重力勘探校正方法的改进

A. B. Сорокин

由中间层密度与实际情况偏离所造成的布格异常畸变，使重力资料的应用受到很大的限制，在山区这种限制尤为明显。为此，布格改正的应用限制在相对高差为50-100米的范围之内。地形变化并非导致布格异常畸变的唯一原因。另一个原因是布格改正时中间层为无限大平面，而实际计算地形改正的区域是有限的，地球亦为球面。因此，中间层改正方法引起了许多研究者的关注。

中间层改正指的是消除海平面和观测点之间的物质层对观测重力值的影响。该物质层近似地位于两平行平面之间，上界面是通过观测点的水平面，下界面是球体的切平面(图1中的КГПС面和ПГПС面)。该层各个方向分布将为无穷远，它的重力值按无穷水平层或无穷大半径圆柱体公式计算：

$$\delta g_{пс} = 2\pi G\sigma H \qquad (1)$$

式中：G是万有引力常量；б是中间层密度；H是测点高程或中间层厚度。

实际上，考虑到地球是球体，随着离测点距离 r 增大，引力质量对过测点处大地水准面的切平面以下列数值下降：

$$\Delta h = \frac{r^2}{2R} \qquad (2)$$

式中：R是地球的半径。该公式在 $r \leqslant 400$ 公里范围内是正确的。如果 h_m 是测区最大绝对高程，在半径为 $r_{пр}$ 的垂直园柱表面的范围之外，在中间层平行平面的底面(图1中的ПГПС平面)之上的质量不复存在。$r_{пр}$ 按(2)式计算：

$$r_{пр} = \sqrt{2Rh_m} \qquad (3)$$

式(1)中并未考虑到这一情况，即随着中间平行层厚度变化，由上述虚构园柱面外质量引起的重力效应将逐点变化。为了消除虚构质量变化的影响，中间层平行平面改正应按垂直园柱引力公式的有限半径进行改正：

$$\delta g_{ц} = 2\pi G\sigma(r_{пр} + H - \sqrt{r_{пр}^2 + H^2}) \qquad (4)$$

将上式以 H/r 为幂展成级数，取级数前两项得：

$$\delta g_{пс} = 2\pi G\sigma H(1 - \frac{H}{2r_{пр}}) \qquad (5)$$

按照上式计算的校正值与精确值之比不大于0.1%，该式与(1)式的差值为：

$$\delta g_{ост} = \pi G\sigma \frac{H^2}{r_{пр}} \qquad (6)$$

在山区地形用上式计算时，使用的单位应乘以 10^{-5} 米/秒^2。

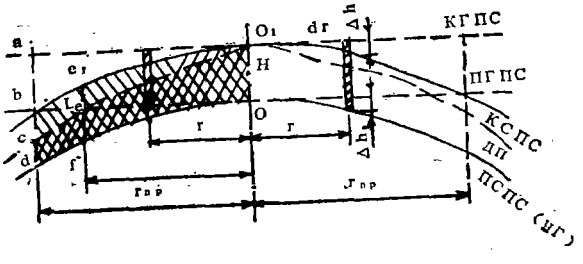


图1 地面和中间层以平面和球面表示(径向剖面)的关系：

КГПС和ПГПС——平行水平中间层的顶、底面；КСПС和ПСПС(УГ)——球形中间层的顶、底面(大地水准面)；ДП——地面；H——测点绝对高度；Δh——大地水准面与水平面在距离r处高差；dr——半径为r的园柱体厚度。

用平行平面中间层的公式(1)和(5)式计算改正值时，并没有考虑到切平面(ПГПС)以下obd范围内(图1)的质量变化影响。为计算obd区域质量在o_1点产生的重力，导出了柱高为H，内外径分别为 r_1 和 r_2 的直立园柱管的重力计算公式：

