地形非常复杂区布格异常的预处理

M. IANAS, C. S. SAVA

摘　要

严格地讲，布格异常是在某一点上被观测到的重力值与在该同一点上相应水平面上地球正常理论重力值之间的差值。如果观测点明显地偏离这个平面，在解释之前将数据还原到一个共同的平面是必要的；否则必定会出现假异常。其处理是根据通常的狄利克里问题的解法。将所建议的程序应用到一个人工的但是逼真的模型上以显示方法的有效性。

引　言

虽然布格异常对任何地球物理学家是一个熟悉的概念，它们的意义甚至今天也是专门著作领域中争论的问题。部分专家们仍然是布格异常经典定义的支持者，即布格异常应代表自来地球内部的可以在一个叫做基准面的单一平面上进行比较的不均匀效应。的确对上面提到的还原作了近似；并且努力改进了计算方式。在这个意义上，指出了事实上这是一个对测量所得数据进行向下延拓的问题，指出需要对这些异常、垂直梯度以及中间层密度有充分的了解，按照这些，应用不同的中间层密度对布格异常进行了一系列计算处理。对确定异常值和垂直梯度用直接测量方法或间接分析方法作过各种尝试。

在地形不太复杂的地区，布格异常的解释可以满足对重力勘探结果的估计。在地形复杂地区给重力勘探结果的解释带来了困难，确定布格异常的意义和它们的应用的问题再一次成为所关心的问题[2][3]。这个问题成了本文的主题。

布格异常

应用地球的理论模型概念[2]计算布格异常的公式是：

$$\Delta g = g - (\gamma_0 - \gamma_z \cdot h + 2\pi G\rho_c h - C_r) \qquad (1)$$

其中

g　代表位于地球表面 h 高度处的测点上被测得的重力值。

γ_0　作用在参考椭球体表面上的引力（正常场），椭球体内部的质量被认为是均匀的。

γ_z　正常场的垂直梯度。

$\gamma_h = \gamma_0 - \gamma_z \cdot h$　在 h 高度上的正常场。

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$2\pi G\rho_c h - C_r$　在h高度上由地球的地形表面和参考椭球体面之间的质量组成的重力效应，这里的质量我们可用常数密度（ρ_c）

括号（$\gamma_h + 2\pi G\rho_c h - C_r$）清楚地表示一个具有真实地球体的形状，而密度是均匀的理论地球体对h高度上的一点的引力。

被测到的引力和根据这个理论模型计算的引力之间的差值即称为布格异常，它正确地表达了来自地球内部所有不均匀的重力效应。采用这个量值的点是作了测量的这个测点而不是它在参考面上的投影。

这个定义获得了非常重要的实际结果。如果测量是在平坦的地方作的，那么在不同测点上的布格异常值可以被认为是在一个平面上。但是，如果测量是在一个复杂的地区作的而且这个干扰体又是在一个很小的深度上，那么将布格值看作是在一个平面上而得到的将显得是被歪曲了，或者我们得到的是假异常。

为了强调异常值的实测点的重要性，我们要考虑重力源的分布并要确定它们在两个不同面上的重力场的数值：一个是平滑面而另一个是任何形状的（地形表面）。

表Ⅰ说明考虑中的重力源的几何与物理特性。

表1　　干　扰　体　的　参　数

物　体	X 米	Y 米	Z* 米	L** 米	H*** 米	Δρ 克/厘米³
P_1	2400	—	+300	1000	—	+0.100
P_2	3400	—	+500	1000	—	+0.100
P_3	2000	—	−500	1000	—	+0.100
P_4	3000	—	−500	1000	—	+0.100
P_5	4000	—	−500	1000	—	+0.100
CF	3000	5200	+1500	—	1000	+0.100
CS_1	600	4000	+700	—	—	+0.100
CS_2	5600	4000	+700	—	—	+0.100
S	5600	1600	+1400	—	—	+0.056

