花岗岩型铀矿铀地球化学场分形奇异值分解研究

韩绍阳[1,2]，柯 丹[2]，侯惠群[1]，李必红[2]

(1 中国核科技信息与经济研究院，北京 100048；2 核工业北京地质研究院，北京 100029)

[摘要] 介绍了分形奇异值分解方法的原理和实现过程，在桃山花岗岩型铀矿矿集区开展了应用试验，利用该方法将桃山地区 1/5 万铀地球化学场分解为噪声场、区域地质背景场和局部异常场，在提取隐伏铀矿弱信息方面取得了较好的应用效果。

[关键词] 花岗岩型铀矿；铀地球化学场；分形奇异值分解

[文章编号] 1000-0658(2011)03-0166-07 [中图分类号] P619.14；P631.6 [文献标识码] A

随着我国铀资源开发和勘查工作的不断深入，地表或近地表发现大规模铀资源的可能性已经很小，寻找深部隐伏的盲矿是满足我国对战略铀资源需求的长远保障。铀地球化学填图方法（包括伽玛能谱测量、化探铀量测量、氡及其子体测量等）在识别出露地表和埋藏浅的花岗岩型铀矿过程中发挥了重要作用。随着花岗岩型隐伏铀矿床埋深的加大，与铀成矿有关的“矿致”铀地球化学异常信息，在地表的显示越来越弱，并且与地质背景所产生的各种强干扰异常信息混合、叠加到一起，增加了找矿的难度。传统的线性铀异常增强技术，难以提取出低缓、微弱的铀成矿信息，且区分复合叠加异常的效果也较差，其在新一轮花岗岩型铀成矿靶区优选中的应用遇到了较大的障碍，影响了铀地球化学方法直接识别隐伏铀资源的效果。

随着找矿难度的不断加大，应用新技术、新方法提高成矿预测水平和找矿效果，最大限度地减少地勘投入风险，实现找矿工作的新突破，已经成为当前新一轮花岗岩型铀矿靶区优选的主要技术趋势。由于热液型铀矿成矿过程往往具有多期次和空间相关性等特点，所产生的地球化学场呈现空间自相似性或统计自相似性，因而地球化学异常具有分形或多重分形分布的特点[1,2]，依据这一特点，本文将分形奇异值分解非线性数据处理方法用于桃山花岗岩型铀矿矿集区 1/5 万航测铀地球化学场的分解，较好地提取了铀“矿致”异常信息。

1 方法原理

奇异值分解（singular value decomposition，简称 SVD）方法是线性代数中的经典问题，早在 19 世纪 70 年代，Beltrami 和 Jordan 就分别独立地提出了矩阵的奇异值分解。SVD 方法处理过程中需要巨大的计算量和存储量，过去由于计算成本太高，使它的实际

[收稿日期] 2010-01-04 [改回日期] 2011-03-04

[作者简介] 韩绍阳（1975-），男，高级工程师，博士，主要从事 GIS 与物化探信息处理研究工作。

E-mail: briughsy@sohu.com

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnk

应用受到限制。但在计算机技术迅速发展和普及的今天，微机内存不断扩展，计算速度不断加快，计算成本大大降低，应用 SVD 解决一般数据量的数据处理问题已经不存在任何困难。

假设原始铀地球化学数据可以构成一个 $m \times n$ 的实矩阵 $\boldsymbol{A}$（m 为测线数，n 为每条测线上的测点数），矩阵 $\boldsymbol{A}$ 代表了研究区的铀地球化学场分布特征，则存在一个 $m \times n$ 的正交矩阵 $\boldsymbol{U}=[u_1, u_2, \cdots, u_m]$ 及 $n \times n$ 的正交矩阵 $\boldsymbol{V}=[v_1, v_2, \cdots, v_n]$，使得下式成立：

$$\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{V}=\mathrm{diag}(\sigma_0, \sigma_1, \cdots, \sigma_p)=\boldsymbol{W} \quad (1)$$

即

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{U}\begin{bmatrix}\sum & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{U}\boldsymbol{W}\boldsymbol{V}^{T} \quad (2)$$