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.ne

$$\Delta g=2\pi G\sigma(r_2-r_1+\sqrt{r_1^2+H^2}-\sqrt{r_2^2+H^2}) \quad (7)$$

将上式中根式按二项式展开，取展开式前两项得：

$$\Delta g=\pi G\sigma H^2\left(\frac{\Delta r}{r_2 r_1}\right) \quad (8)$$

式中$\Delta r=r_2-r_1$。对于厚度为dr的圆柱管，引力的微分为：

$$d\Delta g=\pi G\sigma H^2\frac{dr}{r^2} \quad (9)$$

同理，对obd区域质量产生的引力微分：

$$d\delta g(obd)=\pi G\sigma\frac{dr}{r^2}[(H+\Delta h)^2-H^2] \quad (10)$$

$$=\pi G\sigma\frac{dr}{r^2}(\Delta h^2+2H\Delta h)。$$

用(2)式变换(10)式得：

$$d\delta g(o_1ad)=\frac{\pi G\sigma}{R}\left(\frac{r^2}{4R}+H\right)dr。 \quad (11)$$

将上式对半径从o积分到r，得obd区域内质量产生的场强：

$$\delta g(odb)=\pi G\sigma\frac{r}{R}\left(\frac{r^3}{12R}+H\right) \quad (12)$$

在(5)式表示的重力效应中，包含了o_1ab域质量产生的引力，该引力在o_1点的微分，仿照(9)式和(10)式有：

$$d\delta g(o_1ab)=\pi G\sigma\frac{r^2}{4R^2}dr \quad (13)$$

对半径从o到r进行积分后，引力为：

$$\delta g(o_1ab)=\pi G\sigma\frac{r^3}{12R^2} \quad (14)$$

基于上面分析，位于海平面和观测面之间质量的引力改正，可按将(5)、(12)和(14)式相加的公式进引计算，它是半径为r的球层或球扇形层(图1)的引力：

$$\delta g_c(o_1bdo)=\delta g(o_1abo)+\delta g(obd)-\delta g(o_1ab)$$

$$=2\pi G\sigma H\left(1-\frac{H}{2r}+\frac{r}{2R}\right) \quad (15)$$

公式(15)只适用于r≤400公里范围。计算球面扇形引力的精确公式相当繁杂，为此以它为基础导出了近似计算的经验公式：

$$\delta g_{cc}=2\pi GH(1-\frac{H}{2l}+\frac{l}{2R}-\frac{H}{R-l}) \quad (16)$$

式中该区域的半径用从测点到球面扇形边界的弧长l来代替，如果考虑到该弧长在数值上近似于扇形半径，则(16)式较(15)式只多了$\left(\frac{H}{R-l}\right)$这一项，它与$\frac{H}{l}$和$\frac{l}{R}$相比较为二阶小量。如果略去二阶小量，精确式与用其它方法求得的(15)式实际上没有区别。表1列出了球面扇形引力与平行平面层引力间的比值，表1中的数据与相应精确数据的差别不大于0.001。差值偏大系由数学上存在(16)式中带负号的第四项$\frac{H}{R-l}$所致。该差值从物理意义上可得到解释，即球面扇形用圆锥面围成，而(15)式用圆柱面围成。在用计算机进行地形校正时，该方法可减少程序嵌套。园柱面半径和以球面扇形为顶和底面的园锥面连接处的距离的偏差值为：当H=3000米、r=200公里时，为50米；当r=300公里时，为70米；相应于引力不大于0.002和0.0025×10^{-5}米/秒^2。

表 1

H，公里	r，公里			
	100	200	300	500
1	1,0028	1,0132	1,0219	1,0382
2	0,9978	1,0107	1,0202	1,0372
3	0,9928	1,0082	1,0185	1,0362
4	0,9828	1,0031	1,0152	1,342

用球面扇形和平行平面为中间层作改正层的异常差值如表2所示。其中取密度为2.67

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.ne

表 2

H，公里	r，公里				
	50	100	200	300	500
0,5	−0,06	0,30	0,81	1,27	2,17
1	−0,68	0,22	1,48	2,44	4,28
2	—	−0,48	2,39	4,51	8,33
3	—	−2,40	2,75	6,21	12,16
5	—	−9,59	1,79	8,48	19,15