* 被考虑的物体的上部的高度

** 棱柱的边

*** 有限垂直圆柱体的高度

图1内地形表面T(x，y，z)是以50米等距的水平等高线来表示的。我们选择具有密度差的几何体和地形表面都是自然界可能出现的实际情况。我们考虑一个侵入体沿南北方向上分布向地面伸出一系列岩枝。这个物体的上部可用五个水平的二维棱柱体来近似，它们形成一堆：三个在底部（P_3，P_4，P_5），二个在上面（P_1，P_2）。那些岩枝由两个垂直的半无限圆柱体（CS_1、CS_2）和一个有限垂直圆柱体（CF）代表。在这地区的东南我们放了一个球（S）它可以满意地近似一个岩盘，这个岩盘被一个很窄的其效果可忽略不计的通道所维持。

对于这种形态的重力源在图1的地形图上计算了200米间距方格网结点上的重力场和在+1850米高度的水平面P（x，y，z）上的重力场，也即是刚好在地形表面T（x，

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

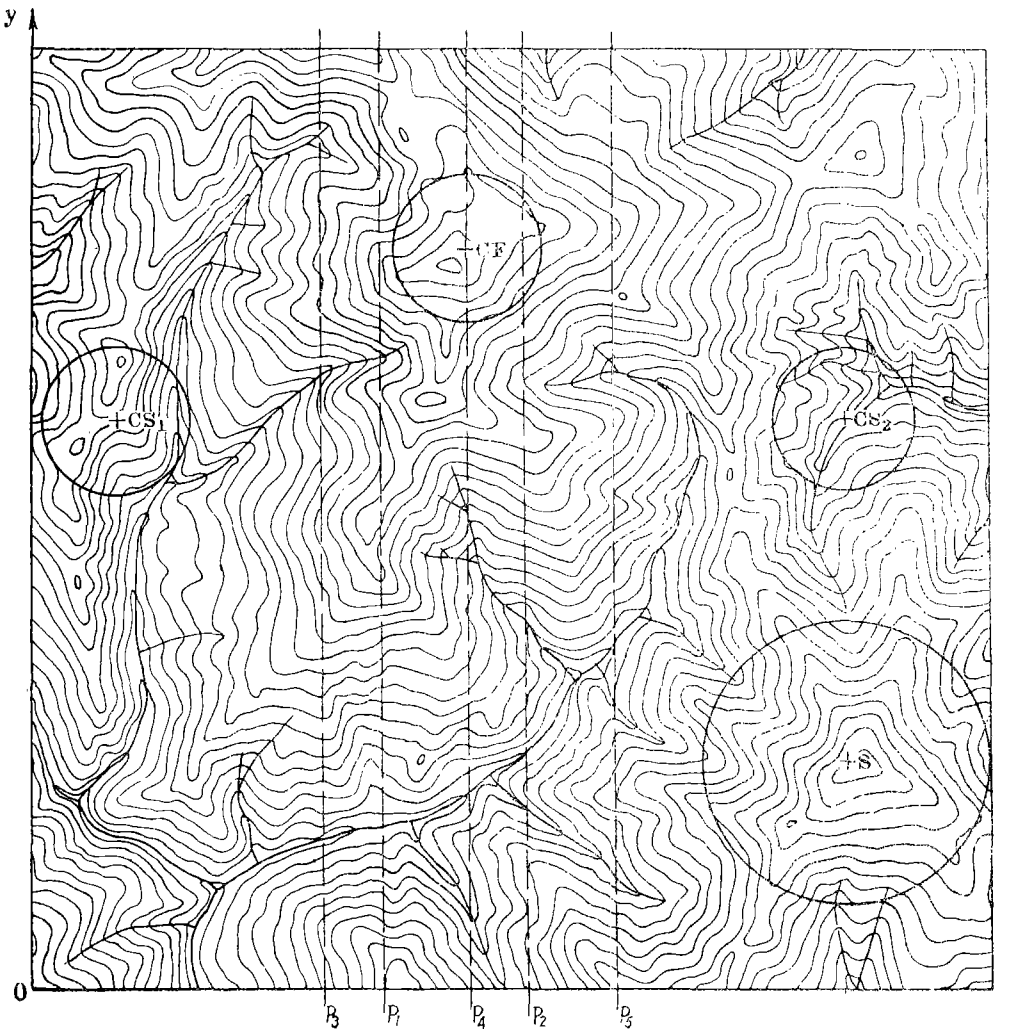

图 1　地形表面T（x，y，z）的地形图

y，z）所达到的最大高度的面上的重力场。这些结果表示在图 2 和图 3 内。

我们首先讲图 3，它代表在平面P（x，y，$\bar{z}$）上异常值的图，这是不存在关于解释的问题。

全区受侵入体的主要影响所控制沿着南北方向分布的。在这区域背景上重叠着别的影响。唯一能很好分出的是有限垂直圆柱体的影响。所有别的物体以正的异常趋势表示它们自己的存在，这种趋势或强或弱决定于它们的深度和大小。

就其他的图（图 2）来说情况就十分不同。它们的图景比我们上面讲的是大大地被扰乱，但作为主要因素留下的仍然是沿着南北方向扩展的区域极大。这张图非常有趣的地方是正异常在它的南部。这是这张图上最强的异常。但它不与任何三维干扰体相符合。对这张图的任何处理技术或对原始重力资料的变换都会指出在这地区内存在着很重要的三维干扰体。所以出现这个异常是因为在这个地区内存在一些深谷而使水平柱体和

