第十四卷 第一期 信 号 处 理 Vol.14. No.1
1998 年 3 月 SIGNAL PROCESSING Mar.1998

基于短时分形维数的信号滤波方法

郑会永 刘华强 戴冠中

(西北工业大学自动化控制系)

[摘 要]本文基于分形理论中的分数维概念,给出了复杂时间序列的短时分形维数概念,提出了一种新的滤波方法即基于短时分形维数的模糊控制滤波方法。仿真结果表明,该方法滤波效果良好,可应用于复杂信号的滤波。

关键词:模糊控制,分形,混沌,短时分形维数

一、引 言

分形理论是非线性科学中一个活跃的数学分支,其研究对象是在非线性系统中产生的不光滑和不可微的几何形体,对应的定量参数是分形维数。分形理论是一门新兴交叉学科,人们对它的研究不仅日益深入,而且应用范围也日益广泛。80 年代以来,分形学已渗透到图象处理、模式识别、人工智能以及非线性电路等信息科学的许多分支。分形维数作为图象模式的形态特征已用于图象分析与模式分类、图象生成、内插与计算机仿真、信号滤波、图象压缩编码、分形神经网络,乃至于非线性混沌的研究[1,2]。

在工程实践中,人们对于复杂系统的探测,往往通过对某一个时间变量的观测即复杂时间序列来实现。利用 Takens 状态空间重构理论,人们可以根据这些时间序列重构出与真实系统拓扑同构的动力学系统。分形维数描述了动力学系统及其测量时间序列的复杂程度,是系统的拓扑不变量。但是测量噪声对于系统重构及估计分形维数有着不良影响,因而必须对测量信号进行滤波。本文从分形维数概念出发,提出了一种新的信号滤波方法即基于短时分形维数的模糊控制滤波方法,并对语音信号进行了仿真,结果表明,该方法滤波效果良好。

二、网格分形维数与短时分形维数

1. 网格分形维数及其最小二乘算法

所谓 R^n 上的网格是指 R^n 的一个分割,$R^n = UZ_j$ 且 Z_j 之间只相差一个平移或旋转,Z_j 称为一个格子。例如在 R^2 中,有正方形网格、矩形网格和三角网格。网格的尺寸 Δ 定义为 Z_j 的直径(或宽度),并记为 Δ 网格。不同 Δ 的网格格子之间是相似的。关于网格分形及网格分形维数的定义等可参看文献[3]。

事实上,网格分形是一种简单实用的分形方式,特别适于计算机数字化处理,常用于自然景

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

观与图象的分形。下面给出数字化离散空间点集的网格维数的实际计算方法。

将 R^n 划分成尽可能细的 Δ 网格，通常为正方形网格，将集合 X 离散化成数字点集。这样，N_Δ 就相当于在离散空间(分辨率即点间间距为 Δ)上集合 X 的点计数。将 Δ 网格放大为 $k\Delta$ 网格，令 $N_{k\Delta}$ 表示离散空间(分辨率即点间间距为 $k\Delta$)上集合 X 的点计数。这样便有 k 个不同网格宽度上的点计数：$N_{k\Delta}$，$k=1, 2, \cdots, K$，其中 K 充分大，使得 $N_{k\Delta}>1$。

令：$\begin{cases} x_k=lnk \\ y_k=lnN_\Delta \end{cases}$，$k=1, 2, \cdots, K$

由定理[3]得：

$$lnN_\Delta \sim -d_N(x) \cdot lnk\Delta + lnC \qquad (1)$$

于是我们很容易推导出估计集合 X 的网格分形维数 $d_N(X)$ 的最小二乘算法：

$$d_N(X)=\frac{K\sum x_k y_k-\sum x_k\sum yk}{K\sum x_k^2-(\sum x)^2}=\frac{K\sum logk\,logN_{k\Delta}-\sum logk\sum logN_{k\Delta}}{K\sum log^2k-(\sum logk)^2} \qquad (2)$$