克/厘米^3，单位采用10^{-5}米/秒^2。由表可见不同测点的高程不同将导致异常增量不同，在进行大比例尺重力测量时可以忽略，当距离超过40-50公里时，球面对重力异常的影响开始表现出来。为在布加改正中考虑地球球面影响，应引入下式改正：

$$\delta g_c=\delta g(o_1abo)+\delta g(obd)$$
$$=\pi G\sigma H\left(2-\frac{H}{r}+\frac{r}{R}+\frac{r^3}{12R^2H}\right) \quad (17)$$

考虑到地球为球面的好处，还可作如下说明：地球表面正常重力值是对海平面(即大地椭球面)进行计算的。将正常重力值换算到观测点时同样应予以考虑：

$$\gamma_h=\gamma_o-\delta g_h-\delta g_{pc} \quad (18)$$

式中：γ_h和γ_o为分别在测点处和海平面上的正常重力值；δg_{pc}是在测点平面上相对于球层顶面进行的地形校正。由于上述地形改正方法改至平行平面层顶面的质量，考虑到地球的球面性质，法依异常最好变成另一种形式，其中消去o_1ab域质量的引力(14)：

$$\triangle g_{\Phi c}=g_{II}+\gamma_o+\delta g_h+\delta g_p-\delta g(o_1ab) \quad (19)$$

此时也可以说，已将法依异常由测点平面移向球面，所得异常也叫做法依球面改正异常。Грааф-Хантр异常被改正到平均高程球面上，它的球面改正是由(15)式确定的球层的引力，(15)式中的H应当以该半径上的平均值$\overline{Hr}$代替。Грааф−Хантер球面异常Δg_{pc}由球面布加异常和球面Грааф-Хантер校正$\delta g_c(\overline{Hr})$组成：

$$\Delta g_{pc}=\Delta g_{6c}+\delta g_c(\overline{Hr}) \quad (20)$$

一般情况下，在球面上进行各种改正，更具有理论上的依据，在其它条件相同时，将会增加异常的地质信息。但是在高度为100米情况下，当地形影响的计算在不大的半径上进行，而地球曲率变化也不明显，这时在平面上进行改正也无损于精度要求。

最重要的问题是选择计算地形影响的半径。最理想的半径值应无损于精度，而用于计算机地形改正的数据准备及计算量应减至最少。作为最佳半径的准则是：位于区域界限之外的地形质量(外质量)的畸变影响不应超过允许误差。

用(5)式进行水平中间层改正时，区域半径由(3)式确定，以此改正半径r_{np}所作的改正值有足够的精度。现今重力测量所允许的测量精度为$0.03-0.05\times10^{-5}$米/秒^2，而且当精度要求(误差)给定后，改正半径也可以稍为减少。

为了确定最佳半径r_{on}，我们来看这样情况：设地面平行于海平面，中间层厚度具有区域最大值hm，将r_{np}减到r_{on}在ПГПС面以上剩余质量(图1中的bee_1域)的作用，并不能完全补偿地形改正。我们来计算该质量随测点高度变化对重力异常的影响，它的最大值用最大高度上的测点重力差表示(即o和h_m高度上的测点见图1，点o和o_1。

根据(2)式，在o点上的引力微分为：

$$d\delta g_0=\pi G\sigma\left(h_m-\frac{r^2}{2R}\right)^2\frac{dr}{r^2} \quad (21)$$

对o_1点为：

$$d\delta go_1=\pi G\sigma\left(h^2{}_m-\frac{r^4}{4R^2}\right)\frac{dr}{r^2}$$

用引力反号计算其微分差：

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.ne

$$d\Delta = d\delta g_{c1} - d\delta g_0 = \pi G\sigma h_m\left(\frac{2h_m}{r^2} - \frac{1}{R}\right)dr \qquad (22)$$