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

计算点之间的距离非常小。另一些异常的畸变同样是由于各计算点与考虑中的重力源的不同位置引起的。

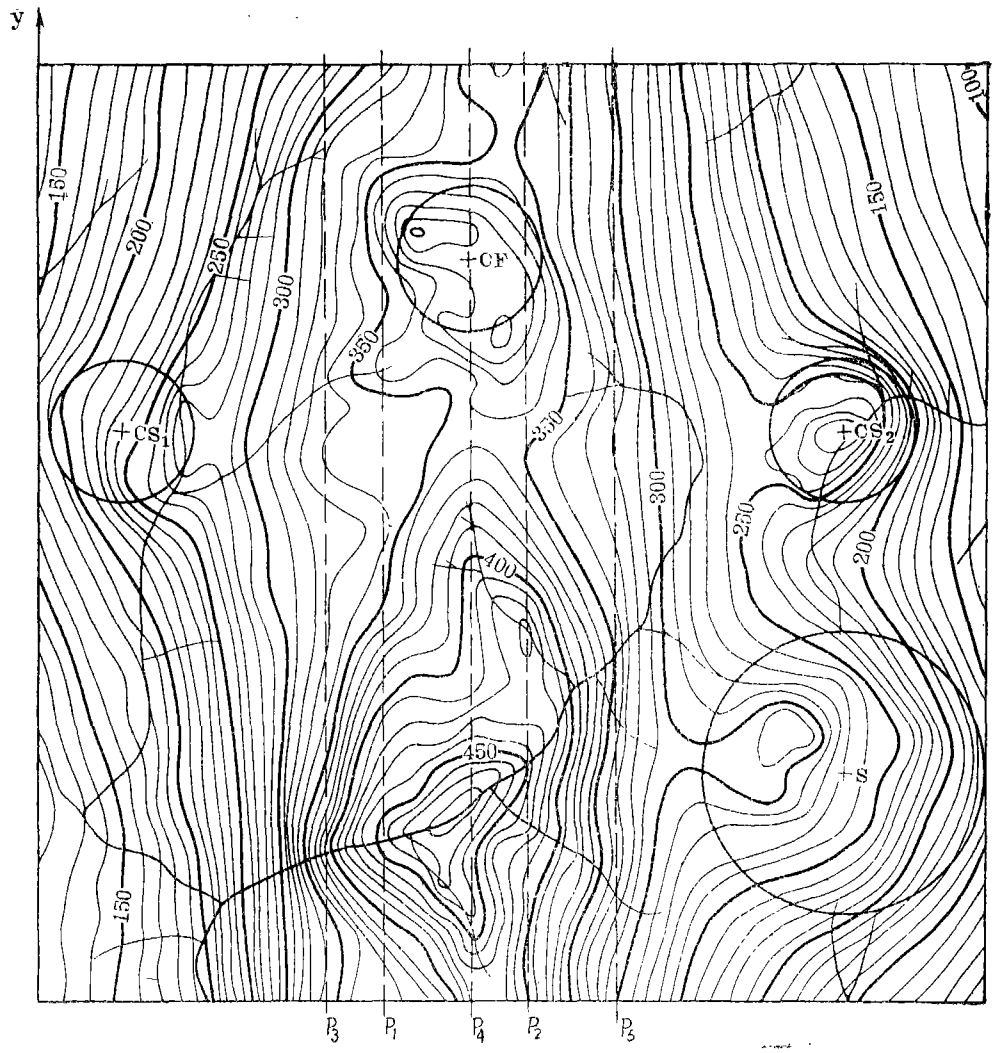

图 2　地形表面图上的重力异常图

这模型说明在一个复杂地形地区会出现多么错综的一张重力图。会出现大的干扰，特别是由二维体所决定的异常，在其背景上，在某种情况下会出现假的“三维”异常。为了避免这种干扰，就必须把布格异常值从地球的表面转换到一个水平面。这可以简化为狄利克里问题。

这问题的解法

让我们概括一下一个任意形状表面的狄利克里问题。根据格兰特[1]给出而由西伯格[4]复述的经典论证，我们写出在体积 v 内的两个连续函数 U 和 W，它们的一次和二

