变密度界面模型重力异常反演的 B 样条函数法①

王硕儒　汪炳柱　于增慧

(青岛海洋大学，青岛　266003)

摘　要　重力异常反演是一个求解第一类非线性积分方程的问题. 当三维界面起伏满足 $|\Delta h|<0.414h_0$ 和二维界面起伏满足 $-h_0<\Delta h<0.414h_0$ 时，积分方程的被积函数可展成 Δh 的幂级数形式. 界面上密度的变化可归结为升型、降型和过渡型三种. 对于各种变密度的积分方程都可用统一式来表示，即:

$$g(x,\ y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}A(x,\ y,\ \xi,\ \eta)d\xi d\eta+\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}A_1(x,\ y,\ \xi,\ \eta)\cdot\Delta h(\xi,\ \eta)d\xi\eta)d\xi d\eta$$

$$+\sum_{k=2}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}A_k(x,\ y,\ \xi,\ \eta)\cdot\Delta h^k(\xi,\ \eta)d\xi d\eta$$

用迭代法和B样条函数法可求解该方程.方法对线性反演密度界面法是一种改进，也避免了 Parker 公式反演密度界面时多次调用富氏变换所带来的积累误差.

关键词　密度界面的重力反演　非线性积分方程　迭代法　B样条函数

1　引　言

重力密度界面反演是重力勘探反问题的一个重要内容.反演方法的研究无论是对局部构造圈闭，还是区域构造的基底起伏都具有重要的理论和实际意义.

在空间域中，线性反演是一类很重要的方法.其中，刘元龙等提出的压缩质面法[1](1972)和适用于三维情况的质面系数法[2](1987)颇具代表性.由于实现了界面的自动调整，它们无疑对 sin(x)／x 法来说是一种进步.然而，却只能适用于横向变密度的情况，且从理论上还未说明它们适用于多大的界面起伏.重力效应的非线性积分方程化为线性方程用近代数学方法求解，周熙襄等用边界元法实现了二维的界面反演[3](1989)，但也存在线性化的确切条件，也只适用于常密度界面情况.

在频率域中，当今较为推崇的是 Parker 公式反演[4].该方法是在对重力效应的非线性积分方程取富氏变换后对界面深度作泰勒级数展开作迭代反演，加之近年来已导出不同

①本文1995年6月20日收到，该课题由国家自然科学基金资助(编号49274212).

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

变密度界面反演的扩展的 Parker 公式，故在理论上较为严谨，适应性也较强.然而，这种方法的关键是必须提高富氏变换的精度.现虽已有改进的乘子法和移样法，但也仅具实验性质.且，这类方法难于实现非等间距的反演.

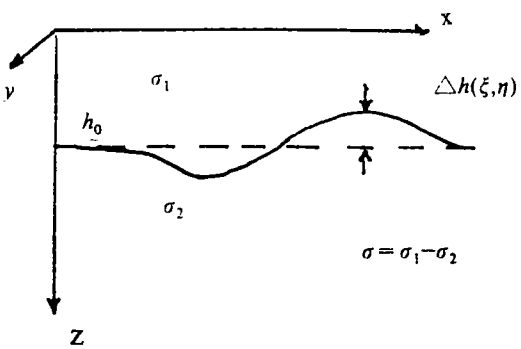


图 1 一般的界面问题

B 样条函数在数值计算中具有灵活、统一、简便的优点.在位场数据处理中 B 样条的应用还是近年来的事.作者首次用它在一维样条的基础上实现了平面位场高偶阶垂向导数的换算，并用样条求一阶导数的办法替代样条直接求二阶导数，从而使计算精度提高了一个级次(1986)[6].同年冬 Kero 用 B 样条以地物探数据作了最小二乘拟合滤波处理[7].继之，我们在正演中用 B 样条计算了任意形状，任意变密度的重力异常[8].

用 B 样条函数作位场反演，就是用它解线性积分方程.本文利用非线性方程线性化的相似思路，把被积函数展成幂级数，通过迭代用 B 样条函数求解.这种方法既具有现有空间域方法方便灵活的优点，又具现有频率域方法理论上严谨的优点.

2 常密度线性积分方程的简化

图 1 所示密度界面引起的重力异常为

$$g(x,\ y)=G\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{-h(\xi,\ \eta)}\frac{\zeta\cdot\sigma(\xi,\ \eta,\ \zeta)}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+\zeta^2]^{3/2}}d\xi d\eta d\zeta \tag{1}$$

式中 h(ξ，η)为密度界面深度函数.