式中：σ_i ——矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的奇异值（$\sigma_i=\lambda^{1/2}$，λ_i 为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值），$i=0, 1, 2, \cdots, p$；$\sum=\mathrm{diag}(\sigma_0, \sigma_1, \cdots, \sigma_p)$，$p \leqslant \min(m, n)-1$ 且 $\sigma_0 \geqslant \sigma_1 \geqslant \cdots \geqslant \sigma_p > 0$，$\boldsymbol{u}_i$、$\mathrm{v}_i$ 依次称为相应于奇异值 σ_i 的左右奇异向量（$\boldsymbol{u}_i$ 为 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 的第 i 个特征向量，v_i 为 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}$ 的第 i 个特征向量），且满足 $\mathrm{A}\mathrm{v}_i=\mathrm{v}_i\boldsymbol{u}_i$，$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_i=\sigma_{\mathrm{N}i}$，$i=0, 1, \cdots, p$。

表达式 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{U}\boldsymbol{W}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$ 称为 $\boldsymbol{A}$ 的奇异值分解。$\boldsymbol{U}$ 与 $\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$ 的矩阵乘积构成一个正交完备空间，记为 $\Phi(\sigma_k)=\boldsymbol{U}\backsim\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$。计算中，记 $\boldsymbol{U}$ 的第 k 列列向量为 $\boldsymbol{u}_k=\begin{bmatrix}u_{1,k}\\ u_{2,k}\\ \cdots\\ u_{m,k}\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$ 的第 k 行行向量为 $\boldsymbol{v}_k=[v_{k,1}v_{k,2}\cdots v_{k,n}]$，$\boldsymbol{u}_k$ 是 m 行的列向量，$\boldsymbol{v}_k$ 是 n 列的行向量。$\boldsymbol{u}_k$ 与 $\boldsymbol{v}_k$ 的矩阵乘积是一个 $m \times n$ 的矩阵，记为 $\boldsymbol{A}_k=\begin{bmatrix}u_{1,k}\times v_{k,1} & \cdots & u_{1,k}\times v_{k,n}\\ \vdots & & \vdots\\ u_{m,k}\times v_{k,1} & \cdots & u_{m,k}\times v_{k,n}\end{bmatrix}$，$k=0, 1, \cdots, p$。$\boldsymbol{A}_k$ 构成一个完备的二维正交空间，矩阵 $\boldsymbol{A}$（m, n）在 $\boldsymbol{A}_k$ 的投影系数为奇异值 σ_k。这样，σ_k（$k=0, 1, \cdots, p$）构成了矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征空间分解系数或谱密度，即：

$$\boldsymbol{A}(m, n)=\sum_{k=0}^{p}\sigma_k\boldsymbol{u}_k\boldsymbol{v}_k \quad (3)$$

式（3）中，σ_k 如同 Fourier 变换中的系数一样，代表了矩阵 $\boldsymbol{A}$（m, n）映射或投影到 $\boldsymbol{u}_k\boldsymbol{v}_k$ 特征空间的系数。矩阵可以用多个具加权系数的特征矩阵求和来表征，奇异值对重建矩阵的贡献与其相应奇异值的大小成正比，主要项对应较大奇异值；矩阵 $\boldsymbol{A}$ 所代表的铀地球化学场能量与奇异值密切相关，或者特征值（$\lambda_i=\sigma_i^2$）的总和反映铀地球化学场能量的总和，可见奇异值（或特征值）愈大的分量在地球化学场信号中功率贡献愈大。由于 σ_k（$k=0, 1, \cdots, p$）的递减特性，开始的几个或几十个奇异值就代表了矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的大部分能量。以 σ_k 为纵坐标（实际中为了作图方便选取 $\lg\sigma_k$），k 为横坐标，可以做出矩阵 $\boldsymbol{A}$ 经过奇异值分解后的能量密度曲线。

原始二维铀地球化学场在第 k 个特征空间的能量分布百分比为：

$$M_k=\frac{\sigma_k^2}{\sum_{i=1}^{p}\sigma_i^2},\ k=0, 1, \cdots, p \quad (4)$$