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

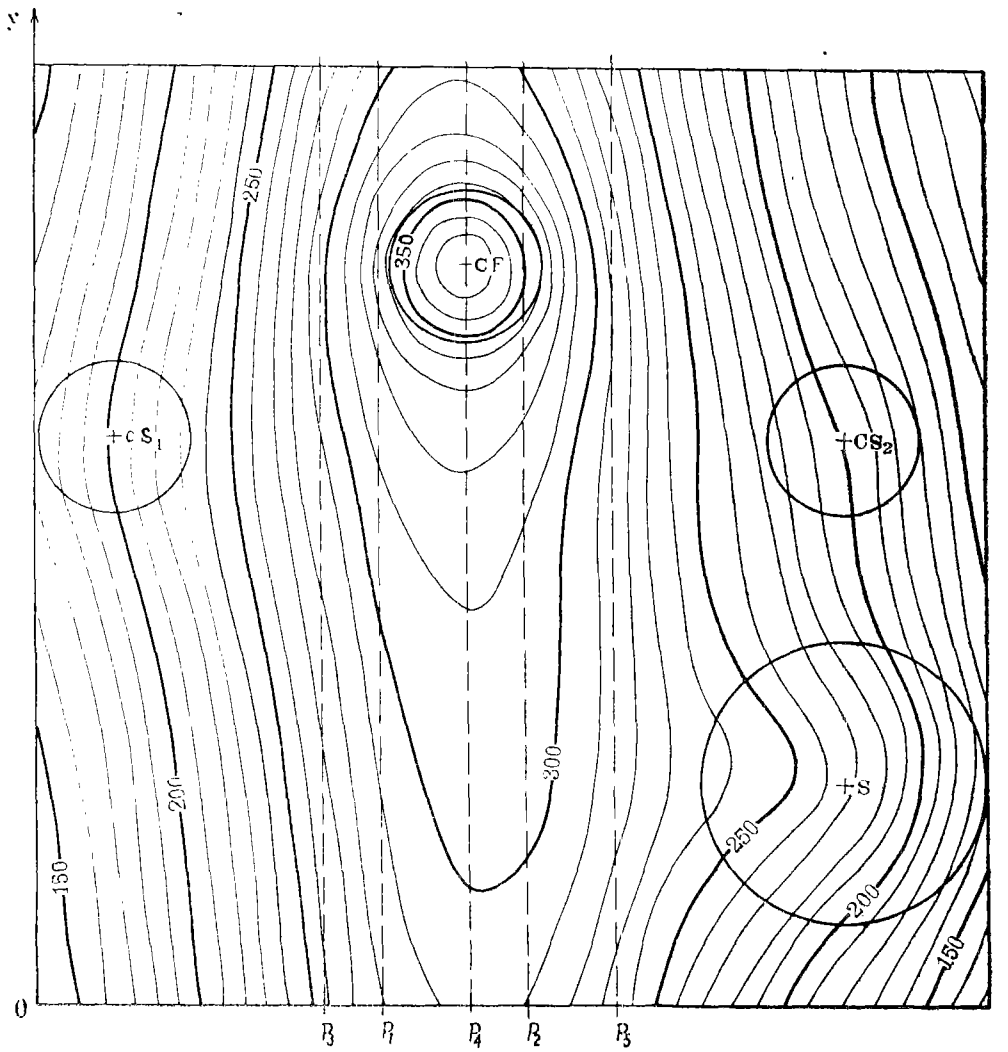

图3　在高度z＝1850米平面上的重力异常图

次导数连续并可积的格林理论：

$$\iiint_v (U\nabla^2 W - W\nabla^2 U)dv = \iint_s n\cdot(U\nabla W - W\nabla U)ds \qquad (2)$$

在关系式（2）内S表示密封体积v 的面， n 垂直于它。让我们考虑U是由体积 v内部质量给出的重力位以及：

$$W = \frac{1}{|r - r_0|} = \frac{1}{|R|} \qquad (3)$$

其中 r 是体积 v 外边 P点的位向量，r_0是 v 内Q点的位向量（图4 ）

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

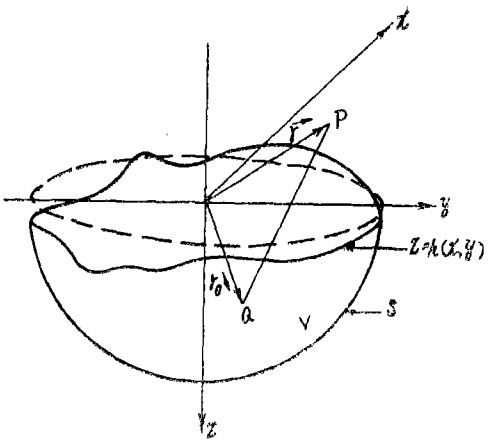

图4　狄利克里问题

对处于体积 v 外边的任意点 P 我们有：

$$U_P(r) = -G\iiint_v \frac{\rho(r_0)}{|r-r_0|}dv \qquad (4)$$

在这体积内有：

$$\nabla^2 U(r_0) = 4\pi G\rho(r_0) \qquad (5)$$

根据关系式（4）和（5）我们获得

$$U(r) = -\frac{1}{4\pi}\iiint \frac{\nabla^2 U(r_0)}{|r-r_0|}dv \qquad (6)$$

对于体积v外边一点 P，$\nabla^2 W = 0$，并根据关系式（6）和（2）我们可以得到

$$U(r) = \frac{1}{4\pi}\iint_s n\cdot\left(U\nabla\frac{1}{R} - \frac{1}{R}\nabla U\right)ds \qquad (7)$$

设我们假定质量占有由 S 面封闭的一有限体积且处在 $Z>h(x, y)$ 的半空间。

设我们确立 S 是一被面积 $Z=h(x, y)$ 闭合的非常大的半球形。于是表达式（7）的积分在 S 面上因全部成 R^{-3} 而消失，只剩下 $Z=h(x, y)$ 的表面积分，它变成为[4]：

$$U(r) = \frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\iint n\left(-U\nabla\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\nabla U\right)d\xi d\eta \qquad (8)$$