两点的引力差：

$$\Delta = \pi G\sigma h_m \int_{r_{on}}^{r_{np}} \left(\frac{2h_m}{r^2} - \frac{1}{R}\right)dr$$

$$= \pi G\sigma h_m \left(2hm\frac{r_{np} - r_{on}}{r_{np}\cdot r_{on}} - \frac{r_{np} - r_{on}}{R}\right) \qquad (23)$$

最后可得：

$$\Delta = \pi G\sigma \frac{h_m}{Rr_{on}}(r_{np}^2 - 2r_{np}r_{op} + r_{on}^2) \qquad (24)$$

地面平行于海平面时对重力勘探无意义，因为中间层密度为常量时，不需要进行地形改正。在复杂地面特征时，一般情况下测点附近 bee_1 范围内的质量分布并不均匀，这时需要计算 $\pi r\pi c$ 平面以上剩余质量在平面上的视角，并且：

$$\Delta = \pi G\sigma \frac{h_m}{r_{on}R}\frac{\theta}{360}(r_{np}^2 - 2r_{np}r_{on} + r_{on}^2) \qquad (25)$$

将(25)式变为 r_{on} 的二次方程得：

$$r_{on}^2 - \left(2r_{np} + \frac{\Delta R\,360}{\pi G\sigma\theta h_m}\right)r_{on} + + r_{np}^2 = 0 \qquad (26)$$

用2A表示 r_{on} 一次项前的系数，得二次方程的解：

$$r_{on} = A - \sqrt{A^2 - r_{np}^2} \qquad (27)$$

例如，$h_m = 1000$ 米、$r_{np} = 113$ 公里、$\sigma = 2.67$ 克/厘米^3、$\theta = 180°$ 和 $\Delta = 0.05\times 10^{-5}$ 米/秒^2（倾角为 $27° - \frac{d\Delta}{dx} = 0.0025\times 10^{-8}$/秒^2，$r_{on} = 80$ 公里）。实际工作步骤如下：首先根据工作地区和附近最大高程确定 r_{np}，然后将它与测区最远边的距离进行比较。如果该距离大于 r_{np}，则其新的数值根据待求半径 r_{np} 附近的最高点求得。实际上述作法只需进行1-2次。

当进行上述球面改正时，地球和中间层改正的区域半径选择可由球扇形的重力水平梯度进行计算，即将(15)式对r求导：

$$\frac{\partial\delta g_c}{\partial r} = \pi G\sigma H\left(\frac{H}{r^2} + \frac{1}{R}\right) \qquad (28)$$

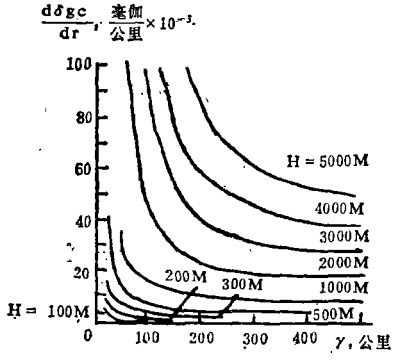


图2、球扇形引力水平梯度图：
H-高度；ΠH-球层厚度。

图2列出了上述曲线的变化。当r增加时，梯度值很快地接近常量。对于该高程，可依据曲线陡变地段直接选取最佳半径。例如：H＝500米，则 r_{on}＝80 公里；H ＝100米，则 r_{on}＝130公里等等。

外部地形质量的影响，可根据其引力分量的变化进行估算。而且必须注意以下两个因素：1)重力效应由高出平均高度的测点高度确定；2)平均高度应接近于大区域范围内地形的平均高程，并且在数百米范围内无明显变化。在中山区可达500米，在高山区可达1000米。外地形质量的平均高度 $\overline{H}e$ 可事先用小比例尺图手算，也可在工作过程中用电算。例如，对于在宽为5-10公里的环中（由 r_{on} 至 $r_{on}-\Delta r$），地形质量高度越大，越不需要很高的精度。

