文章编号: 1006- 9348(2010) 10- 0215- 03

数字分形图像分形维数计算

张怀亮, 孙栓辉, 刘舜尧
(中南大学机电工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 针对数字图像分形维数计算准确度较低问题, 为提高图像精确性, 消除噪声, 设计了基于图像处理和分形维数计算的一体化系统。对具有分形特征的数字图像进行了灰度转换、去噪、阈值分割和轮廓提取处理, 得到二值轮廓数字图像; 利用计盒维数算法, 统计一系列不同像素边长的正方形覆盖二值轮廓数字图像, 根据像素数量和正方形个数之间的关系, 确定数字图像的分形维数。结果表明, 对分形图像的处理简单、方便, 通过对 kochsnow曲线、Sierpinsk垫片等有规则分形图像分形维数的仿真计算, 验证了方法的准确性、可靠性和简便性, 能为数字图像分形维数的计算提供可靠工具。

关键词: 数字图像; 分形维数; 去噪; 程序
中图分类号: TP371. 4 文献标识码: B

Computation of Fractal Dimension of Digital Fractal Image

ZHANG Huai- Liang SUN Shuan- Hui LIU Shun- Yao
(College of Mechanical and Electrical Engineering Central South University, Changsha Hunan 410083, China)

ABSTRACT: To the lower accuracy problem of the fractal dimension calculation of the digital images, the integrated system was designed based on images processing and box counting. Binary digital images were obtained by grayscale transforming, denoising, dividing and picking up fractal images. Based on box- counting dimension arithmetic, the numbers of a series of square blocks whose length were different pixel quantities to cover the binary digital images were counted, and the fractal dimension of these images were calculated according to the relationship of the pixel quantities and the numbers of square blocks. The results showed that the processing of fractal images is simple and convenient, and verify its correctness, dependability and facility characteristic via calculation of fractal dimension of some well- regulated fractal images such as Kochsnow curve and Sierpinski gasketing, etc. The system can provide a reliable tool for the computation of fractal dimension of digital image.

KEYWORDS: Digital image; Fractal dimension; Denoising; Program

1 引言

分形理论研究的对象是自然界出现的不规则和不光滑的几何形体, 以及具有自相似性的系统[1], 它直接从非线性复杂系统自身入手, 从未简化和抽象的研究对象本身去认识其内在的规律, 将那些不能定量描述或者很难定量描述的复杂对象用一种较为简捷的定量方法描述出来。分形理论的主要价值在于它在极端有序和真正混沌之间提供了一种可能性, 它最显著的特征是: 本来看似十分复杂的事物, 事实上大多数均可用仅含很少参数的简单公式来描述。分形理论的引入为解决难以处理或表达不准的复杂问题提供了新的行之有效的方法。

分形理论目前已经在地学、医学、物理学、生物学、机械学等众多领域取得了广泛的应用, 主要通过定量确定分形维数来描述这些现象。分形维数的测量方法主要有面积—回转半径法、变换法、Sandbox法、圆规维数法、密度相关函数法、计盒维数法等, 其中计盒维数法是诸多方法中最为常用和实用的方法之一, 它能非常精确的确定不规则曲线的分形维数, 但对此方面的研究甚少。文献[2][3]指出, 目前这种方法的精确度主要建立在对大量图像计算的基础上, 而单独图像分形维数的计算误差较大 (有的甚至超过了 10%), 原因如下:

- 选择的数字图像分辨率大小不适中, 轮廓特征过于详细或模糊不清, 图像会随着放大或缩小而失真;
- 图像处理时, 不能很好地除噪, 导致阈值分割和轮廓提取时误差偏大;
- 网格覆盖时, 方格大小选择不当, 导致数据线性拟合

基金项目: 湖南科技计划项目 (2008WK3037)
收稿日期: 2009- 06- 28 修回日期: 2009- 09- 10

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

时误差过大。

因此, 对这几方面的探索研究, 有助于数字图像处理图像实现自动化和提高单独图像分形维数计算的精确度。基于以上问题, 本文对原始的数字图像进行了系列化的图像处理和去噪, 采用计盒维数法对处理后的数字图像进行了分形维数计算, 并利用已知分形维数的数字图像验证了此方法的正确性和可靠性。

2 数字图像处理

存储在计算机中数字图像, 按其颜色空间可分为 RGB (Red、Green、Blue)图像、HSV (Hue、Saturation、Value)图像、灰度图像及二值 (二进制)图像。原始的数字图像一般是以 RGB 为基础的色彩空间, 其值在计算机中通常以 M × N × 3 三维数组表示, 其中 M 和 N 表示图像的大小, 即长和宽的像素点, 每个像素点的图像值, 分别用 R、G、B 三种颜色值表示[4][5]。数字图像处理是分形维数研究的必要前提, 主要包括灰度化处理、直方图调整、平滑滤波、锐化处理、阈值分割及轮廓提取。数字图像的除噪主要是平滑滤波和锐化处理[6]-[9]。

平滑滤波处理采用非线性平滑滤波器, 此滤波器在衰减噪声的同时不会使图像的边界模糊。非线性平滑滤波器基本原理是把数字图像或数字序列中一点的值用该点的一个邻域中各点值的中值代替, 假设一组数组 $x_1, x_2, x_3, \cdots x_n$, 把 n 个数值按值的大小排列: $x_{i1} \leqslant x_{i2} \leqslant x_{i3} \leqslant \cdots \leqslant x_{in}$

$$y = Med\{x_1, x_2, x_3, \cdots x_n\} = \begin{cases} x_{i(\frac{n+1}{2})}, & n\text{为奇数} \\ \frac{1}{2}\left[x_{i(\frac{n}{2})} + x_{i(\frac{n}{2}+1)}\right], & n\text{为偶数} \end{cases} \quad (1)$$

y 称为序列 $x_1, x_2, x_3, \cdots x_n$ 的中值。设输入序列为 $\{x_p, p \in I\}$, I 为自然数集合或子集, $\{x_{ij}, (i, j) \in I^2\}$ 表示数字图像各点的灰度值, 则滤波窗口为 A 的二维非线性平滑滤波器可定义为:

$$y_{ij} = Med_A\{x_{ij}\} = Med\{x_{i+r, j+s}, (r, s) \in A, (i, j) \in I^2\} \quad (2)$$

通过以上处理即可实现数字图像的非线性平滑滤波处理。

数字图像锐化的目的是为了突出图像的边缘信息, 加强图像的轮廓特征, 从增强的目的来讲, 锐化是与平滑相反的一类处理。梯度模算子具有方向同性和位移不变性, 当施加到一副图像时, 可以增强灰度变换的幅度, 因此采用梯度模算子作为图像的锐化算子。对于离散函数 $f(i, j)$, 利用差分法代替微分, 一阶差分法定义为:

$$\Delta_x f(i, j) = f(i, j) - f(i-1, j) \quad (3)$$

$$\Delta_y f(i, j) = f(i, j) - f(i-1, j) \quad (4)$$

因此, 梯度定义为:

$$|G| = [\Delta_x f(i, j)^2 - \Delta_y f(i, j)^2]^{1/2} \quad (5)$$

3 计盒维数计算方法

维数是几何对象的一个重要特征量, 是为了确定几何对象中的一个点的地址所需的独立坐标的数目, 欧氏几何中的维数 (d) 都是整数, 如果将其进一步推广就可以得到分形维数, 两者的关系可表示为

$$N = l^d \quad (6)$$

其中 l 为变换倍数, 可以看作函数中的自变量, N 是得到的自变量函数, 即 $N = f(l)$。常用的函数关系有线性关系、指数关系和幂指数关系, 分别对应

$$N \sim cl + d \quad (7)$$

$$N = c^l \quad (8)$$

$$N = l^c \quad (9)$$

式中 c, d 皆为常数, 与分形维数定义有关的函数关系是幂指数关系, 简称幂律 (power law)。对于分形表面, 其轮廓线的测度与测量尺度之间具有幂律关系, 一般用双对数坐标系。

