基于分形维数的自适应信号滤波方法

布和额尔敦[1],　韩　峰[2]
(1. 内蒙古农业大学理学院, 呼和浩特 010018;　2. 内蒙古工业大学机械学院, 呼和浩特 010051)

摘　要　信号滤波是信息科学中的基础性技术之一, 在通讯、国防等众多领域有着广泛的应用. 本文通过分形维数的计算给出了一种自适应分形滤波方法. 实验仿真证明这种方法能有效地去除信号中的噪声.

关键词　分形维数, 滤波, 分形滤波, 信号
中图分类号　P631　　文献标识码　A　　文章编号　1004-2903(2008)02-0627-04

The method of adaptive signal filtering with fractal dimension

BU Heerdun[1],　HAN Feng[2]
(1. *College of Sciences, Inner Mongolia Agricultural University, Huhhot* 010018, *China*;
2. *School of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Technology, Huhhot* 010051, *China*)

Abstract　Signal filtering is a basic technology in information science, and widely used in many scientific field such as communication, national defence, etc. In this paper, we obtained a kind of adaptive fractal filtering method by calculation of fractal dimension. Simulation proves that the performance of denoising is excellent.

Keywords　fractal dimension, filtering, fractal filtering, signal

0　引　言

分形理论的发展时间较短, 但其理论方法在许多领域的应用研究近年来已取得了许多成果. 例如在信息科学技术方面, 分形作为自然物体描述模型、分维作为平面曲线信号和空间曲面信号的形态特征, 已经成功地应用于信息科学中一维时间信号的滤波、二维信号的图像增强和滤波、图像分析、图像生成以及图像的压缩编码工程技术中[1~6]. 分形在现代人工智能的模式识别[7], 地质地球物理过程的分析[8,9], 地震学[10,11~12], 虚拟现实技术等多个学科领域都得到了应用.

一维时间信号和二维图像信号的滤波技术在现代信息科学技术中非常重要. 信号滤波理论及其工程应用技术是现代技术文明的重要科技支撑之一, 是信号分析理论及信号处理技术中的基础性技术, 有着非常广泛的应用领域和很高的应用价值.

信号滤波技术的理论和方法已有百年历史, 但仍然是当前活跃的研究领域. 最近 20 年以来, 为了设计出能够满足不同工程背景、不同性能要求、综合性能更好的滤波器, 从事信息和应用数学的研究人员逐渐将拓扑学、混沌理论、神经网络和分形理论应用到信号处理中[13,14~15], 以便能够通过滤波方法将干扰噪声去除, 而将信号中所蕴含的有用信息提取出来, 或者将一个信号中的若干有用信息进行分离和识别. 本文所介绍的基于分形维数的自适应信号滤波方法是将分形维数计算和自回归滤波相结合的一种综合性滤波技术方法. 由于其基本思想是采用分维数的大小实时控制滤波器截止频率等参数, 因而该滤波器具有自动适应信号噪声水平的能力, 可以较好地满足噪声干扰强度多变情况下的信号滤波要求, 计算机仿真实验结果表明这种滤波方法具有较好的滤波效果和一定的实用性.

1　一维信号的分形滤波

自然界中绝大多数的物理量都是时间的函数, 在工程实际中可以采用模拟或数字仪器将它们记录成如图 1 所示的形式. 例如有用信号和噪声形成的

收稿日期　2007-09-10;　修回日期　2007-11-20.
基金项目　内蒙古自治区自然科学基金项目(200607010508)资助.
作者简介　布和额尔敦, 男, 1963 年生, 蒙古族, 内蒙古人, 副教授, 主要从事于分形方面的研究. (E-mail: baobuhe2008@126.com)
© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

模拟叠加信号[16,17]:

$$x(t) = s(t) + n(t),$$

以及经过数据采集器得到的数字信号 $x(n)$. 采样时间间隔和每次采样的数据个数由数据采集器的硬件电路决定.

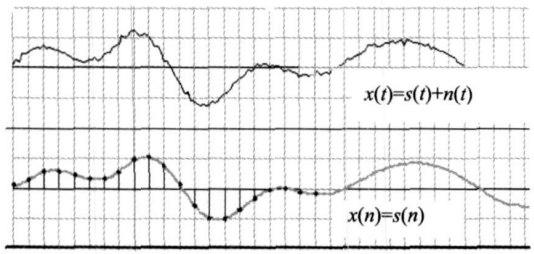

图 1 原始信号

Fig. 1 The original signals

1.1 自回归平滑滤波

公式

$$y_j = \alpha x_j + (1-\alpha) y_{j-1}$$

是一种自回归滤波算式. 其输入输出关系实例如下:

例如, 当 $\alpha = 0.05$, $x_j = 2.0$, $y_{j-1} = 1.0$ 时, 滤波器输出为 $y_j = 1.05$.