当分辨率即点间间距 Δ 已知时，$logN_{k\Delta}$ 作为 $logk$ 的函数，不仅常单调下降，而且是凸函数。于是，最小二乘算法的结果接近：

$$d_N(X)\simeq\frac{logN_\Delta}{logk} \qquad (3)$$

其中，$k=max\{k|N_{k\Delta}>1\}$，$k\Delta$ 为覆盖集合 X 的网格宽度，N_Δ 为在分辨率为 Δ 时离散图象点计数。

下面我们将以语音信号为例说明网格分形维数的应用，并给出短时分形维数的定义。

2. 短时分形维数及其算法

一段语音信号可作为函数图象而确定其网格分形维数。假设语音信号数字化采样频率为 8KHz(采样间隔 $\Delta=1/8000$s)。将每秒划分成 62.5 帧，每帧 16ms，每帧包含 128 个采样点。

对于第 k 帧，语音采样点序列为：

$x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \cdots, x_{128}^{(k)}$，$(x_0^{(k)}=x_{128}^{(k)}, x_{129}^{(k)}=x_0^{(k)})$

令

$$D^{(k)}(\Delta)=\sum_{j=1}^{128}|x_j-x_{j+1}| \qquad (4)$$

$$D^{(k)}(2\Delta)=\sum_{j=1}^{64}(max\{x_{2j-1}, x_{2j}, x_{2j+1}\}-min\{x_{2j-1}, x_{2j}, x_{2j+1}\}) \qquad (5)$$

以及

$$N^{(k)}(\Delta)=\frac{D^{(k)}(\Delta)}{\Delta} \qquad (6)$$

$$N^{(k)}(2\Delta)=\frac{D^{(k)}(2\Delta)}{2\Delta} \qquad (7)$$

$N^{(k)}(\Delta)$ 及 $N^{(k)}(2\Delta)$ 分别表示用宽度为 Δ 及 2Δ 的正方形网格覆盖第 k 帧信号的函数图象所需的网格格子数。见图 1。

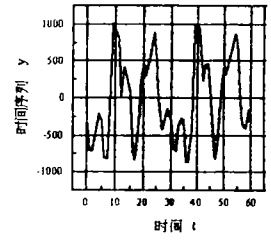


图 1 信号由正方形网格所覆盖

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

由网格分形维数的定义，定义第 k 帧的短时分形维数 $d_F^{(k)}$ 为：

$$d_F^{(k)}=\frac{lnN^{(k)}(\Delta)-lnN^{(k)}(2\Delta)}{ln2}=1-log_2\frac{D^k(\Delta)}{D^k(2\Delta)} \qquad (8)$$

当每帧的时间长度趋于零时，短时分形维数转化为分形维数分布。

如同语音信号由于它不是平稳信号而采用短时 Fourier 变换一样，采用短时分形维数能更加有效的反映信号的变化特征。因此，它不仅可应用于信号滤波，而且和短时能量、短时过零数一样，也是语音信号的重要特征参数，可应用于语音识别与匹配。

三、基于短时分形维数的模糊控制滤波与实验结果

设 x_i 是语音信号的采样序列。$x_i=s_i+n_i$，s_i 为有用信号，n_i 为噪声。基于模糊控制参数的平滑方法为：

$$y_i=\alpha x_i+(1-\alpha)y_{i-1},\ \alpha\in[0,\ 1] \qquad (9)$$

α 称为模糊控制参数。

实验表明，α 太少，噪声虽已过滤，但有用信号受损；α 过大，噪声残留太多。可见，模糊控制参数 α 保持恒定不利于噪声过滤。α 必须有自适应能力，能根据输入信号的特性动态地决定其取值之大小，以提高滤波效果。因此，采用短时分形维数就为模糊参数 α 的动态调整提供了依据。

假设模糊控制参数 α 是短时分形维数的函数，即 $\alpha^{(k)}=f(d_F^{(k)})$，我们称 $\alpha^{(k)}$ 为短时模糊控制参数，$f(\cdot)$ 的形式可根据不同场合的不同需要加以设计。一般准则是：当噪声水平较大时，信号较为曲折，$d_F^{(k)}$ 相应变大，$\alpha^{(k)}$ 取值就较小；而当噪声水平较小时，信号较为平坦，$d_F^{(k)}$ 也相应变小，这时 $\alpha^{(k)}$ 取值应较大。

