层真厚度的计算式，不论如何导出，皆从可直接丈量的已知参数（α、σ、β、L）变换而得，其中以列昂托夫斯基式较为简捷，无需再作其它三角函数变换而多走弯路。

参 考 文 献

1 刘德正。也谈钻孔偏离勘探线时计算矿体厚度的方法。地质与勘探1975年，第5期

2 煤田地质勘探钻孔地层真厚换算表。河北省煤田地质勘探公司一队编，1972年10月

3 王仁农。一种地层真厚度快速换算法。煤田地质与勘探1979年，第1期

4 朱显芝。关于地层真厚度计算公式的商榷，地质论评，1965年第23卷第6期

5 朱显芝。关于斜钻孔矿层或岩层真厚度计算方法的商榷。中国地质，1964年，第4期

6 煤田普查和勘探，武汉地质学院煤田教研室编，1978年6月

7 北京煤矿学校勘探教研组编著煤田地质钻探编录。煤炭工业出版社，1976年8月 第141页

8 王仲三。再论钻孔中计算岩层真厚度的简便公式。煤田地质与勘探，1979年，第6期。

9 扬 福。煤田勘探常用诺模图。西安矿业学院，1981年4月

10 王 土，在剖面不垂直岩层走向的情况下正确计算岩层真厚度的方法。地质知识，1957年，第2期

11 曾群望，陈叔麟。根据钻孔资料计算矿体真厚度公式的探讨，地质与勘探，1974年，第8期

12 П. А. 雷若夫 矿体几何学。地质出版社，1956年9月 第230页

13 М. Р. 毕令斯。构造地质学。地质出版社，1959年5月 第475页

14 中国矿业学院、北京煤矿学校合编。煤田地质普查勘探手册（下册）煤炭工业出版社，1982年4月，第461页

15 樊映川等编。高等数学讲义（上册）1959年第128页

16 周 瑞。钻孔及剖面上真厚度计算公式的探讨。地质论评，1965，23卷第2期

17 А·А·雅克仁。固体矿产取样与储量计算。地质出版社，1958年7月：第179～181页

18 И·Н·乌沙阔夫。矿藏几何学。煤炭工业出版社，1957年5月 第158～166页

19 В·И·斯米尔诺夫 矿物原料储量计算 地质出版社，1955年11月 第19～21页

本文在论证过程中，曾得到合肥工业大学苏家铎教授指教和黄有度同志帮助，还得力于青海煤田地质公司宋仕敏同志的协助，在此深表谢意。

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

AN ANALYSIS OF COMPUTATION OF TRUE THICKNESS OF ROCK (ORE) STRATUM IN ARBITRARY CROOKED HOLE

Shao Ziwu, Pan Yuanbo

Abstract

According to the theory of space-vector algebra, the authors have derived a very simple and convenient formula computed true thickness of rock (Ore) stratum in arbitrary crooked hole; thus the doubts from people in correctness and generality of the formula are to be dispel. This paper also proves that extant seven more tedicuis formulae are same in susbtance and they all can be transformed into the simple and convenient formula.

Key words: space-vector algebra, arbitrary crooked hole, rue thickness, rock stratum occurrence, dip angle of core stratification plane, intersection angle between the core centre axis and the stratification plane.

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net