M_k 又称为矩阵 $\boldsymbol{A}$（m, n）在特征空间的能谱密度百分数。通常把以 k 为横坐标，$\sum_0^k M_i$ 为纵坐标形成的曲线称为归一化的能量积分曲线。当 $k=p$ 时，$\sum_0^k M_i=1$。

若 $\boldsymbol{A}$（m, n）为实矩阵，它的 r 个奇异值将落在最大值为 $\lambda^{1/2}$ 的实坐标上，定义奇异值为其谱半径，由于特征值代表了谱半径处的积分功率谱密度，因此，又定义从最小谱半径（0）到当前谱半径 $\lambda^{1/2}$ 内的能量为在尺度 λ_i 意义下的能量测度 E_i[3]：

$$E_i=\sum_{k=i}^{r}\lambda_k,\ 0 \leqslant i \leqslant r \quad (5)$$

按照分形与多维分形理论，E_i 与 λ_i 之间应满足指数变化规律，即[3]：

$$E_i=a\lambda_i^b,\ 0 \leqslant i \leqslant r \quad (6)$$

式中：a、b 为常数。如果 E_i 与 λ_i 之间满足一维分形关系，式（6）在双对数坐标系中将对

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnk

应一条以 b 为斜率的直线；如果 E_i 与 λ 之间满足多维分形关系，式(6)在双对数坐标系中将对应多条斜率不同的直线。

分形奇异值分解方法的实现步骤如下所述：

(1) 将铀地球化学测量数据进行网格化处理，形成规则的网格化数据；

(2) 对网格化数据进行奇异值分解，得到按从大到小排列的若干个非零奇异值；

(3) 根据奇异值计算出能量密度及对应的能量测度，在双对数坐标上绘制奇异值与能量测度之间对应的数据点，并采用最优分割方法将这些数据点拟合成多段斜率不同的直线；

(4) 根据拟合的多条直线的交点，识别出各种尺度的场所对应的奇异值分界点，反过来，基于(3)式利用奇异值分界点对叠合铀地球化学场开展分解。

分形奇异值分解方法，与 Fourier 变换相比，能够最大可能地利用信号之间存在较好相关性这一特点，按照能量关系对信号进行分解、截断和重构，而不需要通过时频转换来完成。大奇异值对应低频成分，小奇异值对应高频成份，而信号的能量大部分集中在大奇异值所对应的低频子空间中。

2　花岗岩型铀矿集区应用试验研究

2.1　桃山铀矿集区地质概况

桃山铀矿田位于我国华南桃山-诸广花岗岩型铀成矿带的北部，产于桃山大型重熔改造型复式花岗岩体中，是我国已探明铀资源量最大的蚀变碎裂花岗岩型铀矿田，已发现的铀矿床、矿点有20余处，大多数铀矿床埋深大于100 m。桃山花岗岩体呈北东向展布，东邻广昌-宁都断陷红盆，东北有新丰街岩体，北部、西部、南部分布着震旦纪浅变质岩[4]。桃山地区具有印支、燕山多期次构造岩浆活动，区内产铀花岗岩体均为复式岩体，规模大、铀源丰富、活动铀所占比例大。桃山岩体内断裂构造十分发育，主要分布有NNE、NE、NWW和近EW向几组断裂，它们相互切割，形成了区内主要构造格架。这些断裂带中，有的控制了岩体的展布方向(如大古、角源断裂)；有的控制了铀矿床的产出部位(如桃山、罗坑断裂)。

2.2　应用效果分析

桃山地区对应的航测铀含量变化范围为(0~20.1)×10^{-6}，铀含量较低的区域对应于水系、白垩系和第四系覆盖区域；桃山岩体为富铀花岗岩体，大多数区域花岗岩体对应的铀含量大于7×10^{-6}。桃山岩体内已知的22个铀矿床、矿点中有12个位于受北东向断裂构造控制的航测铀>9.9×10^{-6}的高场范围内，有10个矿床、矿点对应于铀背景场和低场[5]。桃山花岗岩体周围的震旦-寒武纪变质岩基底明显对应于铀的低场区(图1)。桃山地区的铀地球化学场受不同期次的花岗岩、断裂构造、水系、表层风化壳和铀矿体等多种因素共同影响，是一种非线性叠合铀地球化学场。