2.1 二维情况

对(1)式 ζ 积分得

$$g(x)=2\pi G\sigma h_0+G\sigma\int_{-\infty}^{\infty}ln\frac{(\xi-x)^2+(h_0+\Delta h(\xi))^2}{(\xi-x)^2+h_0^2}d\xi$$

对上述非线性积分方程中的对数函数按泰勒级数展成幂级数

其中 $ln\left[1+\dfrac{2h\Delta h+\Delta h^2(\xi)}{(\xi-x)^2+h_0^2}\right]=\sum_{k=1}^{\infty}A_k\cdot\Delta h^k(\xi)$

$$A_1=\frac{2h_0}{(\xi-x)^2+h_0^2}$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$A_2 = \frac{(\xi - x)^2 - h_0^2}{[(\xi - x)^2 + h_0^2]^2}$$

$$A_3 = \frac{2h_0[h_0^2 - 3(\xi - x)^2]}{3[(\xi - x)^2 + h_0^2]^3}$$

$$A_4 = \frac{h_0^2[6(\xi - x)^3 - h_0^2] - (\xi - x)^4}{2[(\xi - x)^2 + h_0^2]^4}$$

容易求得，对任意(ξ−x)，满足展成 Δh 幂级数的条件是

$$-h_0 < \Delta h \leqslant (\sqrt{2} - 1)h_0 \tag{2}$$

由此，

$$g(x) = 2\pi G\sigma h_0 + G\sigma \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_k(\xi, x) \cdot \Delta h^k(\xi) d\xi \tag{3}$$

省略 Δh 的二次以上高次项，上式化成性积分方程

$$g(x) = 2\pi G\sigma h_0 + G\sigma \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2h_0}{(\xi - x)^2 + h_0^2} \Delta h(\xi) d\xi \tag{4}$$

2.2 三维情况

(1)式对 ζ 积分可得

$$g(x, y) = 2\pi G\sigma h_0 + G\sigma \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \left\{1 - \left[1 + \frac{2h_0\Delta h + \Delta h^2(\xi, \eta)}{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + h_0^2}\right]^{-1/2}\right\} \cdot \left[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + h_0^2\right]^{-1/2} d\xi d\eta$$

同二维情况类似，当

$$\left|\frac{2h_0\Delta h + \Delta h^2}{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + h_0^2}\right| < 1$$

时，只需$|\Delta h| < (\sqrt{2} - 1)h_0$，则可展成幂级数形式，即重力异常可写成

$$g(x, y) = 2\pi G\sigma h_0 + G\sigma \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} A_k(\xi, \eta, x, y) \cdot \Delta h^k(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

其中

$$A_1 = \frac{h_0}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + h_0^2]^{3/2}}$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$A_2 = \frac{\frac{1}{2}\left[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2\right] - h_0^2}{\left[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + h_0^2\right]^{5/2}}$$

$$A_3 = \frac{h_0^3 - \frac{3}{2}h_0\left[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2\right]}{\left[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + h_0^2\right]^{7/2}}$$

$$A_4 = \frac{\frac{9}{8}h_0^2\left[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2\right] - \frac{23}{8}h_0^4 - \frac{3}{8}\left[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2\right]^2}{\left[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + h_0^2\right]^{9/2}}$$

……

3 变密度界面模型

变密度界面具有更重要的实际意义.它可划分为横向变密度 $\sigma(\xi, \eta)$, 纵向变密度 $\sigma(\zeta)$ 和组合变密度模型 $\sigma(\xi, \eta, \zeta)$三大类.而每一类中根据密度变化的规律, 又可基本归纳为升型变密度, 降型变密度和中间(过渡)型变密度模型三类.实际所见的变密度模型都可认为属于这三类中的一类或它们的组合形式.以下仅以二维情况为例作一具体讨论.

3.1 横向升(降)密度模型

设 $\sigma(\xi)=a\xi+b$ 代入(1)式, 对 ζ 积分得

$$g(x) = 2\pi G(ax + b)h_0 + G\sum_{k=1}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left[a(\xi - x) + b\right] \cdot A_k(\xi, x) \cdot \Delta h^k(\xi)d\xi \tag{6}$$

3.2 纵向降(升)密度模型

设 $\sigma(\zeta)=a\zeta^2+b$, 代入(1)式对 ζ 积分得

$$g(x) = 2\pi Gbh_0 + Ga\int_{-\infty}^{\infty}\left[h_0^2 - (\xi - x)^2 \cdot ln(1 + \frac{h_0^2}{(\xi - x)^2})\right] d\xi$$

$$+ Ga\sum_{k=1}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}B_k(\xi, x) \cdot \Delta h^k(\xi)d\xi \tag{7}$$

式中

$$B_1 = \frac{b}{a} \cdot A_1 + 2h_0 - (\xi - x)^2 A_1$$

$$B_2 = \frac{b}{a} \cdot A_2 + 1 - (\xi - x)^2 A_2$$

$$B_3 = (\xi - x)^2 \cdot A_3$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$B_4 = (\xi - x)^2 \cdot A_4$$

……

3.3 组合过渡型密度模型

这类模型具有更为广泛的代表性.

设$\sigma(\xi, \zeta) = \sum_{i=0}^{n} c_i \zeta^{2i} + d_i \xi$，同理可获得

$$g(x) = \sigma \int_{-\infty}^{\infty} \left[ln(1 + \frac{h_0^2}{(\xi - x)^2}) + ln \frac{(\xi - x)^2 + (h_0 + \Delta h)^2}{(\xi - x)^2 + h_0^2} \right]$$

$$\left\{ \sum_{i=0}^{n} (-1)^i \left[c_i (\xi - x)^{2i} + d_i \xi^i \right] + \sum_{i=1}^{n} c_i \sum_{j=1}^{i} (-1)^{j+1} \frac{(\xi - x)^{2(j-1)}}{i - j + 1} \cdot (h_0 + \Delta h)^{2(i-j+1)} \right\} d\xi \tag{8}$$

将上式中对数函数的第二项仍按前述作幂级数展开，则重力异常也可用下述统一式来表达

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\xi, x) d\xi + \sum_{-\infty}^{\infty} A_k(\xi, x) \cdot \Delta h^k(\xi) d\xi \tag{9}$$

同理，对于三维变密度模型，其统一式为

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B'(\xi, \eta, x, y) d\xi d\eta + \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A'_k(\xi, \eta, x, y) \Delta h^k(\xi, \eta) d\xi d\eta \tag{10}$$

4 B 样条函数解法

样条函数用于反演界面基础在于解线性积分方程.

4.1 二维反演

对任意 ξ，当 $\Delta h(\xi) / h_0 < 1$ 时，(9)式积分方程中 $\Delta h(\xi)$的二次及以上的高次项逐次减小，可设定为零，积分又限定，这样积分方程可化为

$$g(x) = \int_c^d B(\xi, x) d\xi + \int_c^d A_1(\xi, x) \Delta h_1(\xi) d\xi$$

其中第一项积分可通过样条积分来获得.由此上式化为

$$g_0(x) = \int_c^d A_1(\xi, x) \Delta h_1(\xi) d\xi \tag{11}$$

取三次 B 样条函数

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$H(\xi)=\sum_{j=-1}^{n+1}H_j\cdot N_{3,\,j-2}(\xi)$$

$$G(x)=\sum_{i=-1}^{m+1}G_i\cdot N_{3,\,i-2}(x)$$

和

$$A(\xi,\ x)=\sum_{i=-1}^{m+1}\sum_{j=-1}^{n+1}A'_{ij}\cdot N_{3,\,j-2}(\xi)\cdot N_{3,\,i-2}(x)$$

分别近似代替(11)式的 $\Delta h_1(\xi)$，$g_0(x)$和 $A_1(\xi,\ x)$，从而得

$$G(x)=\int_c^d A(\xi,\ x)\cdot H(\xi)d\xi$$

比较 $N_{3,\,j-2}(x)$的系数，得关于 $H=(H_{-1},\ H_0,\ H_1,\ \cdots,\ H_n,\ H_{n+1})^T$ 的线性代数方程组

$$G=A_\alpha\cdot H \tag{12}$$

式中

$$A_\alpha=(a_{i,\,j})^\alpha$$

而

$$\alpha_{i,\,j}=\sum_{l=-1}^{n+1}A'_{i,\,l}\cdot\alpha_{l,\,j}$$

$$(i=-1,\ 0,\ 1,\ \cdots,\ m,\ m+1,\ j=-1,\ 0,\ 1,\ \cdots,\ n,\ n+1)$$

$$\alpha_{i,\,j}=\int_c^d N_{3,\,i-2}(\xi)\cdot N_{3,\,j-2}(\xi)d\xi$$

不难看出，解此方程的关键在于确定二维样条插值系数 $\{A'_{i,\,j}\}$ 的算法.可以证明，$\{A'_{i,\,j}\}$ 所表示的矩阵 A' 与 $A(\xi,\ x)$所表示的矩阵 A 之间关系为

$$A'=N^{-1}(\xi)\cdot A\cdot N^T(x)^{-1} \tag{13}$$

式中$N^{-1}(\xi)$，$N^T(x)^{-1}$ 分别代表 $N_{3,\,j-2}(\xi)$所表示的矩阵 N(ξ)的逆矩阵和$N_{3,\,i-2}(x)$所表示的矩阵 N(x)的转置矩阵的逆矩阵.(13)式所表示的算法显然比二维样条函数式直接解法要快速最多.