理论分析和计算机仿真实验表明这种简单的自回归滤波器有以下特点: (1) α越小, 去噪能力越强, 但输出幅值变小、相位滞后增大、波形畸变增大; (2) α越大, 去噪能力越弱, 但幅值和相位变化小, 波形保持性好、即信号失真小、输出的实时性好.

因此, 在实际应用中就会存在这样的问题: 能够适应噪声较严重情况下的小值 α, 将对噪声水平较低的信号有过多的、不必要的失真; 而适合小噪声下的大值 α 滤波器又不能将信号中包含有较强的干扰噪声很好地滤除. 也就是说固定的控制参数 α 不能适应不同噪声水平的信号滤波.

1.2 分形滤波

分形滤波可以解决单纯自回归滤波器存在的上述问题. 为了使控制参数 α 具有自适应能力, 即对于包含有不同高频噪声, 在信号曲线上表现为不同的曲折程度的信号进行适当的滤波处理, 可以采用先计算信号曲线的分维数 $d_B(A)$, 而使 α 成为依赖于 $d_B(A)$ 的函数的方法. 这样滤波控制系数 α 就成为了信号噪声水平的函数, 即有自适应能力.

确定的最优或较优的 α 值应该是能够满足去噪要求的最大 α 值, 这样就做到了基本上滤除了干扰噪声, 又能将有用信号的失真减到最小程度.

实现这一滤波过程的具体方法是:

(1) 计算信号曲线的分形维数 $d_B(A)$;

(2) 使控制参数 α 依赖于 $d_B(A)$, 即建立函数 $\alpha = f[d_B(A)]$.

设信号序列由 M 个采样值构成:

$$x_1, x_2, \cdots, x_j, x_{j+1}, \cdots, x_M.$$

曲线集合 A 的覆盖是直径为 $\Delta = t_{x_{j+1}} - t_{x_j}$ 的网覆盖. 如图 2 所示.

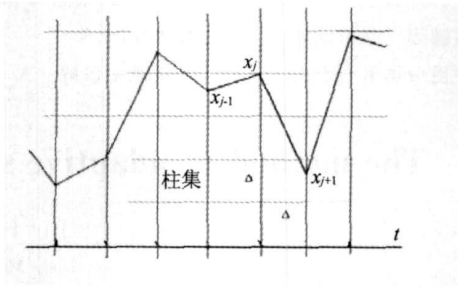

图 2 网覆盖、柱集及网格

Fig. 2 Net covering, cylinder set and net

(1) 曲线(因为是数字信号, 实际为折线)纵向长度、正方形网格数和维数计算过程如下:

①边长为 Δ 时的纵向长度为

$$D(\Delta) = \sum_{j=1}^{M} |x_{j+1} - x_j|.$$

②边长为 2Δ 时的纵向长度为

$$D(2\Delta) = \sum_{j=1}^{M/2} [\max(x_{2j-1}, x_{2j}, x_{2j+1}) - \min(x_{2j-1}, x_{2j}, x_{2j+1})].$$

③计算与曲线相交的边长分别为 Δ, 2Δ 时的正方形网格数为

$$N(\Delta) = \frac{D(\Delta)}{\Delta}, \quad N(2\Delta) = \frac{D(2\Delta)}{2\Delta}.$$

④曲线分形维数计算

$$d_B(A) = \frac{\log N(\Delta) - \log N(2\Delta)}{\log 2}.$$

(2) 建立依赖于 $d_B(A)$ 的具体函数关系:

因 $A \in \mathbf{R}^2$, 所以 $1 \leqslant d_B(A) \leqslant 2$, 因而可以选择如下关系:

$$\alpha = (2 - d_B(A))^6.$$

经过计算机仿真试验, 该关系可以较好地适应分维数 $1 \leqslant d_B(A) \leqslant 1.8$ 范围内的信号滤波. 信号

$$x(t) = s(t) + n(t)$$

的滤波效果如图 3 所示, 其中

$$s(t) = \sin\omega t, \; n(t)$$

是幅值大小不同的随机噪声.

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

2　二维信号(图像)的分形滤波

一维信号的分维数计算中涉及的是一条平面曲线, 二维信号分维数的计算将涉及三维空间中的一个曲面. 也就是说分维数值的大小将是曲面的某种复杂程度的定量描述.