分形维数的描述取决于研究对象的特征以及研究目的, 由于存在于自然界中的物理分形特征往往表现出某种随机性和尺度性, 因此分形维数也有不同的定义方式。在数学上的分形是指其 Hausdorff 维数 D_H 严格大于其拓扑维数 D_T 的集合 F, 即:

$$F = \{D: D_H > D_T\} \quad (10)$$

相应的, 称 D_H 为 F 的分形维数。在一般情况下, 确定分形 F 的 Hausdorff 维数 D_H 是比较复杂的, 这就制约了它在实际问题中的应用。

分形维数是分形的一个主要参数, 分形维数的计算方法有多种, 本文采用的是应用最为广泛的计盒维数法 (Box-counting method), 也称为网格覆盖法 (Grid-covering method)[10]-[13]。设 F 是 R^n 上任意的非空有界集合, $N_\delta(F)$ 是直径最大为 δ 可以覆盖 F 的最少个数, 定义 F 的上、下计盒维数为:

$$\underline{Dim}_B F = \lim_{\delta \to 0} \frac{\log N_\delta(F)}{-\log \delta} \quad (11)$$

$$\overline{Dim}_B F = \overline{\lim_{\delta \to 0}} \frac{\log N_\delta(F)}{-\log \delta} \quad (12)$$

如果这两个值相等, 则称这两个值为 F 的计盒维数[14][15], 即

$$Dim_B F = \lim_{\delta \to 0} \frac{\log N_\delta(F)}{-\log \delta} \quad (13)$$

经 MATLAB 处理后的图像是 $M \times N$ 数据矩阵, 首先将此矩阵划分为边长为 δ (最小为一个像素) 的盒子, 计算出整个矩阵中曲线所占据的盒子数 $N(\delta)$; 然后改变盒子边长为 δ^2, δ^3, δ^4, …, 取出相应的曲线所占盒子数 $N(\delta)$; 计算完后将一系列的盒子数 $N(\delta)$ 与盒子边长 δ 数据取对数, 并绘制在 $\ln\delta \sim \ln N(\delta)$ 坐标系中; 利用最小二乘法对这些点进行线性拟合, 所得直线斜率的绝对值即为图像的分形维数[16], 程序流程如图 1所示。

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

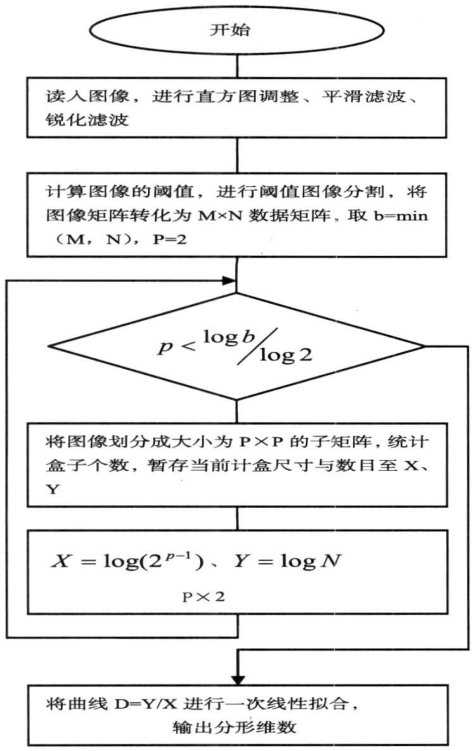


图 1 计盒维数算法流程

4 程序设计计算

根据 MATLAB图像处理功能和计盒维数的计算方法,编写了基于 GUI(Graphical User Interface)的图像处理与维数计算的一体化系统 (如图 2),便于操作和人机交换。图中是计算 Sierpinski三角形垫片维数的过程,阈值滚动条主要作用是在计算出图像阈值的基础上,根据具体需要再通过调节阈值来进行图像的分割,其他图像处理和维数计算只需通过界面按钮一次完成。

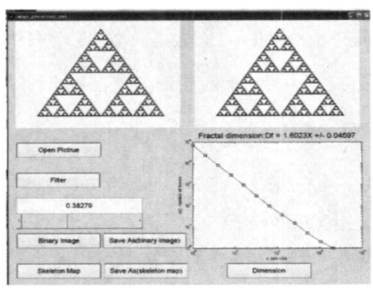


图 2 图像处理及分形维数计算界面

5 结果验证

为了验证该方法的正确性,计算了其他几种已知分形维数的图像 (表 1),从结果可知,本文使用的方法具有较高的精度和简单快捷的优点,因此该方法具有较大的优势,可简便实现。

表 1 已知分形维数图像计算检验结果

分形图像	图像大小	理论维数	本文维数	相对误差
	1281 ×920	1	0.9722	2.77%
	561 ×420	1	1.0231	2.31%
	561 ×420	1	0.9991	0.09%
	1281 ×920	1.2618	1.2803	1.47%
	1281 ×920	1.585	1.6023	1.09%
	1281 ×920	1.8928	1.9312	2.02%
	1281 ×920	2	1.9678	1.61%

在方法计算与程序设计的过程中,微小误差主要由以下原因引起:

1) 图像分割过程中,阈值的不同选择会引起二值图像面积不同,能引起一定的误差,需要根据实际需要选择。

2) 图像在提取轮廓之需要进行一定的膨胀处理,防止图像放大倍数稍大时,图像的轮廓细节更多、更清晰而引起误差。

3)用盒子划分图像时,不一定正好将图像完全覆盖,会有一定的误差。

4) 曲线拟合时计算机由于取点的不同会引起微小误差,因此盒子数 N(δ)取组要适中 (一般为 10~ 12组),过多只会增加计算量和计算时间,并不能提高准确度。

6 结论

本文主要研究了利用 MATLAB 平台对数字图像进行处理、分割及分形维数的计算,并通过已知分形维数的图像验证了此方法正确性。结论如下:

1) 利用非线性平滑滤波处理和锐化处理对数字图像进行了去噪,使得数字图像在去除噪声的同时边缘信息更加突出,便于分割和轮廓提取。

2) 计算机自动计算出图像的阈值,在此基础上根据实际需要进行人为调整,可实现人机结合,便于操作和人机互换。

3) 通过 kochsnow曲线、Sierpinski垫片等已知的有规则分形图像对此方法进行验证, (下转第 254页)

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

参考文献:

[1] S H Landis, et al. Cancer statistics[J]. Cancer, 1999, 49: 8-31.

[2] M L Anderson, et al. Accuracy of assessment of the extent of the examination by experienced colonoscopists[J]. Gastrointestinal Endoscopy, 1992, 38: 560-563.

[3] 彭延军, 王元红, 石教英. 虚拟内窥镜关键技术研究[J]. 计算机应用研究, 2005, 5: 37-38.

[4] Y Zhou and A W Toga. Efficient skeletonization of volumetric objects[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 1999, 5(3): 196-209.

[5] L Hong, S Muraki, A Kaufman, D Bartz and T He. Virtual Voyage: Interactive Navigation in the Human Colon[C]. Proc. ACM SIGGRAPH, 1997. 27-34.

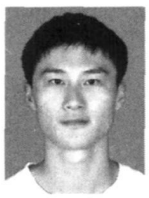
[6] Delphine Nain, Steven Haker, Ron Kikinis. An Interactive Virtual Endoscopy Tool[J]. Med. Image Comput. Assist. Interv., 2001. 2-6.

[7] M. Sabry Hassouna, A. A. Farag and Robert Falk. Differential Fly-Throughs (DFT): A General Framework for Computing Flight Paths[C]. Proc. of International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI). Palm Springs, California, 2005. 654-661.

[8] L Hong, S Muraki, A Kaufmann, D Bartz and T He. Virtual voyage: Interactive navigation in the human colon[C]. Proc. of ACM Siggraph, 1997. 27-34.

[9] Arjan J. F. Kok, Robert Van Liere. A multimodal virtual reality interface for 3D interaction with VTK[J]. Knowledge and Information Systems, 2007, 13: 197-219.