(12)式方程求解得的 H，只是忽略了高次项的初始值 $\Delta h_1(\xi)$.要考虑高次项，还必须将(9)式换写为迭代形式，即:

$$g_0(x)=\int_c^d A_1(\xi,\ x)\Delta h_2(\xi)d\xi+\sum_{k=2}^{\infty}\int_c^d A^k(\xi,\ x)\cdot\Delta h_1^k(\xi)d\xi$$

这样又可计算出二次 $\Delta h_2(\xi)$的近似值.如此反复直到上、下两次 $\Delta h(\xi)$之差满足误差要求为止.

4.2 三维反演

以常密度线性方程为例.因为

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$g(x,\ y)=G\sigma\int_a^b\int_c^d\frac{h_0\cdot\Delta h(\xi,\ \eta)}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+h_0^2]^{2/3}}d\xi d\eta$$

令

$$g(x,\ y)=\sum_{i=-1}^{n+1}\sum_{j=-1}^{m+1}G_{i,\ j}\cdot N_{3,\ i-2}(x)\cdot N_{3,\ j-2}(y)$$

$$\Delta h(\xi,\ \eta)=\sum_{i=-1}^{n+1}\sum_{j=-1}^{m+1}H_{i,\ j}\cdot N_{3,\ i-2}(\xi)\cdot N_{3,\ j-2}(\eta)\frac{h_0}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+h_0^2]^{3/2}}$$

$$=\sum_{i=-1}^{m+1}\sum_{j=-1}^{m+1}\sum_{k=-1}^{n+1}\sum_{l=-1}^{n+1}k_{ijkl}\cdot N_{3,\ i-2}(x)\cdot N_{3ij-2}(y)\cdot N_{3,k-2}(\xi)N_{3,l-2}(\eta)$$

代入上式，比较 $N_{3,\ i-2}(x)$，$N_{3,\ j-2}(y)$的系数，得形如(12)式的关于 $H=(H_{-1,\ -1},\ H_{-1,\ 0},\ \cdots,\ H_{-1,\ n+1},\ H_{0,\ -1},\ \cdots,\ H_{0,\ n+1},\ \cdots,\ H_{n+1,\ -1},\ \cdots,\ H_{n+1,\ n+1})T$ 的线代数方程.但式中

$$A\alpha=(a_{ijkl})^{\alpha}$$

而

$$a_{ijkl}^{\alpha}=\sum_{u=-1}^{n+1}\sum_{v=-1}^{n+1}k_{ijuv}\cdot a_{uvkl}$$

$$a_{uvkl}=\int_a^b\int_c^b N_{3,\ j-2}(\xi)\cdot N_{3,\ j-2}(\eta)\cdot N_{3,\ k-2}(\xi)\cdot N_{3,\ i-2}(\eta)d\xi d\eta$$

四维样条插值系数 $\{k_{ijkl}\}$ 可按类似二维方法作矩阵处理，可作分块矩阵运算.但是，边界条件需从二阶导数增至四阶导数(也可用一阶差商近似代替).

5 模型试算对比与实例

5.1 模型 1

图 2 是由一变密度 $\sigma=0.03x+0.03z^2-0.42$ 的台阶和凹陷组合模型(见图 3 实线)形成的二维重力异常.用该重力异常进行界面反演.起算深度 $h_0=30$km，等距测点，点数 40；界面分划与测点分划相同；k 取 6 次，控制最大迭代次数 16 次.迭代 6 次，前后两次计算深度的均方差即为 0.25km，与真值的均方差为 0.1km.如图所示，计算深度已很接近真值，而 k = 1 时(无迭代)的计算误差却是很大的.

5.2 模型 2

二维穹隆($\sigma(x)=0.02x+0.05z^2-0.43$)引起的重力异常如图 4 所示.为检验方法的反演精度，在构造隆起边部设计一个陷点.反演起算深度 $h_0=20$km，点距、点数、界面分划同图 3，k = 6.结果如图 5 所示.可以看出，迭代 3 次结果与真值的均方差为 5.6×10^{-2}km，前后现两次计算的均方差为 7.6×10^{-2}km，最大深度误差仅为 1km，迭代计算与不迭代计算结果也大不一样 只要 k > 1，计算精度即极大改善.所设计的低凹点计算也有明显显示.

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

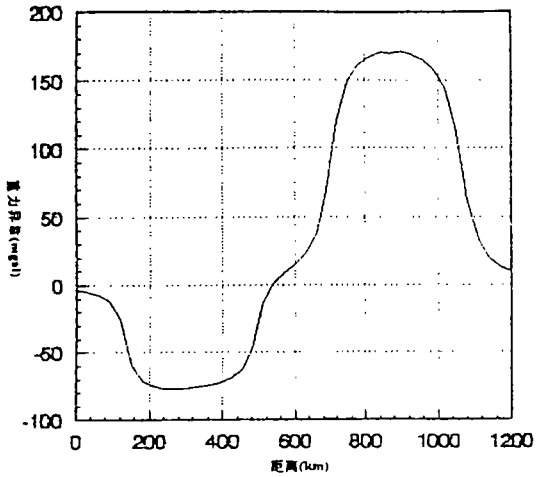


图 2 图 3 示模型的重力异常

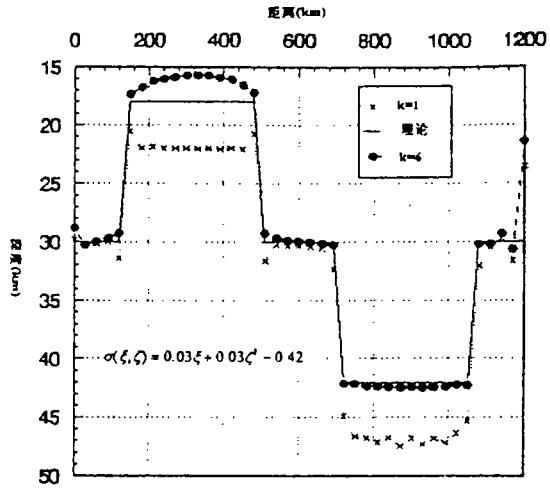


图 3 模型 1 及反演结果

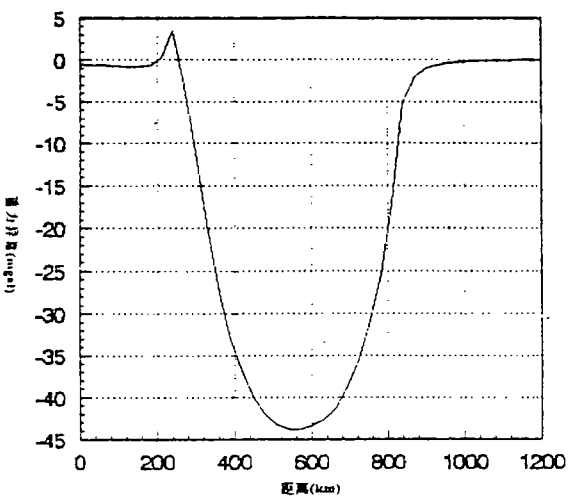


图 4 图 5 所示模型的重力异常

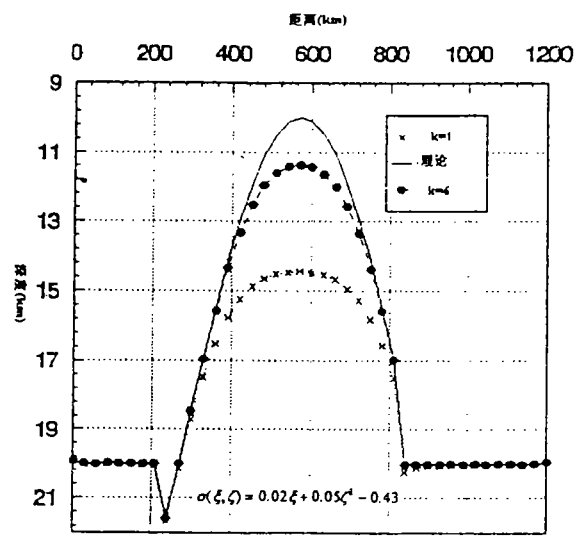


图 5 模型 2 及反演结果

5.3 与 Parker 方法的试算对比

在界面模型 1 的基础上选用常密度模型 $\sigma=-0.42$ 用 Parker 法与本方法作了试算对比选择条件相同：点距 30km，32 个点，起算深度 $h_0=30$km，Δh 取 4 阶值.迭代 3 次，结果如图 6 所示.明显的看出，本法的反演误差小于 Parker 法.

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

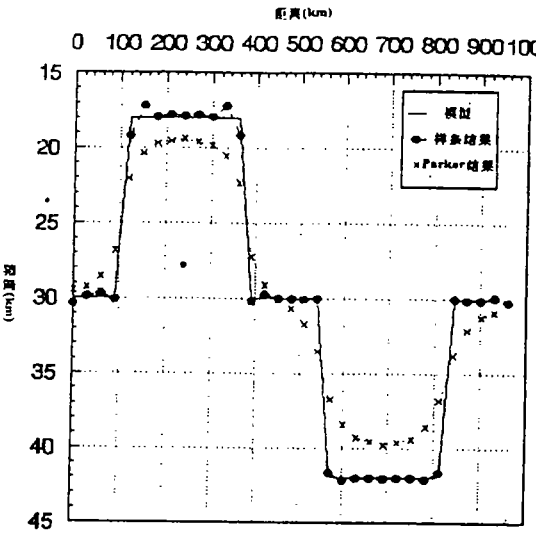


图 6 本方法与 Parker 方法的对比

5.4 反演实例

图 7 为南海海域的部分布格重力异常图.在东沙群岛一带，由于重力等值线呈北东一南西构造线性分布，故取 BB′剖面作二维莫霍面的反演.按一般情况的地壳、地幔的密度值，取 $\sigma=-0.43$ 常密度.起算深度 $h_0=20$km，点距 30km，界面、测线分划相同 控制前后两次计算深度的均方差为 0.23km，最大迭代次数 50，$k=8$.迭代 4 次后，误差即满足要求，均方差为 9.1×10^{-2}km，结果如图 8 所示.图 7 中还附上中科院南海所用 sin(x)／x 法计算的深度曲线.该所取"$h_0=10.8$km 为起算点，从 4 个已知深度点看，认为在深海取得了较满意的结果."[9],[10] 我们的反演结果正好在深海与之符合很好，浅海区之所以不太理想，显然与这里地壳的非均匀性有关，与重力异常不可当成二度异常也有关.

6 几个问题的说明

6.1 解的收敛性与唯一性

我们知道解第一类 Fredholm 积分方程是个不适定问题.解的收敛性与方程的具体形式(主要是变密度的函数形式)，确切说与 $\{A_k\}$ 有关，亦即与 h_0、Δh 的起伏、点距的选择分划等有关，因此要根据具体方程情况进行研究，但也不难找到它的某些规律，这首先是指 $\max\Delta h/h_0$ 的比值大小，只有当它小于 1 才有可能收敛，其次取决于点距 Δx 与 h_0 的比值.我们在模型试算中的初步结果表明，这个比值大于 1，迭代才会明显收敛，等于 1，特别是小于 1 都会使收敛性变差.

解的唯一性主要取决于 σ 的分布与 h_0 的确定，和其它反演方法一样，只有 σ，h_0 都确切已知的情况下，样条反演界面解才是唯一的.

6.2 计算误差

计算误差来自三个因素.一是积分限由无穷化为有限区间.反演局部构造时，由于可较好地事先确定 (a, b) 和 (c, d)，使 $\xi\notin(a, b)$ 和 $\eta\notin(c, d)$ 点的 $\Delta h(\xi, \eta)=0$，故不存在此种误差.如果是确定大区域的构造起伏，还是应尽可能扩大区间.二是幂级数展开次数 k 的选取.它与界面起伏的大小有关.起伏越大，高次项的影响自然会增大.然而，更为重要的是与 $A_k(\xi, \eta, x, y)$有关，即主要取决于 h_0 的选取.高次项的影响基本上按公比数 $1/h_0$ 随方次的增加而减小.由此可见，反演深部起伏小的构造可忽略高次项，直接按线性

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

积分方程求解.对浅部构造，则应在估计 Δh 变化的基础上选取适当的高次项，一般以 2—4 即可.至于 h_0 的选取，Oldenburg 在讨论 Parker 公式反演一文中认为应选取 Δh 上、下起伏中间深度为 h_0[11]，这对于三维问题是正确的，但对于二维问题，则宜取中间深度偏下为好.第三个误差是由于离散取样带来的.不难证明，该误差的上限 $\sup|\varepsilon| = O(\Delta\xi^2)$，而 $\Delta\xi = \max|\xi_i - \xi_{i-1}|$.

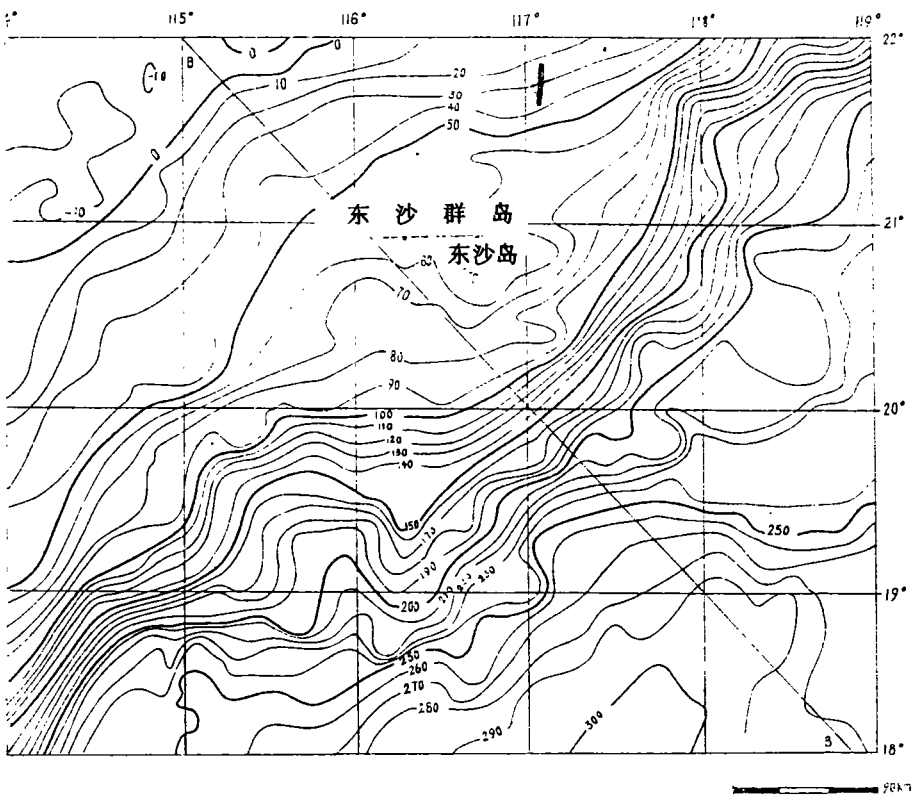


图 7 南海海域布格异常图

6.3 积分区间的划划

用 B 样条解积分方程，区间的划分可以随意.非均匀分划适应性强，可按需确定节点位置，这无疑对于解决实际地质问题有好处.我们对模型 1 的反演中曾作过这种计算，第十一号测点(x = 290km)，不仅点距变了，且该点的理论模型深度也改为 20km(原为 18km).计算结果如表 1 所示(迭代 4 次的结果).

可见，用样条进行界面反演，区间可任意分划，这应当不失为它的一个优点吧!

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

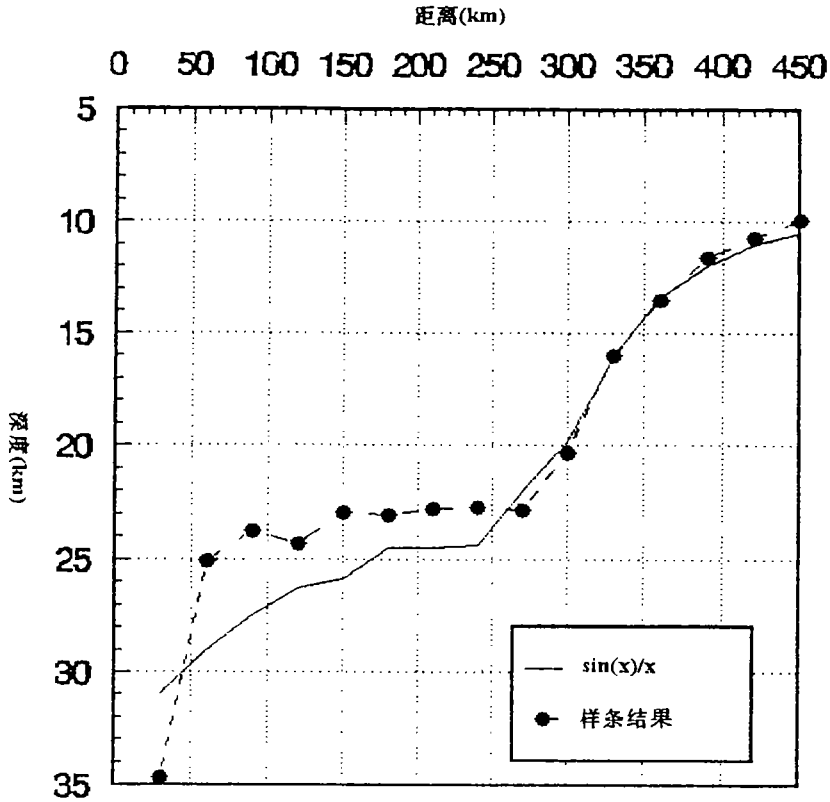


图 8 剖面反演结果与 sin(*x*) / *x* 法(实际值)对比

表 1 非等间距的反演对比

测点坐标(km)	30	60	90	120	150	180
真值(km)	30.00	30.00	30.00	30.00	18.00	18.00
计算值(km)	31.17	30.99	29.50	29.76	18.06	18.25
210	240	270	290	330	360	390
18.00	18.00	18.00	20.00	18.00	18.00	18.00
17.98	17.98	18.04	19.80	18.06	18.06	18.07
420	450	480	510	540	570	600
18.00	18.00	18.00	30.00	30.00	30.00	30.00
18.07	18.14	18.19	29.75	29.87	29.95	29.98

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

然而，不失其一般性，均匀分划时(14)式中 A′矩阵的形成更具规则性.由于均匀分划时$N_{3,\ j-2}(\xi)=\Omega_3(\frac{\xi-\xi_j}{\Delta\xi})$($\Delta\xi$ 为步长)，用分部积分可得

$a_{i,\ j}=\Delta\xi\cdot\Omega_7(-|i-j|)$

可表示为[12]：

$$a_{l,\ l}=\frac{2416}{5040}\Delta\xi$$

$$a_{l,\ l+1}=\frac{1191}{5040}\Delta\xi=a_{l+1,\ l}$$

$$a_{l,\ l+2}=\frac{120}{5040}\Delta\xi=a_{l+2,\ l}$$

$$a_{l,\ l+3}=\frac{1}{5040}\Delta\xi=a_{l+3,\ l}$$

和

$$当|i-j|>3,\ \alpha_{i,\ j}=0$$

显然，这既方便了程序的编制，又节省运算时间.

参 考 文 献

〔1〕刘元龙、王谦身，用压缩质面法反演重力资料以估算地壳构造，地球物理学报，1977，20：59–69.

〔2〕刘元龙、郑建昌，武传珍，利用重力资料反演三维密度界面的质面系数法，地球物理学报1987，30：186–196.

〔3〕周熙襄，张建中，用边界单元法进行二维重力异常反演，物探化探计算技术，1989，11：40–44.

〔4〕Parker，R.L，The rapid calculation of potential anomalies，Geophys，J.R.，Astr，Soc，1973，31：447–445.

〔5〕柴玉璞，贾继军，Parker公式的一系列推广及其在石油重力勘探中的应用前景，石油地球物理勘探，1990，25：321–332.

〔6〕王硕儒，孙家昌，于涛，用B样条函数计算非等间距点重磁异常的垂向二次导数，物探化探计算技术 1986，8：188–195.

〔7〕Kero，W.，A least–squares smooth filting approach using the cubic B–spline basis，Geophysics，1986，51：2051–2066.

〔8〕姜效典、王硕儒，计算变密度任意形状地质体重力异常的B样条函数法，石油地球物理勘探，1990，25：362–373.

〔9〕刘祖惠、王启玲等，南海海域布格重力异常图及莫霍面等深图，广东地图出版社，1981，9.

〔10〕同上，海洋科技参考资料，中国科学院南海海洋研究所，1981，增刊1.

〔11〕Douglao W. oldenburg，The inversion and interpretation of gravity anomalies，Geophysics，1974，vol.39，No.4.

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

〔12〕李岳生，齐东旭著，样条函数方法，科学出版社，1979，196—197.

INTERFACIAL MODELS OF VARIABLE DENSITY AND GRAVITY INVERSION BY B-SPLINE

Wang Shuoru Wang Bingzhu Yu Zenghui

(Ocean University of Qingdao)

Abstract

Gravity inversion is a problem of answering the first integral equation, If the change of the depth of density interface Δh satisfied $-h_0 < \Delta h < 0.414h_0$ in two dimensions ($|\Delta h| < 0.414h_0$ in three dimensions), the integrated function could be spread in power series. The various density above the interface can be considered rise, fall or transition models, or their combination. Then, the integral equation for gravity effect of these patterns may be generalized in united formula

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} A(x, y, \xi, \eta)d\xi d\eta + \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} A_1(x, y, \xi, \eta)\cdot\Delta h(\xi, \eta)d\xi\eta)d\xi d\eta + \sum_{k=2}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} A_k(x, y, \xi, \eta)\cdot\Delta h^k(\xi, \eta)d\xi d\eta$$

Interative technique and B-spline can be applied to solution of the equation.

The presented method is a progress compared with Parker's formulas by which must call Fourier transform many times and yields accumulation error.

Key words Gravity inversion of density interface First integral equation Iterative technique B-spline

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net