桃山地区已发现的铀矿床、矿点和U/Th的高场区并不完全重合，22个矿床、矿点中有12个位于航测U/Th>0.25的高场区域内，有10个位于低场区域内(图2)；在U变异系数等值图中，22个矿床、矿点中有12个位于U变异系数>0.23的高场区域内，有10个位于低场区域内[5]。

应用奇异值分解方法对桃山地区1∶5万航空伽玛能谱铀测量数据(486×413网格)进行处理，从复杂的铀地球化学场中分离出区域地质背景场和局部异常场。从桃山地区铀地球化学场奇异值分解信息表中可以看出，开始的少部分几个特征空间集中了原始信号的大部分能量；大奇异值对应的信号占总信号的大部分能量，小奇异值占小部分能量。前5个奇异值对应的能量对总能量的贡献达到了95%以上，前10个对总能量的贡献达到了96%以上(表1)。

利用桃山地区铀地球化学场的奇异值计算出能量测度，在双对数坐标图上，采用最

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnk

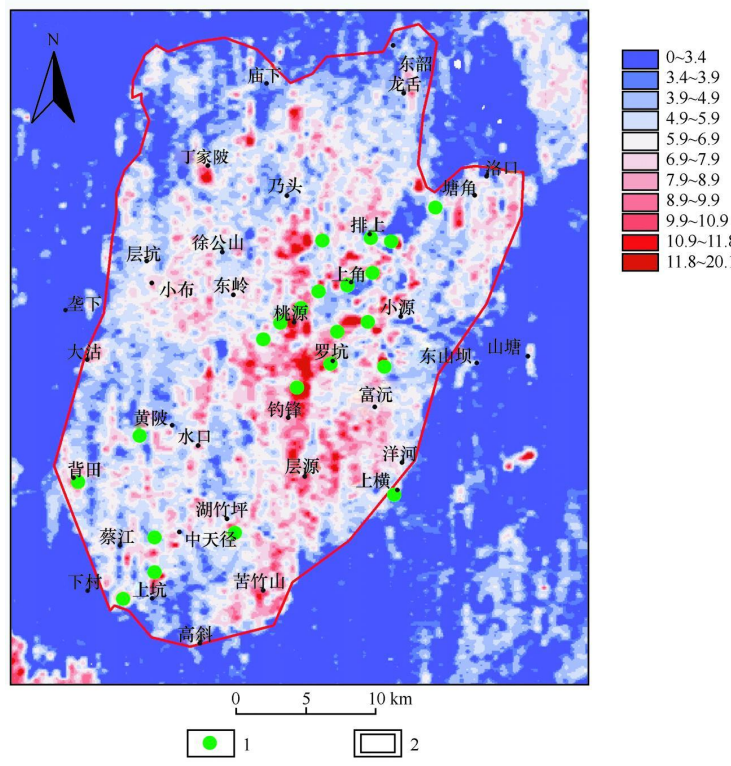


图 1　桃山地区航测铀含量等值图

Fig 1　Contour map of uranium content by areoradioactive survey in Taoshan area

1——铀矿床（点）；2——桃山岩体范围。

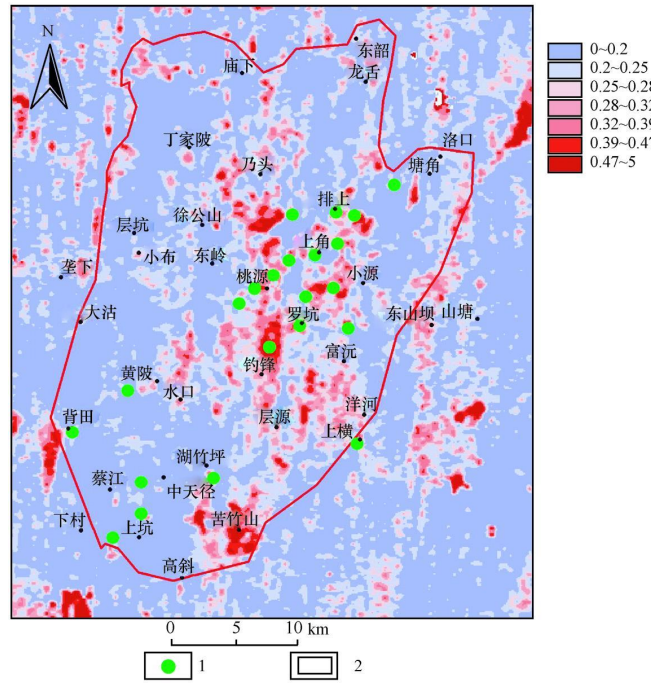


图 2　桃山地区航测 U/Th 等值图

Fig 2　Contour map of U/Th ratio value by areoradioactive survey in Taoshan area

1——铀矿床（点）；2——桃山岩体范围。

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnk

表 1 桃山地区铀地球化学场奇异值分解信息