这样，模糊控制参数 α 随不同帧而不同。当 $d_F^{(k)}$ 较大时，信号波动较大；$\alpha^{(k)}$ 较小，易于清除噪声。反之，当 $d_F^{(k)}$ 较小时，信号较为平稳，$\alpha^{(k)}$ 较大，易于保持信号的原样。此时，α 具有自适应能力。

实验时，取 d_F 与 α 为分段线性关系式，$d_0=1.4$，$\alpha_0=0.2$（如图 2）。截取的一段语音信号如图 3 所示，分形模糊滤波结果如图 4 所示。图 5 画出 α 取固定值 0.05、0.20 以及采用短时分形维数模糊滤波方法的 σ^2-D^2 坐标图。由此可见，采和分形模糊滤波的效果优于 α 固定时的滤波。

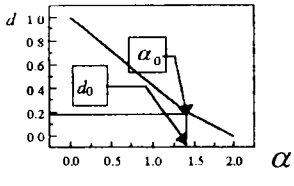


图 2 $d_F^{(k)}$ 与 α 成分段线性函数关系

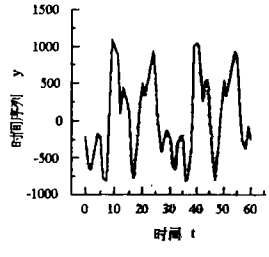


图 3 附加噪声的一段语音信号

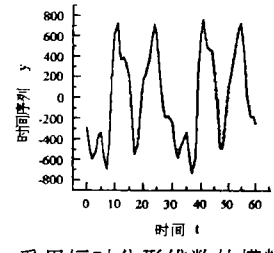
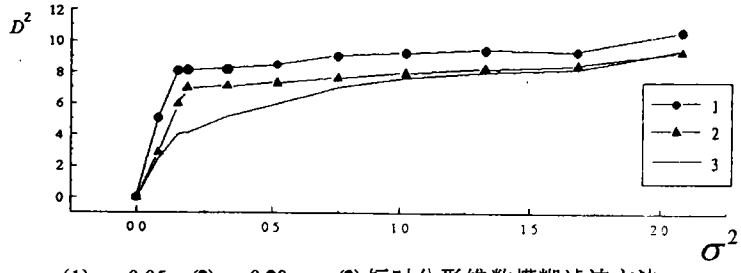


图 4 采用短时分形维数的模糊滤波滤波效果较好

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net



(1)$\alpha=0.05$　(2)$\alpha=0.20$　(3)短时分形维数模糊滤波方法

图 5 $\sigma^2 \sim D^2$ 图，不同噪声强度下的不同滤波效果

四、结 论

本文提出的基于短时分形维数的模糊控制滤波方法，其优点在于可以根据复杂信号的特征动态地调整模糊控制参数的取值。当短时分形维数较大时，信号波动较大，模糊控制参数较小，易于清除噪声；而当短时分形维数较小时，信号较为平稳，模糊控制参数较大，易于保持信号的原有特征。此时，模糊控制参数具有自适应能力。我们利用此方法对语音信号进行了实验并取得了较好的滤波效果。

参 考 文 献

[1] 丁德恒，蔡义发，吕维雪，三维复杂表面的分数维分析和内插，计算机学报，1991,14(9):710－716。

[2] Lai X.Y., Huang A.S. and Wu M.J.,Intelligent Interface of Voice and Speech System Uning Fuzzy Controller and Fractal Dimension. Proc. ICCPCOL, Florida, 1992.

[3] 曾文曲，刘世耀译。分形几何—数学基础及其应用，辽宁：东北大学出版社，1991，61－65。

Fuzzy Control Filtering Based on Short－time Fractal Dimension

Zheng Huiyong Liu Huangqiang Dai Guanzhong

(Dept. of Automatic Control, Northwestern Polytechical Univ.)

Abstract: A short－time fractal dimension concept for complex time－series is given and then a new filter method is put forward, which is called fuzzy control filter method based on short－time rfactal dimension. The simulation results show that this kind of method can be applied to complex signal filter because of its good filter effect.

Key words: Fuzzy Control, Fractal, Chaos, Short－time Fractal Dimension

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net