当 $Z<h(x, y)$ 时没有质量，因而 $\nabla^2 U = \nabla^2 W = 0$。在这种情况下假如表面S是在 $Z=h(x, y)$ 之上，表达式（2）成为（象上面叙述的变换以后）：

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$0 = -\frac{1}{4\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty} n\left(U\nabla\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\nabla U\right)d\xi d\eta \qquad (9)$$

由（8）和（9）式我们得到

$$U(r)=\frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{R}(n\cdot\nabla U)d\xi d\eta \qquad (10)$$

相对于Z导出重力位的导数：

$$g(r)=\frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty}\frac{n_z\cdot|z-\zeta|\cdot g[\xi,\eta,h(\xi,\eta)]}{R^3}d\xi d\eta \qquad (11)$$

关系式（11）表明狄利克里问题的解已被推广到具有任意形状的表面。这说明如果我们有了任一表面的重力场，我们就能估算有着相同的重力源分布时在别的表面特别在一平面上的重力场数值。

方法在一模型上的试验

关系式（11）表示一个二维褶积，其权函数为

$$R(x-\xi,y-\eta)=\frac{1}{2\pi}\frac{n_z|z-\zeta|}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+\zeta^2]^{3/2}} \qquad (12)$$

把富立哀变换应用到表达式（12），我们得到从一个面到另一个面的重力场延拓的滤波器变换函数。在计算中出现分量n_z，因为n是一个单位向量，n_z用下面的表达式计算：

$$n_z=\cos\left[\operatorname{arc\,tg}\sqrt{\left(\frac{\partial h(x,y)}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial h(x,y)}{\partial y}\right)^2}\right] \qquad (13)$$

我们曾将这个方法用到上面提出的模型上，以便将数据从某个面（图2）引到一个水平面（图3）。将图2内的数据用一个由关系式（12）表示的权函数进行滤波，就获得了图5的重力图。

比较图5和图3的重力异常图，我们可以注意到它们的强度和它们的形状都很相似。请注意图2上最强的异常（在重力异常图的南部）在新图内确实地消失了。这异常并不代表三维体的效应，它只不过是由于异常所用的点接近二维源所引起的。

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

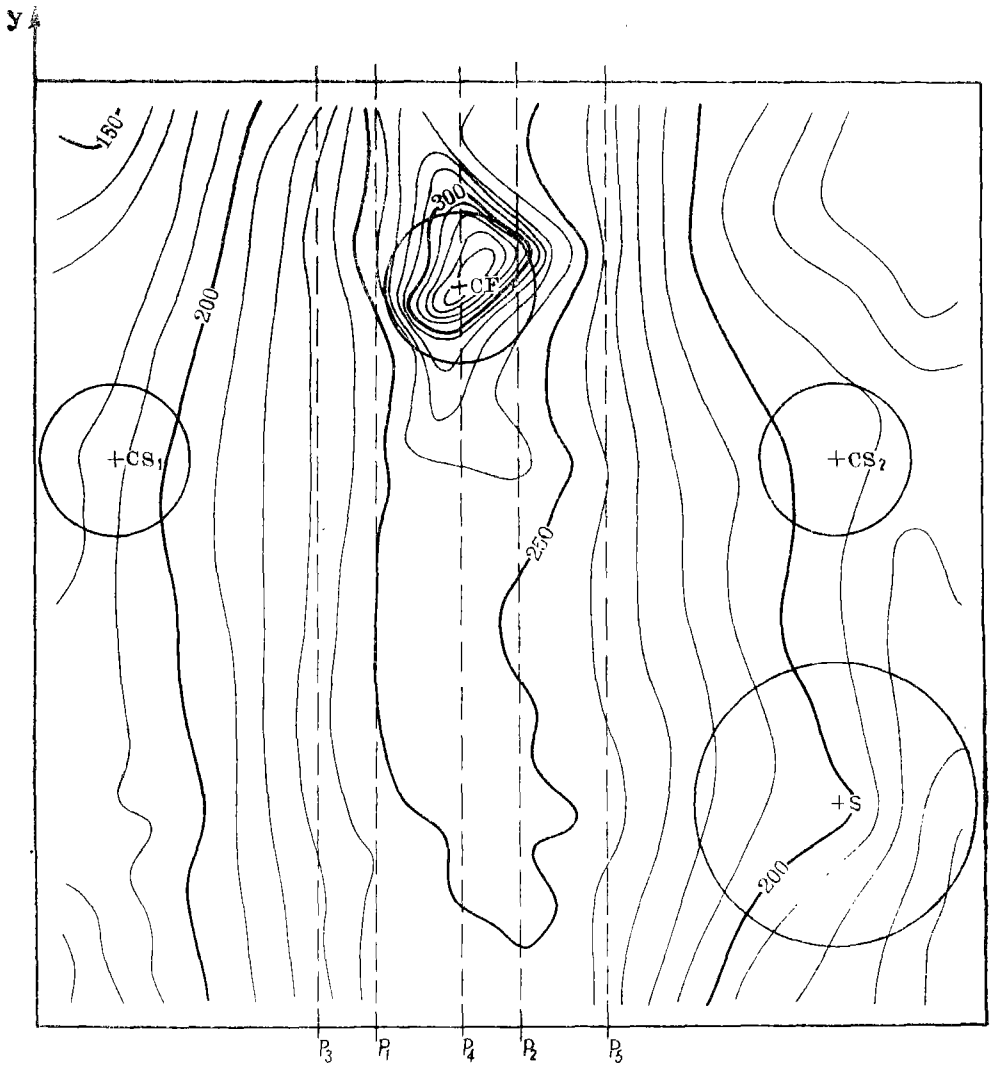

图5　高度Z＝1850米的重力异常图

结　　论

所提出的模型，其地质情况非常相似于自然界可能存在的情况，特别雄辨地证明布格异常所用的点有多么重要的意义。

布格异常表示所有地球内部不均匀性对位于它的物理表面上的测点处的重力效应。如同我们已看到的，地形影响完全不能被忽略掉。

本文内提出的延拓过程允许获得一张在一个平面内的重力场的异常图，一张已不含有测量处地表不均匀效应的图。于是我们能得出关于深部地质构造的正确结论。

这种处理和变换过程应用到这种重力图上会正确地指出许多重力源，并有相当的近似程度，它们会给出关于这些重力源的几何和物理性质的有价值的信息。

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

这“顶”处理重力图的精度，以及所有上面提到过的信息处理，都取决于网格的间距，在网角上的重力异常值是已知的，当然它们还决定于它们内在的质量。网格距愈小结果的精度愈高。从各种情况可以证实，它还决定于地形复杂的程度和原始重力图的形态。

参 考 文 献

〔1〕GRANT F. S., West G. F., 1965, Interpretation theory in applied geophysics. McGraw-Hill Book Co., New York.

〔2〕NAUDY H., NEUMANN R., 1965, Sur la définition de l'anomalie de Bouguer et ses conséquences pratiques, Geophysical Prespecting 13 I-II.

〔3〕RUSIANOV IU. G., 1970, The reduction of the gravimetric measurements of high accuracy by means of the numerical electronic computers, on the basis of the numerical. solution of Molodenski's integral equation (in Russian), doctors degree paper, The Institute for Earth Physics, Moscow.

〔4〕SYBERG F. J. R., 1972, Potential field continuation between general surfaces. Geopbysical Prospecting 20, 267-282.

汪虹文译自《Geophysical Prospecting》v. 23, No. 1, 1975

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net