Table 1 Singular value decomposition information of uranium geochemistry field in Taoshan area

奇异值序列 k	奇异值	能量密度百分数 (%)	累积能量百分数 (%)
0	45. 42827	88. 0648	88. 0648
1	18. 91161	2. 64491	90. 70971
2	16. 41476	1. 50119	92. 21090
3	15. 68424	1. 25127	93. 46217
4	15. 24564	1. 11707	94. 57924
5	13. 19366	0. 62655	95. 20579
6	12. 29295	0. 4722	95. 67799
7	11. 69949	0. 38741	96. 0654
8	11. 39839	0. 34904	96. 41444
9	10. 84934	0. 28649	96. 70093
……	……	……	……

优拟合方法将奇异值与能量测度对应的数据点拟合为 3 段直线 (图 3), 根据拟合的多条直线的交点, 识别出各种尺度的场所对应的奇异值分界点, 反过来, 基于式 (3) 利用奇异值分界点界定的奇异值变化范围对叠合铀地球化学场开展分解。较大奇异值对应的信号描述长周期变化或背景变化, 相对较小的奇异值只占少部分能量, 描述信号的高频、局部变化或异常场 (表 1)。

图 3 中左边较小奇异值 ($\alpha_1 <$ 6. 02504) 空间对应的叠合铀地球化学场, 占少部分能量, 对应的异常信息杂乱无章, 与整个研究区内异常的分布规律基本相同, 反映了航测铀含量中包含的各种高频统计噪声; 图 3 中右边较大奇异值 ($\alpha_1 >$ 18. 91161) 空间对应的铀地球化学场反映了研究区铀地球化学场中的大部分能量, 铀的变异度比较小, 突出了研究区区域铀地球化学背景场, 从中可以看出桃山花岗岩体与其周边的变质岩和沉积岩相比, 具有不同的铀地球化学背景(图 4), 桃