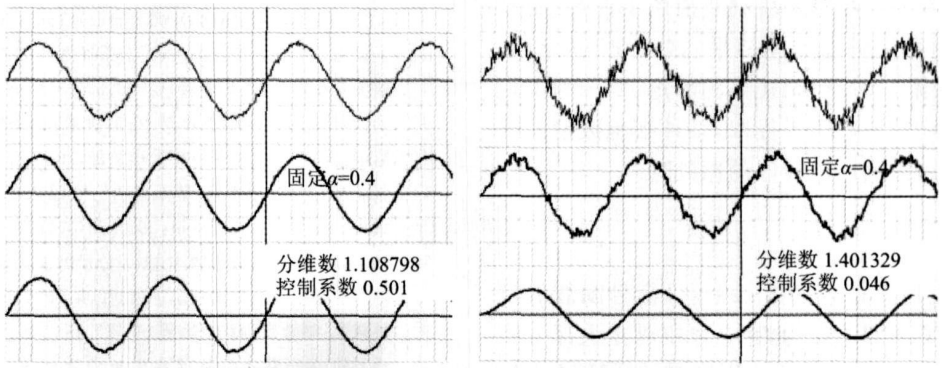

图 3　自回归滤波和自适应分形滤波的比较

上面是干扰噪声不同的 2 个信号; 中间是固定 α= 0.4 的自回归滤波效果;
下面的是基于分形的自适应滤波效果

Fig. 3　The comparison of autoregressive filtering and adaptive fractal filtering

2.1　数字图像的形成及表示

数字图像中的最小单位为图像元素, 简称为像素. 该像素或像点的亮度用 $I = f(x_i, y_j)$ 表示, 通常称 $I = f(x_i, y_j)$ 为该点的灰度值[18,19~20], 如图 4.

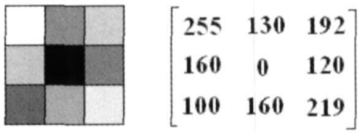

图 4　数字图像及描述

Fig. 4　Numerical image and description

2.2　二维信号分维数的计算

二维图像信号的维数值可由下式计算:

$$d_B(A) = \frac{\log N(\Delta) - \log N(3\Delta)}{\log 3}.$$

应该注意的是二维图像信号的覆盖是由若干立方体组成, 立方体的边长分别为 Δ 和 3Δ. 其它处理方法与一维信号的计算方法基本相同.

一幅 $M \times N$ 个像素的数字图像, 如果每个像素的灰度分辨率为 1/256, 则该图像的数据量为 $M \times N \times 2^8$ bit. 由于数据量巨大, 一般处理需要经过较长时间. 为了提高处理速度, 又能反映图像信号的分形特征, 本试验中采用了一种近似算法, 即在数字图像的水平方向选中 10 行, 在垂直方向选中 10 列, 用这 20 个拆解出来的一维信号的分维数值的平均值代表平面图像的维数.

2.3　二维图像信号的输入输出构造

首先确定依赖于 $d_B(A)$ 控制参数 α, 我们确定为 $\alpha = (3 - d_B(A))^6$.

二维图像信号的输入输出关系的构造可以有多种方法, 本试验中采用的是

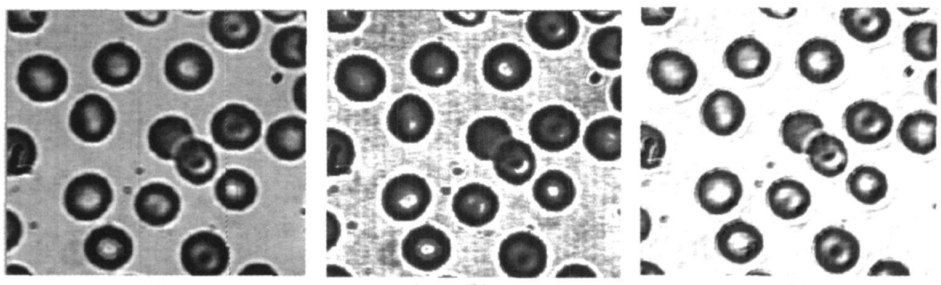

图 5　基于分形的图像增强效果及比较

(a) 原始图像; (b) 经典均衡化图像增强效果; (c) 基于分形的图像增强效果

Fig. 5　Strengthen result of images by fractal and comparison

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$g(x_i, y_i) = \alpha f(x_i, y_i) + \frac{1-\alpha}{3}[g(x_{i-1}, y_{i-1}) + g(x_i, y_{i-1}) + g(x_{i-1}, y_i)] .$$

由此产生的图像增强效果如图5所示. 经过分形滤波后, 细胞的边缘等形貌细节清楚了许多, 明显好于经典的均衡化增强处理结果. 这些细节的凸显可用于细胞缺陷, 病态组织边界的界定、划分和识别等, 也可为后续的细胞边界提取, 某种细胞数量的统计、尺寸测量等提供一种较好的预处理.