半径为 r_1 和 r_2、高为h的环柱体，其底面为球层（球环）的顶底面，它的重力等于两个半径和高度（厚度）相同，与(15)式相同的球底面的园柱体重力之差：

$$\delta g_{cu} = \delta g_{cu}(r_2) - \delta g_{cu_1}(r_1)$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.ne

$$=\pi G\sigma h\Delta r\left(\frac{h}{r_1 r_2}+\frac{1}{R}\right) \quad (29)$$

式中：$\Delta r=r_2-r_1$。由于我们感兴趣的是厚度$\bar{H}e$恒定的外地形质量与高度(测点高程-h)有关的变化影响，我们来求当厚为$\bar{H}e$在$h\geqslant\bar{H}e$时的球环的引力。它等于厚度为h和$\bar{H}e$的球环的重力差：

$$\delta g_{c\kappa}=\delta g_{c\kappa}(h)-\delta g_{c\kappa}(h-\bar{H}e)$$
$$=\pi G\sigma\Delta r\bar{H}e\left(\frac{1}{R}+\frac{2h-\bar{H}e}{r_1 r_2}\right) \quad (30)$$

在观测点，这种球环的重力垂直梯度具有如下形式：

$$\frac{dg_{c\kappa}(\bar{H}e)}{dh}=2\pi G\sigma\bar{H}e\frac{\Delta r}{r_1 r_2}$$
$$\equiv\Delta_e \quad (31)$$

该梯度以二阶小量的精度为常量，在$r\gg h\geqslant\bar{H}e$条件下，在对精确公式(7)进行级数分解时，可以略去不计。在$r_1=200$公里和$r_2=500$公里，$\sigma=2.67$克/厘米^3，$\bar{H}e=500$米时，其值为0.15×10^{-8}/秒^2；当$\bar{H}e=1000$米时，其值为0.3×10^{-8}/秒^2。离测点500公里以外地形物质的影响极小(在$\bar{H}e=500$米时的500-600公里的园环，$\Delta_e<0.02\times10^{-8}$/秒^2)，在保持重力测量精度的前提下，可以不予考虑。从r_{on}半径到500公里范围内的外地形质量影响，在需要时按下式进行改正：

$$\delta g_c=-\Delta_c(h-\bar{H}_e) \quad (32)$$

在$\bar{H}$达到1000米以上，观测是在山区进行，测量高差可达几百和几千米，只有在这种极少情况下，上述改正才有必要。

下面我们将提出一个至今未注意的问题：在中间层改正中，是否要考虑整个地球的地形质量影响？基于以上估计，我们认为位于海平面以上的整个地球质量的影响可不予以考虑。

按公式(31)计算出外地形质量和测区最大相对高度引起的重力垂直梯度，就可决定外地形质量影响计算是合理的问题。

应当指出，区域半径选择问题的圆满解决最好是根据球扇形引力的水平梯度图(图2)，因为对于1000米的高度，该半径可选得比200公里要小得多(正如重力规范规定)，为此可以节省计算机运算和数据准备时间。为了计算Граафо-Хантер改正和异常，建议用这样的半径计算平均高程，因为在该半径之外，外质量的平均密度接近于常量。

节译自：《Геофизический Журнал》1986, T8, NO3, 46-53
译者：柯汉生
校者：郭武林

下期要目预告

关于超深井钻进中的岩石物理力学性质和岩石可钻性

比利时戴蒙德·鲍尔特公司地质勘探钻机的研制

采用泡沫钻进深部低压层

空气钻进的孔口装置

泡沫钻进

矿区破碎深井潜孔锤钻进

近年来国外激电找水研究的某些进展

在工程地质勘察中的瑞利波法

利用有限函数法解二维反演问题的方法原理

电阻率法调查地壳深部构造的新设备

干旱地区普查找矿中应用热像航空测量的可能性

苏联贝阿线地带的化探工作(下)

油气藏上方气体分散晕的结构

人造金刚石钻头的经济效益

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.ne