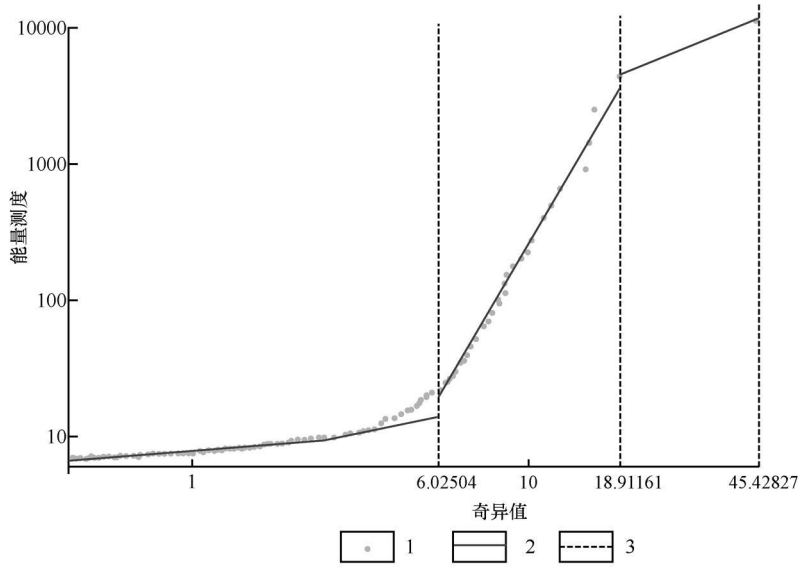


图 3 桃山地区铀奇异值与能量测度双对数拟合图

Fig 3 Fitting curve of energy measurement and double log of uranium content by areo radioactive survey in Taoshan area

1——绘制的数据点; 2——拟合的直线; 3—拟合的不同斜率直线的分界线。

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnk

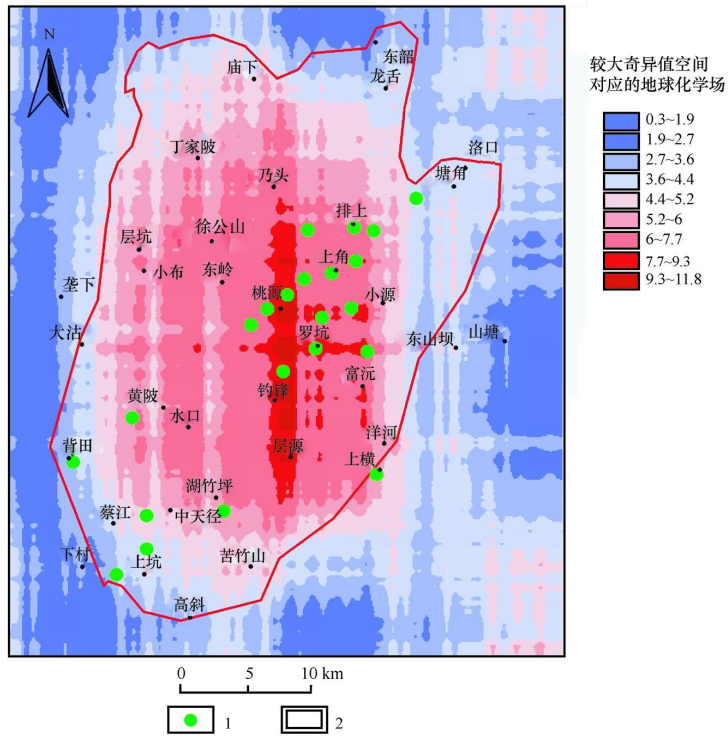


图 4　桃山岩体较大奇异值空间的铀地球化学场投影等值图

Fig 4　Contour map of uranium geochemistry field of Taoshan pluton projected in the bigger singular value space

1——铀矿床（点）；2——桃山岩体范围。

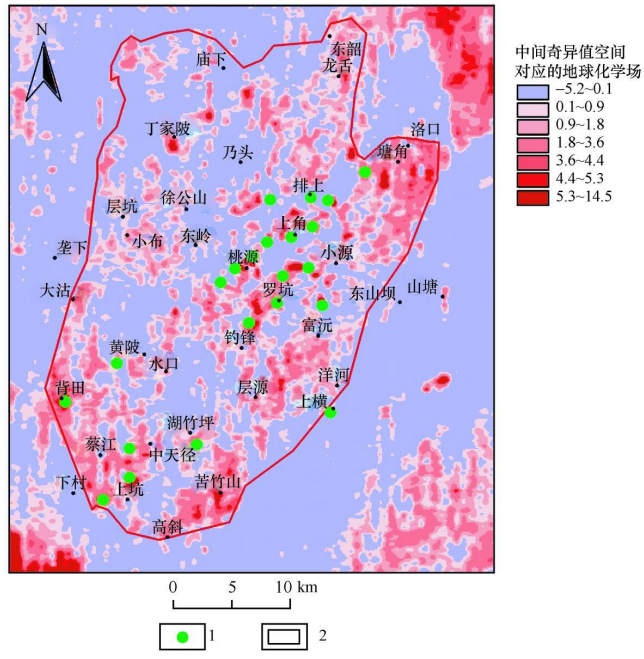


图 5　桃山岩体中间奇异值空间的铀地球化学场投影等值图

Fig 5　Contour map of uranium geochemistry field of Taoshan pluton projected in the middle singular value space