3 结 语

从计算机仿真处理的效果来看, 信号滤波的质量较高, 达到了预期的目的, 完全可以满足大部分实际应用的要求. 本文所述只是分形滤波应用的一种情况, 实际上分形方法还可以与其它方法结合, 针对特定应用中具体信号的特点构造出更为实用有效的信号处理方法.

由于分形能够准确定量地描述事物的某种形态特性, 而各种信号中的不同频率成分又直接反映在了信号的形态特征方面. 因此, 分形理论和方法在信号处理领域的应用是有着内在原因的, 因而分形和传统信号处理方法的结合可望产生一些新的, 能够更为有效的解决各种应用领域中的实际问题.

但是同时也应指出, 对于同一考察对象, 离散条件下采用计盒维数方法得到的分维值除了和固有的量化误差、数据类型有关外还和数据样本的大小、覆盖网格的大小, 数据的截取部位等有关. 这将影响分维值的稳定性、准确性和可比性, 这方面的问题还有待于进一步探讨.

参 考 文 献 (References):

[1] 朱炬波. 弹道测量误差的分形分析[J]. 中国空间科学技术. 2000(3): 12~ 15.

[2] Petros M, Sun F K. Measuring the fractal dimension of signals: morphological covers and iterative optimization[J]. IEEE Trans. On SP, 1993, (1): 108~ 121.

[3] Wornell G. Signal processing with fractals: a wavelet-based approach[M]. Prentic Hall PTR, 1996.

[4] 曹文伦, 史忠科, 封建湖. 分形维数及其在图象分类中的应用研究[J]. 计算机应用研究, 2007, 24(4): 156~ 208.

[5] 王耀南, 王绍源, 毛建旭. 基于分形维数的图象纹理分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2006, 33(5): 67~ 72.

[6] 韩湘君, 赵永辉, 吴健生, 等. 分形技术在探地雷达资料处理解释中的应用[J]. 长春科技大学学报, 2000, 30(4): 400~ 403.

[7] 张晓星, 唐炬, 孙才新. 基于多重分形维数的GIS局部放电模式识别[J]. 仪器仪表学报, 2007, 28(4): 597~ 602.

[8] 李庆谋, 刘少华. 分形噪声、多维分形滤波及地球物理测井曲线处理应用[J]. 地球物理学进展, 2000, 15(4): 110~ 116.

[9] 吴树仁, 韩金良, 石菊松, 等. 三峡库区巴东县城附近主要滑坡边界轨迹分形分维特征与滑坡稳定性关系[J]. 地球学报, 2005, 26(5): 455~ 460.

[10] 曹茂森, 任青文, 王怀洪. 基于小波与分形理论的地震异常检测[J]. 地球物理学报, 2005, 48(3): 672~ 679.

[11] 郭玉贵, 王红霞, 邓志辉, 等. 山东沿海及近海地震分形分析[J]. 地球物理学进展, 2005, 20(1): 155~ 159.

[12] 李信富, 李小凡, 武哗. 分形理论在地震学中的应用研究[J]. 地球物理学进展, 2007, 22(2): 411~ 417.

[13] 邓勇, 施文康, 刘琪. 小波变换的信号分形分析及其在心电信号处理中的应用研究[J]. 物理学报, 2002, 51(4): 759~ 762.

[14] 安镇文. 分形与混沌理论在地震学中的应用与探讨[J]. 地球物理学进展, 1994, 9(2): 84~ 90.

[15] 邹海林, 宁书年, 林捷. 小波理论在探地雷达信号处理中的应用[J]. 地球物理学进展, 2004, 19(2): 268~ 275.

[16] 刘丹. 实用分形图形学[M]. 大连: 大连海事大学出版社, 2001, 203~ 208.

[17] 陈岳良, 郭红阳. 分形滤波及其在信号处理中的应用[J]. 中北大学学报(自然科学版), 2006, 27(3): 272~ 275.

[18] 李水根. 分形[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004, 212~ 235.

[19] 张志, 董福安, 伍友利. 二维灰度图象的分形维数计算[J]. 计算机应用, 2005, 25(12): 2853~ 2854.

[20] 王华, 朱宁, 王祁. 应用计盒维数方法的路面裂缝图象分割[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2007, 39(1): 142~ 144.

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net