[10] M. Sabry Hassouna, A. A. Farag and Robert Falk. Virtual Fly-Over: A New Visualization Technique For Virtual Colonoscopy[C]. Proc. of International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI' 06). Copenhagen, Denmark, October 1-6, 2006. 381-388.



[作者简介]

戴振晖(1984-),男(汉族),山东烟台人,硕士研究生,主要研究领域为三维可视化,虚拟现实。

张 煜(1975-),男(汉族),广东广州人,副教授,硕士研究生导师,主要研究领域为医学图像处理。

江贵平(1971-),男(汉族),广东广州人,硕士研究生导师,主要研究领域为三维可视化,机器智能。

邹水中(1976-),男(汉族),广东广州人,硕士研究生,主要研究领域为三维可视化。

(上接第 217页)

结果表明此方法准确、简捷,能为数字图像的分形维数计算提供可靠的工具。

参考文献:

[1] 祝文化,李建雄,张明中. 混凝土损伤裂纹的二维数字图像盒维数算法[J]. 武汉理工大学学报, 2008, 6(30): 60-62.

[2] M Bigerelle, A Iost. A new method to calculate the fractal dimension of an interface application to a Monte Carlo diffusion process [J]. Computational Material Science, 2002, 24: 122-127.

[3] 丰德军, 文志英, 吴军. 计盒维数的若干注记[J]. 自然科学进展, 1999, 3(9): 216-221.

[4] T R Thomas, B G Rosen, N Amini. Fractal characterization of the anisotropy of rough surfaces[J]. Wear, 1999, 232: 41-50.

[5] 冯志刚,周宏伟. 图像的分形维数计算方法及其应用[J]. 江苏理工大学学报(自然科学版), 2001, 22(6): 92-95.

[6] 张涛,孙林, 黄爱民. 图像分形维数的差分盒方法的改进研究[J]. 电光与控制, 2007, 5(14): 55-57.

[7] LI Dong-Hong, LI Qun-hong. The fractal structure of attractor for complex Ginzburg-Landau equation in three-dimensions [J]. Journal of Guangxi University, 2003, 3(28): 218-224.

[8] 马谨,陈立潮,张永梅. 轮廓跟踪与边沿检测的图像自动识别[J]. 中北大学学报(自然科学版), 2006, 5(14): 40-42.

[9] 谢瑞东, 谢和平, 鞠杨. 二维数字图像分形维数的计算方法[J]. 中国矿业大学报, 2004, 1(33): 19-24.

[10] 王海英,郭志芬. 一种复杂图像目标的分割与识别[J]. 北京理工大学报, 2000, 2(22): 224-228.

[11] 杨树林, 陈雁秋. 基于图像表征特征的轮廓线提取的研究[J]. 计算机应用与软件, 2008, 7(25): 230-232.

[12] E Charkaluk, M Bigerelle, A Iost. Fractals and fracture[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1998. 119-135.

[13] A Saied Effat. Anomalous Diffusion on Fractal Objects: Additional Analytic Solutions[J]. Chaos, Solition & Fractals, 2000, 11(9): 15-26.

[14] Richard L Bowman. Fractal metamorphosis: A brief student tutorial[J]. Graphics, 1995, 19(1): 157-165.

[15] H E Castwright Julyan. Newton Maps: Fractal from Newton's method for the Circle map[J]. Compute & Gaphics, 1999, 23(4): 608-613.

[16] 肖立国, 钟诚. 一种改进的图像分形压缩算法及其复杂性分析[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2002, 4(27): 330-333.



[作者简介]

张怀亮(1964-),男(汉族),湖南永州人,教授,硕士研究生导师,主要研究领域为摩擦学与故障诊断。

孙栓辉(1984-),男(汉族),陕西延安人,硕士研究生,主要研究领域为机械设计及理论。

刘舜尧(1950-),男(汉族),湖南宁乡人,教授,硕士研究生导师,主要研究领域为机械设计及制造。

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net