1——铀矿床（点）；2——桃山岩体范围。

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnk

山花岗岩体明显表现为富铀的区域地球化学背景，周边的变质岩及沉积岩对应较低的铀地球化学背景场；图 3 中中间奇异值(6.02504< α< 18.91161)空间对应的铀地球化学场中的铀变异度较大，反映了叠加在桃山岩体上的区域铀地球化学场上的局部铀异常场(图 5)，桃山岩体已知的 22 个铀矿床(点)中有 19 个都分布在铀含量大于 0.1 × 10^{-6} 的高场区，相对于原始铀含量图而言，铀矿床、矿点对应的铀高场相对于周围无矿地段对应的铀地球化学场更为明显，同时突出了原始图中低场背景中的相对高场；可以说基于分形奇异值方法分离的铀局部异常场识别已知铀矿床、矿点的效果明显优于 U、U/Th 和 U 变异系数等传统数据处理方法。

3 结论

本文研究的分形奇异值分解方法考虑了场的空间自相似或统计自相似性，可以对不同类别地质体所对应的地球化学场进行分解，划分不同尺度的背景场和异常场。在桃山地区的应用实例表明，分形奇异值分解方法在识别花岗岩型铀矿“矿致”异常信息方面具有较好的应用效果。我国华南花岗岩型铀成矿带已经积累了大量 1/5 万航空伽玛能谱测量数据，在新一轮花岗岩型深部铀矿勘查评价过程中，分形奇异值分解方法可以作为传统航放数据处理方法的有益补充，用于捕获花岗岩型隐伏铀矿引起的放射性弱信息。

通过非线性信息挖掘技术，对原始铀地球化学场进行分解处理，有时可以起到更好的效果，获取更多的和铀成矿相关的有用信息。本文旨在“抛砖引玉”，以促进我国新时期花岗岩型深部铀矿预测评价技术的不断发展，不足之处，还望专家及同行批评指正。

[参考文献]

[1] 成秋明. 空间自相似性与地球物理和地球化学场的分解方法 [J]. 地球物理学进展，2001.16(2)：8~17.

[2] 成秋明. 空间模式的广义自相似性分析与矿产资源评价 [J]. 地球科学——中国地质大学学报，2004.29(6)：734~744.

[3] 李庆谋，刘少华. GIS 环境下地球物理信号的奇异值分解、多维分形特征与应用 [J]. 地球物理学进展，2003.18(1)：97~102.

[4] 张万良，徐小奇，邵飞，等. 桃山矿田铀成矿地质条件及找矿方向 [J]. 铀矿地质，2008.24(2)：102~107.

[5] 韩绍阳，柯丹，等. 非线性区域物化探成矿信息提取及综合评价技术研究 [R]. 北京：核工业北京地质研究院，2008.

Study on fractal singular value decomposition of uranium geochemistry field for the granite-hosted Uranium Deposits

HAN Shao-yang[1,2], KE Dan[2], HOU Hui-qun[1], LI Bi-hong[2]

(1. *China Research Institute of Nuclear Economy and Information, Beijing* 100048, *China*;
2. *Beijing Research Institute of Uranium Geology, Beijing* 100029, *China*)

Abstract: The theory and implement process of fractal singular value decomposition method are introduced in the paper and applied to the granite-hosted uranium cluster areas in Taoshan. The uranium geochemistry field of Taoshan area at the scale of 1/50000 is divided into the noise filed, regional geological background field and local anomaly and good application effect is obtained for extracting the weak information of deep-buried uranium deposits.

Key words: granite-hosted uranium deposits; geochemistry field of uranium; fractal singular value decomposition

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnk